

Практична робота на тему  
«Приклади розв'язку задач по темі «Синусоїдальний струм»»

**Задача № 1**

RC – ланцюгом (рис. 1) протікає синусоїдальний струм з амплітудним значенням  $I_m = 1,41$  А;  $f = 50$  Гц. Знайти миттєві значення прикладеної до ланцюга напруги  $u$ , а також потужності, якщо  $R = 100$  Ом;  $C = 31,8$  мкФ.

Побудувати графіки миттєвих значень струму, прикладеного до ланцюга напруги і потужності.

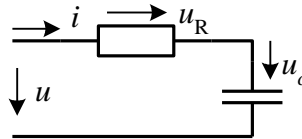


Рис. 1

Розв'язок:

Розв'язуємо задачу символічним методом: диференціальні рівняння, що зв'язують миттєві значення струму, напруги на елементах, замінюємо алгебраїчними рівняннями відносно комплексних амплітуд цих величин, тобто використовуємо закони Кірхгофа в символічній формі запису.

$$i = 1,41 \sin(2\pi ft + \psi_i) = 1,41 \sin 314t,$$

$\psi_i$  приймемо за нуль.

Тоді

$$\dot{I}_m = 1,41 e^{-j0},$$

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{Rm} + \dot{U}_{Cm} = \dot{I}_m Z_R + \dot{I}_m Z_C = Z \dot{I}_m,$$

$$Z = R - jX_C = R - j \frac{1}{\omega C} = 100 - \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 31,8 \cdot 10^{-6}} = 100 - j100 = 141 e^{-j45^\circ},$$

$$\dot{U}_m = 141 e^{-j45^\circ} \cdot 1,41 e^{-j0} = 200 \cdot e^{-j45^\circ}.$$

Цій комплексній амплітуді відповідає синусоїдальна функція:

$$u = \text{Im}[\dot{U}_m e^{j\omega t}] = \text{Im}[200 e^{-j45^\circ} \cdot e^{j\omega t}] = 200 \sin(\omega t - 45^\circ).$$

Миттєві значення потужності в ланцюгу

$$p = ui = 1,41 \sin \omega t \cdot 200 \sin(\omega t - 45^\circ) = [100 - 141 \cos(628t - 45^\circ)] \text{ ВА}.$$

Графіки миттєвих значень  $u$ ,  $i$ ,  $p$  наведені на рис. 2. На них  $T = 1/f = 0,02$  с.

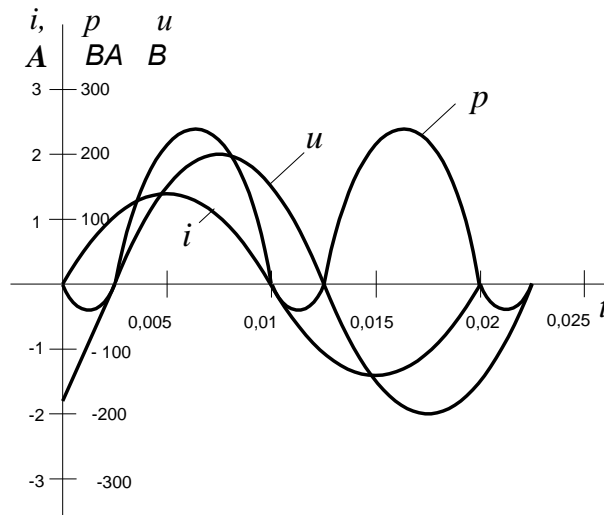


Рис.2

Під активною потужністю ланцюга синусоїдального струму розуміють середнє значення миттєвої потужності  $p$  за період  $T$ :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi = UI \cos \varphi = 1,41 \cdot \frac{200}{2} \cdot \cos(-45^\circ) = 100 \text{ Вт.}$$

що відповідає першому доданку у виразі для миттєвої потужності.

$$\text{Повна потужність } S = UI = \frac{1,41 \cdot 200}{2} = 141 \text{ ВА.}$$

Реактивна потужність

$$Q = UI \sin \varphi = \frac{1,41 \cdot 200}{2} \cdot \sin(-45^\circ) = -100 \text{ ВАР, що визначає максимальну швидкість надходження енергії в реактивний елемент ланцюга.}$$

У комплексній формі запису:

$$\tilde{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^*$$

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^* = P + jQ = 1e^{j0^\circ} \cdot 141e^{-j45^\circ} = 141e^{-j45^\circ} \text{ ВА,}$$

$$P = \text{Re}[\tilde{S}] = \text{Re}[141e^{-j45^\circ}] = 141 \cos 45^\circ = 100 \text{ Вт,}$$

$$Q = \text{Im}[\tilde{S}] = \text{Im}[141e^{-j45^\circ}] = 141 \sin(-45^\circ) = -100 \text{ ВАР.}$$

### Задача №2.

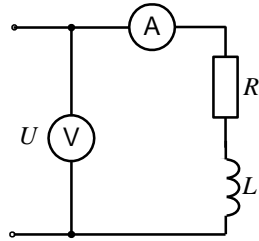


Рис. 3

Для визначення параметрів котушки ( $R$ ,  $L$ ), виміряйте підведену до котушки напругу та струм у ній (рис. 3) при:

а)  $f = 0$  Гц,  $U_1 = 100$  В,  $I_1 = 1$  А;

б)  $f = 500$  Гц,  $U_2 = 100$  В,  $I_2 = 0,5$  А.

#### Розв'язок:

При  $f = 0$  котушка підключена до джерела постійної напруги, отже, індуктивний елемент замкнутий накоротко і

$$I_1 = \frac{U_1}{R} \quad \Rightarrow R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{100}{1} = 100 \text{ Ом.}$$

При  $f = 500$  Гц  $X_L = \omega L = 2 \cdot 3,14 \cdot 500L = 3140L$ , а

$$I_2 = \frac{U_2}{|Z|} = \frac{U_2}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \quad \Rightarrow |Z| = \frac{U_2}{I_2} = \frac{100}{0,5} = 200 \text{ Ом.}$$

$$|Z|^2 = R^2 + X_L^2 \quad X_L^2 = \sqrt{|Z|^2 - R^2} = \sqrt{200^2 - 100^2} = 173 \text{ Ом.}$$

$$X_L = 3140L \quad \Rightarrow L = \frac{173}{3140} = 55 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

### Задача 3

Реостат з опором  $R = 50$  Ом, котушка індуктивності з активним опором дроту  $R_L = 40$  Ом та індуктивністю  $L = 0,35$  Гн і конденсатор з ємністю  $C = 19,9$  мкФ з'єднані послідовно (рис. 4). Схема підключена до напруги  $u = 141 \sin(\omega t + 15^\circ)$  В з частотою  $f = 50$  Гц. Визначити діюче значення струму в колі та записати його миттєве значення.

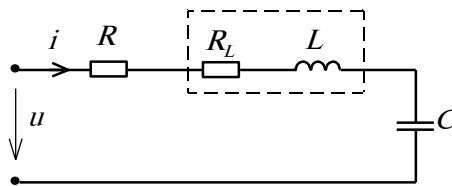


Рис. 4

#### Розв'язок

Для знаходження струму в колі використовуємо закон Ома для комплексних діючих значень (формула 2.17):

$$\underline{I} = \underline{U} / Z.$$

Комплексне діюче значення напруги на вході кола:

$$\underline{U} = U e^{j\psi_U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_U} = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j15^\circ} = 100 e^{j15^\circ} \text{ В.}$$

Розрахуємо комплексний опір схеми.

Кутова частота  $\omega = 2\pi f = 314$  рад/с. Реактивні опори індуктивності  $X_L$  та ємності  $X_C$ :

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,35 = 110 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 19,9} = 160 \text{ Ом}.$$

Комплексний опір кола:

$$\begin{aligned} Z &= R + R_L + jX_L - jX_C = \\ &= 50 + 40 + j110 - j160 = \\ &= 90 - j50 = 103e^{-j29^\circ} \hat{=} \end{aligned}$$

Модуль  $z$  та фазу  $\varphi$  комплексного опору розраховуємо за співвідношеннями (2.19):

$$z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{90^2 + 50^2} = 103 \text{ Ом};$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R} = \operatorname{arctg} \frac{-50}{90} = -29^\circ.$$

Тоді комплексне діюче значення струму в колі:

$$\hat{I} = \frac{100 e^{j15^\circ}}{103 e^{-j29^\circ}} = 0,97 e^{j44^\circ} \text{ А}.$$

Миттєве значення струму має амплітуду

$$I_m = \sqrt{2} I = \sqrt{2} \cdot 0,97 = 1,37$$

та початкову фазу

$$\psi_i = 44^\circ,$$

тоді

$$i = 1,37 \sin(\omega t + 44^\circ) \text{ А}.$$