

## Практичне заняття №1

### МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТА УПРАВЛІННЯ, ЩО ЗАДАЄТЬСЯ ДИФЕРЕНЦІЙНИМ РІВНЯННЯМ

#### Завдання:

1. Стисло нагадати теоретичні відомості, необхідні для виконання індивідуального завдання практичного заняття.
2. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального завдання (табл. 1.1).
3. Отримати різницеве рівняння для моделювання об'єкта управління.
4. Розробити програму моделювання об'єкта управління.
5. Отримати результати моделювання об'єкта управління.

#### Виконання роботи:

Диференційне рівняння	$y'' + 2y' + y = 3x - x$
Метод	прямокутників
Значення для програми PASCAL	$\tau = 0,1$ $N=100$ $y(0)=0$ $y(1)=0$

Задано диференціальне рівняння:

$$y'' + 2y' + y = 3x - x$$

Вводимо оператор диференціювання та підставляємо його в диференційне рівняння:

$$D = \frac{d}{dt}; \quad D^2 = \frac{d^2}{dt^2};$$

$$D^2y - 2Dy + y = 3Dx - x;$$

$$y + \frac{2y}{D} + \frac{y}{D^2} = \frac{3x}{D} - x$$

Замінюємо оператор диференціювання на оператор інтегрування, для цього ліву і праву частину рівняння ділимо на старшу ступінь  $D$ :

$$I = \frac{1}{D} = \dots dx; \quad I^2 = \frac{1}{D^2};$$

$$y + 2yI + I^2y = 3Ix - x$$

Виконуємо пряме  $z$ -перетворення з використанням таблиці підстановки для оператора інтегрування з урахуванням методу чисельного інтегрування:

$$I = \frac{\tau}{z-1}$$

$$I^2 = \frac{\tau}{2} * \frac{z+1}{(z-1)^2}$$

$$y(t) \rightarrow Y(z); \quad x(t) \rightarrow X(z).$$

$$Y(z) + 2Y(z) \frac{\tau}{z-1} + Y(z) \frac{\tau^2}{2} \frac{z+1}{(z-1)^2} = 2X(z) \frac{\tau}{z-1} - X(z)$$

Виносимо за дужки  $Y(z)$ ,  $X(z)$  та приводимо рівняння до спільного знаменника у лівій та правій частині. В результаті отримуємо:

$$Y(z) \frac{(z-1)^2 (2+4\tau) + \tau^2(z+1)}{(z-1)^2} = X(z) \frac{3\tau - z + 1}{z-1};$$

$$Y(z) \frac{(z-1)^2 (2+4\tau) + \tau^2(z+1)}{(z-1)^2} = X(z) \frac{(z-1) (3\tau - z + 1)}{(z-1)^2}$$

Відкидаємо однакові значення знаменника лівої та правої частини рівняння, в чисельнику приводимо подібні доданки щодо ступенів  $z$ :

$$Y(z) [(z-1)^2 (2+4\tau) + \tau^2(z+1)] = X(z) [(z-1) (3\tau - z + 1)];$$

$$Y(z) [z^2(2+4\tau) + z(\tau^2 - 8\tau - 4) + 5\tau + 2] = X(z) [z^2 + z(3\tau + 2) - 3\tau - 1]$$

Переходимо до від'ємних ступенів змінної  $z$  шляхом ділення лівої і правої частини рівняння на старшу ступінь  $z$ :

$$Y(z) [(2+4\tau) + z^{-1}(\tau^2 - 8\tau - 4) + z^{-2}(5\tau + 2)] = X(z) [z + z^{-1}(3\tau + 2) + z^{-2}(-3\tau - 1)]$$

Виконуємо зворотнє  $z$ -перетворення. Отримуємо різницеве рівняння та приводимо його до виду, зручному для моделювання:

$$x_n = \frac{3\tau + 2}{2} x_{n-1} + \frac{-3\tau - 1}{2} x_{n-2} - \frac{2+4\tau}{2} y_n - \frac{\tau^2 - 8\tau - 4}{2} y_{n-1} - \frac{5\tau + 2}{2} y_{n-2};$$

$$x_n = (1.5\tau + 2)x_{n-1} + (-1.5\tau - 0.5)x_{n-2} - (1 + 2\tau)y_n - (0.5\tau^2 - 4\tau - 2)y_{n-1} - (2.5\tau + 1)y_{n-2}.$$

					ММАТ.420.027.048 - ПР1	Арк.
						4
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дат		

Складаємо програму, яка буде обчислювати значення відліків, використовуючи різницеve рівняння. Вхідний сигнал ОУ є одиничним ступеневим впливом.

					<i>ММАТ.420.027.048 - ПР1</i>	Арк.
						4
<i>Змн.</i>	<i>Арк.</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Підпис</i>	<i>Дат</i>		

## Лістинг програми моделювання:

```
program pr1;
uses crt;
var y: array[-2..100] of real;
    x: array[-2..100] of real;
    f1: text;
    n: integer;
    i: integer;
    t: real;

begin
  clrscr;
  assign(f1,'prak1.txt'); rewrite(f1);
  write('N='); readln(n);
  write('t='); readln(t);

  y[-2]:=0;
  y[-1]:=0;
  y[0]:=0;
  y[1]:=0;

  x[-2]:=0;
  x[-1]:=0;
  x[0]:=0;
  x[1]:=1;

  for i:=2 to n do begin
    x[i]:=((3*t+2)/2)*x[i-1]+((-3*t-1)/2)*x[i-2]-
    ((2+4*t)/2)*y[i]-((sqrt(t)-8*t-4)/2)*y[i-1]-((5*t+2)/2)*y[i-2]);
    y[i]:=1;
  end;

  writeln(f1,'N=',n);
  writeln(f1,'t=',t:2:2);
  writeln(f1,' ');
  writeln(f1,'((3*t+2)/2)*x[i-1]+((-3*t-1)/2)*x[i-2]-
  ((2+4*t)/2)*y[i]-((sqrt(t)-8*t-4)/2)*y[i-1]-((5*t+2)/2)*y[i-2]');
  writeln(f1,'


|   |      |      |
|---|------|------|
| i | x[i] | y[i] |
|---|------|------|


  ');
  writeln(f1,'


|   |      |      |
|---|------|------|
| i | x[i] | y[i] |
|---|------|------|


  ');
  for i:=0 to n do begin
    writeln(f1,'


|   |      |      |
|---|------|------|
| i | x[i] | y[i] |
|---|------|------|


  ');
  end;
  writeln(f1,'


|   |      |      |
|---|------|------|
| i | x[i] | y[i] |
|---|------|------|


  ');
  close(f1);
end.
```

					ММАТ.420.027.048 - ПР1	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дат		4

## Результат виконання програми:

N=100  $\tau=0.1$

i	x[i]	y[i]	25	1	0.516854	51	1	-0.775025	77	1	-2.075000
0	0	0.000000	26	1	0.468483	52	1	-0.825020	78	1	-2.125000
1	1	0.000000	27	1	0.419787	53	1	-0.875016	79	1	-2.175000
2	1	0.295000	28	1	0.370829	54	1	-0.925013	80	1	-2.225000
3	1	0.521000	29	1	0.321663	55	1	-0.975010	81	1	-2.275000
4	1	0.691800	30	1	0.272331	56	1	-1.025008	82	1	-2.325000
5	1	0.818440	31	1	0.222865	57	1	-1.075006	83	1	-2.375000
6	1	0.909752	32	1	0.173292	58	1	-1.125005	84	1	-2.425000
7	1	0.972802	33	1	0.123633	59	1	-1.175004	85	1	-2.475000
8	1	1.013241	34	1	0.073907	60	1	-1.225003	86	1	-2.525000
9	1	1.035593	35	1	0.024125	61	1	-1.275003	87	1	-2.575000
10	1	1.043474	36	1	-0.025700	62	1	-1.325002	88	1	-2.625000
11	1	1.039780	37	1	-0.075560	63	1	-1.375002	89	1	-2.675000
12	1	1.026824	38	1	-0.125448	64	1	-1.425001	90	1	-2.725000
13	1	1.006459	39	1	-0.175358	65	1	-1.475001	91	1	-2.775000
14	1	0.980167	40	1	-0.225287	66	1	-1.525001	92	1	-2.825000
15	1	0.949134	41	1	-0.275229	67	1	-1.575001	93	1	-2.875000
16	1	0.914307	42	1	-0.325183	68	1	-1.625001	94	1	-2.925000
17	1	0.876446	43	1	-0.375147	69	1	-1.675000	95	1	-2.975000
18	1	0.836156	44	1	-0.425117	70	1	-1.725000	96	1	-3.025000
19	1	0.793925	45	1	-0.475094	71	1	-1.775000	97	1	-3.075000
20	1	0.750140	46	1	-0.525075	72	1	-1.825000	98	1	-3.125000
21	1	0.705112	47	1	-0.575060	73	1	-1.875000	99	1	-3.175000
22	1	0.659090	48	1	-0.625048	74	1	-1.925000	100	1	-3.225000
23	1	0.612272	49	1	-0.675038	75	1	-1.975000			
24	1	0.564817	50	1	-0.725031	76	1	-2.025000			

