

Лабораторна робота 2

Найпростіші електричні кола при гармонійному впливі

1. Мета роботи

Освоєння методу комплексних амплітуд і експериментальна перевірка амплітудних і фазових співвідношень в лінійних колах при гармонійному впливі.

2. Основні теоретичні положення

Гармонійні коливання – одна з найбільш поширених форм струму і напруги в електричних колах. При гармонійному впливі на лінійне коло реакція кола в сталому режимі – також гармонійна функція.

Для аналізу кіл при гармонійному зовнішньому впливі в сталому режимі практично завжди застосовують метод комплексних амплітуд. Комплексна амплітуда – величина, що несе інформацію про амплітуду і початкову фазу гармонійного коливання. Закони Кірхгофа формулюються не тільки для миттєвих значень струмів і напруг, але і для комплексних амплітуд і комплексних діючих значень струмів і напруг.

В рамках методу комплексних амплітуд ділянку кола можна характеризувати його комплексним опором (закон Ома в комплексній формі).

Завдання аналізу кола в цьому випадку вирішується в наступному порядку.

1. Формування комплексної схеми заміщення кола:

- перехід від миттєвих значень струмів і напруг до їх комплексних амплітуд (комплексних діючих значень);
- розрахунок комплексних опорів (провідностей) елементів.

2. Розрахунок комплексної схеми заміщення:

- складання системи рівнянь електричної рівноваги на основі законів Ома і Кірхгофа в комплексній формі;
- рішення системи рівнянь і визначення комплексних амплітуд

(комплексних діючих значень) шуканих струмів і напруг;

– перевірка отриманих результатів із використанням векторних діаграм, балансу потужностей, законів Кірхгофа.

3. Перехід від комплексних амплітуд (комплексних діючих значень) до миттєвих значень струмів, напруг.

Наведемо основні розрахункові співвідношення даного методу.

Зв'язок миттєвого значення напруги (струму) і комплексної амплітуди:

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) \Leftrightarrow \dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u}, \quad (2.1)$$

де $u(t)$ – миттєве значення напруги; U_m – амплітуда напруги, [В];

ω – кутова частота, [рад/с]; φ_u – початкова фаза, [рад або градус]; \dot{U}_m – комплексна амплітуда, [В].

Зв'язок амплітудних і діючих значень гармонійної напруги:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}}. \quad (2.2)$$

Закон Ома в комплексній формі:

$$\dot{U}_m = Z \dot{I}_m, \dot{U} = Z \dot{I}, \dot{I}_m = Y \dot{U}_m, \dot{I} = Y \dot{U}, \quad (2.3)$$

де Z – комплексний опір, Y – комплексна провідність ділянки кола.

Закони Кірхгофа в комплексній формі:

$$\sum_k \dot{U}_{mk} = 0, \sum_k \dot{U}_k = 0, \quad (2.4)$$

де k – число віток, що входять в контур,

$$\sum_n \dot{I}_{mn} = 0, \sum_n \dot{U}_n = 0, \quad (2.5)$$

де n – число віток, зв'язаних з вузлом.

Співвідношення між струмами і напругами в ідеалізованих пасивних елементах кола при гармонійному впливі:

1. Резистор (R)

$$\dot{U}_{mR} = R \dot{I}_{mR}; \dot{I}_{mR} = \frac{1}{R} \dot{U}_{mR}, \quad (2.6)$$

Комплексний опір резистору

$$Z_R = R. \quad (2.7)$$

2. Індуктивність (L)

$$\dot{U}_{mL} = j\omega L \dot{I}_{mL}; \dot{I}_{mL} = \frac{1}{j\omega L} \dot{U}_{mL}, \quad (2.8)$$

Комплексний опір індуктивності

$$Z_L = jX_L = j\omega L. \quad (2.9)$$

3. Ємність (C)

$$\dot{U}_{mC} = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_{mC}; \dot{I}_{mC} = j\omega C \dot{U}_{mC}, \quad (2.10)$$

Комплексний опір ємності

$$Z_C = jX_C = -j \frac{1}{\omega C}. \quad (2.11)$$

Енергетичні характеристики кола:

1. Повна потужність (P_s)

$$P_s = UI = |\dot{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (2.12)$$

де U, I – діючі значення напруги і струму.

2. Комплексна потужність (\dot{S})

$$\dot{S} = P_s e^{j\varphi} = \dot{U} \dot{I}^* = I^2 Z = P + jQ, \quad (2.13)$$

де \dot{I}^* – спряжене комплексне діюче значення струму, φ – різниця початкових фаз струму і напруги

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I \quad (2.14)$$

3. Активна потужність P

$$P = \operatorname{Re}\{\dot{S}\} = P_s \cos\varphi = I^2 r \quad (2.15)$$

де r – активний опір кола, $r = \operatorname{Re}\{Z\}$,

4. Реактивна потужність Q

$$Q = \operatorname{Im}\{\dot{S}\} = P_s \sin\varphi = I^2 x \quad (2.16)$$

де x – реактивний опір кола, $x = \operatorname{Im}\{Z\}$.

Баланс потужностей полягає в тому, що сума комплексних потужностей, що віддаються усіма джерелами, дорівнює сумі комплексних потужностей, споживаних усіма пасивними елементами.

3. Розрахункова частина

Дані для розрахунку знаходяться в таблиці в лабораторії.

3.1. Для послідовного RL -кола (рис. 2.1) визначите:

– комплексні опори резистора і індуктивної котушки Z_R, Z_L :

$$Z_R = R, Z_L = jX_L, \quad (2.17)$$

– вхідний опір кола

$$Z = Z_R + Z_L, \quad (2.18)$$

– комплексне діюче значення струму \dot{I} ,

– комплексні діючі значення напруг на резисторі і індуктивної котушки \dot{U}_R, \dot{U}_L

– різницю фаз між струмом і прикладеною напругою (початкову фазу джерела ЕРС прийняти рівною 0),

– активну P , реактивну Q і повну P_S потужності.

Розрахунок провести для двох частот – f_1 і $f_2 = 2f_1$.

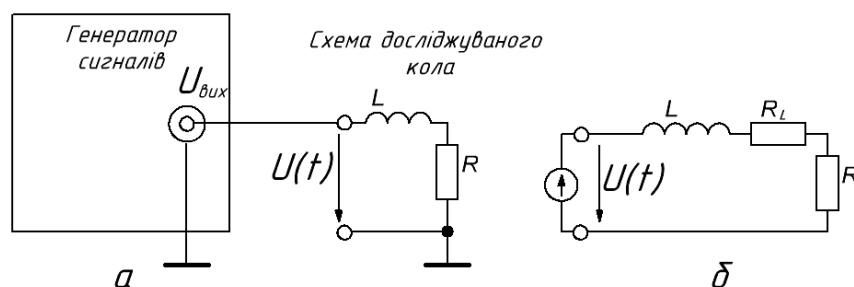


Рис.2.1 – Схеми досліджуваного RL -кола:

а – принципова, б – еквівалентна

3.2. Побудувати векторні діаграми:

– напруг на елементах і струму в колі,

– потужностей P, Q, P_S , що розвиваються в досліджуваному колі

Векторні діаграми будують для кожної частоти в своїй координатній сітці, на одному малюнку вказують вектори струму та вектори напруг.

3.3. Для послідовного RLC -кола (рис. 2.2) визначите:

- комплексні опори резистора, котушки, конденсатора Z_R, Z_L, Z_C ,
- вхідний опір кола Z ,
- комплексне діюче значення струму \dot{I} ,
- комплексні діючі значення напруг на елементах $\dot{U}_R, \dot{U}_L, \dot{U}_C$,
- різницю фаз між струмом і прикладеною напругою (початкову фазу джерела ЕРС прийміть рівною 0),
- активну P , реактивну Q і повну P_S потужності.

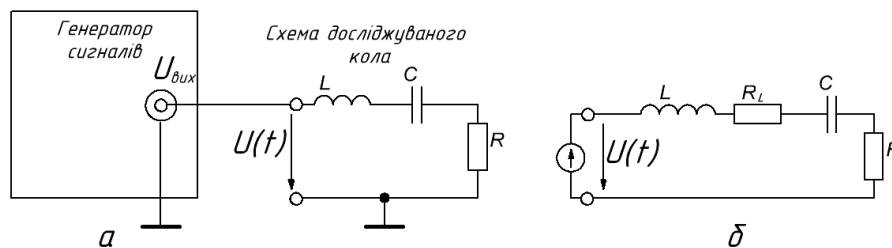


Рис.2.2 – Схеми досліджуваного RLC -кола:

а – принципова, б – еквівалентна

Розрахунок схеми провести для трьох частот – $f_1 = \frac{f_2}{2}, f_2, f_3 = 2f_2$, де f_2 – частота, при якій модулі реактивних опорів індуктивності і ємності рівні $|X_L| = |X_C|$.

3.4. Побудувати векторні діаграми:

- напруг на елементах і струму в колі,
- потужностей, що розвиваються в досліджуваному колі.

3.5. Ознайомитися з вказівками щодо виконання експериментальної частини лабораторної роботи.

3.6. Намалювати і пояснити схеми вимірювання фазового зсуву між струмом і вхідною напругою в досліджуваних колах.

4. Експериментальна частина

4.1. За допомогою універсального вольтметра виміряти величини опорів R і R_L і порівняти їх із заданими.

4.2. Зібрати схему (рис. 2.1, а).

4.3. Після перевірки схеми викладачем встановити на генераторі задані параметри впливу – гармонійну форму сигналу, частоту f_1 , задане діюче значення напруги U . Значення U виміряти вольтметром, підключеним до входу кола (паралельно генератору).

4.4. Виміряти діючі значення напруг на елементах кола за допомогою вольтметра. Розрахувати діюче значення струму I по напрузі падіння на резисторі R , використовуючи закон Ома. Порівняти отримані результати із домашніми розрахунками.

4.5. Повторити пп. 4.3, 4.4 для частоти $f_2 = 2f_1$.

4.6. Виміряти різницю фаз між струмом (напругою на R) і прикладеною до кола напругою U для частоти f_1 за допомогою осцилографа. Для цього:

- на генераторі встановити значення частоти f_1 ;
- підключити перший канал осцилографа (CH1) до входу кола (паралельно генератору), при цьому «земля» приладів повинна підключатися в одну точку;

- підключити канал осцилографа (CH2) паралельно R із дотриманням полярності («земля» повинна підключатися в одну точку);

- встановити перемикачі осцилографа MODE – в положення DUAL, TRIGGER SOURCE – в положення CH1;

- встановити сигнали в каналах осцилографа на одній ізоляції, а тривалість розгортки – таким чином, щоб спостерігати 1 ... 2 періоду коливання;

- виміряти часове зрушення Δt між сигналами, визначити – відстає напруга на R від вхідного ($\Delta t < 0$) або випереджає його ($\Delta t > 0$);

- розрахувати $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$ [рад] або $\Delta\varphi = 360 \frac{\Delta t}{T}$ [град], $T = \frac{1}{f}$.

4.7. Повторити вимірювання п. 4.6 для частоти f_2 .

4.8. Зібрати схему (рис. 2.2, а).

4.9. Повторити вимірювання амплітудних (U , U_R , U_L , U_C , I) і фазових ($\Delta\varphi$) співвідношень аналогічно пп. 4.3-4.7 для частот $f_1 = \frac{f_2}{2}$, f_2 , $f_3 = 2f_2$, де

Q , мвар										
------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Примітка: «р» – розраховані значення; «е» – значення, які отримані в результаті експерименту.

7. Контрольні питання

1. Вкажіть умови, від яких залежить вибір еквівалентної схеми заміщення індуктивної котушки, конденсатора, резистора.
2. Поясніть терміни «початкова фаза», «зсув фаз між струмом і напругою».
3. Чим викликаний зсув фаз між струмом і напругою в індуктивності і ємності?
4. Які фазові співвідношення між струмом і напругою в опорі, індуктивності та ємності?
5. Чи залежить різниця фаз між струмом і напругою в індуктивності і ємності від частоти зовнішнього впливу?
6. В яких межах може змінюватися різниця фаз між струмом і напругою на затискачах пасивного двополюсника?
7. Поясніть методику побудови векторних діаграм.
8. Поясніть суть балансу потужностей в електричному колі.
9. Поясніть методику вимірювання струму в даній роботі.
10. Поясніть, як пов'язані між собою векторні діаграми напруг і струмів в колі з векторною діаграмою комплексної потужності.
11. Поясніть терміни «принципова схема електричного кола» і «еквівалентна схема електричного кола».
12. Що означає випередження і запізнювання гармонійного сигналу?
13. Як визначити за допомогою двоканального осцилографа зрушення фаз між струмом і напругою в колі?
14. Поясніть методику розрахунку кола методом комплексних амплітуд.

8. Приклад розрахункової частини

Резистор з опором $R_1 = 50$ Ом, котушка індуктивності з активним опором дроту $R_2 = 40$ Ом та індуктивністю $L = 0,35$ Гн і конденсатор з ємністю $C = 19,9$ мкФ з'єднано послідовно з джерелом напруги $u(t) = 141 \sin(\omega t + 15^\circ)$ В для частот $f_1 = \frac{f_2}{2}$, f_2 , $f_3 = 2f_2$, де f_2 – частота, при якій модулі реактивних опорів індуктивності і ємності рівні $|X_L| = |X_C|$. Визначити діюче значення напруг і струму в колі, записати миттєві значення, активну P , реактивну Q і повну P_s потужності. Побудувати векторну діаграму напруг (рис.2.2б).

Розв'язок

Визначимо частоти f_1 , f_2 , f_3 із умови що f_2 – частота, при якій модулі реактивних опорів індуктивності і ємності рівні $|X_L| = |X_C|$.

$$f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,35 \cdot 19,9 \cdot 10^{-6}}} = 60,3 \text{ Гц.} \quad (2.19)$$

Тоді

$$f_1 = \frac{f_2}{2} = \frac{60,3}{2} = 30,15 \text{ Гц.}, f_3 = 2f_2 = 2 \cdot 60 = 120,6 \text{ Гц.} \quad (2.20)$$

Для знаходження струму в колі використовуємо закон Ома для комплексних діючих значень:

$$i = \frac{\dot{U}}{Z}. \quad (2.21)$$

Комплексне діюче значення напруги на вході кола:

$$\dot{U} = U e^{j\varphi_u} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_u} = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j15^\circ} = 100 e^{j15^\circ} \text{ В.} \quad (2.22)$$

Розрахуємо комплексний опір схеми для частоти $f_1 = 30,15$ Гц.

Кутова частота

$$\omega_1 = 2\pi f = 189,43 \frac{\text{рад}}{\text{с}}. \quad (2.23)$$

Реактивні опора індуктивності X_L та ємності X_C :

$$X_L = \omega_1 L = 189,43 \cdot 0,35 = 66,3 \text{ Ом.} \quad (2.24)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{10^6}{189,43 \cdot 19,9} = 265,28 \text{ Ом.} \quad (2.25)$$

Комплексний опір кола:

$$\begin{aligned} Z &= R_1 + R_2 + jX_L - jX_C = 50 + 40 + j66,3 - j265,28 = \\ &= 90 - j198,98 = 218,38 e^{-j65,66^\circ} \text{ Ом.} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Тоді комплексне діюче значення струму в колі:

$$i = \frac{100e^{j15^\circ}}{218,38 e^{-j65,66^\circ}} = 0,458e^{j80,66^\circ}. \quad (2.27)$$

Миттєве значення струму має амплітуду

$$\begin{aligned} I_m &= \sqrt{2}I = \sqrt{2} \cdot 0,458 = 0,64 \text{ та початкову фазу } \varphi = 80,66^\circ, \text{ тобто} \\ i(t) &= 0,65(\omega_1 t + 80,66^\circ) \text{ А.} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Комплексні діючі значення напруг на елементах схеми:

$$\dot{U}_{R1} = i \cdot R_1 = 0,458e^{j80,66^\circ} \cdot 50 = 22,9e^{j80,66^\circ}. \quad (2.29)$$

$$\dot{U}_{R2} = i \cdot R_2 = 0,458e^{j80,66^\circ} \cdot 40 = 18,32e^{j80,66^\circ}. \quad (2.30)$$

$$\dot{U}_L = i \cdot jX_L = 0,458e^{j80,66^\circ} \cdot 66,3e^{j90^\circ} = 30,36e^{j170,66^\circ}. \quad (2.31)$$

$$\dot{U}_C = i \cdot (-jX_C) = 0,458e^{j80,66^\circ} \cdot 265,28e^{-j90^\circ} = 121,5e^{-j9,34^\circ}. \quad (2.32)$$

Миттєві значення напруг на елементах схеми:

$$u_{R1}(t) = 32,38\sin(\omega_1 t + 80,66^\circ) \quad (2.33)$$

$$u_{R2}(t) = 25,91\sin(\omega_1 t + 80,66^\circ) \quad (2.34)$$

$$u_L(t) = 42,93\sin(\omega_1 t + 170,66^\circ) \quad (2.35)$$

$$u_C(t) = 171,82\sin(\omega_1 t - 9,34^\circ) \quad (2.36)$$

Різниця фаз між прикладеною напругою і струмом:

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I = 15^\circ - 80,66^\circ = -65,66^\circ \quad (2.37)$$

Перевіримо баланс потужностей в схемі. Активна потужність приймачів

в колі:

$$P_{\text{пр}} = I^2 \cdot (R1 + R2) = 0,458^2 \cdot (50 + 40) = 18,87 \text{ Вт.} \quad (2.38)$$

Активна потужність джерела:

$$P_{\text{дж}} = UI \cos \varphi = 100 \cdot 0,458 \cdot \cos(-65,66^\circ) = 45,8 \cdot 0,41 = 18,78 \text{ Вт.} \quad (2.39)$$

Реактивна потужність приймачів в колі:

$$Q_{\text{пр}} = I^2 \cdot (X_L - X_C) = 0,458^2 \cdot (66,3 - 265,28) = -41,74 \text{ ВАр} \quad (2.40)$$

Реактивна потужність джерела:

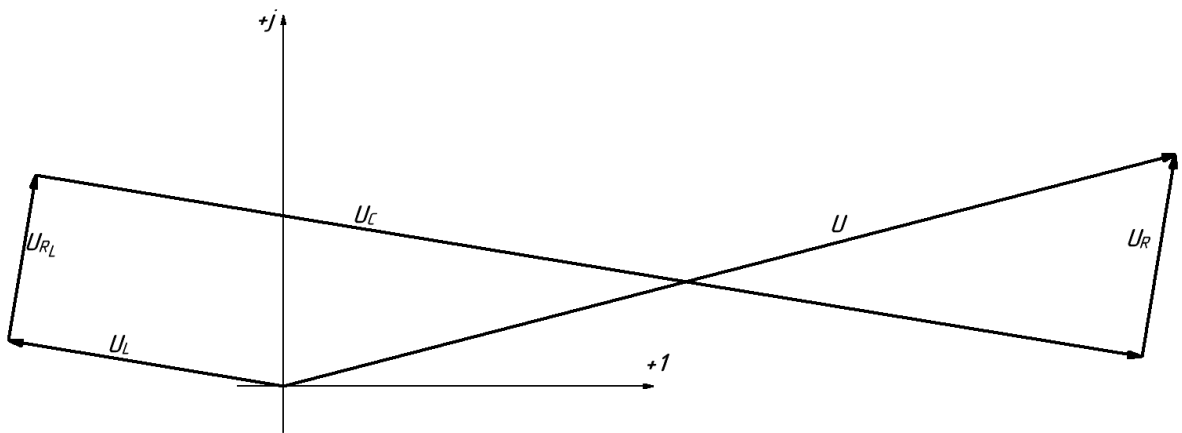
$$Q_{\text{дж}} = UI \sin \varphi = 45,8 \cdot (-0,91) = -41,68 \text{ ВАр.} \quad (2.41)$$

Баланс потужностей виконується.

Повна потужність:

$$P_s = 100 \cdot 0,458 = 45,8 \text{ ВА.} \quad (2.42)$$

Побудуємо векторну діаграму напруг. Для побудови векторної діаграми використаємо комплексні діючі значення напруг на елементах схеми і їх початкові фази.



Аналогічно виконуються всі обчислення для частот f_2 і f_3 .