

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 1

## ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою  
Державного університету  
«Житомирська політехніка»

протокол від \_\_\_ \_\_\_\_\_ 2022 р.  
№ \_\_\_

## МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ для проведення практичних занять з навчальної дисципліни «ВИЩА МАТЕМАТИКА»

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «бакалавр»

Схвалено на засіданні кафедри  
фізики та вищої математики  
28 серпня 2022 р., протокол № 8

Завідувач кафедри  
\_\_\_\_\_ Павло МОСКВІН

Розробник: професор кафедри фізики та вищої математики Сергій СЕМЕНЕЦЬ

Житомир  
2022

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	<i>Екземпляр № 1</i>	<i>Арк 136 / 2</i>

Методичні рекомендації призначені для проведення практичних занять з навчальної дисципліни «Вища математика» для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «бакалавр» денної та заочної форми навчання. Житомир, Житомирська політехніка, 2022. 30 с.

**Рецензенти:**

доктор педагогічних наук, професор кафедри комп'ютерних наук  
Державного університету «Житомирська політехніка» КОЛОС Катерина;  
доктор фізико-математичних наук, завідувач кафедри фізики та вищої  
математики Державного університету «Житомирська політехніка»  
МОСКВІН Павло

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 3

## ЗМІСТ

Вступ	<b>4</b>
Підготовка до практичних занять	<b>5</b>
Практична робота № 1. Матриці та дії над ними	<b>8</b>
Практична робота № 2-3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь	<b>9</b>
Практична робота № 4-5. Вектори. Аналітична геометрія	<b>10</b>
Практична робота № 6-8. Границя та неперервність функції. Похідна функції. Застосування похідної	<b>14</b>
Практична робота 9-10. Невизначений інтеграл	<b>20</b>
Практична робота 11-12. Визначений інтеграл.	<b>23</b>
Практична робота 13-14. Диференціальні рівняння 1-го порядку	<b>25</b>
Практична робота 15-16. Диференціальні рівняння 2-го порядку	<b>27</b>
Список використаної літератури	<b>29</b>
Інформаційні ресурси в Інтернеті	<b>30</b>

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 4

## ВСТУП

**Предметом навчальної дисципліни «Вища математика»** є основні компоненти математичної структури (поняття, відношення, аксіоми), математичні твердження (теореми), а також математичні моделі, що будуються та реалізуються в процесі розв'язування прикладних (професійно орієнтованих) задач.

**Метою навчальної дисципліни «Вища математика»** є розвиток математичних компетентностей здобувачів вищої освіти, оволодіння ними математичним інструментарієм задля математичного аналізу, побудови та реалізації математичних моделей у процесі розв'язування задач професійної діяльності.

**Завданнями вивчення навчальної дисципліни є:**

- розвиток змістово-теоретичного виміру математичної компетентності здобувачів вищої освіти;
- розвиток процесуально-діяльного виміру математичної компетентності здобувачів вищої освіти;
- розвиток референтно-комунікативного виміру математичної компетентності здобувачів вищої освіти;
- розвиток ціннісно-мотиваційного виміру математичної компетентності здобувачів вищої освіти;
- розвиток рефлексивно-оцінного виміру математичної компетентності здобувачів вищої освіти;
- розвиток особистісно-психологічного виміру математичної компетентності здобувачів вищої освіти;
- оволодіння основними компонентами математичної структури (поняттями, відношеннями, аксіоми);
- опанування основними теоремами «Вищої математики»;
- оволодіння методом математичного моделювання, його реалізацією в процесі розв'язування прикладних (професійно орієнтованих) задач.

Здобувачі вищої освіти мають:

**знати:**

математичний інструментарій лінійної алгебри та аналітичної геометрії, диференціального та інтегрального числення функції однієї та кількох змінних, диференціальних рівнянь;

**вміти:**

застосовувати здобуті теоретичні знання з вищої математики для розв'язування задач професійної діяльності.

Вивчення курсу «Вища математика» передбачає дотримання здобувачами вищої освіти *академічної доброчесності*:

- самостійне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання;
- посилення на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей;
- надання достовірної інформації про результати власної освітньо-математичної діяльності, використані методи досліджень і джерела інформації.

За порушення академічної доброчесності студенти можуть бути притягнені до такої *академічної відповідальності*:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 5

- повторне оцінювання результатів навчання (контрольна робота, іспит);
- повторне проходження відповідного компонента освітньої програми.

**Методологічною основою** курсу є компетентнісний підхід, що передбачає формулювання та розв'язування компетентнісних задач з вищої математики. Здобувачі вищої освіти дають відповіді на питання: «як діяти?», «чому так діяти?», «для чого так діяти?». У такий спосіб досягається розвиток їхньої математичної компетентності - інтегрованої характеристики якості особистості як суб'єкта діяльності в галузі математики, завдяки якій упроваджуються основні компоненти математичної структури (поняття, відношення, аксіоми), формулюються і доводяться математичні твердження (теореми), формулюються та розв'язуються задачі на побудову, дослідження та реалізацію математичних моделей, а також виконуються самоаналіз, самоконтроль, самокорекція і самооцінка процесу та результатів освітньо-математичної діяльності, планується її подальший зміст.

## ПІДГОТОВКА ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Самостійна робота є невід'ємною складовою компетентнісно орієнтованого вивчення навчальної дисципліни „Вища математика”. Вона передбачає:

- підготовку теоретичних питань до практичних робіт;
- конспектування першоджерел;
- підготовку рефератів;
- виконання колективних (групових, парних) завдань;
- виконання індивідуальних завдань;
- розв'язування задач (прикладних, математичних, компетентнісних);
- підготовку до підсумкової модульної контрольної роботи;
- підготовку до екзамену;
- тестовий контроль (самоконтроль).

**Підготовка теоретичних питань до практичних робіт** полягає в опрацюванні (вивченні) питань з визначеної теми. Такі питання можуть висвітлюватися як під час лекцій, так і виноситися на самостійне вивчення.

### ***Навчальний алгоритм самопідготовки теоретичних питань до практичних робіт***

1. Визначте питання для самопідготовки (розгляньте всі питання, що зазначені в плані практичного заняття роботи).

2. Візьміть у бібліотеці університету (читальному залі або на кафедрі) джерела, зазначені в списку основної літератури. Добираючи літературу, можна послуговуватися бібліотечними каталогами (алфавітним, предметним або систематичним).

3. Скористайтеся бібліотечно-інформаційними ресурсами (книжкові фонди, періодика, фонди на електронних носіях тощо) бібліотеки Державного університету «Житомирська політехніка», Житомирської обласної універсальної наукової бібліотеки ім. Олега Ольжича (<http://www.lib.zt.ua/>, 10014, м. Житомир, Новий бульвар, (0412) 37-84-33), Національної бібліотеки України ім. В.І. Вернадського (<http://www.nbuv.gov.ua/>, Київ, просп. 40-річчя Жовтня, 3 +380 (44) 525-81-04) та інших бібліотек. Самостійно доберіть інші відповідні веб-ресурси.

4. Визначте розділи (теми або параграфи), в яких розкрито питання практичної роботи.

5. Прочитайте ці розділи, зробіть структурно-математичний аналіз навчального матеріалу: виокреміть основні поняття, відношення і властивості; назвіть основні теореми, з'ясуйте які перетворення й базові математичні задачі; вкажіть основні типи задач, методи, способи та прийоми їх розв'язування.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 6

6. Обґрунтуйте походження математичних понять, їх сформулюйте.
7. Сформулюйте основні теореми, з'ясуйте як вони доводяться.
8. Складіть план відповіді на кожне питання.
9. Проаналізуйте, яке місце займає опрацьований матеріал (яку роль виконує) в загальній структурі дисципліни, обґрунтуйте його зв'язок із іншими математичними та фаховими навчальними дисциплінами.
10. Побудуйте знако-символьні моделі, схеми, таблиці, графіки, що інтерпретують теоретичну і практичну (задачну) складові навчального матеріалу.
11. Виділіть ті теоретичні питання, які Ви недостатньо зрозуміли. З ними можна звернутися до одногрупників або до викладача у визначений час консультації.
12. Проаналізуйте зміст виконаної навчальної роботи. Оцініть Ваш рівень засвоєння теоретичних знань. Сплануйте зміст подальшої освітньо-математичної діяльності (теоретичну і практичну складові).

**Розв'язування задач** передбачає виконання мислительних (логічних) дій і операцій, застосування теоретичних знань у процесі вирішення задачних ситуацій. З погляду логіки - це процес мисленнєвого сходження від загального (абстрактного) до часткового (конкретного).

***Узагальнена схема (навчальна модель) розв'язування прикладних задач з математики (застосування методу математичного моделювання)***

1. Постановка (формулювання) прикладної задачі.
  2. Змістовий аналіз умови задачі, виділення основних характеристик (параметрів) процесу, явища, практичної задачної ситуації.
  3. Виділення всіх змінних величин, що характеризують об'єкт пізнання.
  4. Знаходження всіх відношень, у яких перебувають змінні величини, встановлення їх властивостей (характеристик).
  5. Інтерпретація виділених змінних величин та знайдених відношень засобами математики: введення змінних (невдомих), математичних операцій; визначення виду функції (функціоналів, операторів).
  6. Конструювання в знаково-символьній формі математичних співвідношень. Встановлення ізоморфізму структур досліджуваного об'єкта та визначеного математичного апарату. Побудова математичної моделі.
  7. Формулювання та розв'язування математичної задачі. Знаходження розв'язку.
  8. Інтерпретація одержаного розв'язку, тобто його формулювання на мові початкової (прикладної) задачі.
  9. Визначення типів прикладних задач, розв'язування яких зводиться до побудови математичних моделей такого ж виду.
  10. Самоаналіз, самоконтроль, самокорекція і самооцінка засвоєння методу математичного моделювання.
- Формалізована структура математичного моделювання як методу навчального пізнання представляється у вигляді:
- 1) постановка прикладної (практичної) задачі та її змістовий аналіз;
  - 2) формалізація – формулювання задачі на мові математичних термінів та побудова математичної моделі;
  - 3) розв'язання задачі всередині побудованої моделі (знаходження розв'язку математичної задачі);
  - 4) інтерпретація одержаного результату, тобто формулювання розв'язку прикладної задачі на її мові.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 7

### ***Узагальнена схема розв'язування математичних задач (правило-орієнтир)***

1. Проаналізуйте задачу (виділіть умову та вимогу).
2. З'ясуйте, до якого виду відноситься задача, у чому її практична чи прикладна значущість.
3. Виділіть поняття, відношення, що містять умова та вимога задачі.
4. Перетворіть задану математичну модель (створіть графічну інтерпретацію).
5. Проаналізуйте властивості виконуваних дій і перетворень (еквівалентність чи нееквівалентність).
6. Знайдіть розв'язки й перевірте (доведіть), що вони задовольняють вимогу задачі.
7. Визначте спосіб розв'язування задачі (як ієрархію дій і операцій).
8. Складіть аналогічну власну задачу та розв'яжіть її. Проконтролюйте і скоректуйте правильність розв'язування.
9. Оцініть рівень засвоєння Вами способу розв'язування задачі.
10. Проаналізуйте знайдений спосіб розв'язування з погляду раціональності. Обґрунтуйте можливості розв'язування задачі іншим способом (методом).

### ***Компетентнісні задачі***

Компетентнісні задачі формулюються з метою теоретичного узагальнення типових математичних задач, знаходження методу (способу) їх розв'язування. За результатами розв'язування компетентнісних задач створюється ієрархія загальнологічних, спеціально-математичних і рефлексивних дій. Це дозволяє класифікувати математичні задачі, оволодівати методом (способом) їх розв'язування.

Компетентнісні задачі розв'язуються індивідуально та передбачають відповідь на такі три питання: «як діяти?», «чому так діяти?», «для чого так діяти?».

### ***Узагальнена схема розв'язування компетентнісних задач***

1. Формулювання компетентнісної задачі на основі математичної (базової).
2. Змістовий аналіз з метою знаходження загального відношення (поняття), характерного для типу математичних задач. Формулювання евристик.
3. Формування змістових абстракцій і узагальнень, створення моделі знайденого загального відношення та її перетворення.
4. Конструювання способу (методу) розв'язування типових математичних задач як ієрархії дій і операцій.
5. Змістове планування часткових математичних задач, що розв'язуються знайденим способом (методом).
6. Самоаналіз і самоконтроль виконаних дій і операцій.
7. Самокорекція та самооцінка засвоєння способу розв'язування типових математичних задач.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 8

## Практична робота № 1. Матриці та дії над ними

**Завдання 1.** Дано матриці  $A$  та  $B$ . Знайти  $AB^T$ .

$$1.1. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.2. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.3. A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$1.4. A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$1.5. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.6. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.7. A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.8. A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$1.9. A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.10. A = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.11. A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$1.12. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$1.13. A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$1.14. A = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$1.15. A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 9

## Практична робота № 2-3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

**Завдання 2.** Розв'язати систему рівнянь:

а) методом Гаусса; б) за формулами Крамера; в) матричним методом.

$$2.1. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = -5, \\ 5x_1 + 2x_2 = 4. \end{cases}$$

$$2.2. \begin{cases} 3x_1 + x_2 = 6, \\ 2x_1 - x_2 = -1. \end{cases}$$

$$2.3. \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 1, \\ x_1 + 2x_2 = 5. \end{cases}$$

$$2.4. \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 = 2. \end{cases}$$

$$2.5. \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 = 2, \\ x_1 - 2x_2 = -5. \end{cases}$$

$$2.6. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 = 2. \end{cases}$$

$$2.7. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = -1, \\ 4x_1 + x_2 = -5. \end{cases}$$

$$2.8. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = -1, \\ x_1 + 2x_2 = 10. \end{cases}$$

$$2.9. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 4, \\ 2x_1 + x_2 = 1. \end{cases}$$

$$2.10. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 = 1, \\ 4x_1 + x_2 = 11. \end{cases}$$

$$2.11. \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 - 2x_2 = 5. \end{cases}$$

$$2.12. \begin{cases} x_1 + 3x_2 = 1, \\ 2x_1 + x_2 = -3. \end{cases}$$

$$2.13. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 1, \\ 2x_1 + x_2 = 5. \end{cases}$$

$$2.14. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 = -2. \end{cases}$$

$$2.15. \begin{cases} 5x_1 - x_2 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 = 9. \end{cases}$$

**Завдання 3.** Розв'язати систему рівнянь:

а) методом Гаусса; б) за формулами Крамера; в) матричним методом.

$$3.1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

$$3.2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

$$3.3. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9. \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

$$3.6. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 10

$$3.7. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12. \end{cases} \quad 3.8. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19. \end{cases}$$

$$3.9. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases} \quad 3.10. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

$$3.11. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -11. \end{cases} \quad 3.12. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

$$3.13. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8. \end{cases} \quad 3.14. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$$

$$3.15. \begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10. \end{cases}$$

### Практична робота № 4-5. Вектори. Аналітична геометрія

**Завдання 4.** Дано вектори  $\vec{a}$  та  $\vec{b}$ . Знайти: 1)  $\vec{a} + \vec{b}$ ; 2)  $\vec{a} - \vec{b}$ ; 3)  $|\vec{a} + \vec{b}|$ ; 4) скалярний добуток

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ ; 5) векторний добуток  $\vec{a} \times \vec{b}$ .

4.1.  $\vec{a} = (3; -2; 1)$ ,  $\vec{b} = (-5; 4; 2)$ .

4.2.  $\vec{a} = (-4; -1; 3)$ ,  $\vec{b} = (2; -4; 1)$ .

4.3.  $\vec{a} = (-3; 2; 4)$ ,  $\vec{b} = (1; -3; 5)$ .

4.4.  $\vec{a} = (2; -1; 4)$ ,  $\vec{b} = (3; -1; 5)$ .

4.5.  $\vec{a} = (-6; 2; 3)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; -4)$ .

4.6.  $\vec{a} = (2; 3; -2)$ ,  $\vec{b} = (1; 2; -4)$ .

4.7.  $\vec{a} = (3; -5; 2)$ ,  $\vec{b} = (-2; 3; 1)$ .

4.8.  $\vec{a} = (-4; 2; -3)$ ,  $\vec{b} = (1; -4; 1)$ .

4.9.  $\vec{a} = (4; -3; 5)$ ,  $\vec{b} = (2; -5; 1)$ .

4.10.  $\vec{a} = (1; -4; 5)$ ,  $\vec{b} = (2; 1; 6)$ .

4.11.  $\vec{a} = (-1; 2; -3)$ ,  $\vec{b} = (-2; 4; -3)$ .

4.12.  $\vec{a} = (2; -4; 5)$ ,  $\vec{b} = (1; -2; 2)$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 11

4.13.  $\vec{a}=(3;-2;3)$ ,  $\vec{b}=(-1;5;-2)$ .

4.14.  $\vec{a}=(4;-1;3)$ ,  $\vec{b}=(2;-3;3)$ .

4.15.  $\vec{a}=(1;-2;3)$ ,  $\vec{b}=(1;1;3)$ .

**Завдання 5.** Дано координати вершин трикутника  $A_1A_2A_3$ . Знайти кут  $A_1A_2A_3$ .

5.1.  $A_1(3;1;2), A_2(5;0;-1), A_3(0;3;6)$ .

5.2.  $A_1(3;1;4), A_2(-1;6;1), A_3(-1;1;6)$ .

5.3.  $A_1(3;3;9), A_2(6;9;1), A_3(1;7;3)$ .

5.4.  $A_1(2;4;3), A_2(7;6;3), A_3(4;9;3)$ .

5.5.  $A_1(9;5;5), A_2(-3;7;1), A_3(5;7;8)$ .

5.6.  $A_1(0;7;1), A_2(4;1;5), A_3(4;6;3)$ .

5.7.  $A_1(5;5;4), A_2(3;8;4), A_3(3;5;10)$ .

5.8.  $A_1(6;1;1), A_2(4;6;6), A_3(4;2;0)$ .

5.9.  $A_1(7;5;3), A_2(9;4;4), A_3(4;5;7)$ .

5.10.  $A_1(6;6;2), A_2(5;4;7), A_3(2;4;7)$ .

5.11.  $A_1(-4;6;4), A_2(2;1;5), A_3(-1;-2;2)$ .

5.12.  $A_1(2;-1;9), A_2(1;1;5), A_3(7;3;1)$ .

5.13.  $A_1(1;-2;2), A_2(-1;-3;4), A_3(5;5;-1)$ .

5.14.  $A_1(1;1;3), A_2(7;1;1), A_3(4;1;-1)$ .

5.15.  $A_1(-3;1;-2), A_2(2;0;-1), A_3(3;4;-5)$ .

**Завдання 6.** Дано координати вершин піраміди  $A_1A_2A_3A_4$ . Знайти площу грані  $A_1A_2A_3$  та об'єм піраміди.

6.1.  $A_1(7;0;3), A_2(3;0;-1), A_3(3;0;5), A_4(4;3;-2)$ .

6.2.  $A_1(1;-1;6), A_2(2;5;-2), A_3(-3;3;3), A_4(4;1;5)$ .

6.3.  $A_1(3;6;1), A_2(6;1;4), A_3(3;-6;10), A_4(7;5;4)$ .

6.4.  $A_1(1;1;3), A_2(4;1;6), A_3(6;4;1), A_4(0;5;6)$ .

6.5.  $A_1(4;4;5), A_2(10;2;3), A_3(-3;5;4), A_4(6;-2;2)$ .

6.6.  $A_1(-1;2;5), A_2(-4;6;4), A_3(2;1;5), A_4(-1;-2;2)$ .

6.7.  $A_1(2;-1;9), A_2(1;1;5), A_3(7;3;1), A_4(2;6;-2)$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 12

6.8.  $A_1(1;-2;2), A_2(-1;-3;4), A_3(5;5;-1), A_4(2;4;-5)$ .

6.9.  $A_1(1;1;3), A_2(7;1;1), A_3(2;2;2), A_4(4;1;-1)$ .

6.10.  $A_1(-3;1;-2), A_2(2;0;-1), A_3(0;-2;6), A_4(3;4;-5)$ .

6.11.  $A_1(1;8;2), A_2(5;2;6), A_3(5;7;4), A_4(4;10;9)$ .

6.12.  $A_1(6;6;5), A_2(4;9;5), A_3(4;6;11), A_4(6;9;3)$ .

6.13.  $A_1(7;2;2), A_2(-5;7;-7), A_3(5;-3;1), A_4(2;3;7)$ .

6.14.  $A_1(8;-6;4), A_2(10;5;-5), A_3(5;6;-8), A_4(8;10;7)$ .

6.15.  $A_1(1;-2;7), A_2(4;2;10), A_3(2;3;5), A_4(5;3;7)$ .

**Завдання 7.** Дано координати вершин трикутника  $ABC$ . Знайти: 1) рівняння сторони  $AB$ ; 2) рівняння висоти  $CH$ ; 3) рівняння медіани  $BM$ ; 4) точку перетину медіани  $BM$  і висоти  $CH$ .

7.1.  $A(7;3), B(3;-1), C(3;5)$ .

7.2.  $A(1;-1), B(2;5), C(-3;3)$ .

7.3.  $A(3;6), B(6;1), C(3;-6)$ .

7.4.  $A(1;3), B(1;6), C(6;2)$ .

7.5.  $A(4;5), B(2;3), C(-3;4)$ .

7.6.  $A(-1;2), B(-4;6), C(2;1)$ .

7.7.  $A(2;-1), B(1;5), C(3;1)$ .

7.8.  $A(1;-2), B(-1;-3), C(5;-1)$ .

7.9.  $A(1;3), B(7;1), C(2;-2)$ .

7.10.  $A(3;2), B(5;-1), C(0;6)$ .

7.11.  $A(2;3), B(-2;5), C(-2;-1)$ .

7.12.  $A(2;3), B(-1;4), C(-3;2)$ .

7.13.  $A(3;-2), B(2;-3), C(-5;-2)$ .

7.14.  $A(-3;1), B(-5;2), C(1;-1)$ .

7.15.  $A(-3;-2), B(2;-2), C(1;4)$ .

**Завдання 8.** Дано координати вершин піраміди  $A_1A_2A_3A_4$ . Знайти: 1) довжину сторони  $A_1A_2$ ; 2) рівняння прямої  $A_1A_2$ ; 3) рівняння площини  $A_1A_2A_3$ ; 4) рівняння висоти  $A_4O$ .

8.1.  $A_1(4;2;5), A_2(0;7;2), A_3(0;2;7), A_4(1;5;0)$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 13

8.2.  $A_1(4;4;10), A_2(4;10;2), A_3(2;8;4), A_4(9;6;9)$ .

8.3.  $A_1(4;6;5), A_2(6;9;4), A_3(2;10;10), A_4(7;5;9)$ .

8.4.  $A_1(3;5;4), A_2(8;7;4), A_3(5;10;4), A_4(4;7;8)$ .

8.5.  $A_1(10;6;6), A_2(-2;8;2), A_3(6;8;9), A_4(7;10;3)$ .

8.6.  $A_1(1;8;2), A_2(5;2;6), A_3(5;7;4), A_4(4;10;9)$ .

8.7.  $A_1(6;6;5), A_2(4;9;5), A_3(4;6;11), A_4(6;9;3)$ .

8.8.  $A_1(7;2;2), A_2(5;7;7), A_3(5;3;1), A_4(2;3;7)$ .

8.9.  $A_1(8;6;4), A_2(10;5;5), A_3(5;6;8), A_4(8;10;7)$ .

8.10.  $A_1(7;7;3), A_2(6;5;8), A_3(3;5;8), A_4(8;4;1)$ .

8.11.  $A_1(4;2;5), A_2(0;7;1), A_3(0;2;7), A_4(1;5;0)$ .

8.12.  $A_1(4;4;10), A_2(7;10;2), A_3(2;8;4), A_4(9;6;9)$ .

8.13.  $A_1(4;6;5), A_2(6;9;4), A_3(2;10;10), A_4(7;5;9)$ .

8.14.  $A_1(3;5;4), A_2(8;7;4), A_3(5;10;4), A_4(4;7;8)$ .

8.15.  $A_1(1;8;2), A_2(5;2;6), A_3(5;7;4), A_4(4;10;9)$ .

**Завдання 9.** Визначити тип кривої другого порядку та знайти її числові характеристики.

9.1.  $9y^2 - 16x^2 + 32x - 18y + 137 = 0$ .

9.2.  $25x^2 + 16y^2 + 150x - 64y - 111 = 0$ .

9.3.  $16x^2 - 32x + 36y - 164 = 0$ .

9.4.  $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0$ .

9.5.  $x^2 + 16y^2 - 4x + 32y + 4 = 0$ .

9.6.  $9y^2 - 4x^2 + 24x + 18y - 63 = 0$ .

9.7.  $x^2 + 9y^2 + 4x - 54y + 76 = 0$ .

9.8.  $36x^2 + 49y^2 + 72x - 294y - 1287 = 0$ .

9.9.  $4y^2 - x^2 - 6x - 16y - 29 = 0$ .

9.10.  $4x^2 + y^2 + 24x + 2y - 63 = 0$ .

9.11.  $9y^2 - 15x - 36y - 9 = 0$ .

9.12.  $25x^2 - 9y^2 + 50x + 72y - 344 = 0$ .

9.13.  $x^2 - 9y^2 + 8x + 54y - 74 = 0$ .

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 14

$$9.14. 9x^2 + 4y^2 + 36x - 24y + 36 = 0.$$

$$9.15. 16x^2 - 64x + 15y - 161 = 0.$$

**Практична робота № 6-8. Границя та неперервність функції.  
Похідна функції. Застосування похідної**

**Завдання 10.** Знайти границю.

$$10.1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + x - 2}{x^2 - 2x - 3}.$$

$$10.2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 - x - 1}.$$

$$10.3. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 17x + 35}{x^2 - x - 20}.$$

$$10.4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + x - 5}{x^2 + x - 2}.$$

$$10.5. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x - 1}{x^2 - 6x - 7}.$$

$$10.6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 7x - 2}{x^2 - 7x + 10}.$$

$$10.7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}.$$

$$10.8. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 + 3x - 9}.$$

$$10.9. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^2 + 5x + 4}.$$

$$10.10. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x - 5}{2x^2 - 9x - 5}.$$

$$10.11. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 7x + 6}.$$

$$10.12. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - x - 6}.$$

$$10.13. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{3x^2 + 4x - 4}.$$

$$10.14. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x - 10}.$$

$$10.15. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x - 5}{2x^2 - 9x - 5}.$$

**Завдання 11.** Знайти границю.

$$11.1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 1}{x^3 + 2x - 4}.$$

$$11.2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 + 4x - 3}{4x^2 - x - 6}.$$

$$11.3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x - 3}{-5x^2 + x + 2}.$$

$$11.4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 7x - 1}{x^4 - 6x + 1}.$$

$$11.5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 4x + 1}{2x^3 + 2x - 4}.$$

$$11.6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 4x - 3}{4x^5 - x + 6}.$$

$$11.7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 1}{-3x^3 + 4x + 14}.$$

$$11.8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^4 - 7x - 1}{9x^3 - 6x + 12}.$$

$$11.9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x + 1}{-3x^3 + 2x - 5}.$$

$$11.10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 4x + 7}{4x^4 - 3x - 6}.$$

$$11.11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 3x + 1}{4x^3 + 2x^2 - 5}.$$

$$11.12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{-3x^2 + x - 2}.$$

$$11.13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x + 5}{3x^3 + x - 2}.$$

$$11.14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 6x + 1}{x^4 - 3x + 1}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 15

$$11.15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 5x + 1}{4x^3 + 3x - 2}.$$

**Завдання 12.** Знайти границю.

$$12.1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{4-3x}-1}.$$

$$12.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x+x^2}.$$

$$12.3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4-3x^2}-1}{x^2+x}.$$

$$12.4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{x-3}.$$

$$12.5. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{x-4}.$$

$$12.6. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4+x}-3}{x^2-25}.$$

$$12.7. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x}-2}{x+2}.$$

$$12.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{x-2x^2}.$$

$$12.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{5x}.$$

$$12.10. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{\sqrt{x-1}-2}.$$

$$12.11. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{6-x}-2}.$$

$$12.12. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4+3x} - \sqrt{2+x}}{x+x^2}.$$

$$12.13. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{6+x}-3}{x^2-9}.$$

$$12.14. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{\sqrt{2x+3}-1}.$$

$$12.15. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+4}{\sqrt{2x+9}-1}.$$

**Завдання 13.** Знайти границю, скориставшись першою визначною границею.

$$13.1. \lim_{x \rightarrow 0} \sin 4x \cdot \operatorname{ctg} 5x.$$

$$13.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\sin^2 2x}.$$

$$13.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 2x}{\operatorname{tg}^2 3x}.$$

$$13.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{\sin 2x}.$$

$$13.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{arctg} 4x}{\sin^2 2x}.$$

$$13.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{x \cdot \operatorname{tg} 2x}.$$

$$13.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{1 - \cos 3x}.$$

$$13.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{\operatorname{arcsin} 4x}.$$

$$13.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{2x^2}.$$

$$13.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsin}^2 3x}{4x \cdot \operatorname{tg} 2x}.$$

$$13.11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\operatorname{tg} 3x}.$$

$$13.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\sin^2 5x}.$$

$$13.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 3x}{\operatorname{arcsin}^2 5x}.$$

$$13.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{x \cdot \operatorname{tg} 2x}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 16

$$13.15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin 5x}{\sin^2 4x}.$$

**Завдання 14.** Знайти границю, скориставшись другою визначною границею.

$$14.1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+5}{x-4} \right)^{2x}.$$

$$14.2. \lim_{x \rightarrow 2} (3x-5)^{\frac{1}{2-x}}.$$

$$14.3. \lim_{x \rightarrow 1} (3-2x)^{\frac{3}{x-1}}.$$

$$14.4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3x-1}.$$

$$14.5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-2}{3x+5} \right)^{3x+2}.$$

$$14.6. \lim_{x \rightarrow 3} (3x-8)^{\frac{2}{x-3}}.$$

$$14.7. \lim_{x \rightarrow 1} (2x-1)^{\frac{x}{x-1}}.$$

$$14.8. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+3} \right)^{2x+3}.$$

$$14.9. \lim_{x \rightarrow 2} (2x-3)^{\frac{5x}{x-2}}.$$

$$14.10. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-2}{3x+1} \right)^{2x}.$$

$$14.11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x+3} \right)^{3x-2}.$$

$$14.12. \lim_{x \rightarrow 3} (3x-8)^{\frac{1}{x-3}}.$$

$$14.13. \lim_{x \rightarrow 2} (5-2x)^{\frac{3}{x-2}}.$$

$$14.14. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+3} \right)^{2x-1}.$$

$$14.15. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x-2}{4x+7} \right)^{2x}.$$

**Завдання 15.** Продиференціювати задану функцію.

$$15.1. y = 2x^3 + 4\sqrt{x^7} - \operatorname{tg} x.$$

$$15.2. y = \frac{4}{x} - 3\sqrt[3]{x^2} + 3\sin x.$$

$$15.3. y = 3x^2 + 8\sqrt[4]{x} - 5\operatorname{arctg} x.$$

$$15.4. y = \frac{1}{4}x^4 - 2\sqrt{x} + \arcsin x.$$

$$15.5. y = \frac{5}{x^3} + 6\sqrt[3]{x} - 7\log_2 x.$$

$$15.6. y = \frac{2}{x^6} + 10\sqrt[5]{x} - 3e^x.$$

$$15.7. y = 2x^7 + 8\sqrt[4]{x^3} - \cos x.$$



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 17

$$15.8. y = \frac{8}{x} + 4\sqrt{x^3} + 2 \ln x.$$

$$15.9. y = \frac{1}{2x^4} - 5\sqrt[5]{x^2} + 6 \sin x.$$

$$15.10. y = \frac{x^4}{2} + 6\sqrt[3]{x^2} - 3 \cos x.$$

$$15.11. y = \frac{2}{x^3} + 5\sqrt[5]{x^2} - 2 \arccos x.$$

$$15.12. y = \frac{1}{3x} - 9\sqrt[3]{x^4} - 5 \cdot 4^x.$$

$$15.13. y = \frac{2}{5}x^5 + 8\sqrt[4]{x} - 3 \operatorname{arctg} x.$$

$$15.14. y = \frac{1}{2}x^4 + 6\sqrt[6]{x^2} - 4 \log_3 x.$$

$$15.15. y = 7x^3 + 3\sqrt{x^5} - 3^x.$$

**Завдання 16.** Продиференціювати задану функцію.

$$16.1. y = \sqrt[4]{3x^2 + 5x - 4}. \quad 16.2. y = \cos(4x^2 + 3x - 2).$$

$$16.3. y = \operatorname{ctg}(2x^2 + x - 4). \quad 16.4. y = \ln(2x^2 - 3x + 5).$$

$$16.5. y = \sqrt{x^3 - 4x + 5}. \quad 16.6. y = \operatorname{tg}(3x^2 + x - 2).$$

$$16.7. y = \operatorname{arctg}(2x^2 - 1). \quad 16.8. y = 3^{2x^3 - 4x + 3}.$$

$$16.9. y = \sqrt[5]{(2x^2 - 4x + 5)^2}. \quad 16.10. y = \arccos(3x^2 + 5).$$

$$16.11. y = \log_3(2x^2 - 4x + 3). \quad 16.12. y = 2e^{4x^2 + 3x - 2}.$$

$$16.13. y = \sqrt[3]{(2x^2 + 5x - 3)^2}. \quad 16.14. y = \sin(2x^2 - 3x + 5).$$

$$16.15. y = \log_4(x^2 + 2x + 7).$$

**Завдання 17.** Продиференціювати задану функцію.

$$17.1. y = 3^x \ln(4x - 3). \quad 17.2. y = \frac{e^{5x}}{2x^2 - 3}.$$

$$17.3. y = x^4 \cos(2x^2 - 5). \quad 17.4. y = \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln(2x + 3)}.$$

$$17.5. y = e^{-2x^2} \operatorname{arctg} x. \quad 17.6. y = \frac{\sin(3x + 2)}{\ln x}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 18

$$17.7. y = \cos x \cdot \ln(2x-3). \quad 17.8. y = \frac{\operatorname{tg} x}{\ln(2x-1)}.$$

$$17.9. y = \frac{e^{\cos x}}{3x^2-4}. \quad 17.10. y = \frac{\ln x}{\sin(4x+3)}.$$

$$17.11. y = 3^{\sin x} (4x-3). \quad 17.12. y = \frac{7^{5x}}{2x^2-3}.$$

$$17.13. y = \frac{4^{-x}}{2x^2-5}. \quad 17.14. y = \frac{\operatorname{arctg} x}{\ln(2x+3)}.$$

$$17.15. y = \frac{\operatorname{arctg} 6x}{7x^3-3x+2}.$$

**Завдання 18.** Обчислити наближено значення функції  $y = f(x)$  у точці  $x_0$ , використовуючи диференціал функції.

$$18.1. y = \sqrt[3]{x}, x_0 = 7,76.$$

$$18.2. y = \arcsin x, x_0 = 0,08.$$

$$18.3. y = \sqrt{4x-1}, x_0 = 2,56.$$

$$18.4. y = x^6, x_0 = 2,01.$$

$$18.5. y = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}, x_0 = 1,58.$$

$$18.6. y = \sqrt[3]{x^2}, x_0 = 1,03.$$

$$18.7. y = x^{11}, x_0 = 1,02.$$

$$18.8. y = \sqrt{4x-3}, x_0 = 1,78.$$

$$18.9. y = \sqrt{x^2+x+3}, x_0 = 1,97.$$

$$18.10. y = x^5, x_0 = 2,97.$$

$$18.11. y = \sqrt{x}, x_0 = 8,87.$$

$$18.12. y = \operatorname{arctg} x, x_0 = 0,05.$$

$$18.13. y = \sqrt{2x+1}, x_0 = 3,92.$$

$$18.14. y = x^4, x_0 = 4,01.$$

$$18.15. y = \sqrt[3]{3x-1}, x_0 = 3,06.$$

**Завдання 19.** Знайти границю функції за допомогою правила Лопіталя.

$$19.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{1 - \cos x}.$$

$$19.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 6x}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 19

$$19.3. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right).$$

$$19.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\ln \cos x} ..$$

$$19.5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln \cos(x-1)}{\ln x}.$$

$$19.6. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{1 - e^{-x}} \right).$$

$$19.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + \sqrt{1+x^2})}{x}.$$

$$19.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + e^{-x} - 1)}{x}.$$

$$19.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\ln(1+x)}.$$

$$19.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}.$$

$$19.11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\operatorname{tg} x - x}.$$

$$19.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{1 - \cos 3x}.$$

$$19.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \operatorname{tg} x}{x \sin x}.$$

$$19.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \cos x - 2}{\ln \cos x}.$$

$$19.15. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln \cos(x-1)}{x-1}.$$

**Завдання 20.** Виконати загальне дослідження функції.

$$20.1. y = \frac{x^3}{2} - \frac{3}{2}x^2 - 12x + 3.$$

$$20.2. y = 2x^3 + 15x^2 + 36x - 5.$$

$$20.3. y = \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 - 8x + 3.$$

$$20.4. y = x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 12x + 5.$$

$$20.5. y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + 3.$$

$$20.6. y = x^3 + x^2 - 5x + 4.$$

$$20.7. y = 4x^3 - 9x^2 + 6x + 3.$$

$$20.8. y = \frac{2}{3}x^3 - 5x^2 + 8x + 3.$$

$$20.9. y = x^3 - 12x^2 + 21x + 5.$$

$$20.10. y = \frac{5}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 20x + 4.$$

$$20.11. y = \frac{2x^3}{3} - 3x^2 - 20x + 3.$$

$$20.12. y = 3x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 18x + 27.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 20

$$20.13. y = 4x^3 - 3x^2 - 6x + 3.$$

$$20.14. y = \frac{2}{3}x^3 + 7x^2 + 12x + 5.$$

$$20.15. y = 5x^3 - 3x^2 - 9x + 2.$$

### Практична робота 9-10. Невизначений інтеграл

**Завдання 21.** Знайти інтеграл.

$$21.1. \int \left( 3x^5 + \cos x - \frac{2}{x^2 - 9} \right) dx.$$

$$21.2. \int (4x^3 - 5e^x + 1) dx.$$

$$21.3. \int \left( \frac{3}{4}\sqrt{x} + 3^x - \sin x \right) dx.$$

$$21.4. \int \left( \frac{3}{\sqrt{9-x^2}} + 4\operatorname{tg}x - 9 \right) dx.$$

$$21.5. \int \left( 8x - \frac{9}{\cos^2 x} + 2 \right) dx.$$

$$21.6. \int \left( 2x^3 - \sqrt{x} + \frac{4}{x} \right) dx.$$

$$21.7. \int (\sqrt[3]{x} - \operatorname{ctg}x + 3) dx.$$

$$21.8. \int \left( 3x^2 - \frac{5}{\sin^2 x} + 4 \right) dx.$$

$$21.9. \int \left( 5x^4 - 3e^x + \frac{8}{x^3} \right) dx.$$

$$21.10. \int \left( \cos x - \frac{4}{x^2 + 16} + x \right) dx.$$

$$21.11. \int \left( 5x - 3\operatorname{ctg}x + \frac{4}{x^3} \right) dx.$$

$$21.12. \int \left( 4^x - \frac{2}{\sqrt{x^3}} + 1 \right) dx.$$

$$21.13. \int \left( x^2 - \frac{3}{\sin^2 x} - 5 \right) dx.$$

$$21.14. \int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2x^5 + 3}{x} dx.$$

$$21.15. \int \left( 2x^3 - \frac{4}{\sqrt{5+x^2}} + 7 \right) dx.$$

$$21.16. \int \left( 4x^5 + \frac{6}{\cos^2 x} - 5 \right) dx.$$

$$21.17. \int \left( 7\sqrt[4]{x^3} - 3e^x + \frac{4}{x} \right) dx.$$

$$21.18. \int (3x^2 - 5\operatorname{tg}x + 2) dx.$$

$$21.19. \int \left( 7x^6 + \frac{3}{x^2 - 9} + 2 \right) dx.$$

$$21.20. \int \left( 5x^4 + 4\sin x - \frac{2}{x} \right) dx.$$

$$21.21. \int \left( \sqrt[5]{x^2} - \frac{2}{x^3} + 4 \right) dx.$$

$$21.22. \int \left( 2x^3 + \frac{6}{\cos^2 x} - 5 \right) dx.$$

$$21.23. \int \frac{\sqrt[5]{x} - 2x^3 + 4}{x^2} dx.$$

$$21.24. \int \left( 3\sqrt{x} - \frac{5}{x^4} + 2 \right) dx.$$

$$21.25. \int \left( \sqrt[5]{x^3} - \frac{4}{x^5} + 2\sin x \right) dx.$$

$$21.26. \int \left( 3x - \frac{5}{x^2 + 4} - 1 \right) dx.$$

$$21.27. \int \left( 3\operatorname{tg}x - \frac{2}{x^4} + 5 \right) dx.$$

$$21.28. \int \left( 4x^3 - \cos x + \frac{6}{x^3} \right) dx.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 21

$$21.29. \int \left( \frac{3}{5+x^2} - \frac{7}{x^3} + 5x \right) dx .$$

$$21.30. \int (3\operatorname{ctg}x - 5\sqrt[3]{x^2} + 2^x) dx .$$

**Завдання 22.** Знайти інтеграл.

$$22.1. \int \sqrt{3+x} dx .$$

$$22.2. \int \sin(3x-2) dx .$$

$$22.3. \int \sqrt[3]{(1+x)^2} dx .$$

$$22.4. \int \frac{dx}{\cos^2(4x-3)} .$$

$$22.5. \int \frac{dx}{\sin^2(3x+7)} .$$

$$22.6. \int e^{2x+3} dx .$$

$$22.7. \int (5-4x)^7 dx .$$

$$22.8. \int \operatorname{tg}(2+3x) dx .$$

$$22.9. \int \sin(5+3x) dx .$$

$$22.10. \int \sqrt[3]{2+5x} dx .$$

$$22.11. \int \frac{3}{\sqrt{5-4x}} dx .$$

$$22.12. \int \frac{dx}{\sin^2(2x-5)} .$$

$$22.13. \int \operatorname{ctg}(4x-3) dx .$$

$$22.14. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}} .$$

$$22.15. \int \frac{dx}{(5x+6)^2} .$$

$$22.16. \int 3^{2x-5} dx .$$

$$22.17. \int \frac{5}{\cos^2(4x+7)} dx .$$

$$22.18. \int \frac{dx}{\sqrt{9+4x^2}} .$$

$$22.19. \int \sin(7x-5) dx .$$

$$22.20. \int \frac{dx}{(3x-5)^4} .$$

$$22.21. \int \frac{dx}{(2+x)^3} .$$

$$22.22. \int \operatorname{ctg}(5-3x) dx .$$

$$22.23. \int e^{5x+4} dx .$$

$$22.24. \int \sqrt[5]{(6-5x)^2} dx .$$

$$22.25. \int \frac{2 dx}{\sqrt{9-4x^2}} .$$

$$22.26. \int \sin(4x+3) dx .$$

$$22.27. \int \sqrt{3-4x} dx .$$

$$22.28. \int \frac{7 dx}{\sin^2(2x-5)} .$$

$$22.29. \int \operatorname{ctg}(7x+4) dx .$$

$$22.30. \int \frac{6 dx}{2x+5} .$$

**Завдання 23.** Знайти інтеграл, використовуючи відповідну заміну змінної.

$$23.1. \int \frac{dx}{(3x+2)\ln^2(3x+2)} .$$

$$23.2. \int \frac{\operatorname{tg}^5 x}{\cos^2 x} dx .$$

$$23.3. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^3 x} .$$

$$23.4. \int \frac{dx}{(1-x)\sqrt{\ln^3(1-x)}} .$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 22

$$23.5. \int \frac{5}{\operatorname{ctg}^4 x \sin^2 x} dx.$$

$$23.6. \int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx.$$

$$23.7. \int \frac{5}{(1+x^2)\sqrt{\operatorname{arctg} x}} dx.$$

$$23.8. \int \frac{dx}{(x+1)\ln^2(x+1)}.$$

$$23.9. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arccos x}.$$

$$23.10. \int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$23.11. \int \cos x e^{\sin x} dx.$$

$$23.12. \int \frac{\sqrt[3]{\ln^2(x+1)}}{x+1} dx.$$

$$23.13. \int \frac{2}{\sin^2 x \sqrt{\operatorname{ctg} x}} dx.$$

$$23.14. \int \frac{\sin x dx}{\sqrt[4]{\cos x}}.$$

$$23.15. \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}{x^2+1} dx.$$

$$23.16. \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+2}}.$$

$$23.17. \int \frac{\ln^4(3x+1)}{3x+1} dx.$$

$$23.18. \int \frac{3 dx}{\cos^2 x \sqrt[5]{\operatorname{tg}^4 x}}.$$

$$23.19. \int \frac{dx}{x \ln^3 x}.$$

$$23.20. \int \frac{4}{(1+x^2)\sqrt[3]{\operatorname{arctg} x}} dx.$$

$$23.21. \int \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx.$$

$$23.22. \int \cos x \sqrt{\sin^3 x} dx.$$

$$23.23. \int \frac{\ln^3(x-5)}{x-5} dx.$$

$$23.24. \int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx.$$

$$23.25. \int \frac{dx}{(x^2+1)\operatorname{arctg}^4 x}.$$

$$23.26. \int \frac{\sqrt[3]{\log_2(x-8)}}{x-8} dx.$$

$$23.27. \int \frac{e^{\frac{x}{2}}}{3x^2} dx.$$

$$23.28. \int \frac{5x^2 dx}{\sqrt{x^3-4}}.$$

$$23.29. \int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$23.30. \int 5x \operatorname{tg}(1+x^2) dx.$$

**Завдання 24.** Знайти інтеграл за формулою інтегрування частинами.

$$24.1. \int (2x-7)\cos x dx.$$

$$24.2. \int (3x-4)e^x dx.$$

$$24.3. \int (x-5)\ln x dx.$$

$$24.4. \int 3\arcsin x dx.$$

$$24.5. \int (4x+3)\sin x dx.$$

$$24.6. \int x^3 \ln x dx.$$

$$24.7. \int (2x-9)3^x dx.$$

$$24.8. \int x \operatorname{arctg} x dx.$$

$$24.9. \int 4x^3 \ln x dx.$$

$$24.10. \int (3x+5)\sin x dx.$$

$$24.11. \int x^2 e^{-x} dx.$$

$$24.12. \int \operatorname{arctg} x dx.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 23

- 24.13.  $\int (x-3) \log_2 x dx$  .                      24.14.  $\int (3x+4) \cos x dx$  .
- 24.15.  $\int (6x+2) e^x dx$  .                      24.16.  $\int 3x^2 \ln x dx$  .
- 24.17.  $\int \arccos x dx$  .                      24.18.  $\int (5x-2) 3^x dx$  .
- 24.19.  $\int (5x+4) \cos x dx$  .                      24.20.  $\int 7x \ln x dx$  .
- 24.21.  $\int (2x+3) \log_3 x dx$  .                      24.22.  $\int (3x-5) \sin x dx$  .
- 24.23.  $\int (3x-4) e^x dx$  .                      24.24.  $\int 4x \operatorname{arctg} x dx$  .
- 24.25.  $\int x \cos(x+6) dx$  .                      24.26.  $\int (3x^2-4) \ln x dx$  .
- 24.27.  $\int \ln(2x-1) dx$  .                      24.28.  $\int (2x+3) \sin x dx$  .
- 24.29.  $\int (5x-4) 3^x dx$  .                      24.30.  $\int 2x \operatorname{arccotg} x dx$  .

### Практична робота 11-12. Визначений інтеграл

**Завдання 25.** Обчислити інтеграл за формулою Ньютона-Лейбніца.

- 25.1.  $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} \frac{4 dx}{x^2+5}$                       25.2.  $\int_{-3}^0 \frac{3 dx}{\sqrt{25+5x}}$
- 25.3.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{7 dx}{4 \sin^2 3x}$                       25.4.  $\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}$
- 25.5.  $\int_{-\pi}^{\pi} 3 \sin \frac{x}{2} dx$                       25.6.  $\int_3^8 6\sqrt{x+1} dx$
- 25.7.  $\int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{6}} 12 \operatorname{ctg} 3x dx$                       25.8.  $\int_0^1 \frac{2 dx}{\sqrt{4-3x}}$
- 25.9.  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2-9}$                       25.10.  $\int_1^e \left(3 + \frac{2}{x}\right) dx$
- 25.11.  $\int_1^2 \frac{3 dx}{2\sqrt{x^2+16}}$                       25.12.  $\int_0^{\frac{5}{2}} \frac{7 dx}{\sqrt{8-x^2}}$
- 25.13.  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{3 \cos^2 5x}$                       25.14.  $\int_3^5 \frac{5 dx}{3-x^2}$
- 25.15.  $\int_{-\pi}^{\pi} \left(2x + \cos \frac{x}{3}\right) dx$                       25.16.  $\int_0^7 \sqrt[3]{x+1} dx$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 24

$$25.17. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} (3x - 2 \operatorname{tg} x) dx$$

$$25.18. \int_{-2}^2 \frac{4 dx}{11 + x^2}$$

$$25.19. \int_{-1}^0 \left(4 + \sqrt[3]{x^2}\right) dx$$

$$25.20. \int_1^3 \left(4 + \frac{2}{x^2}\right) dx$$

$$25.21. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 dx}{5 \cos^2 x}$$

$$25.22. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{3x-2}}$$

$$25.23. \int_0^1 (3x^2 - 2^x) dx$$

$$25.24. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$25.25. \int_0^1 (3e^x - 2\sqrt{7x}) dx$$

$$25.26. \int_1^2 (4x+9)^3 dx$$

$$25.27. \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{8}} (4x - 3 \operatorname{tg} 2x) dx$$

$$25.28. \int_0^{\frac{\pi}{6}} (4x + 3 \cos 5x) dx$$

$$25.29. \int_1^2 \frac{6 dx}{x^2 - 9}$$

$$25.30. \int_1^2 \left(3x + \frac{4}{x^3}\right) dx$$

**Завдання 26.** Обчислити площу фігури, обмеженої заданими лініями.

$$26.1. y = x^2 - 2x + 4, y = 3x - 2. \quad 26.2. y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = 0, x = 1, x = 2.$$

$$26.3. y = x^2 - 3x + 2, y = x + 2. \quad 26.4. y = x^2 - 2, y = 3x + 2.$$

$$26.5. y = x^2, y = 3 - x. \quad 26.6. y = x^2 + 1, y = x - 1, x = 0, x = 3.$$

$$26.7. y = \frac{1}{1+x^2}, y = x, x = 0, x = 2. \quad 26.8. y = \sqrt{x}, y = x^3.$$

$$26.9. y = 2x^2, y = x + 6 \quad 26.10. y = e^x, y = x, x = -1, x = 1.$$

$$26.11. y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x. \quad 26.12. y = \frac{1}{1+x^2}, y = \frac{x^2}{2}.$$

$$26.13. y = \frac{1}{3+x^2}, y = \frac{x^2}{4}. \quad 26.14. y = \sqrt{4-x^2}, y = 0, x = 0, x = 1.$$

$$26.15. y = 2\sqrt{x}, y = 2x^2. \quad 26.16. y = 3^x, y = 0, x = 1, x = 2.$$

$$26.17. y^2 = 9x, y = 3x. \quad 26.18. y = 6x - x^2 + 3, y = x^2 + 3.$$

$$26.19. x = \sqrt{4-y^2}, x = 0, y = 0, y = 1. \quad 26.20. y^2 = 4x, x^2 = 4y.$$

$$26.21. y = 3x^2 - 1, y = 4x + 3. \quad 26.22. y = 2x - x^2, y = 0, x = 0, x = 3.$$

$$26.23. y = -2x^2 + 1, y = -2x - 3. \quad 26.24. y = (x-1)^2, y^2 = x - 1.$$

$$26.25. y = x^3, y = 1, x = 0. \quad 26.26. y = x + 1, y = \cos x, y = 0.$$



Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 25

$$26.27. \quad xy = 6, \quad x + y - 7 = 0.$$

$$26.28. \quad x^2 = 4y, \quad y = \frac{8}{x^2 + 4}.$$

$$26.29. \quad y = x^2, \quad y = 2 - x^2.$$

$$26.30. \quad y = \sqrt[3]{x} + 2, \quad y = \frac{1}{2}x + 2.$$

### Практична робота 13-14. Диференціальні рівняння 1-го порядку

**Завдання 27.** Розв'язати диференціальне рівняння.

$$27.1. \quad xy' = 1 + y^2.$$

$$27.2. \quad yy'\sqrt{1+x^2} = x\sqrt{1+y^2}.$$

$$27.3. \quad y' = \frac{x^2y + y}{\sqrt{4+y^2}}.$$

$$27.4. \quad x + xy + y'(y + xy) = 0, .$$

$$27.5. \quad (y - x^2y)y' = 4x - 5xy^2.$$

$$27.6. \quad y' = \frac{y}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

$$27.7. \quad y'tgx = y.$$

$$27.8. \quad (e^{2x} + 5)y' = ye^{2x}.$$

$$27.9. \quad e^{2x}(2y - 1)y' = y.$$

$$27.10. \quad (x + 4)y' = y^2 - 1.$$

$$27.11. \quad (1 + e^x)yy' = e^x.$$

$$27.12. \quad \sqrt{4 - x^2}y' + xy^2 + x = 0.$$

$$27.13. \quad (e^x + 8)y' = ye^x.$$

$$27.14. \quad 2x + 2xy^2 + \sqrt{2 - x^2}y' = 0$$

$$27.15. \quad y'ctgx = y^4.$$

$$27.16. \quad y'y\sqrt{1-x^2} = \sqrt{5+y^2}.$$

$$27.17. \quad (2x - xy^2)dx = (y + yx^2)dy.$$

$$27.18. \quad y \ln y + xy' = 0.$$

$$27.19. \quad xy' + y = y^2.$$

$$27.20. \quad \sqrt{1-x^2}y' + xy^2 + x = 0.$$

$$27.21. \quad xy' - 2y = yx^3.$$

$$27.22. \quad xy' = y(1 + \ln y).$$

$$27.23. \quad (3 + e^x)yy' = e^x.$$

$$27.24. \quad \sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2}yy' = 0.$$

$$27.25. \quad y' \sin x = y \ln y.$$

$$27.26. \quad (1 + e^x)yy' = e^x.$$

$$27.27. \quad yy' = e^x(4 + y^2).$$

$$27.28. \quad \sqrt{4-x^2}y' = 3x + xy^2.$$

$$27.29. \quad y'ctgy = x^3.$$

$$27.30. \quad y' = 2\sqrt{y} \ln x.$$

**Завдання 28.** Знайти розв'язок диференціального рівняння, що задовольняє задану початкову умову.

$$28.1. \quad y' - \frac{y}{x} = x^2,$$

$$y(1) = 0.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 26

$$28.2. \quad y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$28.3. \quad y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, \quad y(0) = 0.$$

$$28.4. \quad y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$$

$$28.5. \quad y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, \quad y(-1) = \frac{3}{2}.$$

$$28.6. \quad y' - \frac{x}{x+1} y = e^x (x+1), \quad y(0) = 1.$$

$$28.7. \quad y' - \frac{y}{x} = x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$28.8. \quad y' - \frac{2x-5}{x^2} y = 5, \quad y(2) = 4.$$

$$28.9. \quad y' + \frac{y}{2x} = x^2, \quad y(1) = 1.$$

$$28.10. \quad y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{2x^2}{1+x^2}, \quad y(0) = \frac{2}{3}.$$

$$28.11. \quad y' + \frac{y}{x} = \sin x, \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi}.$$

$$28.12. \quad y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x, \quad y(1) = e.$$

$$28.13. \quad y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$$

$$28.14. \quad y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 1, \quad y(1) = 1.$$

$$28.15. \quad y' + \frac{2}{x} y = x^3, \quad y(1) = -5/6.$$

$$28.16. \quad y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2, \quad y(1) = 3.$$

$$28.17. \quad y' + \frac{y}{x} = 3x, \quad y(1) = 1.$$

$$28.18. \quad y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, \quad y(1) = 4.$$

$$28.19. \quad y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, \quad y(1) = 1.$$

$$28.20. \quad y' + 2xy = -2x^3, \quad y(1) = e^{-1}.$$

$$28.21. \quad y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}, \quad y(0) = \frac{2}{3}.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 27

$$28.22. \quad y' + xy = -x^3, \quad y(0) = 3.$$

$$28.23. \quad y' - \frac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2, \quad y(0) = 1.$$

$$28.24. \quad y' + 2xy = e^{-x^2} \sin x, \quad y(0) = 1.$$

$$28.25. \quad y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3, \quad y(0) = \frac{1}{2}.$$

$$28.26. \quad y' - y \cos x = -\sin 2x, \quad y(0) = 3.$$

$$28.27. \quad y' - 4xy = -4x^3, \quad y(0) = -\frac{1}{2}.$$

$$28.28. \quad y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$$

$$28.29. \quad y' - 3x^2y = \frac{x^2(1+x^3)}{3}, \quad y(0) = 0.$$

$$28.30. \quad y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, \quad y(1) = 1.$$

### Практична робота 15-16. Диференціальні рівняння 2-го порядку

**Завдання 29.** Розв'язати диференціальне рівняння.

$$29.1. \quad (1-x^2)y'' - xy' = 2. \quad 29.2. \quad 2xy'y'' = (y')^2 - 1.$$

$$29.3. \quad x^3y'' + x^2y' = 1. \quad 29.4. \quad y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x.$$

$$29.5. \quad y''x \ln x = y'. \quad 29.6. \quad xy'' - y' = x^2e^x.$$

$$29.7. \quad y''x \ln x = 2y'. \quad 29.8. \quad x^2y'' + xy' = 1.$$

$$29.9. \quad y'' = -\frac{x}{y}. \quad 29.10. \quad xy'' = y'.$$

$$29.11. \quad y'' = y' + x. \quad 29.12. \quad xy'' = y' + x^2.$$

$$29.13. \quad xy'' = y' \ln \left( \frac{y'}{x} \right). \quad 29.14. \quad xy'' + y' = \ln x.$$

$$29.15. \quad y'' \operatorname{tg} x = y' + 1. \quad 29.16. \quad y'' + 2x(y')^2 = 0.$$

$$29.17. \quad 2xy'y'' = (y')^2 + 1. \quad 29.18. \quad y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1).$$

$$29.19. \quad y''' + y'' \operatorname{tg} x = \sec x. \quad 29.20. \quad y'' - 2y' \operatorname{ctg} x = \sin^3 x.$$

$$29.21. \quad y'' + 4y' = 2x^2. \quad 29.22. \quad xy'' - y' = 2x^2e^x.$$

$$29.23. \quad x(y'' + 1) + y' = 0. \quad 29.24. \quad y'' + 4y' = \cos 2x.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 28

$$29.25. \quad y'' + y' = \sin x.$$

$$29.26. \quad x^2 y'' = (y')^2.$$

$$29.27. \quad 2xy'' y' = (y')^2 - 4.$$

$$29.28. \quad y''' x \ln x = y''.$$

$$29.29. \quad y'' \operatorname{ctg} x + y' = 2.$$

$$29.30. \quad (1 + x^2) y'' = 2xy.$$

**Завдання 30.** Знайти розв'язок диференціального рівняння, що задовольняє задані початкові умови.

$$30.1. \quad y'' = y' e^y,$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

$$30.2. \quad (y')^2 + 2yy'' = 0,$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

$$30.3. \quad yy'' + (y')^2 = 0,$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

$$30.4. \quad y'' + 2y(y')^3 = 0,$$

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = \frac{1}{3}.$$

$$30.5. \quad y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2,$$

$$y(1) = \frac{\pi}{2}, \quad y'(1) = 2.$$

$$30.6. \quad 2yy'' = (y')^2,$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

$$30.7. \quad yy'' - (y')^2 = y^4,$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

$$30.8. \quad y'' = -\frac{1}{2y^3},$$

$$y(0) = \frac{1}{2}, \quad y'(0) = \sqrt{2}.$$

$$30.9. \quad y'' = 1 - (y')^2,$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

$$30.10. \quad (y'')^2 = y',$$

$$y(0) = \frac{2}{3}, \quad y'(0) = 1.$$

$$30.11. \quad 2yy'' - (y')^2 + 1,$$

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 1.$$

$$30.12. \quad y'' = 2 - y,$$

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 2.$$

$$30.13. \quad y'' = \frac{1}{y^3},$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

$$30.14. \quad yy'' - 2(y')^2 = 0,$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

$$30.15. \quad y'' = y' + (y')^2,$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

$$30.16. \quad y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0,$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

$$30.17. \quad y''(1+y) = 5(y')^2,$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

$$30.18. \quad y''(2y+3) - 2(y')^2 = 0,$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$$

$$30.19. \quad 4(y'')^2 = 1 + (y')^2,$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

$$30.20. \quad 2(y')^2 = (y-1)y'',$$

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 2.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 29

$$30.21. \quad 1+(y')^2 = yy'', \quad y(0)=1, \quad y'(0)=0.$$

$$30.22. \quad y'' + y(y')^3 = 0, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=2.$$

$$30.23. \quad yy'' - (y')^2 = 0, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=2.$$

$$30.24. \quad yy'' - (y')^2 = y^2 \ln y, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=1.$$

$$30.25. \quad y'' - \frac{(1+\ln y)(y')^2}{y(1-\ln y)} = 0, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=1.$$

$$30.26. \quad y''(1+y) = (y')^2 + y', \quad y(0)=2, \quad y'(0)=2.$$

$$30.27. \quad y'' = \frac{y'}{\sqrt{y}}, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=2.$$

$$30.28. \quad y^3 y' y'' + 1 = 0, \quad y(1)=1, \quad y'(1) = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}.$$

$$30.29. \quad yy'' - 2yy' \ln y = (y')^2, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=1.$$

$$30.30. \quad y'' = \frac{1}{\sqrt{y}}, \quad y(0)=y'(0)=0.$$

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

### Основна література

1. Бондарчук В. М., Головня Р. М., Давидчук С. П., Семенець С. П. Методичні рекомендації для проведення практичних (лабораторних) занять з навчальної дисципліни «Вища математика». – Житомир: Державний університет «Житомирська політехніка», 2021. – 113 с.

2. Вища математика. Збірник завдань для організації самостійної роботи студентів в двох частинах (з теоретичною підтримкою). Частина 1: навчальний посібник / І. В. Хом'юк, Н. В. Сачанюк-Кавецька, В. В. Хом'юк, М. Б. Ковальчук. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 206 с.

3. Вища математика. Ч.1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї та багатьох змінних / О.В. Барабаш, С.Ю. Дзядик, Ю.Д. Жданова, О.Б. Омецинська, В.В. Онищенко, С.М. Шевченко. – К.: ДУТ, 2015. – 187 с

4. Дубчак В. М. Вища математика в прикладах та задачах. Навчальний посібник / В. М. Дубчак, В. М. Пришляк, Л. І. Новицька. – Вінниця: ВНАУ, 2018. – 254 с. (<http://repository.vsau.org/getfile.php/17084.pdf>).

5. Елементи вищої математики: навч. посібник / Н. Е. Кондрук, М. М. Маляр, В. В. Ніколенко, М. М. Шаркаді. - Ужгород, Видавництво УжНУ "Говерла", 2017. - 124 с. (<https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/19239>).

6. Кочеткова І.Б., Сушко Л.Ф., Запороженко О.Є. Вища математика в формулах та таблицях. Ч.2: Навч. посібник-довідник. – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2014. – 48 с.

7. Методичні рекомендації до лабораторних робіт із математичного аналізу: [для здобувачів вищої освіти освітнього рівня «бакалавр»]. Ч. 1. Введення в математичний аналіз / С. П. Семенець, В. М. Бондарчук, Р. М. Головня, С. П. Давидчук. – Житомир : РВВ «Житомирська політехніка», 2020. – 51 с.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.07- 05.02/2/101.00.1/МБ/ОК17- 2021
	Екземпляр № 1	Арк 136 / 30

8. Методичні рекомендації до лабораторних робіт із математичного аналізу: [для здобувачів вищої освіти освітнього рівня «бакалавр»]. Ч. 3. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Ряди / В. М. Бондарчук, Р. М. Головня, С. П. Давидчук, С. П. Семенець. – Житомир : РВВ «Житомирська політехніка», 2021. – 63 с.

#### *Допоміжна література*

1. S. Boyd, L. Vandenberghe. Introduction to Applied Linear Algebra: Vectors, Matrices, and Least Squares. - Cambridge University Press, 2018. – 473 p. (<https://web.stanford.edu/~boyd/vmls/vmls.pdf>).

2. Барабаш О. В., Дзядик С. Ю., Жданова Ю. Д., Омецинська О. Б., Онищенко В.В., Шевченко С. М.. «ВИЩА МАТЕМАТИКА. Частина 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функції однієї та багатьох змінних». – К, 2015 – 225 с. (<http://www.dut.edu.ua/ua/lib/1/category/725/view/1597>).

3. Горяник Д.О. Вища математика: навчальний посібник / Д.О. Горяник. – Харків: ХДУХТ, 2019. – 150 с. (<http://elib.hduht.edu.ua/jspui/handle/123456789/4245>)

### **Інформаційні ресурси в Інтернеті**

Бібліотечно-інформаційний ресурс (книжковий фонд, періодика, фонди на електронних носіях тощо) бібліотеки:

1. Бібліотека Державного університету «Житомирська політехніка»: <https://lib.ztu.edu.ua/>

2. Бібліотека українських підручників [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://pidruchniki.ws/>

3. Житомирська обласна універсальна наукова бібліотека ім. Олега Ольжича [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://www.lib.zt.ua/>

4. Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського: режим доступу: <http://nbuv.gov.ua>

Інституційний репозитарій Державного університету «Житомирська політехніка» (наукові статті, автореферати дисертацій та дисертації, навчальні матеріали, студентські роботи, матеріали конференцій, патенти, комп'ютерні програми, статистичні матеріали, навчальні об'єкти, наукові звіти).

\*Індекс структурного підрозділу відповідно до наказу ректора «Про затвердження організаційної структури Державного університету «Житомирська політехніка» (наприклад, 22.06).

\*\* Індекс освітньої програми відповідно до наказу ректора «Про індексацію освітніх програм Державного університету «Житомирська політехніка» (наприклад, 122.00.1/Б).

\*\*\* Шифр освітньої компоненти в освітній програмі (наприклад, ОК1).