

ЛЕКЦІЯ 2

Системи координат в картографії і топографії

2.1. Форма і розміри Землі.

Форма Землі є дуже складною. Внаслідок її обертання навколо осі та через віддаленість приекваторіальних та приполярних частин Землі та різних величин центробіжної сили Земля повинна набути форми сфероїда із малою віссю у вигляді земної осі. Однак, внаслідок нерівномірного розподілу мас, різних за густиною в товщі земної кори, в різних точках поверхні Землі створюється відхилення напряму сили тяжіння від напряму до центра Землі, тобто на форму Землі впливає сила тяжіння. Гори, рівнини, низини, западини додатково ускладнюють реальну фізичну поверхню Землі. На сучасному етапі за фізичну фігуру Землі приймають геоїд. **Геоїд – це рівнева поверхня, яка співпадає з незбуреною поверхнею Світового океану і мислимо продовжена під материками так, щоб всюди була перпендикулярна до напрямку висксової лінії.** Точно встановити форму та розміри цієї фігури дуже важко. Відхилення поверхні геоїда від поверхні земного сфероїда складає майже 200 м (від +78 м в районі Нової Гвінеї до -112 м південніше Індостану). Основними способами визначення форми та розмірів Землі є астрономо-геодезичний, метод триангуляції, геофізичний (гравіметричний) та космічний.

Та обставина, що геоїд не є математично правильною і простою фігурою, унеможливило використання його поверхні для проектування на неї точок фізичної поверхні Землі. Тому за основу в топографо-геодезичних та картографічних роботах беруть як допоміжну геометричну поверхню земного еліпсоїда.

При створенні будь-якої карти необхідно вирішити задачу такого ланцюжка: вимірювання на фізичній поверхні Землі (на геоїді) - перехід на математичну поверхню (еліпсоїд) – перехід (проектування) на площину.

В першому наближенні за математичну поверхню Землі приймають **сферу** з радіусом $R_c=6371.1$ км. Більш точно поверхню землі описує **еліпсоїд обертання** (рис.2.1.). Його отримують шляхом обертання еліпса навколо малої осі. Параметри еліпса підбирають таким чином, щоб він найкраще підходив до реальної фізичної поверхні землі, тобто щоб відхилення точок фізичної поверхні від еліпсоїда були мінімальними.

В Україні за основу прийнято **референц-еліпсоїд Красовського Ф.М.** Його розміри: велика піввісь $a=6\ 378\ 245$ м; мала піввісь $b=6\ 356\ 863$ м; різниця півосей $a-b=21\ 382$ м; стиснення Землі $c=(a-b)/a=1/298,3$.

В інших країнах за основу прийнято еліпсоїди **Бесселя** (країни Європи), **Ейрі** (Великобританія), **Кларка** (США), **Евереста** (Індія, Пакистан), **Струве** (Іспанія), **Хайфорда** (країни Азії, Південної Америки, Європи). Стиснення Землі коливається в них від 1/293,5 до 1/311,5.

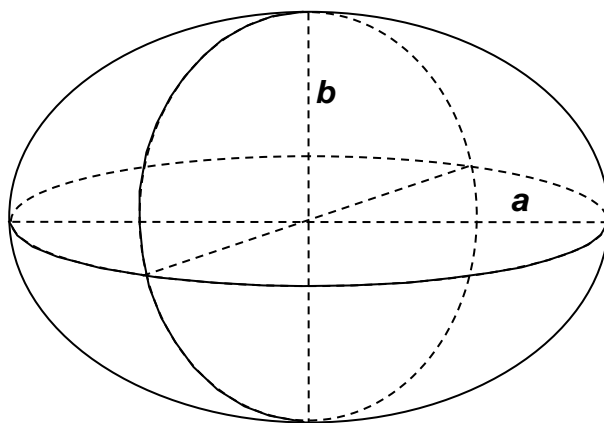


Рис.2.1.

За **початок координат** прийнято центр круглої зали головної будівлі Пулковської

обсерваторії (під Санкт-Петербургом, Росія). Його координати: $\varphi = 59^{\circ}46'18,7''$ пн.ш., $\lambda = 30^{\circ}19'38,6''$ сх.д. За *початок висот* прийнято нульову позначку Кронштадтського футштока.

2.2. Географічні координати.

В геодезії, топографії та картографії використовується кілька систем координат. Положення точок на земному еліпсоїді визначається *географічними координатами*: географічною широтою та географічною довготою. **Географічна широта φ** – кут між *проведеною в даній точці нормаллю і площиною екватора* (рис.2.2). Всі точки із фізичної поверхні Землі проєктуються на поверхню земного еліпсоїда за нормальми. Нормаль – лінія, яка перетинає поверхню земного еліпсоїда під прямим кутом **Географічна довгота λ** – *двогранний кут між площинами нульового (початкового) меридіана та місцевого меридіана*. Початковий меридіан проходить через центр Грінвічської обсерваторії поблизу м.Лондон.

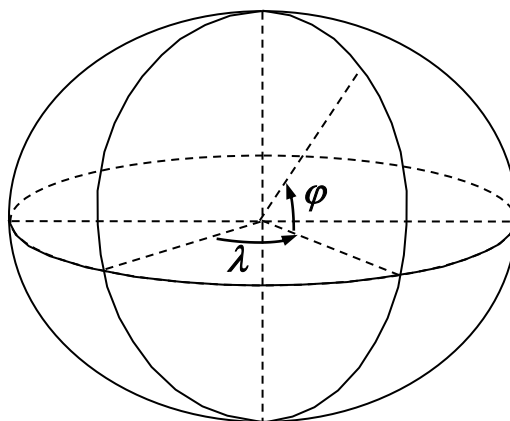


Рис.2.2.

Меридіан – лінія на земного еліпсоїда, всі точки якої мають однакову географічну довготу і яка проходить через полюси. Меридіан – це лінія перетину еліпсоїда з вертикальною площиною, яка містить вісь обертання Землі. **Паралель** – лінія перетину земного еліпсоїда площиною, паралельною площині екватора, всі точки якої мають однакову географічну широту.

2.3. Плоскі прямокутні координати Гауса – Крюгера.

Топографічні карти повинні мати мінімальні спотворення довжин і площ, які неминуче виникають при переході від еліпсоїдальної поверхні до площини. При картографуванні великих територій кривизна Землі буде впливати на величину спотворень. Тому для побудови топографічних карт в Україні та інших країнах Східної Європи застосовується **поперечна циліндрична рівнокутна проєкція Гауса-Крюгера** (Гаус – німецький вчений, який розробив загальну теорію рівнокутних проєкцій, а Крюгер – німецьких вчений, який розробив робочі формули даної проєкції). Застосування цієї проєкції дає можливість практично без суттєвих спотворень зобразити досить значні ділянки земної поверхні, і, що дуже важливо, побудувати на цій території систему плоских прямокутних координат. Ця система є найбільш простою і зручною при проведенні інженерних та топографо-геодезичних роботах.

Зображення земного еліпсоїда в проєкції Гаусса-Крюгера можна отримати таким чином. Еліпсоїд вписують в циліндр так, щоб один із меридіанів дотикався до його бічної поверхні, а площина екватора співпадала із віссю циліндра (була перпендикулярною до осі обертання Землі). Проєктування поверхні земного еліпсоїда на бічну поверхню циліндра відбувається так, щоб нескінченно мала фігура еліпсоїда зберігала свою форму на проєкції (бічній поверхні циліндра). Цим досягається рівність кутів на місцевості і на карті (площині).

Після проектування поверхню циліндра розгортають в площину, розрізавши її по дотичних на полюсах. На отриманому зображенні земної півкулі дотичний меридіан та екватор зобразяться прямими, всі інші – кривими лініями. Масштаб зображення буде зберігатися на дотичному меридіані. В місцях, що прилягають до цього меридіана, спотворення будуть мінімальними, а при віддаленні від нього будуть швидко зростати.

В результаті досліджень було встановлено, що оптимальні розміри території зображення повинні обмежуватися меридіанами, віддаленими один від одного на 6° (рис.2.3). Ця фігура отримала назва *сфероїдального двокутника*. Його розміри: 180° по широті (від полюса до полюса), і 6° по довготі. Не дивлячись на те, що площа зони в проекції (зони Гауса) буде збільшеною, відносні спотворення довжин у найбільш віддалених від середнього меридіана точках екватора на межі зони складатиме $1/800$. Максимальні спотворення довжин в межах зони складає $+0,14\%$, а площ – $+0,27\%$, а в межах України – ще менші. Таким чином, спотворення довжин та площ в межах зони менші, ніж спотворення, що виникають при друці карти за рахунок деформації паперу. ***Зображення зони в проекції Гауса практично не має спотворень і допускає будь-які карто- та морфометричні роботи.***

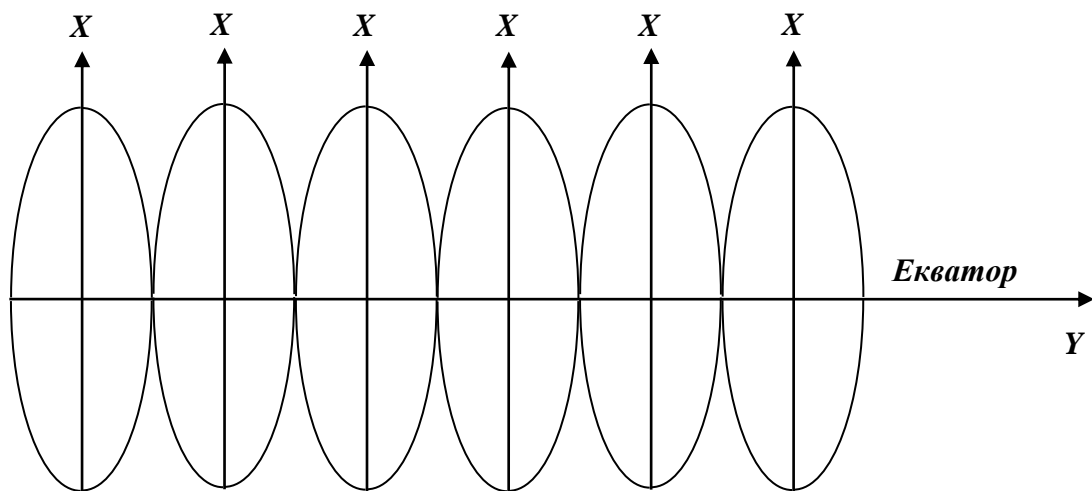


Рис.2.3.

Кожна шестиградусна зона будується на окремому дотичному циліндрі. Границями зон є меридіани, які одночасно є границями колон, що використовуються при розграфленні аркушів карт. Границі зон на поверхні земного еліпсоїда проводяться в системі географічних координат. Нульовий (Гринвіцький) меридіан є західною границею першої зони, 6° сх.д. – 2-ої, 12° сх.д. – 3-ої. Всього є 60 зон. Їх нумерують із заходу на схід проти годинникової стрілки. Територія України знаходиться в 4-7 зонах Гауса. Для визначення довготи меридіанів, що обмежують зону, та середнього (осьового) меридіана зони застосовують такі формули:

$$\text{для східної півкулі: } L_{зах.} = 6^\circ(n-1); L_{ос.} = 6^\circ n - 3^\circ; L_{сх.} = 6^\circ n;$$

$$\text{для західної півкулі: } L_{зах.} = 180^\circ - 6^\circ(n - 30 - 1); L_{ос.} = 180^\circ - 6^\circ(n - 30) + 3^\circ; L_{сх.} = 180^\circ - 6^\circ(n - 30), \text{ де } n - \text{ номер зони Гауса.}$$

Нумерація колон і зон пов'язані між собою і різняться на 30 одиниць. У східній півкулі $N_{колони} = N_{зони} + 30$.

Система плоских прямокутних координат створюється для кожної зони Гауса.

Середній меридіан зони є осьовим і співпадає із напрямом осі абсцис – X , а лінія екватора замінює вісь ординат Y . Північний напрям осі абсцис та східний напрям осі ординат прийнято вважати додатними.

Координатна сітка в зоні утворена вертикальними лініями, паралельними до осьового меридіана зони Гауса, та горизонтальними лініями, паралельними до екватора Y^I . Ці лінії проводять на відстані 1 км чи 2 км, а тому їх називають **лініями кілометрової сітки**, а сітку прямокутних координат – **кілометровою сіткою**. Положення будь-якої точки на топографічній карті в системі плоских прямокутних координат визначається **абсцисою X – відстанню від даної точки до екватора та ординатою Y – відстанню від точки до осьового меридіана**. На території України X всюди має знак ”+“, а Y змінює знак: у західній половині зони він має знак ”-“. Це створює певні труднощі при обчислювальних роботах. Для зручності роботи із картами (щоб Y мав всюди знак ”+“) початок ординат (вісь Y чи осьовий меридіан) виносять на 500 км на захід із кожної зони Гауса. В результаті на осьовому меридіані всі точки матимуть ординату $Y=500$ км, ті, що знаходяться на захід від нього – менші від 500 км, а ті, що на схід від осьового меридіана, – більші від 500 км. Координати, отримані при такому відліку Y , називають **умовними, приведеними чи перетвореними**.

Позаяк однакові ординати точок можуть повторюватися в кожній із 60-ти зон, на які розділена поверхня земного еліпсоїда, необхідно вказувати номер зони, в межах якої пункт знаходиться. Його вказують перед ординатою Y . Вираз $X=6\,072,145$ км означає, що від даної точки до екватора відстань 6 072,145 км. Вираз $Y=4\,308,890$ км означає, що точка знаходиться в 4-ій зоні, а відстань від неї до осьового меридіана, винесеного на 500 км із зони на захід, складає 308,890 км.

Труднощі при використанні зональної системи координат виникають тоді, коли топографо-геодезичні роботи проводяться на приграничних ділянках, розташованих в двох сусідніх (суміжних) зонах Гауса. Координатні лінії таких зон розташовуються під кутом одна до одної. Для ліквідації цих ускладнень вводиться **смуга перекриття зон**, у якій координати можуть бути визначені в обидвох суміжних зонах. Ширина зони перекриття складає 4° – по 2° із кожної із двох суміжних зон. Вперше ця система координат впроваджена в 1928 році, у 1932 році затверджена як загальнодержавна. Із введенням для геодезичної основи еліпсоїда Красовського вона отримала назву **”система координат 1942 року“**.

2.4. Системи висот

Для однозначного визначення положення точки в просторі в доповнення до плоских прямокутних координат X, Y необхідна ще одна координата. Цією координатою є **висота H** . Висота визначається як **віддаль від рівневої поверхні, висота якої прийнята за ноль, до точки земної поверхні вздовж нормалі до еліпсоїда** (рис.2.4). В різних країнах чи групах країн використовуються свої системи відліку висот. В Україні застосовується Балтійська система висот. За початок відліку висот тут прийнято середній рівень Балтійського моря, зафіксований по Кронштадтському футштоку.

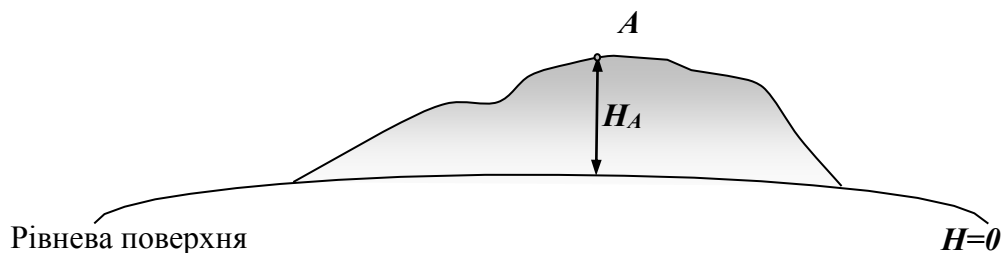


Рис.2.4.

2.5. Азимути і дирекційні кути

Для орієнтування на місцевості та на топографічній карті використовують дирекційний кут, азимут (істинний азимут) та магнітний азимут. Відлік їх ведеться від 0° до

360° за ходом годинникової стрілки від вихідного напрямку до напрямку на даний предмет. Вихідними напрямками служать *географічний (істинний) меридіан, магнітний меридіан* (збігається з напрямом вільно підвішеної магнітної стрілки), *осьовий меридіан зони Гауса* чи лінії до нього паралельні – *вертикальні лінії кілометрової сітки*.

Дирекційним кутом напрямку α називається *кут, який вимірюють від північного напрямку осьового меридіана зони Гауса до напрямку на даний предмет за ходом годинникової стрілки*.

Істинним (дійсним) азимутом A називається *кут, який відраховують від північного напрямку істинного меридіана за годинниковою стрілкою до напрямку на даний предмет*. Відхилення дирекційного кута від істинного азимута називають *зближення меридіанів γ* . Для точок, які знаходяться у східній частині координатної зони (на схід від осьового меридіана), величина зближення меридіанів додатна, а для точок, розташованих у західній частині зони, – від’ємна. (рис.2.5).

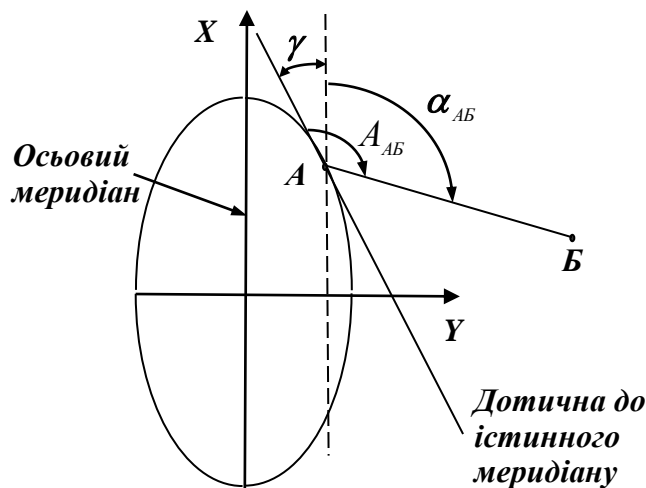


Рис.2.5.

Магнітним азимутом A_m називається *кут, який відраховують від північного напрямку магнітного меридіана до напрямку на даний предмет за годинниковою стрілкою*. Магнітні азимуты напрямів вимірюються на місцевості за допомогою приладів, що мають магнітну стрілку (компаси, бусолі). На карті магнітні азимуты можуть бути обчислені за виміряним істинним азимутом A і величиною магнітного схилення, яке вказується на полях карти, зліва від записів масштабів.

Магнітне схилення δ (*схилення магнітної стрілки*) – *кут між істинним та магнітним меридіанами в даній точці*. Схилення від істинного меридіана на схід називається східним (додатнім), а на захід – західним (від’ємним). Зв’язок між магнітними та істинними азимутами можна представити так: $A_m = A - \delta$.

Зв’язок між кутами напрямів можна визначити

$$A = \alpha + \gamma, \quad \alpha = A - \gamma, \quad A_m = \alpha - \delta + \gamma, \quad \alpha = A_m + \delta - \gamma.$$

В практиці вимірювань використовують прямі й обернені (зворотні) кути. *Кути, зміряні у початковій точці, називаються прямими, а кути, зміряні в протилежному напрямі (чи в кінцевій точці лінії), називають оберненими*. Зв’язок між прямими і оберненими істинними азимутами виражається формулою: $A_{об} = A_{пр} \pm 180^\circ + (\pm \gamma)$; якщо точки розміщені близько, то $A_{об} = A_{пр} \pm 180^\circ$. Для дирекційного кута справедлива формула

$$\alpha_{об} = \alpha_{пр} \pm 180^\circ.$$