ПОХІДНА ФУНКЦІЇ

Таблиця похідних основних елементарних функцій

I. $\left(x^n\right)' = n \cdot x^{n-1}$ (n – будь-яке дійсне число)

II. $\left(a^x\right)' = a^x \ln a \quad (a > 0, a \neq 1)$

Зокрема, при $a = e$

II°. $\left(e^x\right)' = e^x$

III. $\left(\log_a x\right)' = \dfrac{1}{x \ln a} \quad (a > 0,\ a \neq 1)$

Зокрема, при $a = e$

III°. $\left(\ln x\right)' = \dfrac{1}{x}$

IV. $\left(\sin x\right)' = \cos x$

V. $\left(\cos x\right)' = -\sin x$

VI. $\left(\operatorname{tg} x\right)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

VII. $\left(\operatorname{ctg} x\right)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$

VIII. $\left(\arcsin x\right)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

IX. $\left(\arccos x\right)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

X. $\left(\operatorname{arctg} x\right)' = \dfrac{1}{1+x^2}$

$\left(\operatorname{arc\,ctg} x\right)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$

Основні правила диференціювання функцій

1°. Похідна сталої функції $y = c$ дорівнює нулю, тобто $\left(c\right)' = 0$.

2°. $\left(c \cdot f\left(x\right)\right)' = c \cdot f'\left(x\right)$, де c – стала.

3°. $\left(u \pm v\right)' = u' \pm v'$, де $u = u\left(x\right);\ v = v\left(x\right)$.

Це правило узагальнюється на довільне скінченне число доданків:

$$\left(u \pm v \pm w \pm \ldots \pm z\right)' = u' \pm v' \pm w' \pm \ldots \pm z'.$$

4°. $\left(u \cdot v\right)' = u' \cdot v + u \cdot v'$.

5°. $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$.

6°. Нехай $y = f\left[u\left(x\right)\right]$ – складна функція, тобто $y = f\left(u\right)$, де $u = u\left(x\right)$. Тут u – проміжний аргумент, x – незалежна змінна. Тоді

$$y' = f'\left(u\right) \cdot u'\left(x\right).$$

Вправи для самостійного розв'язання

Обчислити за означенням похідні функцій:

1. $y = c$, де c – стала. **2.** $y = x$.

3. $y = \sqrt{x}$. **4.** $y = \frac{1}{x}$.

Користуючись таблицею похідних продиференціювати наступні функції:

Обчислити похідні функцій:

5. $y = x^3$. **6.** $y = x^5$.

7. $y = \sqrt[4]{x^3}$. **8.** $y = \sqrt[7]{x^5}$.

9. $y = \sqrt[4]{x}$. **10.** $y = \sqrt[7]{x}$.

11. $y = \frac{1}{x^3}$. **12.** $y = \frac{1}{x^5}$.

13. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$. **14.** $y = x \cdot \sqrt[3]{x}$.

15. $y = 3^x$. **16.** $y = \left(\frac{4}{3}\right)^x$.

17. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$. **18.** $y = \log_5 x$.

18. $y = \log_{\frac{7}{2}} x$.

Знайти похідні функцій:

19. $y = \cos\frac{\pi}{10}$. **20.** $y = \arcsin\frac{1}{6} + \operatorname{arctg} 2$.

21. $y = -\frac{2}{3}\operatorname{tg} x$. **22.** $y = \arcsin x + \log_3 x$.

23. $y = \operatorname{ctg} x - 6\cos x$. **24.** $y = x^3 + 3\sin x + 2e^x$.

25. $y = 4\ln x - \frac{2}{3}\operatorname{arctg} x + 5\arccos x$.

26. $y = \sqrt{x} + \frac{5}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{3x^3}$.

27. $y = x^5\left(x^3 + \frac{x}{2} - 2\right)$.

Обчислити похідні функцій:

28. $y = 5x + x^6 - \sin 2$. **29.** $y = 2\sqrt{x} + 0,2x^5$.

30. $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + 2\sqrt[3]{x^2}$. **31.** $y = x\ln x$.

32. $y = \left(x^2 + 1\right)\operatorname{arctg} x$. **33.** $y = e^x\left(\sin x + \cos x\right)$.

34. $y = \dfrac{x^2 + 1}{\ln x}$.

35. $y = \dfrac{1 + \cos x}{\sin x}$.

36. $y = \dfrac{x - 1}{\log_2 x}$.

37. $y = \dfrac{1 - e^x}{1 + e^x}$.