

## Зміст та загальна постановка задач багатокритеріальної оптимізації (ЗБО) та методи їх розв'язування

### 7.1. Методи прийняття рішень в умовах багатокритеріальності

У середині минулого століття для вирішення задач прийняття рішень широкого розвитку набули методи дослідження операцій.

Основними етапами вирішення будь-якої задачі в дослідженні операцій є:

- побудова моделі;
- вибір критерія оптимальності;
- знаходження оптимального рішення.

Для цього підходу характерні такі *особливості*:

- передбачається, що модель правильно відображає дійсність, а критерії оптимальності призводять до єдиного рішення;
- на замовлення керівника досліджень аналітики:
  - = досліджують проблему;
  - = досліджують зовнішнє середовище;
  - = будують адекватну модель; у даному випадку ОПР (децидент) найчастіше не потрібна, аналітики самостійно знаходять вдале рішення;
- існує об'єктивний і єдиний критерій успіху в застосуванні методів дослідження операцій. Якщо проблема і критерій визначені, то аналітичний метод однозначно показує наскільки нове рішення краще старого.

Методи дослідження операцій добре працюють, коли є єдиний критерій.

Але коли критеріїв декілька, ситуація істотно змінюється.

*Наприклад*: нехай певна ІТ-компанія хоче:

- мінімізувати (**F1min**) час виконання проекту;
- без збільшення (**F2=const**) на цей період заробітної плати програмістам;
- за умови надання максимуму (**F3max**) функцій програмного використання для замовника;
- отримання компанією максимального прибутку (**F4max**).

Для уточнення співвідношень між критеріями необхідна додаткова інформація про можливі співвідношення цих критеріїв. Дана інформація може бути отриманою тільки від ОПР в цій компанії.

Взагалі багатокритеріальні задачі, що виникли в ідеології методів дослідження операцій, мають одну загальну особливість:

- модель, що описує множину допустимих рішень – є об'єктивною, але якість рішення оцінюється за багатьма критеріями.

Для вибору найкращого варіанту вирішення необхідний компроміс між оцінками за різними критеріями.

В умовах задачі відсутня інформація, що дозволяє знайти такий компроміс, тобто, неможливо аналітичним шляхом знайти співвідношення між критеріями.

Розглянемо *приклад*:

постановка розв'язання класичної задачі при двох умовах, коли, як критерії, використовуються «вартість» і «ефективність» будь-якого проєкту, наприклад, транспортної інформаційної системи міста.

Моделі такого типу складаються з двох частин:

- моделі вартості;
- моделі ефективності.

Обидві моделі можна розглядати як об'єктивні, тому що вони будуються:

- на базі фактичних даних;
- на базі надійного статистичного матеріалу.

Однак, вихідні параметри цих моделей не можуть бути об'єднані аналітично, для цього необхідна думка керівника, який визначає значення вартості та ефективності.

Існує декілька евристичних прийомів, що дозволяють зробити обґрунтований висновок у такій ситуації.

У *першому* випадку ОПР (децидент) задає гранично допустимі значення для всіх критеріїв, крім одного, по якому і проводиться оптимізація.

Наприклад, у випадку пари критеріїв «вартість-ефективність» ОПР задає граничне значення вартості, тому вартість з розряду критеріїв переходить в розряд обмежень. Рішення шукається для ефективності з врахуванням обмежень на вартість.

Як правило, такий метод (перенесення частини критеріїв в обмеження) можливий лише при невеликій кількості критеріїв, що чітко і однозначно описують ситуацію.

У *другому* випадку при складних випадках при великій кількості критеріїв, невідомих наслідках на початковому кроці для вибору співвідношення критеріїв використовується *метод побудови множини Еджворта-Парето (множини Парето)*. Дана множина є областю максимально можливих значень параметрів, включаючи різні співвідношення між параметрами.

Наприклад, для завдання «вартість-ефективність» множина Еджворта-Парето може бути поданою у вигляді лінії на графіку, що є, по суті, різними варіантами співвідношень між критеріями оптимальності задачі. Будь-яке з переліку оптимальних рішень лежить на цій лінії і завдання ОПР полягає в тому, щоб вибрати деяку точку на цій лінії.

При великій кількості критеріїв лінія перетворюється в багатовимірну область Парето, але і в цьому випадку зберігається її основна властивість – виділити область найбільш ефективних рішень.

Таким чином, класичні методи дослідження операцій можуть надати механізм знаходження області Еджворта-Парето, а вже у межах цієї області ОПР повинна вибрати рішення.

## **7.2. Методи узгодження критеріїв у багатокритеріальних задачах**

Розроблено *методи узгодження критеріїв у багатокритеріальних задачах* можна розділити на декілька великих груп:

– *метод вагових коефіцієнтів важливості критеріїв*.

Метод заснований на отриманні додаткової інформації від ОПР та присвоєнні чисельних значень важливості критеріїв на основі цієї інформації. Задача зводиться до об'єднання багатьох критеріїв в один глобальний критерій, який визначається за формулою:

$$C_n = \sum_{i=1}^n w_i \cdot C_i, \quad (7.1)$$

де  $C_i$  – окремі критерії ( $i = 1, \dots, n$ );

$W_i$  – ваги (коефіцієнти важливості критеріїв, їх сума дорівнює одиниці);  
– метод подання рішення багатокритеріальної задачі у вигляді векторів.

В основі цього методу лежить припущення, що ОПР може безпосередньо порівнювати рішення, що подаються йому у вигляді векторів через критеріальний простір, та систематично шукати в цьому просторі найкращий вектор.

Одним із найбільш відомих різновидів цього методу є комп'ютерне подання на екрані дисплея у вигляді різних попарних сполучень критеріїв та вибору найкращого поєднання критеріїв шляхом їх послідовного попарного порівняння;

– методи подальшого дослідження переваг ОПР та вибір одного або декількох із існуючих методів, що найкращим чином вирішує поставлену задачу, наприклад, метод аналізу ієрархій (МАІ).

### 7.3. Модель прийняття рішень в умовах багатокритеріальності

Моделювання як метод дослідження застосовується під час розробки достатньо складних рішень і є побудовою моделей або системи моделей досліджуваного об'єкта для його вивчення.

Дослідження моделей об'єктів дозволяє уточнити особливості та характеристики явищ, що вивчаються. Використання моделей об'єктів дозволяє проводити активні експерименти, які неможливо провести із самим об'єктом.

Дуже часто під час прийняття рішень в умовах невизначеності стає неможливим розрахунок конкретних показників (наявність відсутності даних), тому складно оцінити який з варіантів дій є найкращим.

При розробці моделей прийняття рішень враховують їх структуру:

- мету (цілі);
- альтернативні стратегії;
- стан зовнішнього середовища;
- фактор часу.

Будь-яке рішення визначається поставленими:

- метою;
- критерієм оптимальності;
- або системою цілей, а вони, у свою чергу, повинні містити пріоритетні співвідношення, що показують відносну інтенсивність досягнення цільових функцій.

*Альтернативні стратегії* або очікувані варіанти дій дають можливість вибору оптимального рішення серед всіх можливих. Частковим випадком є вибір одного рішення при порівнянні дій лише з однією альтернативою.

*Стан зовнішнього середовища* – це сукупність зовнішніх факторів та їх майбутній розвиток, що характеризуються невизначеністю. Часто зазначена невизначеність пов'язана не з свідомими діями, а з непроінформованістю про середовище, в якому потрібно приймати рішення.

*Фактор часу* є невід'ємним атрибутом моделі прийняття рішень, оскільки важливими є не лише терміни вибору оптимального варіанту, а й кількість кроків та ітерацій цього процесу.

Таким чином, враховуючи вищесказане, *формалізована модель процесу прийняття рішення в умовах невизначеності, в тому числі багатокритеріальних ЗПР (або БЗО,)* має такий вигляд:

$$(F, B, Z, T, X, W, Q), \quad (7.2)$$

де **F** – моделювання та діагностика проблемної ситуації;

**B** – система обмежень (умови, в яких необхідно прийняти рішення);

**Z** – мета або множина цілей, яких треба досягти;

**T** – фактор часу;

**X** – множина допустимих рішень;

**W** – система переваг оцінювача;

**Q** – критерій вибору прийнятого рішення.

У реальних ситуаціях доводиться приймати рішення на підставі множини критеріїв.

Наприклад, під час вибору нового проекту розглядаються такі критерії:

- тривалість виконання;
- доступність технологій;
- наявність спеціалістів;
- кваліфікація менеджерів тощо.

Деякі критеріїв роблять задачу прийняття рішень *багатокритеріальною*.

Задача багатокритеріального прийняття рішень визначається:

- множиною можливих рішень **A**;
- векторним критерієм **K**;
- відношеннями переваг на множині **A**.

У загальному випадку критерії конкурують один з одним. Наприклад, невисока вартість і престижність комп'ютера.

Аналіз таких ситуацій здійснюють за допомогою визначення *множини Парето*.

#### **7.4. Технологія упорядкування багатокритеріальних альтернатив**

Більшість задач під час прийняття рішень передбачають аналіз не однієї, а багатьох альтернатив, причому кожна альтернатива описується множиною значень критеріїв.

Такі задачі, коли рішення приймається не за одним, а за кількома критеріями, називаються *багатокритеріальними*. Багатокритеріальні задачі розв'язуються як в умовах визначеності, так і невизначеності. Множина невідоміючих альтернатив підлягає структуризації.

Поширеним методом впорядкування альтернатив є парне порівняння на основі якісної інформації з використанням «єдиної порядкової шкали». Наприклад, необхідно упорядкувати студентів певної групи за балами, отриманими з дисциплін «Теорія прийняття рішень» та «Передові технології в автоматизованому виробництві», виходячи із стобальної системи оцінок (бали менше 60 не беруться до уваги).

Припустимо, що дисципліна «Теорія прийняття рішень» важливіша, тоді виконаємо впорядкування поєднання балів. Порівняння будь-якої пари студентів зводиться до пошуку у відповідній попередньо побудованій таблиці поєднань значень критеріїв та відповідних їм рангів.

Недоліком методу впорядкування альтернатив є громіздкість побудови шкали при великій кількості критеріїв.

Іншим прикладом завдань, що передбачають впорядкування багатокритеріальних альтернатив, є наступний:

- студенту-магістранту необхідно вибрати підприємство майбутнього працевлаштування. Вибір виконується на дискретних кінцевих множинах:
  - = експертів, що приймають рішення, наприклад, членів сім'ї (може бути одна ОПР – студент-випускник),
  - = підприємствах потенційного працевлаштування;
  - = соціальний пакет, включаючи термін відпустки тощо;
  - = критеріїв вибору (може бути декілька або один, наприклад, зарплата);
  - = тощо.

На наступних лекціях буде викладено матеріал, що пов'язаний з нечітким багатокритеріальним вибором альтернатив (НБВА) на прикладі:

- нечіткого вибору роботизованих механоскладальних технологій (РМСТ), що розв'язані різними оригінальними методиками;
- виконання практичного заняття “Ідеальний викладач очима студента”, що також базується на використанні різних оригінальних методик;
- використання методу аналізу ієрархій (МАІ).

Вказані, як і багато інших задач, розв'язуються на підставі методично обумовленої обробки певним чином отриманої експертної інформації.