

Завдання 1. Знайти рівняння дотичної та нормалі до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою x_0 .

1.1. $y = \frac{1+3x^2}{3+x^2}, x_0 = 1.$

1.2. $y = \frac{x}{x^2+1}, x_0 = -2.$

1.3. $y = 2x + \frac{1}{x}, x_0 = 1.$

1.4. $y = \frac{x^2+3}{x-4}, x_0 = 2.$

1.5. $y = \frac{x^2-3x+6}{x^2}, x_0 = 3.$

1.6. $y = \frac{x^3+2}{x^3-2}, x_0 = 2.$

1.7. $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32, x_0 = 4.$

1.8. $y = \sqrt[3]{x^2} - 20, x_0 = -8.$

1.9. $y = 8\sqrt[4]{x} - 70, x_0 = 16.$

1.10. $y = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}, x_0 = 4.$

1.11. $y = \frac{x^2}{x^2+1}, x_0 = -3.$

1.12. $y = \frac{5x-x^2}{3-2x}, x_0 = -1$

1.13. $y = \frac{x^3}{2+x^2}, x_0 = 1.$

1.14. $y = 5x + \frac{1}{x^2}, x_0 = 2.$

1.15. $y = \frac{5x+6}{x^2}, x_0 = -1.$

Завдання 2. Знайти найбільше та найменше значення функції $y = f(x)$ на відрізку $[a, b]$.

2.1. $y = \left(\frac{x+1}{x}\right)^3, x \in [1, 3].$

2.2. $y = (x+2) \cdot e^{1-x}, x \in [-2, 2].$

2.3. $y = \ln(x^2 - 2x + 2), x \in [0, 3].$

2.4. $y = \frac{x^3+4}{x^2}, x \in [1, 2].$

2.5. $y = (x-1) \cdot e^x, x \in [0, 3].$

$$2.6. y = x \cdot \ln x, \quad x \in \left[\frac{1}{e^2}, 1 \right].$$

$$2.7. y = e^{4x-x^2}, \quad x \in [1, 3].$$

$$2.8. y = (x+1) \cdot \sqrt[3]{x^2}, \quad x \in [-1, 3].$$

$$2.9. y = x^3 + 6x - 4, \quad x \in [-2, 2].$$

$$2.10. y = x^3 \cdot e^{1+x}, \quad x \in [-4, 0].$$

$$2.11. y = \frac{x}{9-x^2}, \quad x \in [-2, 2].$$

$$2.12. y = 2\sqrt{x} - x, \quad x \in [0, 4].$$

$$2.13. y = x - 4\sqrt{x} + 5, \quad x \in [1, 9].$$

$$2.14. y = x^3 - 3x + 1, \quad x \in \left[\frac{1}{2}, 2 \right].$$

$$2.15. y = \frac{x-1}{x+2}, \quad x \in [0, 4].$$

Завдання 3. Знайти границю функції за допомогою правила Лопітала.

$$3.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{1 - \cos x}.$$

$$3.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 6x}.$$

$$3.3. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right).$$

$$3.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\ln \cos x}.$$

$$3.5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln \cos(x-1)}{\ln x}.$$

$$3.6. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{1 - e^{-x}} \right).$$

$$3.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + \sqrt{1+x^2})}{x}.$$

$$3.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + e^{-x} - 1)}{x}.$$

$$3.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\ln(1+x)}.$$

$$3.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}.$$

$$3.11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\operatorname{tg} x - x}.$$

$$3.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{1 - \cos 3x}.$$

$$3.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \operatorname{tg} x}{x \sin x}.$$

$$3.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \cos x - 2}{\ln \cos x}.$$

$$3.15. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln \cos(x-1)}{x-1}.$$