

Практичне заняття 4

Спектральна і автокореляційна характеристики неперервних випадкових сигналів

1. Постановка задачі

Експериментально були зняті спектральні характеристики для 8-ми стаціонарних неперервних випадкових сигналів. Ці характеристики апроксимовані відповідними математичними функціями $G(\omega)$, які наведені в табл.1.

Таблиця 1

Математичні моделі частотного представлення заданих сигналів

Варіанти	Функції $G(\omega)$, якими апроксимовані спектральні характеристики неперервних випадкових сигналів	α
1 і 9	$\frac{\alpha^2 \cdot G_0}{\alpha^2 + \omega^2}$, де $G_0 = 1 \text{ ВТ/Гц}$	10^3
2 і 10	$\frac{\alpha^2 \cdot G_0}{\alpha^2 + (\omega_0 - \omega)^2}$, де $\omega_0 = 10^3 \alpha$; $G_0 = 1 \text{ ВТ/Гц}$	$5 \cdot 10^5$
3 і 11	$G_0 \cdot \exp\left(-\frac{\omega^2}{\alpha^2}\right)$, де $G_0 = 1 \text{ ВТ/Гц}$	10^2
4 і 12	$G_0 \cdot \exp\left(-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\alpha^2}\right)$, де $\omega_0 = 10^3 \alpha$; $G_0 = 1 \text{ ВТ/Гц}$	10^2
5 і 13	$G(\omega) = \begin{cases} G_0, & 0 \leq \omega \leq \alpha \\ 0, & \omega > \alpha \end{cases}$, де $G_0 = 1 \text{ ВТ/Гц}$	10^2
6 і 14	$G(\omega) = \begin{cases} G_0, & \omega - \omega_0 \leq \alpha \\ 0, & \omega - \omega_0 > \alpha \end{cases}$ де $\omega_0 = 10^3 \alpha$; $G_0 = 1 \text{ ВТ/Гц}$	10^6
7 і 15	$G(\omega) = \begin{cases} G_0 \cdot \frac{\omega}{\alpha}, & 0 \leq \omega \leq \alpha \\ 0, & \omega > \alpha \end{cases}$, де $G_0 = 1 \text{ ВТ/Гц}$	$5 \cdot 10^4$
8 і 16	$G(\omega) = \begin{cases} G_0 \cdot \frac{\omega - \omega_0}{\alpha}, & \omega_0 \leq \omega \leq \omega_0 + \alpha \\ 0, & \omega < \omega_0 \end{cases}$, де $\omega_0 = 10^3 \alpha$; $G_0 = 1 \text{ ВТ/Гц}$	$5 \cdot 10^2$

1.1. Необхідно розрахувати і подати у вигляді графіка задану у Вашому варіанті (див. табл.1) спектральну характеристику неперервного випадкового сигналу.

1.2. Використовуючи спектральну характеристику заданого сигналу, визначить ширину його спектра та середнє значення потужності.

1.3. Необхідно розрахувати і подати у вигляді графіка автокореляційну характеристику $B(\tau)$ заданого сигналу.

1.4. Використовуючи автокореляційну характеристику заданого сигналу, визначить його інтервал кореляції та середнє значення потужності.

2. Рекомендації до формування методики розв'язання задачі

2.1 Для визначення ширини спектра сигналу, у разі, коли спектральна характеристика не є обмеженою, потрібно застосувати формулу

$$\Delta f_{\text{еф}} = \frac{\int_0^{\infty} G(\omega) \cdot d\omega}{G_{\text{макс}}},$$

де $G_{\text{макс}}$ – максимальне значення спектральної характеристики.

2.2. Для розрахунку автокореляційної характеристики заданого випадкового сигналу потрібно застосувати формулу (2.43а) з підручника [Теория передачи сигналов / А.Г. Зюко, Д.Д. Кловский, М.В. Назаров, Л.М. Финк. – М.: Радио и связь, 1986], яку Ви знайдете на с. 40.

$$B(\tau) = 2 \int_0^{\infty} G(f) \cos(2\pi f\tau) df.$$

Цю формулу потрібно застосувати у варіантах з низькочастотними сигналами ($\omega_0 = 0$). Для високочастотних сигналів ($\omega_0 \gg \alpha$) автокореляційна характеристика визначається за огибаючою і має вигляд

$$B(\tau) = B_0(\tau) \cos(2\pi f\tau),$$

де $B_0(\tau)$ – огибаюча автокореляційної характеристики

$$B_0(\tau) = 2 \int_0^{\infty} G_{\text{н.ч.}}(f) \cos(2\pi f\tau) df,$$

де $G_{\text{н.ч.}}(f) = G(f - f_0)$.

Для переходу від $G(f)$ до $G_{\text{н.ч.}}(f)$ необхідно різницю частот $(\omega - \omega_0) = 2\pi(f - f_0)$ у виразі для $G(f)$ замінити на частоту $\omega = 2\pi f$, тобто якщо

$$G(f) = G_0 \cos[2\pi(f - f_0)\tau], \text{ то } G_{\text{н.ч.}}(f) = G_0 \cos(2\pi f\tau).$$

2.3. Для визначення інтервалу кореляції потрібно застосувати формулу

$$\tau_k = \frac{\int_0^{\infty} B_0(\tau) d\tau}{B_0(0)}$$

де B_0 – огибаюча автокореляційної характеристики сигналу.

Величину τ_k можна визначити з графіка автокореляційної характеристики (АКХ), як часовий інтервал, коли кореляція між сусідніми значеннями сигналу вже відсутня. Тобто, коли існує точка $B(\tau) = 0$.

Контрольні запитання для формування висновків до роботи

1. Як ви обґрунтували вибір меж інтегрування під час визначення АКХ заданого сигналу?
2. Які параметри сигналу можна визначити з АКХ випадкового сигналу?
3. Як можна визначити АКХ випадкового сигналу, якщо Ви експериментально виміряли його спектральну густину потужності?
4. Чи існує залежність між параметрами неперервного випадкового сигналу «ширина спектра» та «інтервал кореляції»? Якщо є, то якою є ця залежність?