Задача про використання сировини

Нехай деяке підприємство після виконання основної виробничої програми має запаси зекономленої сировини 3-х видів – S1, S2, S3 у кількостях b1, b2, b3 умовних одиниць відповідно. З цієї сировини може бути виготовлено 2 види виробів – Р1 та Р2. Також відомі: aij – кількість одиниць сировини виду Si, що йде на виготовлення одиниці виробу виду Pj, та Cj – дохід, отримуваний від реалізації одиниці кожного з видів (табл.).

Таблиця

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид сировини | Запас сировини | Витрати сировини на виріб |
| Р1 | Р2 |
| S1 | 21 (b1) | 3 (a11) | 1 (a12) |
| S2 | 30 (b2) | 2 (a21) | 3 (a22) |
| S3 | 16 (b3) | 0 (a31) | 2 (a32) |

Дохід від продажі одиниці виробу Р1 дорівнює 3 ум. од., Р2 – 2 ум. од.

Потрібно скласти такий план випуску продукції, за якого дохід підприємства від реалізації всієї продукції був би максимальним.

Розв’язання

Позначимо через х1 – кількість одиниць виробу виду Р1, х2 – кількість одиниць виробу виду Р2, що може випускатися підприємством.

Складемо спочатку систему обмежень, які визначатимуть область можливих значень х1 та х2.

Виходячи з фізичного сенсу, на значення, які можуть приймати змінні, накладається вимога їх невід’ємності:

$х\_{1}\geq 0, х\_{2}\geq 0$,

(х1 або х2 дорівнюватимуть 0, якщо відповідний вид виробу не випускається).

Далі врахуємо, що кількість сировини, яка витрачатиметься на виготовлення всіх виробів, не може перевищити запасів, що є на підприємстві:

$$3х\_{1}+х\_{2}\leq 21$$

$$2х\_{1}+3х\_{2}\leq 30$$

$$2х\_{2}\leq 16.$$

Таким чином, матимемо таку систему умов-обмежень у нашій задачі:

$$\left\{\begin{array}{c}3х\_{1}+х\_{2}\leq 21\\2х\_{1}+3х\_{2}\leq 30\\2х\_{2}\leq 16\\х\_{1}\geq 0, х\_{2}\geq 0\end{array}\right.$$

Тепер сформулюємо цільову функцію задачі.

Дохід, отримуваний підприємством від реалізації х1 одиниць виробу Р1 та х2 одиниць виробу виду Р2, визначається так:

$$F\left(х\_{1},х\_{2}\right)=3х\_{1}+2х\_{2}$$

і він повинен бути максимальним, тобто

$$F\left(х\_{1},х\_{2}\right)=3х\_{1}+2х\_{2}\rightarrow max.$$

Таким чином, отримали математичну модель задачі у вигляді задачі лінійного програмування:

$$F\left(х\_{1},х\_{2}\right)=3х\_{1}+2х\_{2}\rightarrow max$$

$$\left\{\begin{array}{c}3х\_{1}+х\_{2}\leq 21\\2х\_{1}+3х\_{2}\leq 30\\2х\_{2}\leq 16\\х\_{1}\geq 0, х\_{2}\geq 0.\end{array}\right.$$