

# Лабораторна робота 6

## Постійний електричний струм. Закони Кірхгофа

**Мета роботи:** отримати уявлення про елементарні електричні схеми, навчитися їх розраховувати, а також перевіряти експериментально результати розрахунків. Навчитися користуватися законами Кірхгофа.

**Обладнання:** NI Multisim <sup>1</sup>

### 6.1 Короткі теоретичні відомості

**Електричний струм** — це направлений рух заряджених частинок під дією електрорушійної сили (е.р.с.). Розрізняють електричний струм I роду, або *струм провідності* (він обумовлений рухом електронів і не супроводжується перенесенням речовини), електричний струм II роду, або *конвекційний струм* (він обумовлений рухом іонів та супроводжується перенесенням речовини, характерний для тіл у рідкому агрегатному стані) та *струм зміщення* (короткочасні електричні струми внаслідок зміщення зв'язаних електричних зарядів під дією зовнішнього електричного поля).

---

<sup>1</sup>Дана лабораторна робота виконується за допомогою програмного симулятора електричних явищ.

Кількісно електричний струм характеризується диференційною векторною величиною *густиною струму*, або у разі струму в дротах — інтегральною величиною, *силою струму*.

Густина струму — це векторна величину, що визначається як величина заряду, яка протікає крізь одиничну площу за одиницю часу. Вона позначається, зазвичай, латинською літерою **j** (жирний шрифт вказує на те, що це векторна величина):

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E},$$

де  $\sigma$  — питома електрична провідність середовища, а  $\mathbf{E}$  — напруженість електричного поля.

Силою струму (або просто струмом), що протікає провідником з площею поперечного перерізу  $S$  називається величина, яка відповідає кількості заряду  $\Delta q$ , переміщеному крізь переріз провідника за проміжок часу  $\Delta t$ :

$$I = \int_S \mathbf{j} ds = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

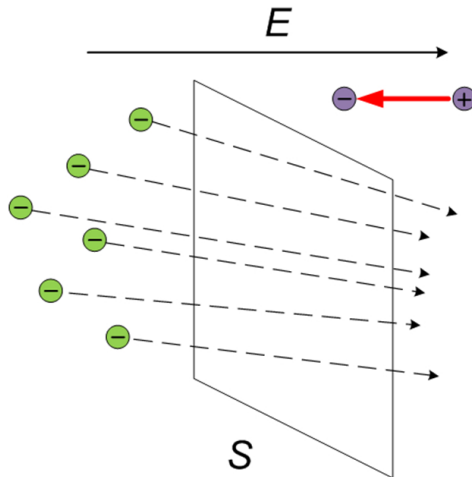


Рис. 6.1

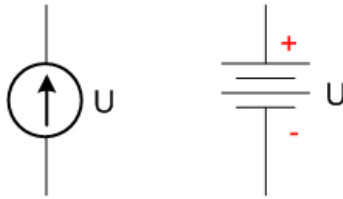


Рис. 6.2

Основними фізичними законами електричного струму є закон Ома для ділянки кола та повного кола, закон Джоуля–Ленца та закони Кірхгофа.

За *умовний* напрямок струму вибирають рух позитивно заряджених частинок. Отже, напрямок струму в металевих провідниках є протилежним до напрямку руху електронів.

У типових задачах, пов'язаних із електричним струмом, як правило, є відомими опори та напруги джерел живлення, а потрібно знайти невідомі струми. Також у задачі задається *схема електричного кола* — умовне позначення елементів електричного кола та з'єднань між ними.

Джерело напруги, або джерело е.р.с. позначається так, як показано на рис. 6.2. Ліворуч показане загальне позначення, коли напруга може бути як постійною, так і змінною. Стрілка вказує *умовний* позитивний напрямок. Праворуч показаний гальванічний елемент, який виробляє лише постійну напругу.

Частина електричної схеми між двома вузлами називається *гілкою*. Послідовність гілок, при якій утворюється замкнене коло, причому хоча б у одній гілці повинне бути джерело напруги, називається *контуром*. Для того, щоб точно сказати, скільки у схемі вузлів та контурів, її потрібно попередньо проаналізувати. Наприклад, на рисунку 6.3 ліворуч показана схема з шістьма вузлами. На перший погляд може здатися, що у схемі чотири контури та вісім гілок, але це не так. І вузлів у схемі також менше. Якщо уважно подивитися, то вузли 1 та 2 можна об'єднати в один вузол, і те ж саме можна зробити із вузлами 3, 4 і 5. Так можна робити,

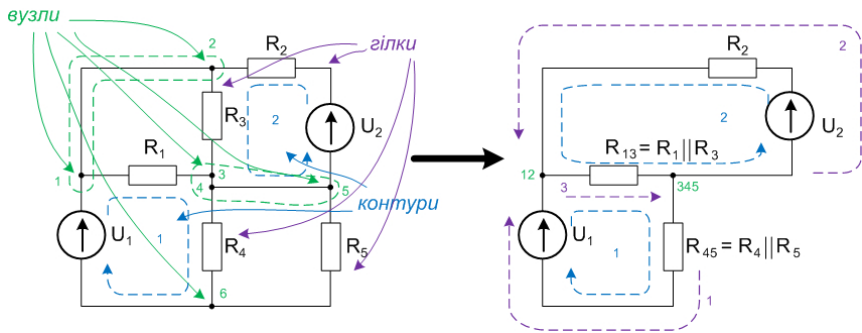


Рис. 6.3

тому що гілки між вузлами 1 і 2, а також між 3 і 4 та 4 і 5 не мають ніяких елементів — це просто дріт, такі гілки із схеми можна видаляти, не забуваючи при цьому об'єднувати вузли. Якщо так зробити, то виявиться, що опори  $R_1$  і  $R_3$  з'єднані паралельно, і також паралельно з'єднані опори  $R_4$  та  $R_5$ . На рисунку праворуч показана перетворена схема, на ній названі вузли об'єднані у нові вузли (позначені зеленим кольором — 12 і 345), а опори  $R_{13}$  та  $R_{45}$  є результатом об'єднання опорів по формулі для паралельного з'єднання опорів. Таким чином, насправді цю схему можна розглядати як таку, що складається із двох контурів (позначені синім кольором) і трьох гілок (позначені фіолетовим кольором).

Для окремих частин електричного кола справедливі *законои Кірхгофа*<sup>2</sup>. Перший закон Кірхгофа формулюється для вузлів (його ще називають законом вузлової точки) і він стверджує, що

**Алгебраїчна сума струмів на будь-якому вузлі електричної схеми дорівнює нулю:**

$$\sum_{k=1}^K I_k = 0. \quad (6.1)$$

<sup>2</sup>Оскільки ще існує закон Кірхгофа для випромінювання та закон Кірхгофа для теплового ефекту хімічної реакції, то ці два закони для елеткротехніки часто називають *правилами Кірхгофа*

При розв'язанні задач струми у гілках електричної схеми напрямки струмів розставляють майже довільно. "Майже" — тому що якщо у деякій гілці є джерело е.р.с., у якого заданий умовний позитивний напрямок, то, як правило, напрямок струму у цій гілці вибирається такий самий. Проте якщо вибрати протилежний напрямок струму, то все одно для схеми можна скласти всі рівняння та розв'язати їх. Якщо ж у гілці немає джерела е.р.с., то напрямок струму вибирається такий самий, як при обході контуру, до якого входить ця гілка. Якщо ж гілка входить одночасно у два контури (як гілка між вузлами 12 та 345 на рис. 6.3) — то напрямок струму в ній дійсно можна вибрати довільним. Якщо при розв'язанні рівнянь для якогось струму виходить від'ємне значення, то це означає, що *реальний* напрямок цього струму протилежний до того, який був припущений, щоб скласти рівняння.

По першому закону Кірхгофа складається кількість рівнянь, на одиницю менша, ніж кількість вузлів у схемі. Прийнято позначати струми, які "втікають" у вузол, із знаком «+», а ті, які "витікають" з нього — із знаком «-».

Другий закон Кірхгофа стосується контурів, і він говорить, що

**Вздовж замкненого контуру сума падінь напруги дорівнює сумі всіх е.р.с., що діють в цьому контурі:**

$$\sum_{k=1}^K I_k R_k = \sum_{m=1}^N E_m. \quad (6.2)$$

Важливо відзначити, що кількість гілок у контурі ( $K$ ) може не співпадати з кількістю джерел е.р.с. ( $N$ ) — тобто в окремих гілках схеми може не бути джерела е.р.с.

При складанні рівняння за другим законом Кірхгофа потрібно вибрати напрямок обходу контуру — за годинниковою стрілкою чи проти. Як правило, напрямок обирається

такий самий, як направлене основне джерело напруги у цьому контурі.

По другому закону Кірхгофа складається така кількість рівнянь, щоб загальна кількість рівнянь по першому закону і другому дорівнювала кількості невідомих струмів. Наприклад, схема, представлена на рис. 6.3, має два вузли і два контури. Таким чином, для неї буде складено одне рівняння по першому закону Кірхгофа, і два рівняння по другому закону Кірхгофа — всього три рівняння. Невідомими у цій системі рівнянь будуть струми гілок — а гілок у схемі три.

Важливо відзначити, що всі рівняння, які складаються по законам Кірхгофа є лінійними, а методи розв'язування систем лінійних рівнянь добре вивчені і алгоритмізовані (тобто при їх розв'язуванні не потрібно проявляти ніякої творчості — це суто механічна робота, яку можна покласти на комп'ютерну програму) за допомогою алгебри матриць.

Закони Кірхгофа є прямим наслідком закону збереження енергії. Вони можуть бути застосовані для розрахунку електричних схем будь-якої складності, проте для достатньо складних схем в електротехніці часто використовуються модифіковані методи — метод *контурних струмів* та метод *вузлових потенціалів*. Зокрема, саме метод вузлових потенціалів лежить в основі роботи SPICE-симуляторів — САПР<sup>3</sup> для розробки електронних схем.

**Приклад.** Розрахувати струми у гілках даної електричної схеми (рис. 6.4), якщо:

$$R_1 = 100 \text{ Ом},$$

$$R_2 = 200 \text{ Ом},$$

$$R_3 = 300 \text{ Ом},$$

$$U_1 = 9 \text{ В},$$

$$U_2 = 12 \text{ В}.$$

---

<sup>3</sup>САПР — системи автоматизованого проектування — пакети програм інженерного призначення для проектування і моделювання роботи різноманітних схем, конструкцій, пристроїв.

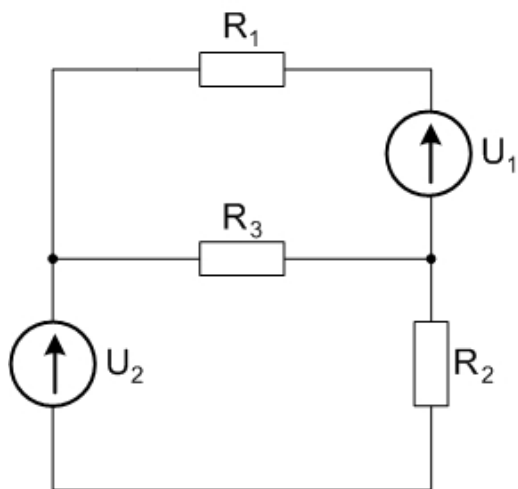


Рис. 6.4

**Розв'язання** Задачі на розрахунок струмів у гілках електричної схеми розв'язуються шляхом складання системи лінійних рівнянь по законам Кірхгофа. Для цього спочатку потрібно розставити напрямки протікання струмів та напрямки обходу контурів (для 2-го закону Кірхгофа) — рис. 6.5.

У даній схемі два вузли (на рис. 6.5 позначені зеленими цифрами 1 і 2) і три гілки. Позначимо суцільними фіолетовими лініями струми відповідно до гілок: струм  $I_1$  протікає через опір  $R_1$ , струм  $I_2$  — через опір  $R_2$ , і струм  $I_3$  — через опір  $R_3$ . Виділимо в схемі два контури: перший буде включати опори  $R_1$  та  $R_3$  і в ньому діє е.р.с.  $U_1$ , а другий буде включати опори  $R_2$  та  $R_3$  і в ньому діє е.р.с.  $U_2$ . Напрямки обходу контурів виберемо такими, як і у відповідних струмів (на рис. 6.5 напрямки обходу контурів показані синіми штриховими лініями).

По першому закону Кірхгофа складається на одне рівняння менше, ніж вузлів у схемі. Прийнято струм, який "втікає" у вузол позначати із знаком «+», а струм, який "вті-

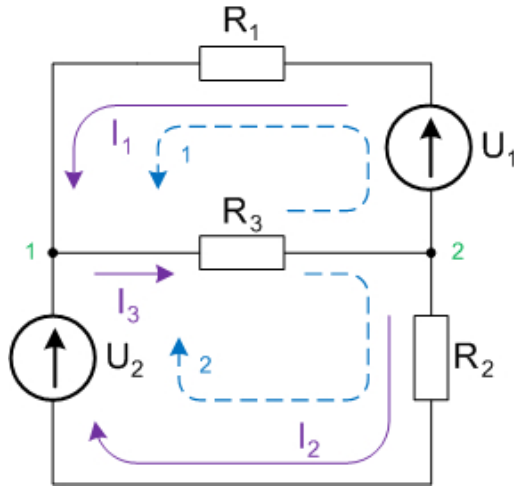


Рис. 6.5

кає“ з вузла — із знаком «-». Тоді для 1-го вузла

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (6.3)$$

Оскільки у задачі три невідомих струми, то потрібно мати систему із трьох рівнянь. Недостаючі два рівняння треба скласти згідно другого закону Кірхгофа.

Для першого контура рівняння по другому закону Кірхгофа запишеться наступним чином:

$$I_1 R_1 + I_2 \cdot 0 + I_3 R_3 = U_1. \quad (6.4)$$

При струмі  $I_2$  в цьому рівнянні стоїть 0, оскільки цей струм в даному контурі не протікає, і у рівняння для цього контуру він входить не повинен. Але, оскільки треба буде скласти *систему рівнянь*, яку треба буде розв'язувати, мусимо поставити у матрицю системи якийсь коефіцієнт. Тому ставимо 0.

Аналогічно для 2-го контура:

$$I_1 \cdot 0 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = U_2. \quad (6.5)$$



Знаки у рівняннях, які складаються по другому закону Кірхгофа, розставляються згідно наступного принципу: якщо напрямок струму у гілці, що входить у контур, співпадає із напрямком обходу контура, то перед таким струмом ставиться знак «+», якщо ні — то «-». Аналогічно із знаком напруги у правій частині рівняння — якщо напрямок е.р.с. співпадає із напрямком обходу контура — то ця напруга входить у рівняння із знаком «+», якщо ні — то із знаком «-». Якщо якийсь струм у контурі відсутній (тобто гілка, у якій протікає цей струм, у даний контур не входить) — то біля такого струму ставиться коефіцієнт 0, і тоді байдуже, з яким знаком його записувати.

Отже, зводимо рівняння (6.3) — (6.5) у одну систему рівнянь:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ I_1 R_1 + I_2 \cdot 0 + I_3 R_3 = U_1 \\ I_1 \cdot 0 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = U_2 \end{cases}$$

і підставляємо у неї всі числа:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 100I_1 + 0 \cdot I_2 + 300I_3 = 9 \\ 0 \cdot I_1 + 200I_2 + 300I_3 = 12 \end{cases}$$

Розв'яжемо цю систему методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 100 & 0 & 300 \\ 0 & 200 & 300 \end{vmatrix} = -1,1 \cdot 10^5,$$

$$\Delta_{I_1} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 9 & 0 & 300 \\ 12 & 200 & 300 \end{vmatrix} = -900,$$

$$\Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 100 & 9 & 300 \\ 0 & 12 & 300 \end{vmatrix} = -2,1 \cdot 10^3,$$

$$\Delta_{I_3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 100 & 0 & 9 \\ 0 & 200 & 12 \end{vmatrix} = -3 \cdot 10^3,$$

$$I_1 = \frac{\Delta_{I_1}}{\Delta} = \frac{-900}{-1,1 \cdot 10^5} = 0,008 \text{ A} = 8 \text{ mA},$$

$$I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta} = \frac{-2,1 \cdot 10^3}{-1,1 \cdot 10^5} = 0,019 \text{ A} = 19 \text{ mA},$$

$$I_3 = \frac{\Delta_{I_3}}{\Delta} = \frac{-3 \cdot 10^3}{-1,1 \cdot 10^5} = 0,027 \text{ A} = 27 \text{ mA}.$$

Перевірка струмів по першому рівнянню показує, що

$$8 \text{ (mA)} + 19 \text{ (mA)} = 27 \text{ (mA)},$$

тобто баланс струмів сходиться.

**Відповідь:**  $I_1 = 8 \text{ mA}$ ,  $I_2 = 19 \text{ mA}$ ,  $I_3 = 27 \text{ mA}$ .

Тепер перевіримо отриманий результат за допомогою NI Multisim (рис. 6.6). Як бачимо, амперметри показують ті самі числа, що й були розраховані.

## 6.2 Порядок виконання роботи

Робота виконується згідно варіанту за таблицею 6.1. На рисунку 6.7 представлені схеми для розрахунку. Кожна схема має по 5 гілок і, таким чином, для її розрахунку доведеться скласти систему з 5-ти рівнянь. В таблиці 6.1 задані значення опорів (в омах) та напруг (у вольтах).

Потрібно для заданої схеми скласти систему рівнянь за правилами Кірхгофа, обчислити струми в гілках, а потім скласти цю схему у NI Multisim та експериментально перевірити свій результат.

Зверніть також увагу на те, що деякі струми у результаті можуть отриматися із знаком «-». Це означає, що з самого початку напрямом таких струмів був обраний неправильно — реально ці струми протікають у протилежному

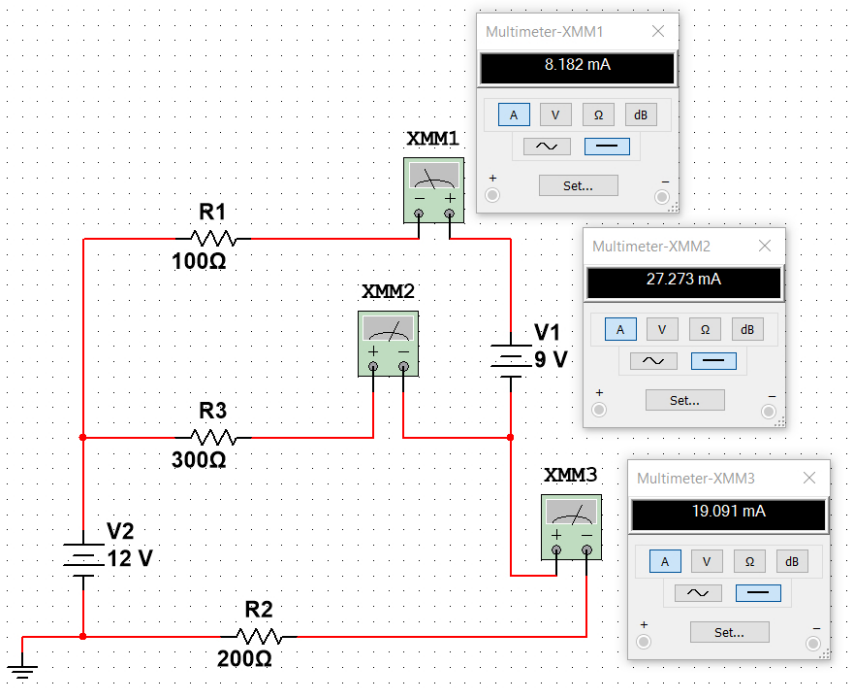


Рис. 6.6

напрямку. Тому після завершення розрахунку є сенс навести схему з правильними напрямками струмів. Також по цим напрямкам слід орієнтуватися, включаючи амперметри в моделі схеми в NI Multisim.

Таблица 6.1.

В-т	Схема	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$E_1$	$E_2$	$E_3$
1	A	10	12	20	20	10	6	9	12
2	B	12	16	10	12	20	12	9	6
3	C	15	12	18	15	12	6	12	9
4	D	10	22	16	16	20	9	15	12
5	E	22	13	10	24	10	6	15	9
6	F	24	16	20	18	24	9	12	6
7	A	18	12	30	12	16	12	9	6
8	B	33	15	22	15	12	6	9	12
9	C	15	27	18	15	11	12	9	6
10	D	20	30	24	12	24	6	15	12
11	E	22	10	33	10	18	6	9	12
12	F	33	12	20	18	16	15	6	12
13	A	12	36	15	10	27	6	9	12
14	B	12	27	30	15	11	12	9	6
15	C	47	30	10	12	24	6	15	12
16	D	13	16	22	13	30	12	6	9
17	E	18	24	18	18	10	6	9	12
18	F	15	15	16	16	18	6	15	9
19	A	20	36	11	20	20	15	9	12
20	B	36	12	24	18	33	6	9	12
21	C	24	36	18	12	18	6	9	12
22	D	13	24	15	10	30	12	15	9
23	E	20	47	47	12	20	6	9	12
24	F	30	27	24	18	15	15	9	12
25	A	18	24	27	12	22	15	6	12
26	B	20	18	22	15	27	12	9	6
27	C	30	18	20	18	10	6	9	12
28	D	24	22	30	22	12	15	9	12
29	E	18	15	20	20	20	12	6	9
30	F	36	33	30	22	12	6	9	12

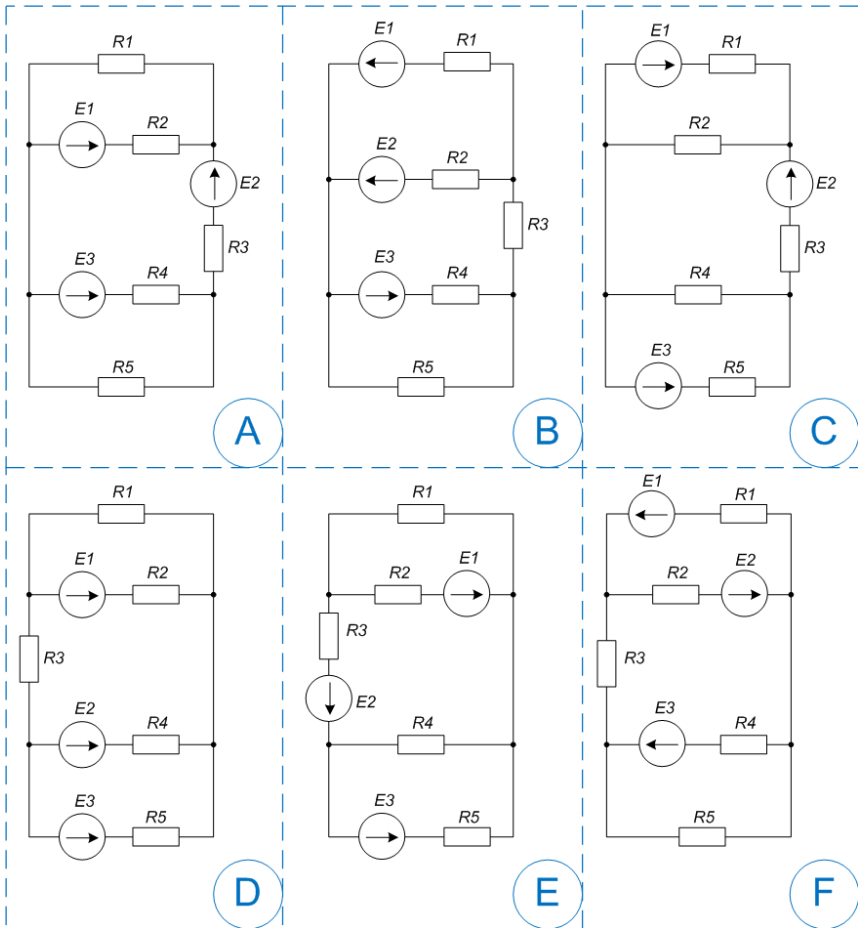


Рис. 6.7

## 6.3 Зміст звіту

Оформлювати звіт рекомендується в наступній послідовності.

1. Титульна сторінка.
2. Назва та мета роботи.
3. Варіант та початкові дані.
4. Схема із проставленими на ній напрямками і позначеннями невідомих струмів, напрямками обходу контурів.

5. Система рівнянь, складена по законам Кірхгофа для даної схеми.
6. Хід розв'язання складеної системи рівнянь.
7. Результат розв'язання системи.
8. Скріпот зібраної схеми. Перевірка отриманого результату.
9. Остаточна схема з *правильними* напрямками струмів.
10. Висновки. Чи зійшлися розрахунки струмів у схемі з результатами моделювання? Чи довелося в якійсь гілці схеми за результатами розрахунків поміняти обраний спочатку напрямок струму?

## 6.4 Контрольні запитання

1. Що таке електричний струм?
2. Чим відрізняється постійний електричний струм від змінного?
3. Що таке "умовний напрямок" електричного струму?
4. Що таке гілка електричної схеми?
5. Що таке контур електричної схеми?
6. Що таке вузол електричної схеми?
7. Як формулюється перший закон Кірхгофа?
8. Скільки рівнянь для схеми складається по першому закону Кірхгофа?
9. Як формулюється другий закон Кірхгофа?
10. Скільки рівнянь складається по другому закону Кірхгофа?
11. Як визначити, який повинен бути порядок системи рівнянь для розрахунку схеми по законам Кірхгофа?