**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Науково-методичною радою

Державного університету

«Житомирська політехніка»

протокол від 16 грудня 2022 р.

№ 13

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ**

для проведення лабораторних робіт

з навчальної дисципліни

**«Теорія систем і системний аналіз»**

для студентів освітнього рівня «БАКАЛАВР»

денної та заочної форми навчання

спеціальності 152 «МтаІВТ»

освітньо-професійна програма «Комп’ютеризовані ІВС»

Факультет комп’ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки

та робототехніки

Кафедра метрології та інформаційно-вимірювальної техніки

Розглянуто і рекомендовано на засіданні кафедри метрології та інформаційно-вимірювальної техніки

протокол від 30 серпня 2022р., № 8

Розробник: завідувач кафедри метрології та інформаційно-вимірювальної техніки д.т.н., проф. Подчашинський Ю.О.

Житомир

2022

Методичні рекомендації для проведення лабораторних робіт з дисципліни «Теорія систем і системний аналіз» для студентів спеціальності 152 «МтаІВТ» / Розробник Ю.О. Подчашинський. – Житомир: Житомирська політехніка, 2022. – 35 с.

Розробник: Ю.О. Подчашинський

Рецензенти:

к.т.н., доцент кафедри робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Самотокіна Б.Б. Кирилович В.А .;

к.т.н., доцент кафедри робототехніки, електроенергетики та автоматизації ім. проф. Самотокіна Б.Б. Шавурський Ю.О.

**ЗМІСТ**

|  |  |
| --- | --- |
| Лабораторна робота № 1 | **4** |
| Оптимізація цільової функції системи методом прямого перебору |  |
| Лабораторна робота № 2 | **9** |
| Оптимізація цільової функції системи методом градієнту |  |
| Лабораторна робота № 3 | **13** |
| Оптимізація цільової функції системи методом модифікованого прямого перебору |  |
| Лабораторна робота № 4 | **18** |
| Оптимізація цільової функції системи методом покоординатного спуску |  |
| **Додатки****Література** | **20****35** |

#####

**Лабораторна робота № 1**

**"Оптимізація цільової функції системи методом прямого
перебору "**

**Мета роботи:**

* ознайомитися з методами пошуку екстремуму цільової функції, що основані на використанні прямого перебору множини можливих рішень;
* вивчити алгоритми рішення задачі оптимізації для цільової функції двох змінних Q(x1, x2);
* оцінити властивості методів прямого перебору.

**1.1. Основні теоретичні відомості**

**1.1.1. Постановка задачі оптимізації**

Більшість задач, що розв'язується при синтезі та аналізі систем (при автоматизованому проектуванні систем), формулюються як задачі оптимізації. Зміст цих задач полягає у визначенні таких параметрів досліджуваної системи, при яких значення показників ефективності системи будуть найкращими.

Формальна постановка задачі оптимізації ґрунтується на заданні критерію Q (скалярної величини) як функції внутрішніх параметрів системи

,

де  – внутрішні параметри системи, що розглядаються на даному етапі синтезу (чи аналізу) системи. Критерій Q в узагальненому вигляді характеризує якість досліджуваної системи в залежності від значень її внутрішніх параметрів таким чином, що найкращому рішенню відповідає екстремальне (мінімальне чи максимальне) значення критерію. Тому функцію Q(X) називають функцією цілі чи цільовою функцією.

Якщо на можливі значення параметрів при синтезі системи не накладається ніяких обмежень, то в цьому випадку задача відноситься до класу задач безумовної оптимізації. Задачі цього класу формулюються такий чином: визначити значення аргументів функції Q(X):



такі, що



Визначення критерію Q здійснюється на основі математичної моделі досліджуваної системи. В більшості випадків він визначений неявно, так як математична модель визначає зв'язок між внутрішніми і вихідними параметрами також у неявному виді. В силу цього для рішення оптимізаційних задач синтезу і аналізу систем необхідне застосування спеціальних методів. Досліджуваний у лабораторній роботі метод прямого перебору є найпростішим. Дослідження його практичної реалізації дозволяє легше зрозуміти особливості і властивості більш складних методів рішення оптимізаційних задач.

**1.1.2. Опис методу прямого перебору**

Усі методи рішення оптимізаційних задач синтезу і аналізу систем визначають рішення як процес пошуку оптимуму цільової функції. Для опису методів зручно використовувати геометричну модель. Тоді рішення задачі представляється крапкою в N-вимірному просторі параметрів, а цільова функція – гіперповерхнею в N+1-вимірному просторі.

Процес пошуку рішення здійснюється шляхом послідовного переміщення деякої точки  (робочої точки) у просторі параметрів так, щоб кожне її нове положення відповідало наближенню до точки оптимуму, тобто до точки , у якій цільова функція досягає екстремуму.

Початкове положення робочої точки в задачі безумовної оптимізації може бути обране довільно або з урахуванням апріорної інформації про властивості досліджуваної системи. Переміщення робочої точки в нове положення називають кроком пошуку. Для виконання кроку необхідно визначити напрямок переміщення і його величину. Для рішення цієї задачі на початку кожного кроку виконується дослідження поводження цільової функції в околиці робочої точки. З цією метою обчислюється значення цільової функції в декількох точках простору параметрів, положення яких однозначно визначається положенням робочої точки. Таким чином, рішення оптимізаційної задачі представляє собою багатокроковий процес, кожен крок якого пов'язаний з виконанням наступних дій (етапів):

1.**Пошук,** який виконується з метою оцінки властивостей функції Q в околі робочої точки.

2. **Аналіз результатів** **пошуку.** На цьому етапі виконується перевірка умови закінчення процесу пошуку. Умови закінчення пошуку формулюються різним образом у кожному з методів, але усі вони еквівалентні умові: в заданій околиці робочої точки не існує точок, для яких значення функції Q більше (якщо екстремум є максимумом) чи менше (якщо екстремум є мінімумом), ніж Q(). Якщо умови закінчення пошуку не виконуються, то за результатами пошуку визначається напрямок і величина переміщення робочої точки в нове положення.

3. **Переміщення робочої точки**. Робоча точка одержує нові координати в просторі параметрів і цим завершується виконання кроку пошуку. Для нового положення робочої точки реалізуються перераховані етапи. Пошук продовжується доти, поки на деякому кроці не буде виконана умова його закінчення.

Розглянутий у лабораторній роботі метод прямого перебору відноситься до методів нульового порядку, в яких для організації пошуку оптимуму використовується інформація лише про значення функції Q(X) у різних точках простору змінних.

Особливістю методу прямого перебору є те, що найбільш важливим етапом у процесі оптимізації є пошук нового положення робочої точки. Проведення пошуку у даному методі не вимагає вказівки робочої точки у явному вигляді. Замість цього для виконання пошуку визначається прямокутна область, координати центра якої можна вважати координатами робочої точки. Однак безпосередньо ці координати не використовуються в процесі пошуку.

Область простору змінних , у якій виконується пошук, будемо називати простором пошуку. Її положення визначається шляхом вказівки границь інтервалів, в межах яких можуть змінюватися значення координат точок, що належать області пошуку:

.

Пошук полягає в дослідженні деякої множини точок в області пошуку. Ця множина визначається числом відрізків N, на яке розбиваються інтервали зміни перемінних   Така розбивка визначає в області пошуку прямокутну ґратку, вузли якої і вибираються для обчислення значень цільової функції. Число вузлів ґратки М визначається виразом



З цієї множини вибирається одна з точок, для якої цільова функція Q(X) має найбільше (найменше) значення серед усіх розглянутих точок області пошуку. Обрану в такий спосіб точку будемо позначати :



Ця точка представляє собою результат пошуку, що досліджується. Відшуканням точки  завершується етап пошуку.

На етапі аналізу результатів пошуку визначається положення точки  в області пошуку. Якщо точка  знаходиться усередині області пошуку, то процес рішення оптимізаційної задачі завершується. При цьому точка  представляє собою наближене рішення задачі. Максимальна помилка у визначенні положення оптимуму визначається величиною шага ґратки, заданої в області пошуку. Для кожної із змінних ця помилка визначається виразом



Якщо на етапі аналізу встановлено, що точка  лежить на межі області пошуку, то це означає, що істинне положення оптимуму лежить за межами поточної області пошуку і пошук оптимуму варто продовжити, змістивши поточну область пошуку в нове положення. Рішення цієї задачі здійснюється на наступному етапі.

У даному методі на останньому етапі чергового кроку пошуку здійснюється переміщення в нове положення не робочої точки, а області пошуку без зміни її розмірів. При цьому, нове положення області вибирається так, щоб поточна точка , визначена на даному кроці пошуку, у новому положенні області пошуку розташовувалася усередині області. Це дозволяє виключити зациклення процесу пошуку, яке може виникнути, коли точка  є істинним оптимумом і в новому положенні області пошуку вона також виявляється на межі цієї області.

При використанні даного методу на практиці часто визначають область пошуку настільки широкою, що вона містить точку істинного оптимуму.

У цьому випадку метод пошуку полягає лише у виконанні пошуку таким чином, як це описано вище, без переміщення області пошуку. Тому далі детально описується алгоритм реалізації етапу пошуку, який у літературі часто і називають алгоритмом прямого перебору.

**1.1.3. Алгоритм пошуку оптимуму для цільової функції**

**двох змінних**

Для з'ясування деталей методу пошуку в лабораторній роботі докладно розглядається алгоритм пошуку для випадку, коли число аргументів цільової функції дорівнює двом. Нижче приводиться словесне формулювання алгоритму. У звіті з лабораторної роботи на цій основі повинне бути отримане представлення алгоритму у вигляді блок-схеми, в якій необхідно в укрупненій формі відбити основні деталі даного алгоритму.

***Алгоритм прямого перебору***

(пошук мінімуму цільової функції)

0. Початок.

1. Визнають область пошуку шляхом задання її меж  Для визначення ґраток, у вузлах яких обчислюють значення цільової функції, задають число N, що вказує число відрізків, на яке розбивають інтервали зміни аргументів  і .

2. Значення оптимуму  задають рівним максимально великому числу.

3. Визначають кроки ґраток по кожній змінній  і .

4. Поточне значення координати  задають рівним .

5. Поточне значення координати  задають рівним .

6. Визначають .

7. Якщо , то значення  задають рівним , а координати точки фіксують в якості поточного рішення: 

8. Поточне значення змінної  збільшують на величину 

9. Якщо значення  менше чи дорівнює значенню , то виконують п.6.

10. Поточне значення змінної  збільшують на величину 

11. Якщо значення  менше чи дорівнює значенню , то виконують п.5.

12. Закінчення.

**1.1.4. Опис методу прямого перебору**

Метод модифікованого прямого перебору дозволяє скоротити обчислювальні витрати на пошук оптимуму при збереженні загальної ідеї прямого перебору. Витрати на пошук скорочуються завдяки тому, що пошук оптимуму здійснюється в два етапи.

На першому етапі пошук екстремуму ведеться точно так само, як і в методі прямого перебору, але з тією відмінністю, що величина кроку ґратки вибирається максимально велика. У результаті положення точки екстремуму визначається з мінімальними витратами на пошук, але з великою похибкою.

На другому етапі здійснюється уточнення положення оптимуму так, щоб забезпечити необхідну точність рішення задачі оптимізації. Для цього використовується область пошуку розташована навколо приблизно знайденого положення оптимуму, розміри якої зменшуються стосовно тієї, котра використовувалася на першому етапі. Таким чином, на другому етапі пошук ведеться в послідовно зменшуваних областях пошуку доти, доки не буде забезпечене відшукання оптимуму з необхідною точністю.

**1.2. Порядок виконання лабораторної роботи**

У лабораторній роботі дослідження методів проводиться на прикладі рішення задачі оптимізації цільової функції двох змінних , яка задана в явному вигляді. Форма представлення цільової функції – поліном другого порядку:



Конкретний вигляд цільової функції визначається значеннями коефіцієнтів полінома  (табл. 1.1).

Для дослідження методу пошуку екстремуму в лабораторній роботі необхідно виконати наступні кроки:

1. Ознайомитися з методом прямого перебору. Використовуючи програму з додатку 1, одержати рішення задачі при наступних початкових даних:

Таблиця 1.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №варі­анту | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | Видекстремуму | X1min | X1max | X2min | X2max |
| 1 | 0,1 | 0,2 | 3,0 | 0,1 | 0,1 | 1,5 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 2 | 0,2 | 0,4 | 2,8 | 0,2 | -0,1 | -1,5 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 4 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 5 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 6 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 7 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 8 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 9 | 0,9 | 1,8 | 1,4 | 0,9 | 0,5 | 1,1 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 1,0 | 2,0 | 1,2 | 1,0 | -0,5 | -1,1 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 11 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 12 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 13 | 0,9 | 1,8 | 1,4 | 0,9 | 0,5 | 1,1 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 14 | 1,0 | 2,0 | 1,2 | 1,0 | -0,5 | -1,1 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 15 | 0,1 | 0,2 | 3,0 | 0,1 | 0,1 | 1,5 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 16 | 0,2 | 0,4 | 2,8 | 0,2 | -0,1 | -1,5 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 17 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 18 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 19 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 20 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 21 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 22 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 23 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 24 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 25 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 26 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 27 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 28 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 29 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 30 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |

* усі коефіцієнти полінома  дорівнюють 1;
* границі області пошуку ;
* величина N дорівнює 3, а відносна похибка – 0,5;
* тип екстремуму – мінімум.

Для цих даних необхідно побудувати траєкторію пошуку як послідовність областей пошуку, що змінюються в процесі пошуку.

2. Дослідити ефективність рішення задачі методом прямого перебору. Дослідження ефективності проводиться на прикладі конкретної функції, вигляд якої визначається у відповідності з варіантом завдання.

Для заданої функції необхідно провести пошук рішення при різних значеннях N. Побудувати графік залежності витрат на пошук S від величини N. Визначити з графіка оптимальне значення N і відповідні цьому значенню витрати на пошук.

При виконанні лабораторної роботи рекомендується використовувати додаток 1 даного методичного посібника.

**1.3. Контрольні запитання**

1. Що таке цільова функція і як вона визначається?

2. Назвіть основні етапи оптимізаційної процедури.

3. Дайте характеристику методу прямого перебору.

4. Як визначається крок зміни аргументів цільової функції?

5. Дайте характеристику методу модифікованого прямого

 перебору.

6. Як визначається похибка рішення оптимізаційної задачі?

7. Назвіть основні складові частини алгоритму вирішення оптимізаційної задачі за методом прямого перебору.

**1.4. Питання для проведення поточного контролю**

1. Формальна постановка задачі оптимізації складної системи.

2. Загальна характеристика задачі безумовної оптимізації.

3. Загальна характеристика методу прямого перебору.

4. Охарактеризуйте обчислювальну складність методу прямого перебору.

5. Як визначається крок переміщення робочої точки?

6. Як визначається початкове положення робочої точки?

7. Як задається область значень аргументів цільової функції?

8. Алгоритм прямого перебору.

9. Як задається розбиття на відрізки області значень аргументів цільової функції?

10. Як в лабораторній роботі визначається загальний вигляд та чисельні значення цільової функції?

11. Яка умова завершення процедури пошуку екстремуму?

12. Які дії виконуються, якщо знайдена точка екстремуму знаходиться на межі робочої області?

13. Як задаються обмеження в оптимізаційній задачі?

14. Як в методі прямого перебору визначається положення екстремуму на площині аргументів цільової функції?

15. Як визначається точність знаходження екстремуму в методі прямого перебору?

**Лабораторна робота № 2**

**“Оптимізація цільової функції системи
методом градієнта”**

**Мета роботи:**

* ознайомитися з методом знаходження екстремуму цільової функції, що оснований на використанні її градієнта;
* дослідити процес рішення оптимізаційної задачі для цільової функції двох змінних ;
* одержати залежність обчислювальних витрат на пошук екстремуму від параметрів алгоритму пошуку;
* оцінити ефективність методу градієнта шляхом порівняння обчислювальних витрат на пошук рішення при використанні даного методу і методів з попередніх лабораторних робіт.

**2.1. Основні теоретичні відомості**

Метод градієнта є одним з найбільш ефективних методів оптимізації, оскільки вибір точок траєкторії пошуку екстремуму здійснюється по лінії градієнта, вздовж якої цільова функція Q найбільш швидко змінюється.

Для опису методу будемо використовувати геометричну модель, в якій рішення задачі є точкою в N-вимірному просторі параметрів, а цільова функція є гіперповерхнею в N+1-вимірному просторі.

Процес пошуку рішення здійснюється шляхом послідовного переміщення робочої точки  у просторі параметрів так, щоб кожне її нове положення відповідало наближенню до точки екстремуму, тобто до точки , у якій цільова функція досягає екстремуму.

Початкове положення робочої точки в задачі безумовної оптимізації може бути обране довільно чи з урахуванням апріорної інформації про властивості досліджуваної системи. Переміщення робочої точки в нове положення називають кроком пошуку. Для виконання кроку необхідно визначити напрямок переміщення і його величину. Для рішення цієї задачі на початку кожного кроку виконується дослідження поводження цільової функції в околі робочої точки. З цією метою обчислюється значення цільової функції в декількох точках простору параметрів, положення яких пов’язане з положенням робочої точки.

Таким чином, рішення оптимізаційної задачі представляє собою багатокроковий процес, кожен крок якого полягає у виконанні наступних дій:

1.**Пошук,** який виконується з метою оцінки властивостей функції Q в околі робочої точки.

2. **Аналіз результатів** **пошуку.** На цьому етапі виконується перевірка умов закінчення процесу пошуку. Умови закінчення пошуку формулюються різним образом у кожному з методів, але усі вони еквівалентні такій умові: у заданому околі робочої точки не існує точок, для яких значення функції Q більше (якщо екстремум є максимумом) чи менше (якщо екстремум є мінімумом), ніж Q(). Якщо умови закінчення пошуку не виконуються, то за результатами пошуку визначається напрямок і величина переміщення робочої точки в нове положення.

3. **Переміщення робочої точки**. Робоча точка одержує нові координати в просторі параметрів і цим завершується виконання кроку пошуку. Для нового положення робочої точки реалізуються перераховані вище етапи. Пошук продовжується доти, поки на деякому кроці не буде виконана умова його закінчення.

Розглянутий у лабораторній роботі метод градієнта відноситься до методів першого порядку, в яких для організації пошуку екстремуму використовується не тільки значення функції Q(X) у різних точках простору параметрів, але і значення її часткових похідних у точці . Ці похідні характеризують швидкість зміни функції Q вздовж напрямів координатних осей. Напрямок найбільш швидкої зміни функції Q характеризується при цьому вектором, проекції якого на координатні осі дорівнюють значенням відповідних часткових похідних функції Q. Такий вектор відомий у математичному аналізі як вектор градієнта G(X).

Якщо позначити координати робочої точки на і-му кроці вектором , то зміст розглянутого методу визначається виразом:



де  – наступна і+1 точка траєкторії пошуку;

 – вектор градієнта, обчислений у точці .

Даний вираз визначає процедуру пошуку максимуму функції Q (робоча точка переміщається в просторі параметрів на величину вектора градієнта). При пошуку мінімуму функції переміщення робочої точки здійснюється в бік, протилежний напрямку градієнта функції, на величину антиградієнта (тобто вектора -).

На практиці переміщення робочої точки здійснюють не на всю довжину вектора , а лише на деяку її частину, обумовлену константою h, тобто:



Умовою закінчення пошуку в даному методі може бути близькість модуля градієнта до нуля, тобто:



де eps – мала величина, значення якої визначає близькість точки траєкторії пошуку до екстремуму (у точці екстремуму =0). Значення eps вибирається в діапазоні 0,001…0,01.

**2.2. Порядок виконання лабораторної роботи**

У лабораторній роботі дослідження методів проводиться на прикладі рішення задачі оптимізації цільової функції двох змінних , яка задана в явному вигляді. Форма представлення цільової функції – поліном другого порядку:



Конкретний вигляд цільової функції визначається значеннями коефіцієнтів полінома  (табл. 2.1).

Для дослідження методу пошуку екстремуму в лабораторній роботі необхідно виконати наступні кроки:

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями.

2. Виконати рішення оптимізаційної задачі для цільової функції згідно індивідуального варіанту задання (табл. 2.1).

3. За допомогою програми (додаток 2) вирішити задачу відшукання екстремуму заданої функції при різних значеннях h = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0.

4. Побудувати залежність обчислювальних витрат на пошук екстремуму від значення h і визначити оптимальне значення h.

5. Для одного з варіантів рішення задачі побудувати траєкторію пошуку екстремуму для перших 4..5 кроків пошуку.

Зверніть увагу на те, що в програмі (додаток 2) при пошуку мінімуму цільової функції необхідно ввести значення керуючої змінної, що дорівнює -1.

Таблиця 2.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №варі­анту | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | Видекстремуму | X1min | X1max | X2min | X2max |
| 1 | 0,1 | 0,2 | 3,0 | 0,1 | 0,1 | 1,5 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 2 | 0,2 | 0,4 | 2,8 | 0,2 | -0,1 | -1,5 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 4 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 5 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 6 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 7 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 8 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 9 | 0,9 | 1,8 | 1,4 | 0,9 | 0,5 | 1,1 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 1,0 | 2,0 | 1,2 | 1,0 | -0,5 | -1,1 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 11 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 12 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 13 | 0,9 | 1,8 | 1,4 | 0,9 | 0,5 | 1,1 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 14 | 1,0 | 2,0 | 1,2 | 1,0 | -0,5 | -1,1 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 15 | 0,1 | 0,2 | 3,0 | 0,1 | 0,1 | 1,5 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 16 | 0,2 | 0,4 | 2,8 | 0,2 | -0,1 | -1,5 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 17 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 18 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 19 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 20 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 21 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 22 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 23 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 24 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 25 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 26 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 27 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 28 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 29 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 30 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |

Крім того, потрібно враховувати, що обчислення часткових похідних цільової функції здійснюється в програмі чисельно, тобто шляхом обчислення відношення збільшення цільової функції до збільшення відповідного аргументу. Величину збільшення аргументу  слід вибирати в діапазоні 0,001…0,0001. Величину eps, що визначає умову закінчення пошуку, слід вибирати в діапазоні 0,01…0,001.

В процесі пошуку екстремуму при великих значеннях h можлива ситуація, коли на кожному кроці значення цільової функції зростає (при пошуку мінімуму) чи зменшується (при пошуку максимуму). В цьому випадку говорять, що процес пошуку розходиться. Рішення задачі при такому значенні h неможливо. Для зупинки програми в такій ситуації необхідно двічі натиснути комбінацію клавіш Ctrl+Break.

**2.3. Контрольні запитання**

1. Дайте геометричну інтерпретацію методів пошуку екстремуму.

2. Назвіть основні ознаки методів оптимізації першого порядку.

3. Дайте характеристику методу градієнта.

4. Як визначається крок зміни аргументів цільової функції в методі градієнта?

5. Що таке вектор градієнта?

6. Як визначається похибка рішення оптимізаційної задачі за методом градієнта?

7. Назвіть основні складові частини алгоритму вирішення оптимізаційної задачі за методом градієнта.

**2.4. Питання для проведення поточного контролю**

1. Загальна характеристика методу градієнта для оптимізації складних систем.

2. Як в методі градієнта визначається крок переміщення робочої точки?

3. Послідовність дій на кожному кроці методу градієнта.

4. Що характеризують часткові похідні цільової функції?

5. Що характеризує градієнт цільової функції?

6. Опишіть процедуру пошуку максимуму цільової функції.

7. Як в методі градієнта переміщується робоча точка на кожному кроці?

8. Умова закінчення пошуку екстремуму в методі градієнта.

9. Як задається цільова функція складної системи в лабораторній роботі?

10. Як чисельно визначити часткові похідні цільової функції?

11. Що таке вектор градієнта?

12. Геометрична інтерпретація пошуку екстремуму методом градієнта.

**Лабораторна робота № 3**

**"Оптимізація цільової функції системи методом модифікованого прямого
перебору "**

**Мета роботи:**

* ознайомитися з методами пошуку екстремуму цільової функції, що основані на використанні прямого перебору множини можливих рішень;
* вивчити алгоритми рішення задачі оптимізації для цільової функції двох змінних Q(x1, x2);
* оцінити властивості методів прямого перебору.

**3.1. Основні теоретичні відомості**

**3.1.1. Постановка задачі оптимізації**

Більшість задач, що розв'язується при синтезі та аналізі систем (при автоматизованому проектуванні систем), формулюються як задачі оптимізації. Зміст цих задач полягає у визначенні таких параметрів досліджуваної системи, при яких значення показників ефективності системи будуть найкращими.

Формальна постановка задачі оптимізації ґрунтується на заданні критерію Q (скалярної величини) як функції внутрішніх параметрів системи

,

де  – внутрішні параметри системи, що розглядаються на даному етапі синтезу (чи аналізу) системи. Критерій Q в узагальненому вигляді характеризує якість досліджуваної системи в залежності від значень її внутрішніх параметрів таким чином, що найкращому рішенню відповідає екстремальне (мінімальне чи максимальне) значення критерію. Тому функцію Q(X) називають функцією цілі чи цільовою функцією.

Якщо на можливі значення параметрів при синтезі системи не накладається ніяких обмежень, то в цьому випадку задача відноситься до класу задач безумовної оптимізації. Задачі цього класу формулюються такий чином: визначити значення аргументів функції Q(X):



такі, що



Визначення критерію Q здійснюється на основі математичної моделі досліджуваної системи. В більшості випадків він визначений неявно, так як математична модель визначає зв'язок між внутрішніми і вихідними параметрами також у неявному виді. В силу цього для рішення оптимізаційних задач синтезу і аналізу систем необхідне застосування спеціальних методів. Досліджуваний у лабораторній роботі метод прямого перебору є найпростішим. Дослідження його практичної реалізації дозволяє легше зрозуміти особливості і властивості більш складних методів рішення оптимізаційних задач.

**3.1.2. Опис методу прямого перебору**

Усі методи рішення оптимізаційних задач синтезу і аналізу систем визначають рішення як процес пошуку оптимуму цільової функції. Для опису методів зручно використовувати геометричну модель. Тоді рішення задачі представляється крапкою в N-вимірному просторі параметрів, а цільова функція – гіперповерхнею в N+1-вимірному просторі.

Процес пошуку рішення здійснюється шляхом послідовного переміщення деякої точки  (робочої точки) у просторі параметрів так, щоб кожне її нове положення відповідало наближенню до точки оптимуму, тобто до точки , у якій цільова функція досягає екстремуму.

Початкове положення робочої точки в задачі безумовної оптимізації може бути обране довільно або з урахуванням апріорної інформації про властивості досліджуваної системи. Переміщення робочої точки в нове положення називають кроком пошуку. Для виконання кроку необхідно визначити напрямок переміщення і його величину. Для рішення цієї задачі на початку кожного кроку виконується дослідження поводження цільової функції в околиці робочої точки. З цією метою обчислюється значення цільової функції в декількох точках простору параметрів, положення яких однозначно визначається положенням робочої точки. Таким чином, рішення оптимізаційної задачі представляє собою багатокроковий процес, кожен крок якого пов'язаний з виконанням наступних дій (етапів):

1.**Пошук,** який виконується з метою оцінки властивостей функції Q в околі робочої точки.

2. **Аналіз результатів** **пошуку.** На цьому етапі виконується перевірка умови закінчення процесу пошуку. Умови закінчення пошуку формулюються різним образом у кожному з методів, але усі вони еквівалентні умові: в заданій околиці робочої точки не існує точок, для яких значення функції Q більше (якщо екстремум є максимумом) чи менше (якщо екстремум є мінімумом), ніж Q(). Якщо умови закінчення пошуку не виконуються, то за результатами пошуку визначається напрямок і величина переміщення робочої точки в нове положення.

3. **Переміщення робочої точки**. Робоча точка одержує нові координати в просторі параметрів і цим завершується виконання кроку пошуку. Для нового положення робочої точки реалізуються перераховані етапи. Пошук продовжується доти, поки на деякому кроці не буде виконана умова його закінчення.

Розглянутий у лабораторній роботі метод прямого перебору відноситься до методів нульового порядку, в яких для організації пошуку оптимуму використовується інформація лише про значення функції Q(X) у різних точках простору змінних.

Особливістю методу прямого перебору є те, що найбільш важливим етапом у процесі оптимізації є пошук нового положення робочої точки. Проведення пошуку у даному методі не вимагає вказівки робочої точки у явному вигляді. Замість цього для виконання пошуку визначається прямокутна область, координати центра якої можна вважати координатами робочої точки. Однак безпосередньо ці координати не використовуються в процесі пошуку.

Область простору змінних , у якій виконується пошук, будемо називати простором пошуку. Її положення визначається шляхом вказівки границь інтервалів, в межах яких можуть змінюватися значення координат точок, що належать області пошуку:

.

Пошук полягає в дослідженні деякої множини точок в області пошуку. Ця множина визначається числом відрізків N, на яке розбиваються інтервали зміни перемінних   Така розбивка визначає в області пошуку прямокутну ґратку, вузли якої і вибираються для обчислення значень цільової функції. Число вузлів ґратки М визначається виразом



З цієї множини вибирається одна з точок, для якої цільова функція Q(X) має найбільше (найменше) значення серед усіх розглянутих точок області пошуку. Обрану в такий спосіб точку будемо позначати :



Ця точка представляє собою результат пошуку, що досліджується. Відшуканням точки  завершується етап пошуку.

На етапі аналізу результатів пошуку визначається положення точки  в області пошуку. Якщо точка  знаходиться усередині області пошуку, то процес рішення оптимізаційної задачі завершується. При цьому точка  представляє собою наближене рішення задачі. Максимальна помилка у визначенні положення оптимуму визначається величиною шага ґратки, заданої в області пошуку. Для кожної із змінних ця помилка визначається виразом



Якщо на етапі аналізу встановлено, що точка  лежить на межі області пошуку, то це означає, що істинне положення оптимуму лежить за межами поточної області пошуку і пошук оптимуму варто продовжити, змістивши поточну область пошуку в нове положення. Рішення цієї задачі здійснюється на наступному етапі.

У даному методі на останньому етапі чергового кроку пошуку здійснюється переміщення в нове положення не робочої точки, а області пошуку без зміни її розмірів. При цьому, нове положення області вибирається так, щоб поточна точка , визначена на даному кроці пошуку, у новому положенні області пошуку розташовувалася усередині області. Це дозволяє виключити зациклення процесу пошуку, яке може виникнути, коли точка  є істинним оптимумом і в новому положенні області пошуку вона також виявляється на межі цієї області.

При використанні даного методу на практиці часто визначають область пошуку настільки широкою, що вона містить точку істинного оптимуму.

У цьому випадку метод пошуку полягає лише у виконанні пошуку таким чином, як це описано вище, без переміщення області пошуку. Тому далі детально описується алгоритм реалізації етапу пошуку, який у літературі часто і називають алгоритмом прямого перебору.

**3.1.3. Алгоритм пошуку оптимуму для цільової функції**

**двох змінних**

Для з'ясування деталей методу пошуку в лабораторній роботі докладно розглядається алгоритм пошуку для випадку, коли число аргументів цільової функції дорівнює двом. Нижче приводиться словесне формулювання алгоритму. У звіті з лабораторної роботи на цій основі повинне бути отримане представлення алгоритму у вигляді блок-схеми, в якій необхідно в укрупненій формі відбити основні деталі даного алгоритму.

***Алгоритм прямого перебору***

(пошук мінімуму цільової функції)

0. Початок.

1. Визнають область пошуку шляхом задання її меж  Для визначення ґраток, у вузлах яких обчислюють значення цільової функції, задають число N, що вказує число відрізків, на яке розбивають інтервали зміни аргументів  і .

2. Значення оптимуму  задають рівним максимально великому числу.

3. Визначають кроки ґраток по кожній змінній  і .

4. Поточне значення координати  задають рівним .

5. Поточне значення координати  задають рівним .

6. Визначають .

7. Якщо , то значення  задають рівним , а координати точки фіксують в якості поточного рішення: 

8. Поточне значення змінної  збільшують на величину 

9. Якщо значення  менше чи дорівнює значенню , то виконують п.6.

10. Поточне значення змінної  збільшують на величину 

11. Якщо значення  менше чи дорівнює значенню , то виконують п.5.

12. Закінчення.

**3.1.4. Опис методу модифікованого прямого перебору**

Метод модифікованого прямого перебору дозволяє скоротити обчислювальні витрати на пошук оптимуму при збереженні загальної ідеї прямого перебору. Витрати на пошук скорочуються завдяки тому, що пошук оптимуму здійснюється в два етапи.

На першому етапі пошук екстремуму ведеться точно так само, як і в методі прямого перебору, але з тією відмінністю, що величина кроку ґратки вибирається максимально велика. У результаті положення точки екстремуму визначається з мінімальними витратами на пошук, але з великою похибкою.

На другому етапі здійснюється уточнення положення оптимуму так, щоб забезпечити необхідну точність рішення задачі оптимізації. Для цього використовується область пошуку розташована навколо приблизно знайденого положення оптимуму, розміри якої зменшуються стосовно тієї, котра використовувалася на першому етапі. Таким чином, на другому етапі пошук ведеться в послідовно зменшуваних областях пошуку доти, доки не буде забезпечене відшукання оптимуму з необхідною точністю.

**3.2. Порядок виконання лабораторної роботи**

У лабораторній роботі дослідження методів проводиться на прикладі рішення задачі оптимізації цільової функції двох змінних , яка задана в явному вигляді. Форма представлення цільової функції – поліном другого порядку:



Конкретний вигляд цільової функції визначається значеннями коефіцієнтів полінома  (табл. 3.1).

Для дослідження методу пошуку екстремуму в лабораторній роботі необхідно виконати наступні кроки:

1. Ознайомитися з методом прямого перебору. Використовуючи програму з додатку 1, одержати рішення задачі при наступних початкових даних:

Таблиця 3.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №варі­анту | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | Видекстремуму | X1min | X1max | X2min | X2max |
| 1 | 0,1 | 0,2 | 3,0 | 0,1 | 0,1 | 1,5 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 2 | 0,2 | 0,4 | 2,8 | 0,2 | -0,1 | -1,5 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 4 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 5 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 6 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 7 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 8 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 9 | 0,9 | 1,8 | 1,4 | 0,9 | 0,5 | 1,1 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 1,0 | 2,0 | 1,2 | 1,0 | -0,5 | -1,1 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 11 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 12 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 13 | 0,9 | 1,8 | 1,4 | 0,9 | 0,5 | 1,1 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 14 | 1,0 | 2,0 | 1,2 | 1,0 | -0,5 | -1,1 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 15 | 0,1 | 0,2 | 3,0 | 0,1 | 0,1 | 1,5 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 16 | 0,2 | 0,4 | 2,8 | 0,2 | -0,1 | -1,5 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 17 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 18 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 19 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 20 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 21 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 22 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 23 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 24 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 25 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 26 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 27 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 28 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 29 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 30 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |

* усі коефіцієнти полінома  дорівнюють 1;
* границі області пошуку ;
* величина N дорівнює 3, а відносна похибка – 0,5;
* тип екстремуму – мінімум.

Для цих даних необхідно побудувати траєкторію пошуку як послідовність областей пошуку, що змінюються в процесі пошуку.

2. Дослідити ефективність рішення задачі методом прямого перебору. Дослідження ефективності проводиться на прикладі конкретної функції, вигляд якої визначається у відповідності з варіантом завдання.

Для заданої функції необхідно провести пошук рішення при різних значеннях N. Побудувати графік залежності витрат на пошук S від величини N. Визначити з графіка оптимальне значення N і відповідні цьому значенню витрати на пошук.

При виконанні лабораторної роботи рекомендується використовувати додаток 1 даного методичного посібника.

**3.3. Контрольні запитання**

1. Що таке цільова функція і як вона визначається?

2. Назвіть основні етапи оптимізаційної процедури.

3. Дайте характеристику методу прямого перебору.

4. Як визначається крок зміни аргументів цільової функції?

5. Дайте характеристику методу модифікованого прямого

 перебору.

6. Як визначається похибка рішення оптимізаційної задачі?

7. Назвіть основні складові частини алгоритму вирішення оптимізаційної задачі за методом прямого перебору.

**3.4. Питання для проведення поточного контролю**

1. Формальна постановка задачі оптимізації складної системи.

2. Загальна характеристика задачі безумовної оптимізації.

3. Загальна характеристика методу модифікованого прямого перебору.

4. Охарактеризуйте обчислювальну складність методу модифікованого прямого перебору.

5. Як визначається крок переміщення робочої точки?

6. Як визначається початкове положення робочої точки?

7. Як задається область значень аргументів цільової функції?

8. Алгоритм модифікованого прямого перебору.

9. Як задається розбиття на відрізки області значень аргументів цільової функції?

10. Як в лабораторній роботі визначається загальний вигляд та чисельні значення цільової функції?

11. Яка умова завершення процедури пошуку екстремуму в методі модифікованого перебору?

12. Які дії виконуються, якщо знайдена точка екстремуму знаходиться на межі робочої області?

13. Як задаються обмеження в оптимізаційній задачі?

14. Як в методі модифікованого прямого перебору визначається положення екстремуму на площині аргументів цільової функції?

15. Як визначається точність знаходження екстремуму в методі модифікованого прямого перебору?

**Лабораторна робота № 4**

**“Оптимізація цільової функції системи методом**

**покоординатного спуска”**

**Мета роботи:**

* ознайомитися з методом Гауса для знаходження екстремуму цільової функції, який заснований на використанні ідеї
покоординатного переміщення робочої точки;
* вивчити процес рішення оптимізаційної задачі для цільової функції двох змінних ;
* при рішенні задачі одержати залежність обчислювальних витрат на пошук рішення від параметрів алгоритму пошуку;
* оцінити ефективність методу Гауса шляхом порівняння обчислювальних витрат на пошук рішення при використанні даного методу і методів, досліджених в лабораторній роботі № 1.

**4.1. Основні теоретичні відомості**

Метод Гауса (метод покоординатного спуска) відноситься до методів нульового порядку, в яких для організації пошуку екстремуму використовується тільки значення функції Q(X) у різних точках простору змінних. Це забезпечує зменшення загальних обчислювальних витрат на пошук екстремуму. Також у методі Гауса максимально спрощені процедури пошуку і переміщення робочої точки.

Робоча точка в цьому методі переміщується вздовж заздалегідь фіксованих напрямків, що збігаються з напрямками координатних осей. Величина відстані (кроку), на яку переміщається робоча точка, також заздалегідь фіксується. Процедура пошуку зводиться лише до обчислення значення цільової функції в кожному новому положенні робочої точки. Аналіз результатів пошуку полягає в порівнянні значень цільової функції для двох сусідніх положень робочої точки. На основі цього порівняння приймається рішення про напрямок руху (ліворуч, праворуч, догори чи донизу) і про припинення руху вздовж обраного напрямку.

Для прискорення руху робочої точки в напрямку екстремуму величина кроку  повинна вибиратися досить великою. Однак це означає, що знижується точність визначення положення екстремуму. Для досягнення необхідної точності використовується наступна ідея: після відшукання положення екстремуму (з великим кроком) величина кроку зменшується в N раз і пошук повторюється з новим зменшеним значенням кроку, але вже в околиці точки екстремуму. Після одержання нового більш точного рішення крок знову зменшується в N раз. Процес пошуку йде доти, поки значення кроку не зменшиться до величини , яка забезпечує необхідну точність.

**4.2. Порядок виконання лабораторної роботи**

У лабораторній роботі дослідження методів проводиться на прикладі рішення задачі оптимізації цільової функції двох змінних , яка задана в явному вигляді. Форма представлення цільової функції – поліном другого порядку:



Конкретний вигляд цільової функції визначається значеннями коефіцієнтів полінома  (табл. 4.1).

Для дослідження методу пошуку екстремуму в лабораторній роботі необхідно виконати наступні кроки:

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями.

2. Виконати рішення оптимізаційної задачі для цільової функції згідно індивідуального варіанту задання (табл. 4.1).

3. Виконати рішення задачі для значень
 N = 2,6; 2,7; 2,8; 3,0; 4,0.

4. Одержати залежність обчислювальних витрат на пошук екстремуму від величини N. Визначити оптимальне значення N.

5. Для одного з варіантів рішення задачі побудувати траєкторію пошуку екстремуму для перших 8…10 кроків.

При виконанні лабораторної роботи рекомендується використовувати додаток 1 даного методичного посібника.

**4.3. Контрольні запитання**

1. Що таке цільова функція і як вона визначається?

2. Назвіть основні ознаки методів оптимізації нульового порядку.

3. Дайте характеристику методу Гауса.

4. Як визначається крок зміни аргументів цільової функції в методі Гауса?

5. Як визначається напрямок руху при пошуку екстремуму?

6. Як визначається похибка рішення оптимізаційної задачі?

7. Назвіть основні складові частини алгоритму вирішення оптимізаційної задачі за методом Гауса.

Таблиця 4.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №варі­анту | A0 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | Видекстремуму | X1min | X1max | X2min | X2max |
| 1 | 0,1 | 0,2 | 3,0 | 0,1 | 0,1 | 1,5 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 2 | 0,2 | 0,4 | 2,8 | 0,2 | -0,1 | -1,5 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 4 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 5 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 6 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 7 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 8 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 9 | 0,9 | 1,8 | 1,4 | 0,9 | 0,5 | 1,1 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 1,0 | 2,0 | 1,2 | 1,0 | -0,5 | -1,1 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 11 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 12 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 13 | 0,9 | 1,8 | 1,4 | 0,9 | 0,5 | 1,1 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 14 | 1,0 | 2,0 | 1,2 | 1,0 | -0,5 | -1,1 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 15 | 0,1 | 0,2 | 3,0 | 0,1 | 0,1 | 1,5 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 16 | 0,2 | 0,4 | 2,8 | 0,2 | -0,1 | -1,5 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 17 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 18 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 19 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 20 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 21 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | min | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 22 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | max | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 23 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | min | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 24 | 0,5 | 1,0 | 2,2 | 0,5 | 0,3 | 1,3 | max | 0 | 1 | 1 | 2 |
| 25 | 0,6 | 1,2 | 2,0 | 0,6 | -0,3 | -1,3 | min | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 26 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | max | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 27 | 0,8 | 1,6 | 1,6 | 0,8 | -0,4 | -1,2 | min | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 28 | 0,7 | 1,4 | 1,8 | 0,7 | 0,4 | 1,2 | max | 1 | 2 | 1 | 2 |
| 29 | 0,3 | 0,6 | 2,6 | 0,3 | 0,2 | 1,4 | min | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 30 | 0,4 | 0,8 | 2,4 | 0,4 | -0,2 | -1,4 | max | -1 | 0 | 0 | 1 |

**Додаток 1**

**Приклад програми пошуку екстремуму цільової функції методом прямого перебору**

% Теорія систем та системний аналіз Лабораторна робота №1 Метод прямого

% перебору

% Введення початкових даних для пошуку екстремуму

clear all;

% Заголовок діалогового вікна для введення початкових даних

DlgInputTitle='ТССА ЛР №1 Метод прямого перебору';

% Назви полей для введення початкових даних

PromptDlgInput={'Параметр системи X1\_MIN X1\_MAX', 'Параметр системи X2\_MIN X2\_MAX', ...

 'Цільова функція коеф поліному A0...A5', ...

 'Тип екстремуму min/max', 'Крок зміни значень X1', 'Крок зміни значень X2'};

% Значення за замовчуванням полей для введення початкових даних

DefDlgInput={'0 1', '0 1', '1 1 0 0 0 0', 'min', '0.01','0.01',};

% Кількість рядків в полі для введення початкових даних

LineNo=1;

% Додаткові опції діалогового вікна

AddOpts.Resize='on';

AddOpts.WindowStyle='normal';

AddOpts.Interpreter='none';

% Діалогове вікно введення початкових даних

AnswerDlg=inputdlg(PromptDlgInput, DlgInputTitle, LineNo, DefDlgInput, AddOpts);

% Зчитування початкових даних

X1=str2num(AnswerDlg{1}); X1\_min=X1(1); X1\_max=X1(2); % Параметр системи X1\_MIN X1\_MAX

X2=str2num(AnswerDlg{2}); X2\_min=X2(1); X2\_max=X2(2); % Параметр системи X2\_MIN X2\_MAX

% Цільова функція коеф поліному A0...A5

A0\_5=str2num(AnswerDlg{3}); A0=A0\_5(1); A1=A0\_5(2); A2=A0\_5(3); A3=A0\_5(4); A4=A0\_5(5); A5=A0\_5(6);

TypeExtr=AnswerDlg{4}; % Тип екстремуму min/max

Delta\_X1=str2num(AnswerDlg{5}); % Крок зміни значень X1

Delta\_X2=str2num(AnswerDlg{6}); % Крок зміни значень X2

% Формування двовимірної сітки значень для кожного з параметрів системи

% X1\_grid - це двовимірний масив, X2\_grid - це також ще один двовимірний масив

[X1\_grid, X2\_grid] = meshgrid([ X1\_min : Delta\_X1 : X1\_max ], [ X2\_min : Delta\_X2 : X2\_max ]);

% Обчислення значень цільової функції

Q\_sys = A0 + A1.\*X1\_grid + A2.\*X2\_grid + A3.\*X1\_grid.\*X2\_grid + A4.\*X1\_grid.^2 + A5.\*X2\_grid.^2;

% Пошук екстремуму

switch TypeExtr

 case 'min'

 [Q\_sys\_row,j\_extr] = min(Q\_sys);

 [Q\_sys\_extr,i\_extr] = min(Q\_sys\_row);

 case 'max'

 [Q\_sys\_row,j\_extr] = max(Q\_sys);

 [Q\_sys\_extr,i\_extr] = max(Q\_sys\_row);

end;

X1\_extr=X1\_grid(1,i\_extr); X2\_extr=X2\_grid(j\_extr(i\_extr),1);

% Виведення результатів в командне вікно

fprintf('\n------------- ТССА ЛР №1 Метод прямого перебору -----------------');

fprintf('\nПараметр системи X1\_MIN X1\_MAX --> %10.3f %10.3f', X1);

fprintf('\nПараметр системи X2\_MIN X2\_MAX --> %10.3f %10.3f', X2);

fprintf('\nЦільова функція коеф поліному A0...A5 --> %5.1f %5.1f %5.1f %5.1f %5.1f %5.1f ', A0\_5);

fprintf('\nТип екстремуму min/max --> %5s', TypeExtr);

fprintf('\nКрок зміни значень X1 --> %10.3f', Delta\_X1);

fprintf('\nКрок зміни значень X2 --> %10.3f', Delta\_X2);

fprintf('\nКоординати екстремуму X1\_extr X2\_extr --> %10.3f %10.3f', X1\_extr, X2\_extr);

fprintf('\nЗначення цільової функції в точці екстремуму Q\_extr--> %10.3f', Q\_sys\_extr);

fprintf('\n');

% Виведення графіків

% 3-D графік

figure; Q\_sys\_graf=mesh(X1\_grid, X2\_grid, Q\_sys);

title('Цільова функція складної системи');

xlabel('Параметр системи X1'); ylabel('Параметр системи X2'); zlabel('Значення цільової функції Q sys');

% Контурні лінії на графіку

figure; contour(X1\_grid, X2\_grid, Q\_sys, round((X1\_max-X1\_min)/Delta\_X1)); colorbar('vert');

title('Значення цільової функції складної системи Q sys');

xlabel('Параметр системи X1'); ylabel('Параметр системи X2');







------------- ТССА ЛР №1 Метод прямого перебору -----------------

Параметр системи X1\_MIN X1\_MAX --> 3.000 5.000

Параметр системи X2\_MIN X2\_MAX --> 0.000 1.000

Цільова функція коеф поліному A0...A5 --> 1.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0

Тип екстремуму min/max --> min

Крок зміни значень X1 --> 0.010

Крок зміни значень X2 --> 0.010

Координати екстремуму X1\_extr X2\_extr --> 3.000 0.000

Значення цільової функції в точці екстремуму Q\_extr--> 4.000

>>







------------- ТССА ЛР №1 Метод прямого перебору -----------------

Параметр системи X1\_MIN X1\_MAX --> -2.000 3.000

Параметр системи X2\_MIN X2\_MAX --> 3.000 5.000

Цільова функція коеф поліному A0...A5 --> 1.0 1.0 0.0 0.0 -3.0 0.0

Тип екстремуму min/max --> min

Крок зміни значень X1 --> 0.010

Крок зміни значень X2 --> 0.010

Координати екстремуму X1\_extr X2\_extr --> 3.000 3.000

Значення цільової функції в точці екстремуму Q\_extr--> -23.000

>>







------------- ТССА ЛР №1 Метод прямого перебору -----------------

Параметр системи X1\_MIN X1\_MAX --> -2.000 5.000

Параметр системи X2\_MIN X2\_MAX --> -3.000 3.000

Цільова функція коеф поліному A0...A5 --> 1.0 1.0 0.0 0.0 3.0 2.0

Тип екстремуму min/max --> min

Крок зміни значень X1 --> 0.010

Крок зміни значень X2 --> 0.010

Координати екстремуму X1\_extr X2\_extr --> -0.170 0.000

Значення цільової функції в точці екстремуму Q\_extr--> 0.917

>>

**Додаток 2**

**Приклад програми оптимізація цільової функції системи
методом градієнта**

{пошук екстремуму цільової функції методом градієнта}

uses crt;

label 1, 2, 3, 4;

var X1, X2, X10, X20, DeltaX, Q, dQx1, dQx2, Qopt, X1opt, X2opt,

 DX1opt, DX2opt, ModG, h, Eps:real;

 A:array[0..5] of real;

 Step:array[0..500,1..6] of real;

 i, j, s, ns, N, Control, Control1:integer;

 P:longint;

function Y(X1,X2:real):real;

 begin Y:=A[0]+A[1]\*X1+A[2]\*X2+A[3]\*X1\*X2+A[4]\*X1\*X1+A[5]\*X2\*X2 end;

 begin

 ClrScr;

 Writeln(' Лабораторна робота N 3');

 Writeln(' "Оптимізація цільової функції системи градієнтним методом"');

 Writeln('по курсу "Теорія синтезу і аналізу складних систем"');

 WriteLn; WriteLn;

 WriteLn('Знайдіть функцію Q(X1,X2),задав коефіцієнти A0-A5 полінома');

 WriteLn('Y=A0 + A1\*X1 + A2\*X2 + A3\*X1\*X2 + A4\*X1^2 + A5\*X2^2');

 for i:=0 to 5 do

 begin

 Write('A',i:1,'='); ReadLn(A[i]);

 end;

 Write('Вкажіть вид екстремуму (Max: +1/ Min: -1):'); ReadLn(Control);

 Write('Задайте допустиме відхилення градієнта от 0 - Eps:'); ReadLn(Eps);

 WriteLn('Задайте величину зміщення точки по координатним осям при визначенні:');

 Write('Часткових похідних dQ(X1,X2)/dXi:DeltaX ='); ReadLn(DeltaX);

 WriteLn('Задайте початкові координати робочої точки: ');

 Write('X10='); ReadLn(X10);

 Write('X20='); ReadLn(X20);

3:Write('Задайте коефіцієнт h, що пов’язує переміщення з модулем градієнта:');

 ReadLn(h);

4:X1:=X10; X2:=X20; P:=0; ModG:= 1e9; Q:=1e9;

 while (ModG > Eps)and(Q<>Y(X1,X2)) do

 begin

 Q:=Y(X1,X2);

 dQx1:=(Y(X1 + DeltaX,X2) - Q)/DeltaX;

 dQx2:=(Y(X1,X2 + DeltaX) - Q)/DeltaX;

 ModG:=Sqrt(sqr(dQx1) + sqr(dQx2));

 if P <= 500

 then

 begin

 Step[p,1]:=X1; Step[p,2]:=X2; Step[p,3]:=Q;

 Step[p,4]:=dQx1; Step[p,5]:=dQx2; Step[p,6]:=ModG\*h;

 end;

 Writeln;

 Writeln('Для робочої точки P с номером ',P:1,' отримано :');

 WriteLn('X1=',X1:7:4,'; ''X2=',X2:7:4,'; ','Q(X1,X2)=',Q:7:4,';');

 WriteLn(' dQx1/dx1=',dQx1:7:5,'; dQx1/dx2=',dQx1:7:5,';');

 WriteLn('Величина модуля градієнта функції Q:Mod(G)=',ModG:6:4,';');

 WriteLn('Величина кроку H\*Mod(G):',h\*ModG:6:5,'.');

 P:=P+1;

 X1:=X1 + Control\*h\*dQx1; X2:=X2 + Control\*h\*dQx2;

 Readln;

 end;

 if ModG <= Eps

 then

 begin

 Writeln;

 Writeln('Робоча точка P с номером ',P-1:2,' представляє рішення!');

 WriteLn('X1=',X1:6:3,'; X2=',X2:6:3,'; Q(X1,X2)=',Q:6:4,';');

 WriteLn('Величина модуля градієнта функції Q:Mod(G)=',ModG:6:4,';');

 WriteLn('Максимальна можлива абсолютна похибка визначення ');

 WriteLn('Координат точки екстремуму цільової функції Q складає:');

 WriteLn('Для координати X1 - ',dQx1\*h:7:5,', для координати X2 - ',dQx2\*h:7:5);

 WriteLn(' Витрати на пошук (кількість вичислений функції Q):',p\*3:5);

 X1opt:=(A[2]\*A[3]-2\*A[1]\*A[5])/(4\*A[4]\*A[5]-A[3]\*A[3]);

 X2opt:=(A[1]\*A[3]-2\*A[2]\*A[4])/(4\*A[4]\*A[5]-A[3]\*A[3]);

 Qopt:=Y(X1opt,X2opt);

 Write('Точний розв’язок ( аналітичний ):');

 WriteLn('X1opt:',X1opt:6:4,' X2opt:',X2opt:6:4,' Qopt:',Qopt:7:4,';');

 WriteLn;

 Write('Траєкторію пошуку виводити?(1-да/0=нет)'); ReadLn(Control1);

 if Control1=0 then goto 1;

 2:WriteLn('Вкажіть номер точки, починаючи з якої ви хочете');

 Write('Вивести траєкторію пошуку: Number='); ReadLn(ns);

 Write('Вкажіть кількість точок, що виводиться (<=18) в траєкторії: Steps=');

 ReadLn(s);

 for i:=ns to ns+s-1 do

 WriteLn('Step:',i:2,' X1=',Step[i,1]:6:3,' X2=',Step[i,2]:6:3,

 ' Q=',Step[i,3]:6:3,' dQx1=',Step[i,4]:6:3,

 ' dQx2=',Step[i,5]:6:3,' ModG\*h=',Step[i,6]:6:3);

 Write('Виведення результатів продовжити?(1 - так/0 - ні)'); ReadLn(Control1);

 if Control1 = 1 then goto 2;

 1:Write('Повторити розв’язок задачі при новому значенні h ?(1-так/0=ні)');

 ReadLn(Control1);

 if Control1=1 then goto 3;

 end

 else

 begin

 Writeln;

 Writeln('Особливий випадок! Значення цільової функції в поточній точці');

 WriteLn('співпадає зі значенням її в попередній точці. Якщо при цьому');

 WriteLn('співпадуть модулі градієнтів, то можливе зациклення процесу.');

 WriteLn('Доцільне повторення пошуку з використанням іншої ');

 WriteLn('початкової точки.');

 WriteLn('Задайте початкові координати робочої точки: ');

 Write('X10='); ReadLn(X10);

 Write('X20='); ReadLn(X20); goto 4;

 end

end.

**Додаток 3**

**Приклад програми пошуку екстремуму цільової функції методом модифікованого прямого перебору**

{Пошук екстремуму цільової функції методом модифікованого прямого перебору}

uses crt;

const Eps=0.00001;

label 1, 2, 3;

var X1, X2, X1min, X1max, X2min, X2max, DeltaX1, DeltaX2, SX1, SX2,

 Q, Qopt, X1opt, X2opt, Eps1, Eps2, Eps10, Eps20:real;

 A:array[0..5] of real;

 Step:array[1..500,1..3] of real;

 i, j, s, ns, Control:integer;

 N:real;

 P:longint;

function Y(X1,X2:real):real;

 begin

 Y:=A[0]+A[1]\*X1+A[2]\*X2+A[3]\*X1\*X2+A[4]\*X1\*X1+A[5]\*X2\*X2

 end;

begin

 ClrScr;

 Writeln("Лабораторна робота N 1");

 Writeln("Оптимізація цільової функції системи методом модифікованого прямого перебору");

 Writeln("по курсу " Теорія систем і системний аналіз");

 WriteLn; WriteLn;

 WriteLn("Визначити функцію Q(X1,X2),задав коефіцієнти A0-A5 поліному");

 WriteLn("Y=A0+A1\*X1+A2\*X2+A3\*X1\*X2+A4\*X1^2+A5\*X2^2");

 for i:=0 to 5 do

 begin Write('A',i:1,'='); ReadLn(A[i]); end;

 Write("Вкажіть відносну помилку визначення положення екстремуму");

 Write("по координаті X1: EpsX1 = "); ReadLn(Eps10);

 Write("Вкажіть відносну помилку визначення положення екстремуму ");

 Write(" по координаті X2: EpsX2 = "); ReadLn(Eps20);

 Writeln("Визначте простір пошуку оптимуму функції Q(X1,X2), задано");

 WriteLn("Границі інтервалів зміни аргументів функції: ");

 Write('X1min='); ReadLn(X1min);

 Write('X1max='); ReadLn(X1max);

 Write('X2min='); ReadLn(X2min);

 Write('X2max='); ReadLn(X2max);

 Writeln('Вкажіть кількість відрізків N, на яке розбиваються інтервали);

 Write('Зміна аргументів X1 и X2: N = '); ReadLn(N);

 SX1:=X1max - X1min; SX2:=X2max - X2min;

 DeltaX1:=SX1/N; DeltaX2:=SX2/N;

 WriteLn('Крок ґратки по координаті X1: DeltaX1 =', DeltaX1:5:4);

 WriteLn('Крок ґратки по координаті X2: DeltaX2 =', DeltaX2:5:4);

 Write('Вкажіть вид екстремуму (Max - 0/ Min - 1)');

 Write(':'); ReadLn(Control);

 if Control=0 then Qopt:=-1e20 else Qopt:=1e20;

 P:=0;

1:X1:=X1min;

 while X1 <= (X1max+Eps) do begin X2:=X2min;

 while X2 <= (X2max+Eps) do begin Q:=Y(X1,X2); P:=P+1;

 if P <= 500 then begin

 Step[p,1]:=X1; Step[p,2]:=X2; Step[p,3]:=Q; end;

 if Control = 1 then

 if Q < Qopt

 then begin Qopt:=Q;X1opt:=X1;X2opt:=X2 end;

 if Control = 0 then

 if Q > Qopt

 then begin Qopt:=Q;X1opt:=X1;X2opt:=X2 end;

 X2:=X2 + DeltaX2; end;

 X1:=X1 + DeltaX1; end;

 Writeln;

 WriteLn('В поточній області пошуку отриманого розвязка:');

 WriteLn('X1opt:',X1opt:6:4,' X2opt:',X2opt:6:4,' Qopt:',Qopt:6:4,';');

 WriteLn('Витрати на пошук (кількість обчислень функції Q):',P:5);

 WriteLn;

 WriteLn; WriteLn('Аналіз отриманого розвязку:');

 if (X1opt < (X1min+Eps)) or (X1opt >(X1max-Eps)) or

 (X2opt < (X2min+Eps)) or (X2opt >(X2max-Eps))

 then begin

 if X1opt > (X1max-Eps) then begin

 Writeln('Отриманий розв’язок лежить на правій границі області пошуку X1хmax.');

 X1min:=X1max - DeltaX1; X1max:=X1min + SX1; end;

 if X1opt < (X1min+Eps) then begin

 Writeln(' Отриманий розв’язок лежить на лівій границі області пошуку X1min.');

 X1max:=X1min + DeltaX1; X1min:=X1max - SX1; end;

 if X2opt > (X2max-Eps) then begin

 Writeln(' Отриманий розв’язок лежить на верхній границі області пошуку X2max.');

 X2min:=X2max - DeltaX2; X2max:=X2min+SX2 end;

 if X2opt < (X2min+Eps) then begin

 Writeln(' Отриманий розв’язок лежить на нижній границі області пошуку X2min.');

 X2max:=X2min + DeltaX2; X2min:=X2max - SX2; end;

 Writeln('Область пошуку ЗСУНУТА. Пошук продовжується в нових границях:');

 WriteLn('X1min:',X1min:6:4,' X2max:',X2max:6:4);

 Writeln('X2min:',X2min:6:4,' X2max:',X2max:6:4);

 WriteLn; ReadLn; goto 1 end

 else begin

 Writeln('Екстремум функції Q(х1,х2) лежить в середині області пошуку.');

 {WriteLn('X1opt:',X1opt:6:3,' X2opt:',X2opt:6:3,' Qopt:',Qopt:7:3,';');}

 Writeln('Абсолютна помилка визначення координат точки екстремуму');

 Write('Для X1opt не перевищує величину ',DeltaX1:6:4);

 WriteLn(' и для X2opt не перевищує величину ',DeltaX2:6:4);

 Eps1:=abs(DeltaX1/X1opt); Eps2:=abs(DeltaX2/X2opt);

 Writeln(' Відносна помилка визначення координат точки екстремуму ');

 Write('Для X1opt складає величину ',Eps1:6:4);

 WriteLn(' и для X2opt складає величину ',Eps2:6:4);

 if (Eps1>Eps10)or(Eps2>Eps20) then begin

 X1min:=X1opt - DeltaX1; X1max:=X1opt + DeltaX1;

 X2min:=X2opt - DeltaX2; X2max:=X2opt + DeltaX2;

 SX1:=X1max - X1min; SX2:=X2max - X2min;

 DeltaX1:=SX1/N; DeltaX2:=SX2/N;

 Writeln('Область пошуку ЗМЕНШЕНА. Пошук продовжується в нових границях:');

 WriteLn('X1min:',X1min:6:4,' X2max:',X2max:6:4);

 Writeln('X2min:',X2min:6:4,' X2max:',X2max:6:4);

 WriteLn('Новий крок решітки по координаті X1: DeltaX1 =', DeltaX1:5:4);

 WriteLn(' Новий крок решітки по координаті X2: DeltaX2 =', DeltaX2:5:4);

 WriteLn; ReadLn; goto 1 end;

 WriteLn('Рішення задачі отримано!');

 X1opt:=(A[2]\*A[3]-2\*A[1]\*A[5])/(4\*A[4]\*A[5]-A[3]\*A[3]);

 X2opt:=(A[1]\*A[3]-2\*A[2]\*A[4])/(4\*A[4]\*A[5]-A[3]\*A[3]);

 Qopt:=Y(X1opt,X2opt);

 Writeln('Точний розв’язок, отриманий аналітично:');

 WriteLn('X1opt:',X1opt:6:4,' X2opt:',X2opt:6:4,' Qopt:',Qopt:7:4,';');

 WriteLn;

 3:WriteLn('Вкажіть номер точки, починаючи з якої ви хочете');

 Write('Вивести результати пошуку: Number='); ReadLn(ns);

 WriteLn('Вкажіть кількість точок(<=46), для яких ви хочете ');

 Write('Вивести результати пошуку: Steps='); ReadLn(s);

 j:=s div 2;

 WriteLn('N шага X1 X2 Q N шага X1 X2 Q');

 for i:=ns to ns+j-1 do

 WriteLn(' ',i:3,' ',Step[i,1]:6:3,' ',Step[i,2]:6:3,' ',Step[i,3]:6:3,

 ' ',i+j:3,' ',Step[i+j,1]:6:3,' ',Step[i+j,2]:6:3,' ',

 Step[i+j,3]:6:3);

 Write('Виведення результатів продовжувати?(1 - так/0 - ні)'); ReadLn(Control);

 if Control = 1 then goto 3;

 {ReadLn; ReadLn;}

 end;

end.

**ЛІТЕРАТУРА**

1. Скляров И.Ф. Основы системного анализа и синтеза. – М.: Сов. радио, 1983.

2. Теория систем и методы системного анализа в управлении и связи / В.Н. Волкова, В.А. Воронков и др. – М.: Радио и связь, 1983. – 248 с.

3. Денисов А.А., Колесников Д.Н. Теория больших систем управления: Учебное пособие для вузов. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 288 с.

4. Цвиркун А.Д. Основы синтеза структуры сложных систем. – М.: Сов. радио, 1982.

5. Основы системного анализа и проектирования АСУ. Уч. пособие / А.А. Павлов и др. – К.: Выща шк.; 1991. – 367 с.

6. Саркисян С.А., Ахундов В.М., Минаев Э.С. Анализ и прогноз развития больших технических систем. – М.: Наука, 1982. – 280 с.

7. Петров А.В., Яковлев А.А. Анализ и синтез радиотехнических комплексов. –М.: Радио и связь, 1984. – 248 с.

8. Основы моделирования сложных систем. Уч. пос./ Под. ред.
И.В. Кузьмина. –К.: Выща школа, 1981. – 360 с.

9. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976.

10. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Пер. с англ. – М.: Мир, 1985.

11. Гуткин Л.С. Оптимизация радиоэлектронных устройств по векторному критерию. – М.: Сов. радио, 1975.

12. Бусленко Н.П., Калашников В.В., Коваленко И.Н. Лекции по теории сложных систем. – М.: Сов. радио, 1973. – 440 с.

13. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1978, – 400 с.

14. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.: Наука, 1981.

15. Норенков И.П. Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем. – М.: Сов. радио, 1980.

16. Поляк Б.Г. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983.

17. Растригин Л.А. Современные принципы управления сложными объектами. – М.: Сов. радио, 1980.

18. Растригин Л.А. Статистические методы поиска. – М.: Сов. радио, 1983.

19. Шаракшанэ А.С., Железнов И.Г., Ивницкий В.А. Сложные системы. – М.: Высшая школа, 1977. – 248 с.

20. Мельников Ю.Н. Исследования сложных систем. – М.: МЭИ, 1983.

21. Черкашин Г. Н. Методы исследования и оценки качества сложных систем на ранних этапах разработки. – Киев.: Знание, 1978.