

**Завдання 37.** Знайти похідну функції  $z = f(x, y)$  у точці  $P_1(x_1; y_1)$  в напрямі від цієї точки до точки

$P_2(x_2; y_2)$ .

37.1.  $z = x^4 - 3x^2y^2 + 2xy + 1$ ,  $P_1(1; -1)$ ,  $P_2(5; 2)$ .

37.2.  $z = 3x^2 - 2xy^2 + y - 3$ ,  $P_1(2; -2)$ ,  $P_2(6; 1)$ .

37.3.  $z = 2x^3 - 3x^2y + 2x - y + 1$ ,  $P_1(2; 3)$ ,  $P_2(-2; 6)$ .

37.4.  $z = 3x^2 - 4xy^2 + 3y - 5$ ,  $P_1(1; 3)$ ,  $P_2(-3; 0)$ .

37.5.  $z = 4x^2y - y^3 + 2x + 4$ ,  $P_1(0; 1)$ ,  $P_2(3; -3)$ .

37.6.  $z = x^4 + 2x^2y^2 - 3x + 1$ ,  $P_1(1; 1)$ ,  $P_2(5; -2)$ .

37.7.  $z = 2x^3 - 3xy^2 + 2x - y$ ,  $P_1(2; 1)$ ,  $P_2(-2; -2)$ .

37.8.  $z = xy^4 - 3y^2 - 2x + y + 4$ ,  $P_1(1; 2)$ ,  $P_2(5; -1)$ .

37.9.  $z = x^3 + 2x^2y + x - 3y + 1$ ,  $P_1(-1; 1)$ ,  $P_2(2; -3)$ .

37.10.  $z = 4x^2 - 3xy^2 + 2x + 5y + 1$ ,  $P_1(1; 1)$ ,  $P_2(4; -3)$ .

37.11.  $z = e^x - 3x^2y^2 + 2xy - 3$ ,  $P_1(0; 2)$ ,  $P_2(4; -1)$ .

37.12.  $z = \cos x - 2x^2y + y^3 - 3$ ,  $P_1(0; -1)$ ,  $P_2(4; 2)$ .

37.13.  $z = x^4 + 2xy^2 - y^3 + 1$ ,  $P_1(1; 1)$ ,  $P_2(5; -2)$ .

37.14.  $z = 3x^2 + 4xy^2 + 2y - 1$ ,  $P_1(2; 0)$ ,  $P_2(5; -4)$ .

37.15.  $z = x^5 - x^2y + 2xy^2 - 3$ ,  $P_1(1; -1)$ ,  $P_2(5; 2)$ .

37.16.  $z = x^3 + x \cos y - y^2 - 2$ ,  $P_1(1; 0)$ ,  $P_2(-3; 3)$ .

37.17.  $z = 2x^3 - 4x^2y + 3x - y + 1$ ,  $P_1(1; 1)$ ,  $P_2(4; -3)$ .

37.18.  $z = x^4 - 4xy + 2y^2 - 3$ ,  $P_1(1; 3)$ ,  $P_2(-3; 0)$ .

37.19.  $z = 3x^2y - y^2 + 2x + 3$ ,  $P_1(1; -1)$ ,  $P_2(5; 2)$ .

37.20.  $z = x^3 - 2xy^2 + e^y - 3$ ,  $P_1(2; 0)$ ,  $P_2(-1; 4)$ .

37.21.  $z = xy^2 - 2x^3y + 4x - 3$ ,  $P_1(2; -3)$ ,  $P_2(5; 1)$ .

37.22.  $z = 2x^3 - 3y^2 + 4x - 5$ ,  $P_1(1; 2)$ ,  $P_2(5; -1)$ .

37.23.  $z = x^3 - 2x^2y^2 + 4y - x$ ,  $P_1(1; 3)$ ,  $P_2(-3; 0)$ .

37.24.  $z = 3x^4 - 2x^2y + 3y - 4$ ,  $P_1(2; -2)$ ,  $P_2(6; 1)$ .

37.25.  $z = 4e^x + 2xy^2 - x \ln y + 5$ ,  $P_1(0; 1)$ ,  $P_2(-3; 5)$ .

37.26.  $z = x^4 + 3x^2y - 2y^3 - 1$ ,  $P_1(1; 1)$ ,  $P_2(-2; 5)$ .

37.27.  $z = 7x^2 - 2xy^3 + y - 3x$ ,  $P_1(1; -2)$ ,  $P_2(-3; 1)$ .

37.28.  $z = x^3 - 2x \sin y + 5y - 4$ ,  $P_1(2; 0)$ ,  $P_2(6; -3)$ .

37.29.  $z = 3 \cos x - 4xy^3 + 2y - 1$ ,  $P_1(0; -2)$ ,  $P_2(4; 1)$ .

37.30.  $z = 3x^2y - xy^2 + 5y - 3x$ ,  $P_1(-1; -2)$ ,  $P_2(2; 2)$ .

**Завдання 38.** Знайти градієнт функції  $z = f(x, y)$  у точці  $P(x; y)$ .

38.1.  $z = \frac{xy+1}{x+y}$ ,  $P(1; 3)$ .

38.2.  $z = \frac{x^2-y^2}{x+y+1}$ ,  $P(1; 1)$ .

38.3.  $z = \frac{xy+x+y}{x-y}$ ,  $P(1; -2)$ .

38.4.  $z = \frac{x^2+y}{x+y^2}$ ,  $P(2; -1)$ .

38.5.  $z = \frac{2xy}{x-y}$ ,  $P(3; 2)$ .

38.6.  $z = \frac{x^2-xy+y^2}{x-y}$ ,  $P(1; 2)$ .

38.7.  $z = \frac{x^2+xy}{x-y}$ ,  $P(2; 3)$ .

38.8.  $z = \frac{x^2+y^2}{x+y}$ ,  $P(1; -3)$ .

38.9.  $z = \frac{x^2+2xy}{3x-2y}$ ,  $P(1; 2)$ .

38.10.  $z = \frac{xy}{x+2y}$ ,  $P(1; -1)$ .

38.11.  $z = \frac{xy+y}{x^2-y}$ ,  $P(2; -2)$ .

38.12.  $z = \frac{x^2-y^2}{x^2+2y^2}$ ,  $P(1; -1)$ .

38.13.  $z = \frac{x^2-2y}{2x+3y}$ ,  $P(2; -2)$ .

38.14.  $z = \frac{x+2y}{2x+y}$ ,  $P(-1; 3)$ .

38.15.  $z = \frac{x-y}{1+xy}$ ,  $P(2; -1)$ .

38.16.  $z = \frac{x^2+y^2}{x-y}$ ,  $P(1; -1)$ .

38.17.  $z = \frac{2-xy}{x+2y}$ ,  $P(1; 3)$ .

38.18.  $z = \frac{x^2y-xy^2}{x+y}$ ,  $P(-1; -1)$ .

38.19.  $z = \frac{x+y^2}{x^2-y}$ ,  $P(1; -2)$ .

38.20.  $z = \frac{x^3+y^2}{x+y^2}$ ,  $P(2; -1)$ .

38.21.  $z = \frac{xy^2}{x^2-y}$ ,  $P(3; 4)$ .

38.22.  $z = \frac{xy-y^2}{x^2-y}$ ,  $P(1; 2)$ .

38.23.  $z = \frac{2x^2+3xy}{3x-2y}$ ,  $P(2; 3)$ .

38.24.  $z = \frac{3x+y^2}{x^2+4y}$ ,  $P(1; -2)$ .

38.25.  $z = \frac{3x-y^3}{x^3+y}$ ,  $P(1; 3)$ .

38.26.  $z = \frac{2x+y^2}{x^2+3y}$ ,  $P(2; -1)$ .

38.27.  $z = \frac{xy+y^2}{x^2-xy}$ ,  $P(2; -1)$ .

38.28.  $z = \frac{4x-y^2}{x^2+3y}$ ,  $P(-1; 1)$ .

38.29.  $z = \frac{x-5y}{4x+3y}$ ,  $P(2; -2)$ .

38.30.  $z = \frac{x+y^2}{x^2-y}$ ,  $P(1; -3)$ .

**Завдання 39.** Дослідити функцію  $z = f(x, y)$  на екстремуми.

39.1.  $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$ .

39.2.  $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$ .

39.3.  $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$ .

39.4.  $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$ .

39.5.  $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$ .

39.6.  $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$ .

- 39.7.  $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$ .
- 39.8.  $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$ .
- 39.9.  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$ .
- 39.10.  $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$ .
- 39.11.  $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$ .
- 39.12.  $z = (x - 2)^2 + 2y^2 - 10$ .
- 39.13.  $z = (x - 5)^2 + y^2 + 1$ .
- 39.14.  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
- 39.15.  $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2$ .
- 39.16.  $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$ .
- 39.17.  $z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$ .
- 39.18.  $z = xy(12 - x - y)$ .
- 39.19.  $z = xy - x^2 - y^2 + 9$ .
- 39.20.  $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$ .
- 39.21.  $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ .
- 39.22.  $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$ .
- 39.23.  $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$ .
- 39.24.  $z = xy(6 - x - y)$ .
- 39.25.  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ .
- 39.26.  $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$ .
- 39.27.  $z = (x - 1)^2 + 2y^2$ .
- 39.28.  $z = xy - 3x^2 - 2y^2$ .
- 39.29.  $z = x^2 + 3(y + 2)^2$ .
- 39.30.  $z = 2(x + y) - x^2 - y^2$ .

**Завдання 40.** Знайти найбільше та найменше значення функції  $z = f(x, y)$  в області  $D$ , що обмежена заданими лініями.

- 40.1.  $z = 3x + y - xy$ ,  $D: y = x, y = 4, x = 0$ .
- 40.2.  $z = xy - x - 2y$ ,  $D: x = 3, y = x, y = 0$ .
- 40.3.  $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ ,  $D: x = 0, x = 1, y = 0, y = 2$ .
- 40.4.  $z = 5x^2 - 3xy + y^2$ ,  $D: x = 0, x = 1, y = 0, y = 1$ .
- 40.5.  $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$ ,  $D: x - y + 1 = 0, x = 3, y = 0$ .
- 40.6.  $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$ ,  $D: x = 0, y = 0, x + y - 1 = 0$ .
- 40.7.  $z = 2x^3 - xy^2 + y^2$ ,  $D: x = 0, x = 1, y = 0, y = 6$ .
- 40.8.  $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$ ,  $D: x = 0, x = 1, y = 0, y = 1$ .

- 40.9.  $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$ ,  $D: x = 0, y = 0, x + y - 3 = 0$ .
- 40.10.  $z = x^2 + 2xy - 10$ ,  $D: y = 0, y = x^2 - 4$ .
- 40.11.  $z = xy - 2x - y$ ,  $D: x = 0, x = 3, y = 0, y = 4$ .
- 40.12.  $z = \frac{1}{2}x^2 - xy$ ,  $D: y = 8, y = 2x^2$ .
- 40.13.  $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2$ ,  $D: x = 0, y = 0, x + y - 1 = 0$ .
- 40.14.  $z = 2x^2 + 3y^2 + 1$ ,  $D: y = \frac{3}{2}\sqrt{4 - x^2}, y = 0$ .
- 40.15.  $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$ ,  $D: x = -3, y = 0, x + y + 1 = 0$ .
- 40.16.  $z = 3x^2 + 3y^2 - x - y + 1$ ,  $D: x = 5, y = 0, x - y - 1 = 0$ .
- 40.17.  $z = 2x^2 + 2xy - \frac{1}{2}y^2 - 4x$ ,  $D: y = 2x, y = 2, x = 0$ .
- 40.18.  $z = x^2 - 2xy + \frac{5}{2}y^2 - 2x$ ,  $D: x = 0, x = 2, y = 0, y = 2$ .
- 40.19.  $z = xy - 3x - 2y$ ,  $D: x = 0, x = 4, y = 0, y = 4$ .
- 40.20.  $z = x^2 + xy - 2$ ,  $D: y = 4x^2 - 4, y = 0$ .
- 40.21.  $z = x^2y(4 - x - y)$ ,  $D: x = 0, y = 0, y = 6 - x$ .
- 40.22.  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ ,  $D: x = 0, x = 2, y = -1, y = 2$ .
- 40.23.  $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$ ,  $D: x + 2y = 4, x - 2y = 4$ .
- 40.24.  $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$ ,  $D: x = 3, y = 0, y = x + 1$ .
- 40.25.  $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y$ ,  $D: x = 0, x = 1, y = 0, y = 2$ .
- 40.26.  $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 2y$ ,  $D: y = x + 2, y = 0, x = 2$ .
- 40.27.  $z = 4 - 2x^2 - y^2$ ,  $D: y = 0, y = \sqrt{1 - x^2}$ .
- 40.28.  $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$ ,  $D: x = -1, x = 1, y = -1, y = 1$ .
- 40.29.  $z = x^2 + 2xy + 4x - y^2$ ,  $D: x + y + 2 = 0, x = 0, y = 0$ .
- 40.30.  $z = 2x^2y - x^3y - x^2y^2$ ,  $D: x = 0, y = 0, x + y = 6$ .