

## **Приймання та оброблення сигналів**

## **Характеристики власних шумів підсилювачів**

## Види шумів підсилювачів

До власних шумів підсилювачів відносять:

- 1) тепловий шум (шум Джонсона);
- 2) дробовий шум (шум Шоткі);
- 3) флікер-шум.

Це “робоча”, укорочена версія такого списку. Для операційних підсилювачів шумів їх більше і їх важкувати розрізнити, якщо не застосувати так зване кольорове описання шумів. У цьому випадку колір шуму пов’язано грубою аналогією з кольором світла та має відношення до частотного розподілу компонент шуму.

Для описання шуму використовують багато кольорів, деякі з яких мають відношення до реального світу, у той же час решта швидше пов’язані з областю психоакустики.

Білий шум перебуває посередині цієї шкали, побудованої за критерієм частотного розподілу шумової потужності – таблиця на наступному слайді.

## Види шумів підсилювачів

Таблиця – Кольори шумів

Колір	Залежність спектральної потужності від частоти
Пурпурний	$f^2$
Синій	$f$
Білий	1
Рожевий	$1/f$ (-3 дБ/окт)
Червоний / коричневий	$1/f^2$ (-6 дБ/окт)

## Види шумів підсилювачів

Між цими основними кольорами мітиться незкінченна кількість варіацій. Можливі також шуми у вузькій смузі частот чи навіть на одній частоті. Але такі шуми зазвичай пов'язані з впливом на систему зовнішніх джерел завад.

Шуми з чистими кольорами відсутні. На високих частотах всі шуми втрачають потужність та стають трішки рожевими.

**Шуми ОП проявляються на інтервалі від білого до червоно-коричневого.**

## Тепловий шум

**Причина виникнення:** хаотичний тепловий рух вільних електронів у провідниках.

**Спектральна густина середньої потужності:**

$$W_x(\omega) = 2kTR, \omega \in (-\infty, +\infty)$$

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  - стала Больцмана, Вт\*с/град;

T – абсолютна температура, К;

R – опір резистора, який генерує шум, Ом.

Тепловий шум є білим шумом, причому гаусівським:

$$p(u) = \frac{1}{u_d \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2u_d^2}\right),$$

та ще й з нульовим мат. сподіванням:  $m_x = 0$ .

## Тепловий шум

Якщо ж  $\omega \in [0, +\infty) \Rightarrow W_x(\omega) = 4kTR$

Аналогічне подвоєння матиме місце і для дробового шуму.

Середнє значення квадрату цієї шумової напруги (дисперсія ЕРС цього генератора):

$$\overline{u_{ш}^2} = 4kTR\Delta f_{ef},$$

**формула  
Найквіста**

$\Delta f_{ef}$  - ефективна смуга (шумова смуга пропускання, у межах якої розраховують або вимірюють шуми).

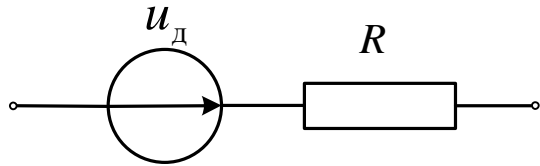
Або через дисперсію шумового струму:

$$\overline{i_{ш}^2} = 4kT \frac{1}{R} \Delta f_{ef} = 4kTg\Delta f_{ef}.$$

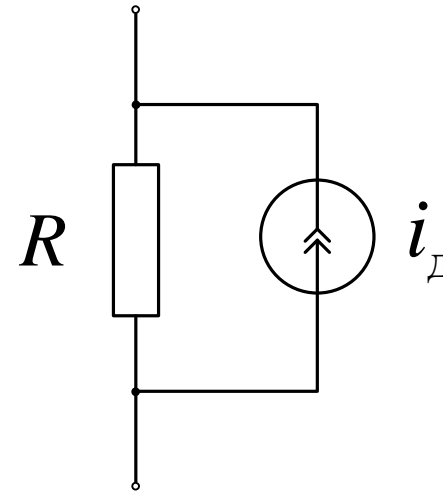
Елементи електричних схем можуть створювати теплові шуми, якщо вони здатні розсіювати енергію. Тому реактивні опори не є джерелами теплового шуму.

## Тепловий шум

Звідси випливають схеми заміщення реального опору:



$$u_d = \sqrt{u_{ш}^2} = \sqrt{4kTR\Delta f_{ef}}$$



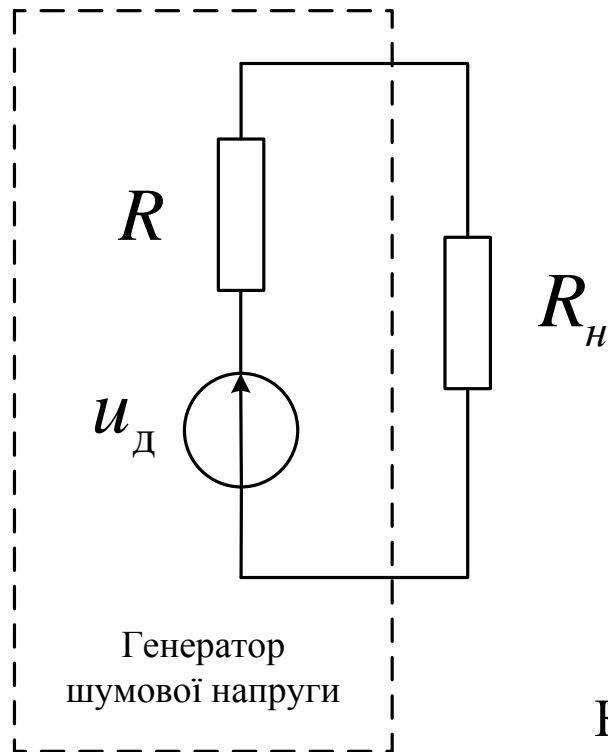
$$i_d = \sqrt{i_{ш}^2} = \sqrt{4kTg\Delta f_{ef}}$$

**Зверніть увагу:** при послідовному включенні реальних опорів складаються квадрати ЕРС окремих генераторів; при паралельному з'єднанні – квадрати струмів.

**Чому?** Тому що ЕРС окремих генераторів мають випадкові частоти і фази, тому мова може йти лише про складання потужностей.

## Тепловий шум

$R=R_H$  - умова, як і звичайна, віддачі максимальної потужності шумового генератора у навантаження:



$$P_{ш \max} = \frac{\overline{u_{ш}^2}}{4R} = kT\Delta f_{ef}$$

$$P_{ш \max} \Big|_{\substack{T=290\text{ K} \\ (17^{\circ}\text{ C})}} = 4 \cdot 10^{-21} \text{ Вт / Гц}$$

Крім цього, теплові шуми, які створюються пасивними компонентами, які з'єднано довільно, дорівнюють тепловим шумам, які виникали б на опорі, рівному дійсній частині повного опору еквівалентного кола.



## Тепловий шум

При кімнатній температурі:

$$u[\text{мкВ}] = \sqrt{u_{ш}^2} = \frac{1}{8} \sqrt{R[\text{кОм}] \Delta f_{ef} [\text{кГц}]}$$

## Шумова смуга пропускання

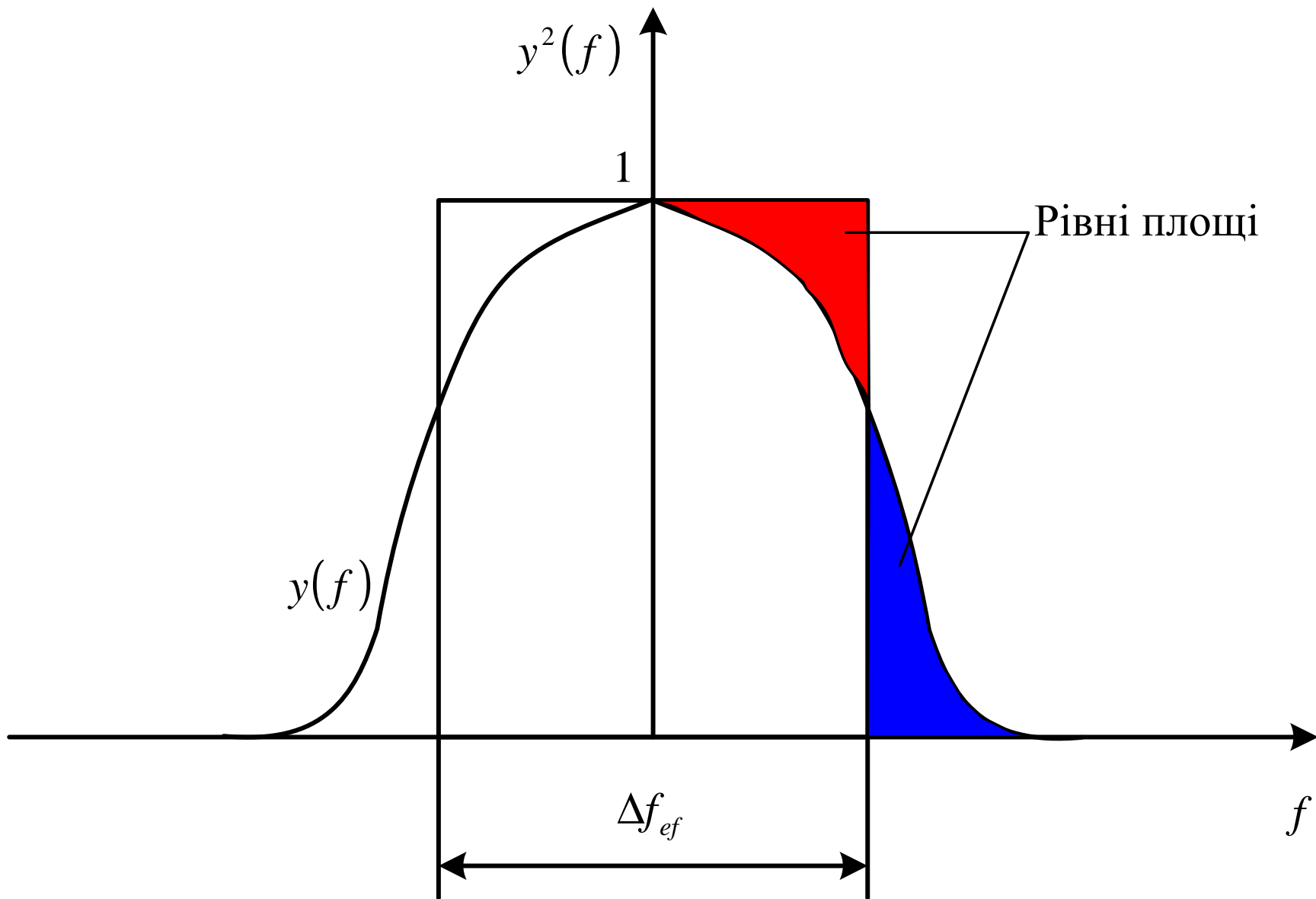
У загальному випадку:

$$\Delta f_{ef} = \int_0^{\infty} y^2(f) df = \left| y(f) = \frac{\dot{K}(f)}{\dot{K}_{\max}(f)} \right| =$$
$$= \frac{1}{|\dot{K}_{\max}(f)|^2} \int_0^{\infty} |\dot{K}(f)|^2 df.$$

Тобто шумова смуга визначається для системи при незмінному коефіцієнті підсилення у межах смуги пропускання та нульовому підсиленні за її межами.

Іншими словами, це **така смуга пропускання ідеальної системи, потужність шуму на виході якої  $P_{ш}$  дорівнює потужності реальної системи – рисунок на наступному слайді.**

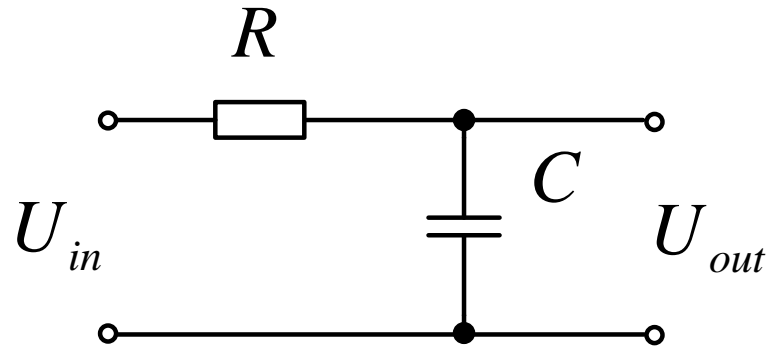
# Шумова смуга пропускання



До питання шумової смуги

## Шумова смуга пропускання

**Приклад.** Дано чотириполіусник – див. рисунок. Визначити його шумову смугу.



Розв'язок.

Частотний коефіцієнт передачі за напругою цього чотириполіусника:

$$\dot{K}(f) = \frac{1}{1 + i2\pi fRC}.$$

Перепишемо його у канонічній формі:

$$\dot{K}(f) = \frac{1}{1 + i \frac{f}{f_{zp}}} = \frac{f_{zp}}{f_{zp} + if}, \text{ де } f_{zp} = \frac{1}{2\pi RC}.$$

## Шумова смуга пропускання

Нагадування (канонічна форма):

$$K(p) = K_0 \frac{(p - z_1)(p - z_2) \dots (p - z_m)}{(p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n)},$$

де  $n \geq m$ ,  $z_i$  – нулі;  $p_j$  – полюси.

## Шумова смуга пропускання

$$\left| \dot{K}_{\max}(f) \right| = \left| \dot{K}(0) \right| = 1,$$

$$\begin{aligned} \Delta f_{ef} &= \int_0^{\infty} \left| \frac{f_{zp}}{f_{zp} + if} \right|^2 df = f_{zp}^2 \int_0^{\infty} \frac{df}{f_{zp}^2 + f^2} = \\ &= \left[ \begin{array}{l} f = f_{zp} \operatorname{tg} \theta, \\ df = f_{zp} \sec^2 \theta d\theta \end{array} \right] = f_{zp} \int_0^{\pi/2} d\theta = \frac{\pi}{2} f_{zp}. \end{aligned}$$

Отже, для полюса першого порядку, різниця між шумовою смугою та смугою пропускання становить 1,57. Якщо продовжити розгляд для полюсів більших порядків то отримаємо такі результати – таблиця на наступному слайді.

## Тепловий шум

Співвідношення між шумовою смугою та смугою пропускання

Кількість полюсів	$\Delta f_{ef} / f_{зр}$	Спад АЧХ, дБ/окт
1	1,57	6
2	1,22	12
3	1,15	18
4	1,13	24
5	1,11	30

## Дробовий шум

**Причина виникнення:** дискретна структура у підсилювальних елементах, тобто флуктуації струму відносно середнього значення  $I_0$ , спричинені випадковим характером емісії електронів (дірок).

**Спектральна густина середньої потужності:**

$$W_x(\omega) \approx eI_0, \omega \in (-\infty, +\infty)$$

$e$  - заряд електрона.

Дробовий шум є білим шумом, причому гаусівським:

$$p(i) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(i - I_0)^2}{2\sigma_i^2}\right),$$

$$I_0 = ne$$

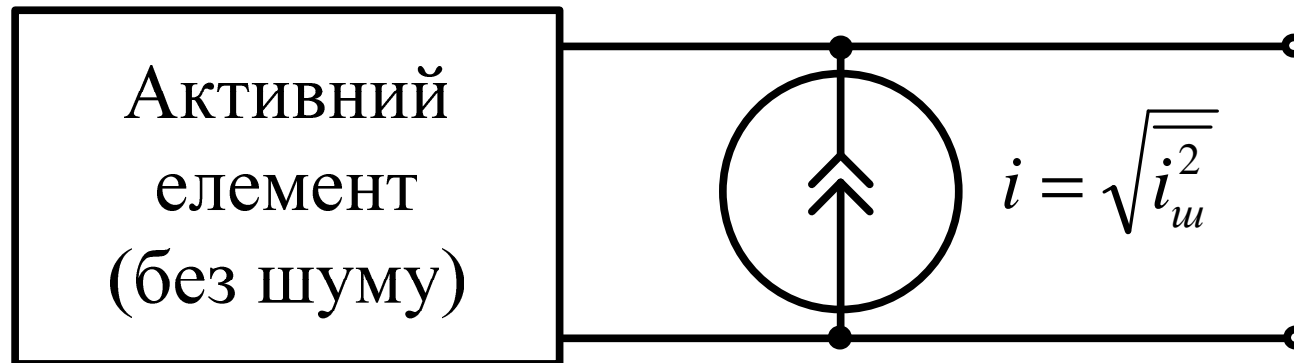


## Дробовий шум

Дисперсія дробового шуму:

$$\overline{i_{ш}^2} = 2eI_0\Delta f_{ef}.$$

Еквівалентна схема активного елемента – рисунок.



$$\frac{i}{\sqrt{\Delta f_{ef}}} = \sqrt{2eI_0} = 5,56 \cdot 10^{-10} \sqrt{I_0}.$$

## Флікер-шум

**Причина виникнення:** протікання струму крізь неоднорідний матеріал. Зокрема *в електронних лампах:* випаровування атомів речовини катода, тобто його постійним руйнуванням, дифузією нових атомів з глибини катода до його поверхні та, як наслідок, структурними змінами поверхні катода (“мерехтіння катода”). *У напівпровідниках:* неперервні ймовірнісні зміни їхньої внутрішньої структури – локального перестроювання провідних каналів всередині напівпровідника при протіканні крізь нього струму. Результатом цього буде хаотична модуляція опору з подальшою флуктуацією струму.

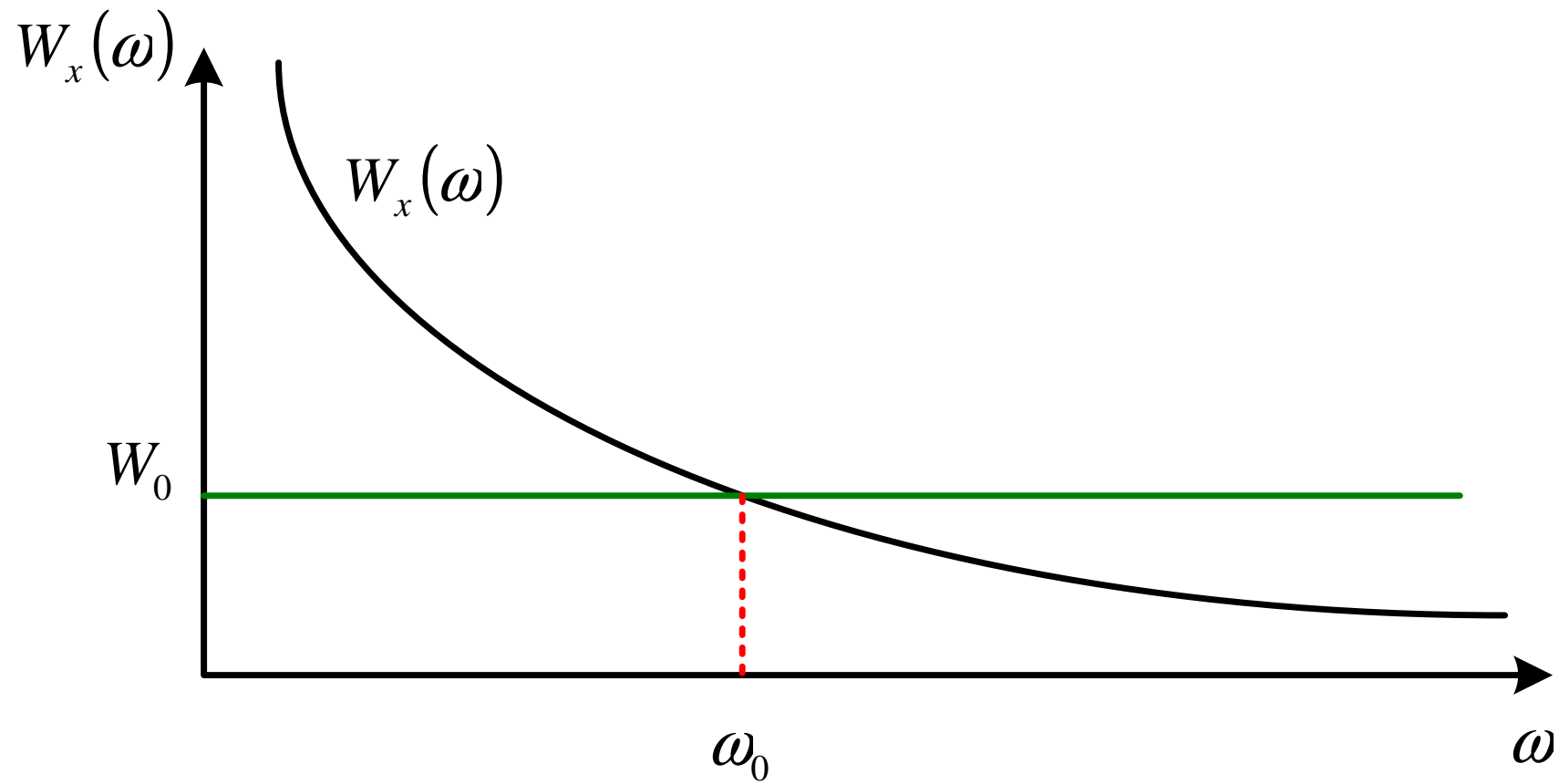
**Спектральна густина середньої потужності (у загальному випадку):**

$$W_x(\omega) \approx \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^\alpha W_o$$

$W_o$  - спектральна густина БШ;

$\omega_o$  - частота спряження білого та рожевого шумів (тут їхні спектральні густини однакові).

## Флікер-шум



До питання частоти спряження

## Флікер-шум

Якщо  $\alpha \approx 1$ , тоді це флікер-шум (рожевий шум):

$$W_x(\omega) \approx \frac{\omega_0}{\omega} W_o,$$

Для нього характерною є постійність енергії у межах кожної октави (чи декади) зміни частоти. Це означає, що спектральна густина зменшується при збільшенні частоти за логарифмічним законом. Такий шум широко поширений у природі, і багато випадкових процесів йому підпорядковується. Прикладом є, власне, флікер-шум.

## Червоний/коричневий шуми

Якщо ж  $\alpha \approx 2$ , тоді це червоний/коричневий шум:

$$W_x(\omega) \approx \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 W_o.$$

Червоний шум не дуже поширений термін для позначення типу шуму. У багатьох літературних джерелах використовують термін “коричневий шум”, якому і приписують властивості червоного. Це питання естетики: якщо використовувати термін “коричневий шум”, то тоді рожевий шум доцільно було б називати бронзовим (жовто-коричневим). Проте його називають “рожевий шум”, тому наступний за кольором буде червоний. Хоча і термін “коричневий шум” також пояснюється – обернена квадратична закономірність є характерною для шумів, створюваним броунівським рухом, відкритим Робертом Броуном (Robert Brown).

У природі червоний/коричневий шумом, наприклад, є акустичні характеристики великих об’ємів води. Імпульсні шуми та шуми лавинного пробую теж іноді характеризують червоний/коричневий шумом, хоча коректніше буде представляти їх як рожеві шуми.

# **Коефіцієнт шуму**

## Коефіцієнт шуму

**Коефіцієнт шуму**  $K_{ш}$  – це відношення потужностей сигналу та шуму на вході підсилювача  $P_{с.вх} / P_{ш.вх}$  до такого ж відношення на виході підсилювача:

$$K_{ш} = \frac{P_{с.вх} / P_{ш.вх}}{P_{с.вих} / P_{ш.вих}}$$

$$K_{ш(дБ)} = 10 \lg K_{ш}$$

## Коефіцієнт шуму

**Фізична суть цього поняття:** у скільки разів шуми на виході підсилювача підсилюються за рахунок шумів, які виникають у самому підсилювачі.

$$K_{ш} = \frac{(P_c / P_{ш})_{\text{вих.ідеальн.підсил.}}}{(P_c / P_{ш})_{\text{вих.реальн.підсил.}}}$$

Тобто у скільки разів відношення С/Ш на виході ідеального підсилювача (без шуму) більше, ніж відношення С/Ш на виході реального підсилювача (з шумами).

**Властивості коефіцієнта шуму:**

1. Коефіцієнта шуму не залежить від опору навантаження.
2. Коефіцієнта шуму залежить від опору джерела вхідного шуму  $R_2$ .
3. Для підсилювача без шуму  $K_{ш} = 1$  ( $K_{ш(дБ)} = 0$ ).



## Коефіцієнт шуму

**Але у такого підходу є обмеження:**

1. При збільшенні опору джерела вхідного шуму коефіцієнт шуму може зменшуватись, хоча сумарний шум у схемі при цьому збільшується.
2. При суто реактивному опорі джерела шуму поняття коефіцієнт шуму втрачає свій зміст ( $P_{ш.вх} = 0 \Rightarrow K_{ш} \rightarrow \infty$ ).
3. Якщо рівень шумів підсилювача невеликий порівняно з тепловими шумами джерела, то при розрахунку коефіцієнта шуму береться відношення практично однакових чисел, що може спричинити значні похибки => потрібне інше поняття.

***Проте порівняння двох коефіцієнтів шуму має зміст лише у тому випадку, коли їх обох виміряно за одного і того ж опорі джерела шуму!***

Коефіцієнт шуму також є функцією частоти, температури, опору джерела шуму, тому при визначенні коефіцієнта шуму ці параметри потрібно описувати.

**Коефіцієнт шуму  
багатокаскадного підсилювача**

## Приведений шум

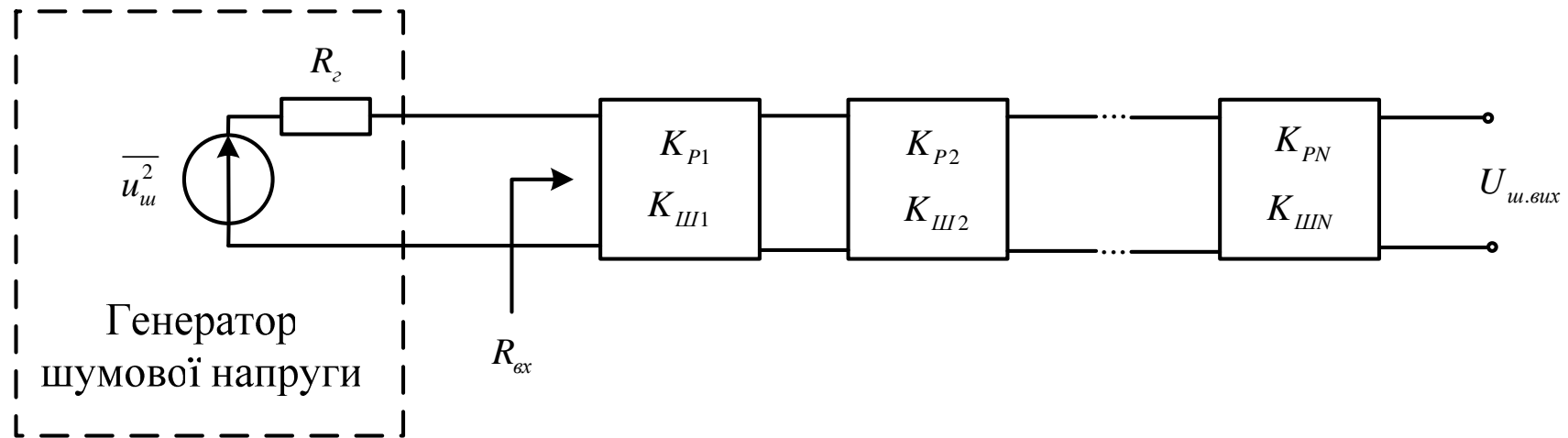
Потужність власного шуму чотириполюсника (у загальному випадку), приведена до його входу, скорочено – “**приведений шум**”:

$$P_{ш.власн} = \frac{P_{ш.вих.власн}}{K_P}$$

Нормування джерела шуму при визначенні коефіцієнта шуму (тобто  $R_z = R_{ex}$ ,  $T = T_n$ ) дозволяє знайти значення приведенного шуму за відомим значенням коефіцієнта шуму без додаткової інформації:

$$P_{ш.власн} = kT_n \Delta f_{eff} (K_{ш} - 1)$$

## Коефіцієнт шуму багатокаскадного підсилювача



Вихідні дані:

- 1) шумові смуги пропускання у всіх підсилювачів однакові;
- 2) коефіцієнти підсилення за потужністю у смузі пропускання  $K_{Pi}(\omega) = const = K_{Pi}$ ;
- 3) Вхідні та вихідні опори суміжних підсилювачів – узгоджено, тобто

$$q_i = 1, q_{i+1} = 1, \quad q = \frac{4R_2}{R_{ex}} \frac{1}{(1 + R_2/R_{ex})^2} = \frac{4R_2 R_{ex}}{(R_{ex} + R_2)^2}$$

- 4) Кожен підсилювач має свій власний коефіцієнт шуму  $K_{Шi}$ .

## Коефіцієнт шуму багатокаскадного підсилювача

Тоді для першого підсилювача:

$$P_{ш.вих.власн1} = kT_n \Delta f_{eff} (K_{ш1} - 1) K_{P1}.$$

Аналогічно для інших підсилювачів:

$$P_{ш.вих.власн2} = kT_n \Delta f_{eff} (K_{ш2} - 1) K_{P2},$$

$$P_{ш.вих.власн3} = kT_n \Delta f_{eff} (K_{ш3} - 1) K_{P3},$$

...

Тепер визначимо рівень шуму окремих підсилювачів, приведенного до входу:

$$P_{ш.власн1} = \frac{P_{ш.вих.власн1}}{K_{P1}} = kT_n \Delta f_{eff} (K_{ш1} - 1),$$

$$P_{ш.власн2} = \frac{P_{ш.вих.власн2}}{K_{P1} K_{P2}} = kT_n \Delta f_{eff} \frac{(K_{ш2} - 1)}{K_{P1}},$$

$$P_{ш.власн3} = \frac{P_{ш.вих.власн2}}{K_{P1} K_{P2} K_{P3}} = kT_n \Delta f_{eff} \frac{(K_{ш3} - 1)}{K_{P1} K_{P2}},$$

...

## Коефіцієнт шуму багатокаскадного підсилювача

Приведені до входу потужності власного шуму каскадів складаються енергетично, оскільки статистично вони незалежні. Тому

$$\begin{aligned} P_{ш.власн} &= P_{ш.власн1} + P_{ш.власн2} + P_{ш.власн3} + \dots = \\ &= \left( K_{ш1} - 1 + \frac{K_{ш2} - 1}{K_{P1}} + \frac{K_{ш3} - 1}{K_{P1}K_{P2}} + \dots \right) kT_n \Delta f_{eff} \end{aligned}$$

З іншого боку  $K_{ш} = 1 + \frac{P_{ш.власн}}{kT_n \Delta f_{eff}}$ .

Звідси

$$K_{ш} = K_{ш1} + \frac{K_{ш2} - 1}{K_{P1}} + \frac{K_{ш3} - 1}{K_{P1}K_{P2}} + \dots$$

## Коефіцієнт шуму багатокаскадного підсилювача

$$K_{ш} = K_{ш1} + \frac{K_{ш2} - 1}{K_{P1}} + \frac{K_{ш3} - 1}{K_{P1} K_{P2}} + \dots$$

Цей вираз справедливий і тоді, коли парціальні коефіцієнти шуму та підсилення за потужністю стосуються окремих груп, які складаються з кількох каскадів.

### Аналіз результату:

- 1) шумові властивості багатокаскадного підсилювача в основному визначаються першими каскадами (як правило, двома), де власний шум зіставний з рівнем сигналу;
- 2) шумові властивості багатокаскадного підсилювача визначаються не тільки парціальними коефіцієнтами шуму, але й парціальними коефіцієнтами підсилення за потужністю;
- 3) якщо  $q_i = 1$ , то коефіцієнт шуму визначений при розузгодженні дає тим більшу похибку, чим більше розузгодження. Тому це ще одна причина потреби в узгодженні опорів при визначенні коефіцієнта шуму.

## Шумова температура

Аналіз підсилювачів з  $K_{ш} \rightarrow 1$  зручніше проводити, використовуючи поняття “шумової температури”.

**Визначення.** Приведений до входу власний шум підсилювача створюється не еквівалентним генератором напруги чи струму, а узгодженим з входом підсилювача резистором  $R_{ш} = R_{вх}$ , що шумить. Температуру, за якої має перебувати цей резистор, щоб створити на виході шум реального підсилювача, і називають шумовою температурою.

Зв'язок шумової температури з нормальною температурою та коефіцієнтом шуму:

$$T_{ш} = T_n (K_{ш} - 1)$$

де  $T_n \approx 300 \text{ K} (25 \pm 10^0 \text{ C})$ .



## Шумова температура

Шумова температура багатокаскадного підсилювача:

$$T_{ш} = T_{ш1} + \frac{T_{ш2}}{K_{P1}} + \frac{T_{ш3}}{K_{P1}K_{P2}} + \dots$$

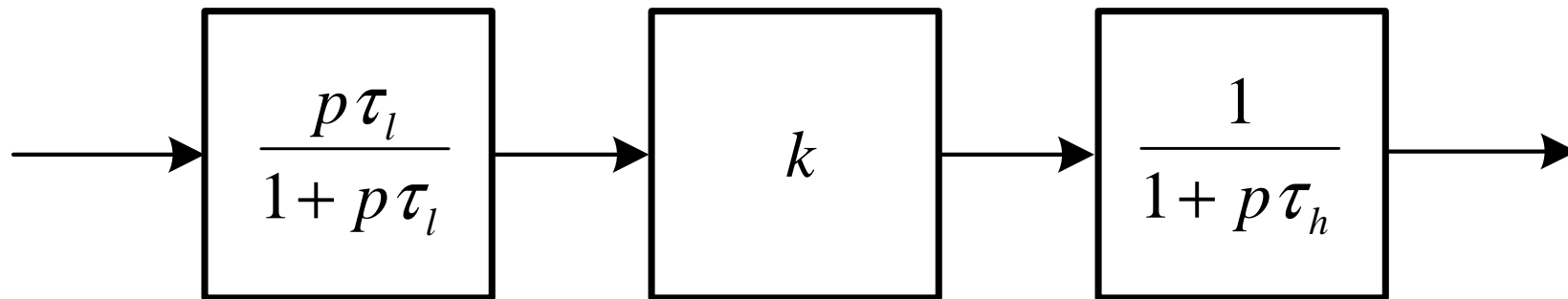
де  $T_{шi}$  – еквівалентні шумові температури окремих каскадів.

# **Шум підсилювача змінної напруги**

## Шум підсилювача змінної напруги

Смугу пропускання знизу визначає ланка з коефіцієнтом передачі

$$K(p) = \frac{p\tau_l}{1+p\tau_l} \quad \text{а зверху – аперіодична ланка} \quad K(p) = \frac{1}{1+p\tau_h}.$$



Структурна схема підсилювача змінної напруги

Вважається, що на вході підсилювача діє суміш білого та фліккер шумів, спектральна густина яких  $W_x(\omega) = W_0 \left( 1 + \frac{\omega_0}{\omega} \right)$ .

Потрібно знайти спектральну гуστину шуму на виході та його дисперсію.

## Шум підсилювача змінної напруги

Знаходимо сумарний коефіцієнт передачі:

$$K(p) = \frac{p\tau_l}{1+p\tau_l} \cdot k \cdot \frac{1}{1+p\tau_h} = \frac{p\tau_l k}{(1+p\tau_l)(1+p\tau_h)}. \quad (1)$$

Переходимо до частотного коефіцієнта передачі, зробивши у попередньому виразі заміну змінної  $p = i\omega$ :

$$\dot{K}(i\omega) = \frac{i\omega\tau_l k}{(1+i\omega\tau_l)(1+i\omega\tau_h)}.$$

Тут  $k$  – коефіцієнт підсилення в області середніх частот.

Спектральна густина шуму на виході підсилювача:

$$W_y(\omega) = |\dot{K}(i\omega)|^2 W_x(\omega) = \frac{\omega^2 \tau_l^2 k^2}{(1+\omega^2 \tau_l^2)(1+\omega^2 \tau_h^2)} W_x \left( 1 + \frac{\omega_0}{\omega} \right).$$

## Шум підсилювача змінної напруги

Тепер дисперсія шуму на виході:

$$D_y = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} W_y(\omega) d\omega.$$

Підставляємо сюди вираз

$$W_y(\omega) = \frac{\omega^2 \tau_l^2 k^2}{(1 + \omega^2 \tau_l^2)(1 + \omega^2 \tau_h^2)} W_x \left( 1 + \frac{\omega_0}{\omega} \right).$$

Маємо:

$$\begin{aligned} D_y &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega^2 \tau_l^2 k^2}{(1 + \omega^2 \tau_l^2)(1 + \omega^2 \tau_h^2)} W_0 \left( 1 + \frac{\omega_0}{\omega} \right) d\omega = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega^2 \tau_l^2 k^2 W_0}{(1 + \omega^2 \tau_l^2)(1 + \omega^2 \tau_h^2)} d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{W_0 \omega_0 \omega \tau_l^2 k^2}{(1 + \omega^2 \tau_l^2)(1 + \omega^2 \tau_h^2)} d\omega = \\ &= D_{\text{БШ}} + D_{\text{ФШ}}, \end{aligned}$$

## Шум підсилювача змінної напруги

Тут:

$$D_{БШ} = \frac{k^2 W_0 \tau_l}{2(\tau_l + \tau_h) \tau_h}, \quad D_{ФШ} = \frac{k^2 W_0 \omega_0 \tau_l^2}{\pi(\tau_l^2 - \tau_h^2)} \ln \frac{\tau_l}{\tau_h}. \quad (2)$$

Зв'язок між сталими часу та відповідними частотами:

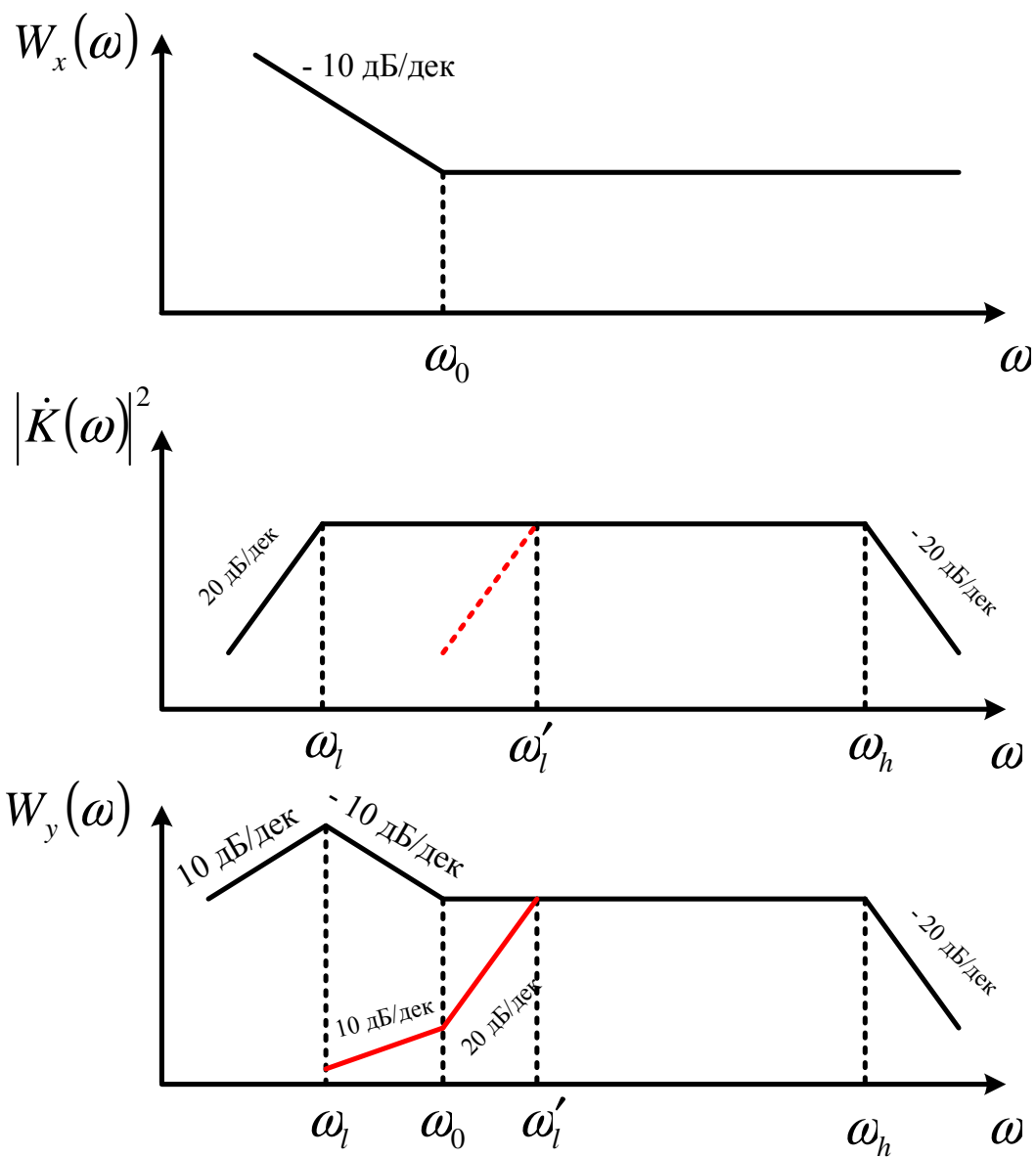
$$\omega_l = \frac{1}{\tau_l}, \quad \omega_h = \frac{1}{\tau_h}.$$

З урахуванням цього з (1) випливає, що коли  $\tau_l \downarrow \Rightarrow \omega_l \uparrow$ ,  $\tau_h \uparrow \Rightarrow \omega_h \downarrow$ ,

То  $D_{БШ} \downarrow$ ,  $D_{ФШ} \downarrow$ . Іншими словами, при зменшенні смуги пропускання підсилювача зменшується дисперсія шумів на його виході.

Графічно (у логарифмічному масштабі) це можна зобразити так, як показано на наступному слайді.

## Шум підсилювача змінної напруги



Розподіл потужності шуму у підсилювачі змінної напруги

## Шум підсилювача змінної напруги

Якщо  $\omega_l < \omega_0$ , то  $W_y(\omega)$  має сплеск на нижніх частотах.

Якщо  $\omega_l > \omega_0$ , то такий сплеск відсутній.

Ці всі результати стосуються підсилювача без зворотного зв'язку. **При його наявності картина не змінюється.**

$$K' = \frac{K}{1 + K\beta} = \frac{p\tau_l k}{(1 + p\tau_l)(1 + p\tau_h)} \cdot \left[ 1 + k\beta \frac{p\tau_l k}{(1 + p\tau_l)(1 + p\tau_h)} \right]^{-1}.$$

За глибокого зворотного зв'язку  $k\beta \gg 1$ , то:

$$K' \approx \frac{1}{\beta} \frac{p\tau_l k\beta}{1 + p\tau_l k\beta} \frac{1}{1 + p\tau_h / (k\beta)}.$$

Якщо порівняти з попереднім результатом

$$K = \frac{p\tau_l k}{(1 + p\tau_l)(1 + p\tau_h)}$$



## Шум підсилювача змінної напруги

то матимемо такий результат:

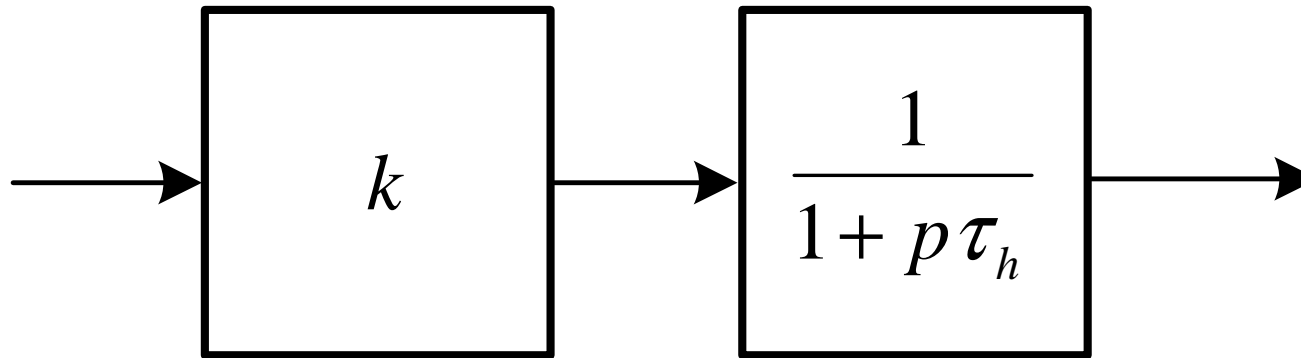
**введення негативного зворотного зв'язку зменшує у  $k\beta$  раз коефіцієнт підсилення та нижню межу смуги пропускання ( $\tau'_l = \tau_l k\beta$ ) та у стільки ж разів збільшує верхню межу смуги пропускання ( $\tau'_h = \tau_h / k\beta$ ).**

**Таким чином, результати аналізу шумів підсилювача без негативного зворотного зв'язку повністю придатні для аналізу шумів підсилювача з негативним зворотним зв'язком, якщо ввести відповідні поправки у значення коефіцієнта підсилення та сталих часу, проте характер коефіцієнта передачі та АЧХ при цьому не змінюється!**

# **Шум підсилювача постійної напруги**

## Шум підсилювача постійної напруги

Смугу пропускання зверху визначає аперіодична ланка  $K(p) = \frac{1}{1 + p\tau_h}$ .



Структурна схема підсилювача постійної напруги

Вважається, що на вході підсилювача діє суміш білого та фліккер шумів, спектральна густина яких  $W_x(\omega) = W_0 \left( 1 + \frac{\omega_0}{\omega} \right)$ .

Потрібно знайти спектральну гуστину шуму на виході та його дисперсію.

## Шум підсилювача постійної напруги

Знаходимо сумарний коефіцієнт передачі:

$$K(p) = k \cdot \frac{1}{1 + p\tau_h} = \frac{k}{1 + p\tau_h}. \quad (3)$$

Переходимо до частотного коефіцієнта передачі, зробивши у попередньому виразі заміну змінної  $p = i\omega$ :

$$\dot{K}(i\omega) = \frac{k}{1 + i\omega\tau_h}.$$

Спектральна густина шуму на виході підсилювача:

$$W_y(\omega) = |\dot{K}(i\omega)|^2 W_x(\omega) = \frac{k^2}{1 + \omega^2\tau_h^2} \cdot W_x\left(1 + \frac{\omega_0}{\omega}\right).$$

## Шум підсилювача постійної напруги

Тепер дисперсія шуму на виході:

$$D_y = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} W_y(\omega) d\omega.$$

Підставляємо сюди вираз

$$W_y(\omega) = \frac{k^2}{1 + \omega^2 \tau_h^2} \cdot W_x \left( 1 + \frac{\omega_0}{\omega} \right).$$

Маємо:

$$\begin{aligned} D_y &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{k^2}{1 + \omega^2 \tau_h^2} W_0 \left( 1 + \frac{\omega_0}{\omega} \right) d\omega = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{k^2 W_0}{1 + \omega^2 \tau_h^2} d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{W_0 \omega_0 k^2}{\omega (1 + \omega^2 \tau_h^2)} d\omega = \\ &= D_{БШ} + D_{ФШ}, \end{aligned}$$

## Шум підсилювача постійної напруги

Обчислити ці доданки можна двома шляхами – інтегруванням, або обчисливши границю виразів (2) при  $\tau_l \rightarrow \infty$ , оскільки  $\omega_l = 0$ .

Скористаємось другим способом:

$$D_{БШ} = \lim_{\tau_l \rightarrow \infty} \frac{k^2 W_0 \tau_l}{2(\tau_l + \tau_h) \tau_h} = \lim_{\tau_l \rightarrow \infty} \frac{k^2 W_0 \tau_l}{2\tau_l \left(1 + \frac{\tau_h}{\tau_l}\right) \tau_h} = \frac{k^2 W_0}{2\tau_h},$$

$$D_{ФШ} = \lim_{\tau_l \rightarrow \infty} \frac{k^2 W_0 \omega_0 \tau_l^2}{\pi(\tau_l^2 - \tau_h^2)} \ln \frac{\tau_l}{\tau_h} = \lim_{\tau_l \rightarrow \infty} \frac{k^2 W_0 \omega_0 \tau_l^2}{\pi \tau_l^2 (1 - \tau_h^2/\tau_l^2)} \ln \frac{\tau_l}{\tau_h} = \infty.$$

Тобто за цим результатом дисперсія флікер-шуму на виході підсилювача постійної напруги дорівнює нескінченності, а такі підсилювачі працюють.

**Чому?**

## Шум підсилювача постійної напруги

### Чому ж працюють такі підсилювачі?

А тому, що **нижня частота смуги пропускання шуму у таких підсилювачах не дорівнює нулю!** Час, протягом якого ми працюємо з таким підсилювачем після першого або чергового підстроювання початкового рівня вихідного сигналу, обмежений, тобто не нескінченний. А раз так, то **можна показати, що шумова смуга такого підсилювача розпочинається не з нуля, а з деякої кінцевої частоти (якщо є флуктуації сигналу, період якого значно більший часу спостереження, то ці флуктуації і проявляються як постійні зміщення на виході підсилювача).**

## Шум підсилювача постійної напруги

Це випадок дисперсії нестационарного випадкового процесу на виході лінійної системи у перехідному режимі:

$$\begin{aligned} D_y(t) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} W_0 \left(1 + \frac{\omega_0}{\omega}\right) \frac{4k^2 \sin^2(\omega t/2)}{1 + \omega^2 \tau_h^2} d\omega = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{W_0 4k^2 \sin^2(\omega t/2)}{1 + \omega^2 \tau_h^2} d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{W_0 \omega_0 4k^2 \sin^2(\omega t/2)}{\omega(1 + \omega^2 \tau_h^2)} d\omega = \\ &= D_{БШ}(t) + D_{\PhiШ}(t), \end{aligned}$$

Результат:

$$\begin{aligned} D_{БШ}(t) &= \frac{k^2 W_0}{\tau_h} (1 - \exp(-t/\tau_h)), \\ D_{\PhiШ}(t) &= \frac{k^2 W_0 \omega_0}{\pi} \left[ 2C + 2 \ln \frac{t}{\tau_h} - \exp(-t/\tau_h) Ei\left(\frac{t}{\tau_h}\right) - \exp(t/\tau_h) Ei\left(-\frac{t}{\tau_h}\right) \right]. \end{aligned}$$



## Шум підсилювача постійної напруги

Тут:

$C=0,5772$  – стала Ейлера (Ейлера-Маскероні);

$Ei(x)$  – інтегральна показникова функція  $Ei(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt$ . При  $x > 0$  інтеграл розходиться у точці  $t=0$ . У цьому випадку під інтегральною показниковою функцією розуміють головне значення невласного інтегралу:

$$Ei(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt = C + \ln|x| + \frac{x}{1 \cdot 1!} + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \dots + \frac{x^n}{n \cdot n!} + \dots$$

У підсумку маємо для білого шуму при  $t \rightarrow \infty$ :

$$D_{БШ}(t) = \frac{k^2 W_0}{\tau_h},$$

а для флікер-шуму при  $t \gg \tau_h$ :

$$D_{ФШ}(t) \approx \frac{2k^2 W_0 \omega_0}{\pi} \left( C + \ln \frac{t}{\tau_h} \right).$$