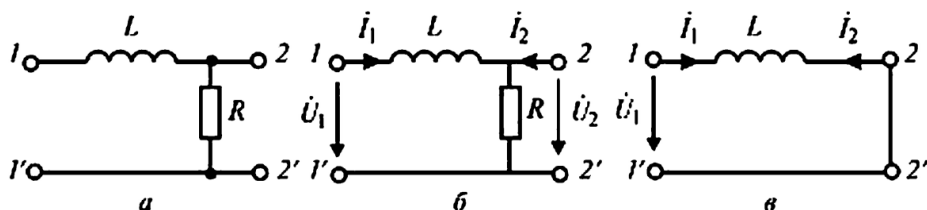


## Практика чотириполюсники

**Задача 1.** Визначити А-параметри для чотириполюсника. Y, Z-параметри знайти по зв'язкам з отриманими параметрами.  $L=100$  мГн,  $R=100$  Ом,  $f=500$  Гц.

Побудуємо схеми для холостого ходу (б) та короткого замикання (в) на затискачах 2-2'.



Запишемо рівняння чотириполюсника типу А.

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2 \end{aligned}$$

Для режиму холостого ходу ( $\dot{I}_2 = 0$ ) система рівнянь для А-параметрів матиме вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11}\dot{U}_2, \quad \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 \\ A_{11} &= \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \quad A_{21} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \end{aligned}$$

Для визначення  $A_{11}$  на вхід кола (б), подаємо напругу  $\dot{U}_1$  та визначаємо  $\dot{U}_2$ .

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \dot{I}_1 R = \frac{\dot{U}_1}{R + j\omega L} R \\ A_{11} &= \frac{\dot{U}_1(R + j\omega L)}{\dot{U}_1 R} = \frac{100 + j6,28 \cdot 500 \cdot 0,1}{100} = 1 + j3,14 = 3,3e^{j72,20} \end{aligned}$$

Для визначення  $A_{21}$  задаємося струмом  $\dot{I}_1$  та визначаємо  $\dot{U}_2$  (б).

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_1 R.$$

Тоді

$$A_{21} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \frac{1}{R} = 0,01 \text{ См.}$$

Для режиму короткого замикання  $\dot{U}_2 = 0$ , система А параметрів прийме вигляд:

$$\dot{U}_1 = -A_{12}\dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = -A_{22}\dot{I}_2$$

Тоді

$$A_{12} = -\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \quad A_{22} = -\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}$$

Для визначення  $A_{12}$  на вхід кола (в) подаємо напругу  $\dot{U}_1$  та знаходимо струм  $\dot{I}_2$ .

Зі схеми видно, що  $\dot{I}_2 = -\dot{I}_1$ , тому

$$\dot{I}_2 = -\frac{\dot{U}_1}{j\omega L}.$$

Підставивши цей струм отримаємо, що  $A_{12} = -\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = j\omega L = j314$  Ом.

$A_{22}$  можна знайти із співвідношення

$$-\dot{I}_2 j\omega L = \dot{I}_1 j\omega L, \quad A_{22} = -\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = 1.$$

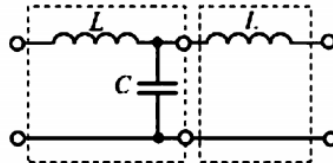
Розрахуємо Y, Z-параметри

$$Z_{11} = \frac{A_{11}}{A_{21}} = \frac{4+j3,14}{0,01} = 100 + j314 \text{ Ом.}$$

$$Z_{21} = \frac{1}{A_{21}} = 100 \text{ Ом.}$$

$$\begin{aligned}
Z_{21} &= Z_{12} = 100 \text{ Ом.} \\
Z_{11} &= \frac{A_{22}}{A_{21}} = \frac{1}{0,01} = 100 \text{ Ом.} \\
Y_{11} &= \frac{A_{22}}{A_{12}} = \frac{1}{j3,14} = -j3,2 \text{ мСм.} \\
Y_{21} &= Y_{12} = -\frac{1}{A_{12}} = -\frac{1}{j3,14} = j3,2 \text{ мСм.} \\
Y_{11} &= \frac{A_{11}}{A_{12}} = \frac{1+j3,14}{j3,14} = 0,01 - j0,0032 = 10 - j3,2 \text{ мСм.}
\end{aligned}$$

**Задача 2.** Знайти матрицю А низькочастотного фільтра, зображеного на рисунку, використовуючи матриці елементарних чотириполосників.



Визначимо матриці  $A_1$ ,  $A_2$  за таблицею 1

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 LC & j\omega L \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Розрахуємо матрицю А складного чотириполосника при касадному включенні елементарних чотириполосників.

$$A = A_2 A_1 = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 LC & j\omega L \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 LC & 2j\omega L - j\omega^3 L^2 C \\ j\omega C & 1 - \omega^2 LC \end{bmatrix}$$

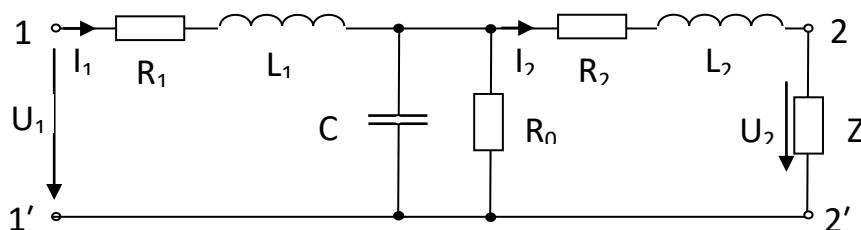
Таблиця 1 – Матриці параметрів простих чотириполосників

Матриці				
Y	$\frac{1}{Z} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} & -\frac{1}{Z_1} \\ -\frac{1}{Z_1} & \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) & -\frac{1}{Z_1} \\ -\frac{1}{Z_1} & \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix}$
Z		$Z \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2) & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & (Z_1 + Z_2) \end{bmatrix}$
A	$\begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z} & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) & Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} & \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) \end{bmatrix}$

**Задача 3.** До чотириполосника приєднаний приймач з опором  $Z = 50 + j50 \text{ Ом}$ . Визначити сталі чотириполосника та знайти вхідні струм і напругу, якщо струм на виході  $I_2 = 1 \text{ А}$ , а параметри елементів чотириполосника такі:

$\omega = 2500 \text{ 1/с}$ ;  $R_1 = 30 \text{ Ом}$ ;  $L_1 = 16 \text{ мГн}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $L_2 = 12 \text{ мГн}$ ;  $R_0 = 100 \text{ Ом}$ ;  $C = 8 \text{ мкФ}$ .

Побудувати векторну діаграму чотириполосника.



I. Знайдемо параметри даного чотириполосника. Із схеми видно, що чотириполосник Т – подібний:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 30 + j2500 \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 30 + j40 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 = 10 + j2500 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 10 + j30 \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_0 = \frac{1}{R_0} + j\omega C = \frac{1}{100} + j2500 \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 0,01 + j0,02 \text{ См};$$

$$\underline{Z}_0 = \frac{1}{\underline{Y}_0} = \frac{1}{0,01 + j0,02} = \frac{0,01 - j0,02}{(0,01 + j0,02)(0,01 - j0,02)} = 20 - j40 \text{ Ом};$$

2. Визначимо сталі чотириполюсника, використовуючи відомі співвідношення між його параметрами та сталими.

$$A_{21} = C = \underline{Y}_0 = 0,01 + j0,02 \text{ См.} \quad A_{22} = D = 1 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_2 = 0,5 + j0,5.$$

$$A_{11} = A = 1 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_1 = 1 + (0,01 + j0,02)(30 + j40) = 1 + 0,3 + j0,4 + j0,6 - 0,8 = 0,5 + j.$$

$$A_{12} = B = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Y}_0 \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 = 30 + j40 + 10 + j30 + (0,01 + j0,02)(30 + j40)(10 + j30) =$$

$$= 40 + j70 + (-0,5 + j)(10 + j30) = 40 + j70 + j10 - 30 - 5 - j15 = 5 + j65 \text{ Ом}.$$

3. Розрахуємо напругу та струм на вході чотириполюсника.

$$\underline{U}_1 = A \underline{U}_2 + B \underline{I}_2,$$

$$\text{де } \underline{U}_2 = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z} = 1 \cdot (50 + j50) = 50 + j50 \text{ В. } (\psi_{i2} = 0).$$

$$\text{Тоді } \underline{U}_1 = (0,5 + j)(50 + j50) + (5 + j65) \cdot 1 = 25 + j25 + j50 - 50 + 5 + j65 = -20 + j140 \text{ В}.$$

$$\underline{I}_1 = C \underline{U}_2 + D \underline{I}_2 = (0,01 + j0,02)(50 + j50) + (0,5 + j0,5) \cdot 1 = 0,5 + j0,5 + j - 1 + 0,5 + j0,5 = j2$$

А.

Таблиця 3.1 – Зв'язок параметрів чотириполюсника

Параметр	Z	Y	H	A
$\underline{Z}$	$\begin{matrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\underline{Y}_{22}}{\Delta_Y} & -\frac{\underline{Y}_{12}}{\Delta_Y} \\ -\frac{\underline{Y}_{21}}{\Delta_Y} & \frac{\underline{Y}_{11}}{\Delta_Y} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta_H}{H_{22}} & \frac{H_{12}}{H_{22}} \\ -\frac{H_{21}}{H_{22}} & \frac{1}{H_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{11}}{A_{21}} & \frac{\Delta_A}{A_{21}} \\ \frac{1}{A_{21}} & \frac{A_{22}}{A_{21}} \end{matrix}$
$\underline{Y}$	$\begin{matrix} \frac{\underline{Z}_{22}}{\Delta_Z} & -\frac{\underline{Z}_{12}}{\Delta_Z} \\ -\frac{\underline{Z}_{21}}{\Delta_Z} & \frac{\underline{Z}_{11}}{\Delta_Z} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{H_{11}} & -\frac{H_{12}}{H_{11}} \\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{\Delta_H}{H_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{22}}{A_{12}} & -\frac{\Delta_A}{A_{12}} \\ -\frac{1}{A_{12}} & \frac{A_{11}}{A_{12}} \end{matrix}$
$H$	$\begin{matrix} \frac{\Delta_Z}{\underline{Z}_{22}} & \frac{\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{22}} \\ \frac{\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{22}} & \frac{1}{\underline{Z}_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{\underline{Y}_{11}} & -\frac{\underline{Y}_{12}}{\underline{Y}_{11}} \\ \frac{\underline{Y}_{21}}{\underline{Y}_{11}} & \frac{\Delta_Y}{\underline{Y}_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A_{12}}{A_{22}} & \frac{\Delta_A}{A_{22}} \\ -\frac{1}{A_{22}} & \frac{A_{21}}{A_{22}} \end{matrix}$
$A$	$\begin{matrix} \frac{\underline{Z}_{11}}{\underline{Z}_{21}} & \frac{\Delta_Z}{\underline{Z}_{21}} \\ \frac{1}{\underline{Z}_{21}} & \frac{\underline{Z}_{22}}{\underline{Z}_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\frac{\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{21}} & -\frac{1}{\underline{Y}_{21}} \\ -\frac{\Delta_Y}{\underline{Y}_{21}} & -\frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{Y}_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} -\frac{\Delta_H}{H_{21}} & -\frac{H_{11}}{H_{21}} \\ -\frac{H_{22}}{H_{21}} & -\frac{1}{H_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{matrix}$

У таблиці позначені:  $\Delta_Z, \Delta_Y, \Delta_H, \Delta_A$  – визначники відповідних матриць

