

Лекція. Використання методів інтерполяції для оцінки просторової мінливості якісних показників

Метод "природної околиці" ("Natural Neighbor")

У цьому методі оцінка змінної в деякій точці ділянки дослідження визначається як середнє зважене значень цієї змінної у вибіркових точках, фактично в найближчих вибіркових точках, де ваги визначаються з використанням діаграм Вороного [].

Оцінка досліджуваної функції в точці визначається за формулою:

$$Z_0 = \sum_{i=1}^n w_{i0} Z_i,$$

де Z_i – значення в вибірковій точці, що розташована ближче інших до місцеположення (X_0, Y_0) ;

w_{i0} – ваги, які визначаються з використанням діаграм Вороного.

Метод дозволяє отримувати гарні ізолінійні карти за розділами даних, що містить скупчення вибіркових точок в одних ділянках досліджуваної території і розріджені вибіркові точки в інших ділянках. Отримана в довільній точці оцінка завжди буде в межах діапазону значень в найближчих точках. У побудованій моделі не буде "піків", "ям", "хребтів", "долин", які не були б представлені вихідними даними. Метод є точним інтерполятором [].

Метод "естественной окрестности" не має можливості екстраполяції даних за межі опуклої оболонки полігонів Делоне [].

Тренд-інтерполяція

Поверхню розкладається на фонову і залишкову складові, за якими створюються дві похідні карти. Карта тренда передає розподіл у просторі провідного чинника, а залишкова карта показує розміщення регіональних

аномалій, викликаних впливом неврахованих в моделі факторів. Для побудови моделі тренда найчастіше використовують поліноми степеня m [].

Показник картографування в точці визначається за формулою:

$$T = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^m C_{i,j} X^i Y^j,$$

де T – показник картографування;

m – степінь полінома;

$C_{i,j}$ – коефіцієнти полінома;

(X^i, Y^i) – координати точок на карті.

Побудована поверхня тренда добре підходить для прогнозування присутності або відсутності певного явища у формі ймовірності для заданого набору точок у просторі. Обчислені поверхні дуже чутливі до значень, які випадають (дуже високих і низьких значень), особливо на ребрах поверхні [].

Метод середнього "скользящего" ("Moving Average")

Оцінкою змінної в деякій точці досліджуваної області, отриманої за цим методом, буде середнє арифметичне значень у вибіркових точках, що потрапили в пошуковий еліпс з центром в цій точці. Метод використовується для оцінки просторового тренда в даних, тобто залежно від досліджуваної просторової змінної Z від координат X , Y . Цей метод не є інтерполяційним в прямому сенсі: він не намагається передбачити невідомі значення Z . Він призначений для виявлення глобальних просторових трендів і втрачає детальну локальну інформацію, що міститься в даних [].

Оцінка досліджуваної функції в точці визначається за формулою:

$$Z_0 = \frac{\sum_{i \in N_0} Z_i}{n_0},$$

де n_0 – набір таких вибірових точок ($|N_0| = n_0$);

Z_i – значення в вибіровій точці.

Сума ведеться по n_0 найближчим сусідам точки інтерполяції, які попали в ділянку пошуку. У випадку великих і дуже великих наборів просторових даних, він є корисним інструментом дослідження. Цей метод дозволяє виявляти різномасштабні тренди в даних і швидко працює навіть на дуже великих вибірках. Метод "скользящего среднего" не рекомендується використовувати, якщо обсяг вибірових даних невеликий або середній [].

Метод локальних поліномів ("Local Polynomial")

Метод локальних поліномів знаходить безліч поліномів, кожен з яких підбирається до певної ділянки, яка перекривається. Ділянку пошуку можна визначити, використовуючи розмір і форму, кількість сусідів і конфігурацію сектора [].

Оцінка досліджуваної функції в точці визначається за формулою:

$$Z_0 = Q_0(X_0, Y_0),$$

де $Q_0(X, Y)$ – локальний поліном, побудований по даним із локальної ділянки точки (X_0, Y_0) .

Інтерполяція за методом локальних поліномів підходить для заданого порядку полінома, що використовує тільки точки на певній ділянці. В науках про Землю змінна, яка цікавить, зазвичай має варіацію для малих діапазонів поряд з трендом для всієї території. Якщо в наборі даних є варіація для малих діапазонів, то її можна виявити в ході застосування даного методу. Інтерполяція за методом локальних поліномів чутлива до розмірів ділянки, а також до якості вихідної інформації (до рівномірності, до нормального розподілу), тому отримати стійкі результати за допомогою застосування даного інтерполятора не завжди можливо [].

Метод мінімальної кривизни (Minimum Curvature)

Поверхня, яка побудована методом мінімальної кривизни, аналогічна тонкій пружній плівці, що проходить через всі експериментальні точки даних з мінімальним числом згинів. Цей метод не є точним. Метод мінімальної кривизни генерує найбільш гладку поверхню, але точки згенерованої поверхні не обов'язково належать поверхні, яка інтерполюється. Попередньо з використанням методу найменших квадратів і всіх вибірових даних будується апроксимуюча поверхня на основі простого полінома і в точках вибірки обчислюються залишки - різниця між результатами апроксимації і вихідними значеннями [].

Оцінка досліджуваної функції в точці визначається за формулою:

$$Z(X, Y) = a + bX + cY$$

в точках вибірки обчислюються залишки $e_i = (a + bX_i + cY_i) - Z_i$. Далі залишки інтерполюються у вузлах сітки $(1 - T_i)\nabla^2(\nabla^2 e) - (T_i)\nabla^2 e = 0$ з граничними умовами:

$$(1 - T_b)\frac{\partial^2 e}{\partial n^2} + (T_b)\frac{\partial e}{\partial n} = 0, \frac{\partial(\nabla^2 e)}{\partial n} = 0, \frac{\partial^2 e}{\partial X \partial Y} = 0,$$

де ∇^2 – оператор Лапласа;

n – нормаль до границі;

T_i – параметр "внутрішній натяг";

T_b – параметр "натяг на границі".

Результуючу оцінку Z отримують додаванням апроксимуючої поліноміальної поверхні і проінтерпольованих залишків $Z(X, Y) = a + bX + cY + e(X, Y)$.

Перевагою даного способу інтерполяції є те, що згенерована поверхня проходить настільки близько до експериментальних точок, наскільки це можливо. Недоліком методу є нездатність до екстраполяції. Інакше кажучи, цей метод не підходить для картування поверхонь з явно вираженим трендом, наприклад, покрівлі похилого рудного пласта.