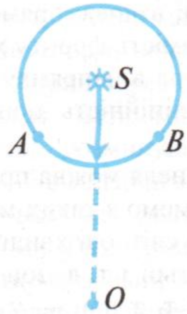
2.1 ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА—ФРЕНЕЛЯ. МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ. ПОЯСНЕННЯ ПРЯМОЛІНІЙНОСТІ ПОШИРЕННЯ СВІТЛА

Розглянуті результати інтерференції світла розкривають хвильову природу світла. Проте в розвитку хвильової теорії світла виникло утруднення в поясненні прямолінійності поширення світла. Як узгодити такі дослідні факти: коли на шляху від точкового джерела звуку S (мал. 2.1) до спостерігача O розміщено екран AB, то звукова хвиля обгинає його і досягає спостерігача; коли ж у точці S буде джерело світла, то спостерігач його не побачить, світло не обгинає екран AB, тобто поширюється лише прямолінійно?



Мал. 2.1

Ці питання було з'ясовано за допомогою принципу Гюйгенса—Френеля. Як відомо, за цим принципом будь-яку точку простору, до якої дійшла хвиля, можна розглядати як нове джерело хвиль: хвилі від цих допоміжних джерел інтерферують між собою так, що їхня результуюча є наче обвідною хвилею до всіх елементарних хвиль. Так можна знаходити новий фронт хвилі через час Δt.

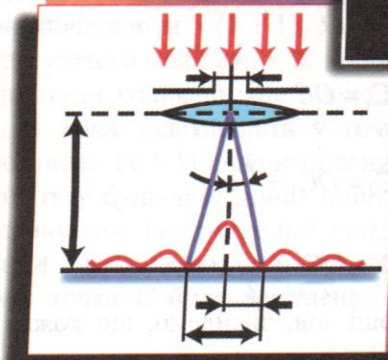
Очевидно, в ізотропному середовищі фронт від точкового джерела світла є сферичною поверхнею; в анізотропному середовищі, оскільки швидкості світла в різних напрямках різні, фронт світлової хвилі буде складнішою поверхнею. На великій відстані від джерела фронт світлової хвилі можна вважати плоскою поверхнею.

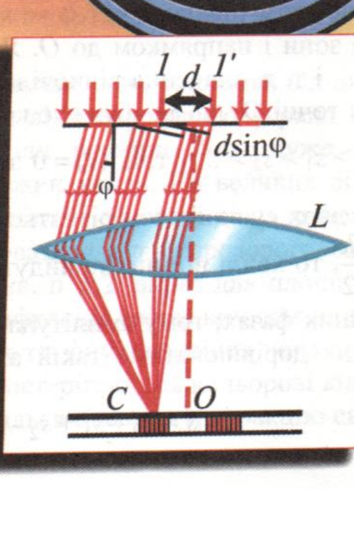
Для того щоб визначити освітленість у будь-якій точці O, потрібно обчислити результат інтерференції елементних хвиль, що випромінюються в цю точку проміжними джерелами. Відшукати цей результат, а також пояснити прямолінійність поширення світла можна простіше і наочніше, якщо користуватися методом зон Френеля.

Розглянемо поширення світла в однорідному середовищі від точкового джерела S (мал. 2.2) до спостерігача O. Нехай у деякий момент часу t фронт світлової хвилі займає положення AB. Всі точки цієї

Розділ 2

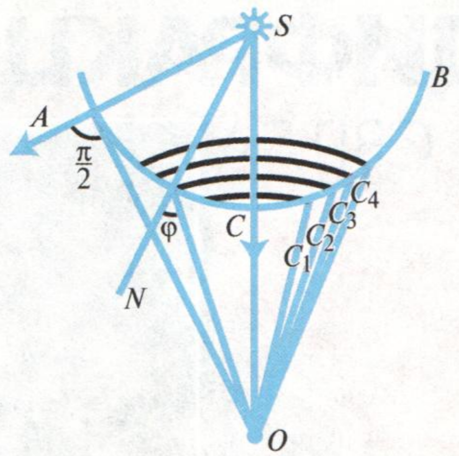
ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА





поверхні як допоміжні джерела світла посилатимуть елементарні хвилі в точку O. Щоб знайти результат їхньої інтерференції, розділимо поверхню AB на зони. Відстані меж цих зон до O мають різнитися на $\frac{\lambda}{2}$.

Очевидно, межі зон перебуватимуть на таких відстанях від O:



Мал. 2.2

$$OC_1 = OC + \frac{\lambda}{2};$$

$$OC_2 = OC_1 + \frac{\lambda}{2};$$

$$OC_3 = OC_2 + \frac{\lambda}{2} \text{ і т. д.}$$

Обчисливши площі зон, знайдемо, що кожна з них дорівнює

$$\pi \frac{ab}{a+b} \lambda, \tag{2.1}$$

де $a = SC$, $b = CO$, тобто таким способом сферична поверхня AB поділяється на сукупність рівновеликих зон. Однак дія кожної зони на точку O буде тим меншою, чим більший кут φ між нормаллю до поверхні зони і напрямком до O. Якщо позначити s_0, s_1, s_2, ... і т. д. значення відповідних амплітуд коливань у точці O, що їх збуджує кожна зона, матимемо: $s_0 > s_1 > s_2 > \ldots$ і т. д. ($s_n = 0$ за $\varphi = \frac{\pi}{2}$). Оскільки точки двох сусідніх зон різняться за відстанями від O на $\frac{\lambda}{2}$, то хвилі від них прийдуть у точку O у протилежних фазах; тому амплітуда результуючого коливання дорівнюватиме такій алгебричній сумі:

$$s = s_0 - s_1 + s_2 - s_3 + \ldots . \tag{2.2}$$

Суму (2.2) можна звести до такого вигляду:

$$s = \frac{1}{2} s_0 + \frac{1}{2}(s_0 - s_1) - \frac{1}{2}(s_1 - s_2) + \frac{1}{2}(s_2 - s_3) - \ldots ,$$

де різниці в дужках дуже малі і до того ж їх беруть по черзі з різними знаками. Тому вважатимемо, що

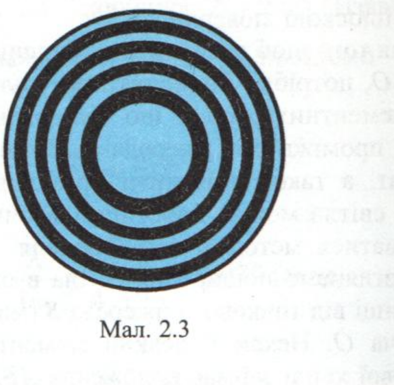
$$s = \frac{1}{2} s_0. \tag{2.3}$$

З виразу (2.3) випливає, що дія фронту світлової хвилі AB в точці O зводиться до дії дуже малої її ділянки, частини центральної зони C, площа якої навіть на відстані кількох метрів дорівнює близько 1 мм^2. Отже, поширення світла від S до O відбувається так, наче існує світловий потік тільки в дуже вузькому каналі вздовж прямої SO. Спостерігач у точці O бачить замість фронту хвилі AB тільки вузенький пучок світла в напрямку до джерела S. Так пояснюють прямолінійність поширення світла до спостерігача.

Метод зон Френеля можна продемонструвати на досліді. Виходитимемо з таких міркувань. З рівняння (2.2) видно, що світлові хвилі приходять у точку O від першої, третьої і т. д. зон в одній фазі, а від другої, четвертої і т. д. зон — у протилежній. Коли б усунути світло, що надходить, наприклад, від непарних зон, то залишилися б зони, які підсилюють одна одну в точці O. Для цього побудуємо зонну пластинку. З виразу площі зони (2.1) знайдемо радіус k-ї зони Френеля

$$r_k = \sqrt{k \frac{ab}{a+b} \lambda}.$$

Отже, щоб побудувати зонну пластинку, треба накреслити на папері декілька концентричних кіл, радіуси яких були б пропорційними квадратним кореням із чисел натурального ряду, зафарбувати тушшю кільця через одне (мал. 2.3) і сфотографувати малюнок у зменшеному вигляді.



Мал. 2.3

Якщо на таку пластинку спрямувати світло від точкового джерела, то в певній точці за нею освітленість буде значно більшою, ніж без пластинки. Зауважимо, що за пластинкою можна дістати ще більшу освітленість, якщо замість затримання світла на зачорнених зонах змінити його фазу на протилежну. Для цього Р. Вуд (1868—1955) виготовив рельєфну зонну пластинку: вкрив скло тонким шаром лаку і вирізав на ньому зонну пластинку так, що оптична товщина непарних зон різнилася від товщини парних на $\frac{\lambda}{2}$.

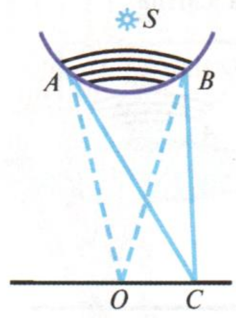
Можна продемонструвати прояви зон Френеля для фронту електромагнітної хвилі, наприклад 3-сантиметрової довжини. Для цього використовують генератор і приймач електромагнітних хвиль, які призначені для шкільних фізичних кабінетів. Для побудови зонного екрана на листі фанери малюють низку концентричних кіл із діаметром, наприклад, 29; 40; 49; 57; 64 см і заклеюють зони через одну, починаючи з центральної, станіолем. Випромінювач і приймач електромагнітних хвиль розміщують навпроти один одного на відстані 3—3,5 м. Приймач під'єднують до осцилографа або гучномовця (випромінювання модульоване частотою 400 Гц). Якщо між джерелом і приймачем розмістити металевий лист або лист фанери, обклеєної станіолем, то інтенсивність сигналу на приймачі зменшується до нуля; якщо ж замість металевого листа поставити зонний екран Френеля, то інтенсивність сигналу на приймачі різко зростає (положення екрана слід добирати).

2.2. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

Прямолінійне поширення світла, як було з'ясовано, — це інтерференційний процес в умовах «вільного» поширення світла, тобто в умовах, коли всі зони Френеля вільні (не перекриваються екраном) і розміщені симетрично відносно ока спостерігача. Якщо ж якимось чином порушити вільність і симетричність у розміщенні зон, порушиться і прямолінійність поширення світла. Зокрема, в разі порушення симетричності зон виникає явище заломлення світла, а в разі порушення вільності в розміщенні зон — явище дифракції (обгинання світлом перешкод).

Розрізняють два види дифракції: дифракцію в розбіжних променях (на незначних відстанях від джерела світла), вивчену О. Френелем, і дифракцію в паралельних променях (на великих відстанях від джерела), вивчену Й. Фраунгофером (1787—1826). Тому ці види дифракції називають *дифракцією Френеля* і *дифракцією Фраунгофера*.

Розглянемо приклади дифракції світла.



Мал. 2.4

Дифракція Френеля від непрозорого екрана. Якщо на шляху поширення світла від джерела S (мал. 2.4) розмістити круглий екран AB великого розміру, то за ним спостерігатиметься тінь; коли ж екран AB буде настільки малим, що закриє лише k перших зон Френеля, то світло обійде екран AB і за ним центральна точка O буде освітлена, а довкола неї спостерігатимуться темні і світлі кільця. Точки O досягатимуть світлової хвилі від решти відкритих зон, починаючи з $(k + 1)$. Як відомо, амплітуда результуючого коливання їх дорівнюватиме половині амплітуди коливань, що приходить від найближчої зони. Тому освітленість у точці O зумовлюється частиною $(k + 1)$ відкритої зони довкола AB; освітленість у будь-якій іншій точці C визначатиметься результатом інтерференції світла від частин зони біля A і B, подібно до двох когерентних джерел, а саме: точка C буде освітлена, якщо

$$AC - BC = 2k\frac{\lambda}{2},$$

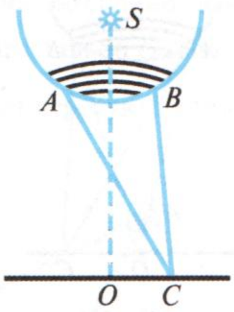
і затемнена, якщо

$$AC - BC = 2(k+1)\frac{\lambda}{2},$$

де $k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \dots$.

Не важко помітити, що в разі використання білого світла дифракційна картина матиме райдужне забарвлення.

Зауважимо, що на близьких відстанях від джерела дифракція світла від непрозорого екрана спостерігається тоді, коли розміри його дуже малі, близько кількох довжин хвиль. На великих відстанях між джерелом світла і спостерігачем дифракція світла може утворюватися від непрозорого екрана значних розмірів (див. п. 1.2, вираз для площі зони (2.1)). Наприклад, дифракція світла виникає на дрібних водяних краплях туману, внаслідок чого довкола джерела світла спостерігаються кольорові кільця. Професор В. К. Аркадьєв одержав дифракцію світла навіть від звичайної тарілки, щоправда, на відстані 7 км від джерела світла.



Мал. 2.5

Дифракція Френеля від круглого отвору. Якщо на шляху поширення світла від джерела S (мал. 2.5) розмістити непрозорий екран із круглим отвором AB значних розмірів, то за ним спостерігатиметься світна пляма, обмежена тінню; коли ж розміри отвору весь час зменшувати, то контури тіні стають все більш розмитими, і нарешті, світна пляма перетворюється на сукупність світлих і темних кілець. Таким є результат дифракції світла від круглого отвору.

Освітленість центральної точки O на екрані спостереження, як і будь-якої точки C поблизу неї, залежить від числа зон, що вміщуються в отворі в разі побудови їх із даної точки. Якщо в межах отвору вміщується парне число зон, то хвилі, що приходять від них у дану точку, попарно компенсуються — точка буде затемненою. Навпаки, якщо в межах отвору вміщується непарне число зон, побудованих із даної точки, то одна з них виявиться нескомпенсованою і зумовить освітленість точки.

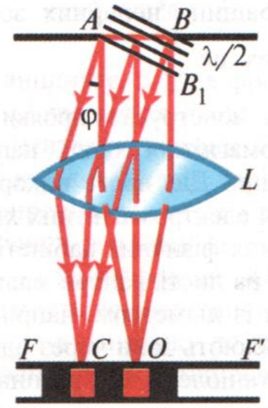
Ці умови аналітично можна виразити так: точка C буде затемнена, якщо $CA - CB = 2k\,\dfrac{\lambda}{2}$,

й освітлена, якщо $CA - CB = 2(k+1)\,\dfrac{\lambda}{2}$.

Очевидно, коли б екран спостереження весь час віддалявся від джерела світла, то освітлення і затемнення в точці O і в усіх інших точках весь час чергувалися б.

Розглянутий випадок дифракції світла доводиться враховувати в оптичних приладах, оскільки об'єктив будь-якого оптичного приладу кріпиться у вхідному отворі обмежених розмірів, і на великих відстанях від предмета (джерела світла) отвір зумовлює дифракцію світла. Це призводить до того, що світні точки предмета зображуються в приладі світловими плямами, утвореними сукупністю темних і світлих дифракційних кілець; такі зображення двох близьких точок предмета можуть перекриватися. Експериментально доведено, що дві близькі точки можна ще побачити роздільно, якщо світлі плями їхніх дифракційних зображень взаємно перекриваються не більше ніж на величину радіуса плями. Отже, дифракція світла обмежує роздільну здатність оптичних приладів, тобто здатність роздільно зображати два близькі предмети. Детальніше про це йтиметься далі.

Дифракція Фраунгофера від однієї щілини. Нехай перпендикулярно до екрана з вузькою прямокутною щілиною AB (мал. 2.6) падає пучок паралельних променів — плоска хвиля монохроматичного світла. Щілина AB виділить частину фронту хвилі, яка за принципом Гюйгенса буде множиною елементарних джерел світла в однаковій фазі коливання. Світло від них поширюватиметься в різних напрямках до екрана спостереження, але результуюча дія його в різних напрямках буде різною. Для демонстрування дифракції Фраунгофера збиральну лінзу L розміщують за щілиною, а екран спостереження — у фокальній площині лінзи FF'. Не важко помітити, що всі світлові хвилі, що виходять від щілини AB в напрямку, перпендикулярному до екрана, збиратимуться в центральній точці O (точніше, промені збиратимуться в смугу, паралельну щілині). Оскільки різниця ходів між усіма цими хвилями дорівнює нулю (лінза не спричинює різниці ходів хвиль), то центральна смуга, що проходить через точку O, буде максимально освітленою.



Мал. 2.6

Пучок світлових хвиль, що виходить під кутом φ до нормалі, так само збиратиметься у смугу, що проходить через деяку точку C. Однак питання про освітленість її можна вирішити лише шляхом поділу хвильової поверхні AB на зони Френеля. Цей поділ на зони здійснюють системою паралельних площин, перпендикулярних до променів і віддалених одна від одної на $\dfrac{\lambda}{2}$. При цьому для кожної хвилі, що випромінюється із однієї зони, знайдеться відповідна хвиля, що випромінюється із сусідньої зони, з різницею ходу $\frac{\lambda}{2}$; дві такі хвилі, досягнувши точки C, взаємно компенсуватимуться. Отже, якщо на хвильовій поверхні AB вкладатиметься парне число зон, то світлові хвилі від них взаємно компенсуватимуться — дифракційна смуга, що проходить через точку C, буде темною; якщо ж число зон буде непарним, то дія однієї зони виявиться нескомпенсованою — дифракційна смуга буде світлою. Ці умови аналітично можна виразити так: смуга в точці C буде темною, якщо

$$BB_1 = AB\sin\varphi = 2k\frac{\lambda}{2},$$

і світлою, якщо

$$BB_1 = AB\sin\varphi = 2(k+1)\frac{\lambda}{2},$$

де AB — ширина щілини; $k = 1, 2, 3, \ldots$.

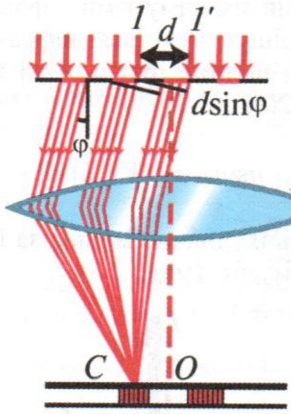
У разі освітлення щілини білим світлом світлі смуги перетворюються на дифракційні спектри; k — позначає порядок розміщення дифракційних спектрів відносно центральної смуги.

2.3. ДИФРАКЦІЙНА ҐРАТКА

Чіткість світлових смуг і дифракційних спектрів істотно поліпшується, якщо перейти від однієї щілини до системи близьких паралельних щілин. При цьому замість дифракційних світлих і темних смуг, які утворюються від кожної щілини зокрема, спостерігатимуться істотніші результати інтерференції всіх світлових хвиль, що виходять із системи щілин. Внаслідок інтерференції сумарна енергія світла, що проходить крізь систему щілин, перерозподіляється і концентрується в напрямках, що задовольняють умову інтерференційних максимумів. Так утворюються головні дифракційні максимуми від системи щілин.

Систему близьких паралельних щілин називають *дифракційною ґраткою*. Найчастіше для її виготовлення беруть відполіровану скляну пластинку, на поверхню якої за допомогою ділильної машини наносять низку паралельних рівновіддалених штрихів. Так, на 1 мм наносять від 100 до 1700 штрихів (у ґратках Роуланда). Штрихи на склі дуже розсіюють світло і виконують роль непрозорих проміжків, між ними залишаються прозорі смужки скла, що відіграють роль щілин.

Нехай перпендикулярно до дифракційної ґратки падає паралельний пучок світлових променів монохроматичного світла (мал. 2.7). Як відомо, від кожної щілини світло дифрагує. Крім того, збиральна



Мал. 2.7

лінза L збиратиме паралельні пучки світла від усіх щілин і в різних напрямках у фокальній площині, які інтерферуватимуть з утворенням головних дифракційних максимумів і мінімумів. Знайдемо їх положення.

Не важко помітити, що всі світлові промені, які виходять у напрямку перпендикуляра до ґратки, збиратимуться в центрі O фокальної площини лінзи й утворюватимуть центральний, або нульовий, дифракційний максимум.

Розглянемо промені, що утворюють кут φ з нормаллю до ґратки. Різницю ходів хвиль, що відповідають променям 1 і 1′ від двох сусідніх щілин, описує залежність

$$\Delta l = d\sin\varphi = (a+b)\sin\varphi, \qquad (2.4)$$

де a — ширина щілини; b — ширина непрозорого проміжку між щілинами; $a + b = d$ — період, або стала, дифракційної ґратки.

Така сама різниця ходів зберігатиметься для будь-яких двох відповідних хвиль від двох сусідніх щілин дифракційної ґратки.

Оскільки всі хвилі, що йдуть від системи щілин у напрямку φ, мають однакові амплітуди і сталу різницю ходу, то, збираючись у фокальній площині лінзи, вони інтерферуватимуть. Внаслідок інтерференції отримаємо ряд головних дифракційних максимумів; вони виникатимуть за різниці ходів

$$(a+b)\sin\varphi = k\lambda\,, \qquad (2.5)$$

або за значень кутів φ, що задовольняють умову

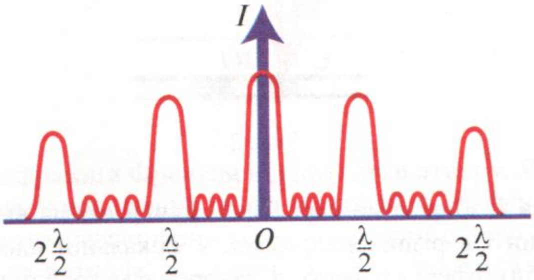
$$\sin\varphi = k\frac{\lambda}{a+b}, \qquad (2.6)$$

де $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

Між головними максимумами у фокальній площі лінзи також розміщуватимуться дифракційні максимуми від кожної щілини окремо, які визначають з умови (див. п. 2.2)

$$a\sin\varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad (2.7)$$

але інтенсивність їх значно менша за інтенсивність головних максимумів (мал. 2.8).

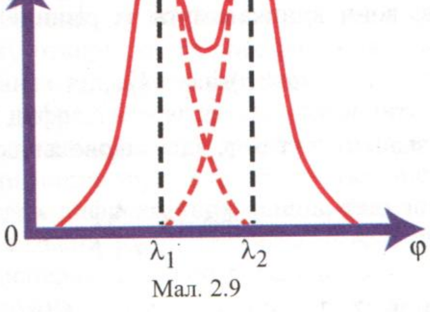


Мал. 2.8

З умови (2.6) випливає, що дифракційні максимуми для хвиль різної довжини не збігатимуться; максимуми для хвиль меншої довжини (фіолетового і синього світла) утворюватимуться під меншими кутами до нормалі ґратки, а максимуми для довших хвиль (жовтого, оранжевого, червоного світла) — під більшими. У разі освітлення ґратки білим світлом кожному значенню k відповідатиме дифракційний спектр світла, точніше, за $k = 0$ на екрані виникає нульовий дифракційний максимум білого світла; за $k = 1$ з обох боків від нього симетрично утворюються два дифракційні спектри першого порядку; за $k = 2$ — дифракційні спектри другого порядку і т. д. Дифракційна ґратка виконує роль спектрального приладу.

Основними характеристиками дифракційної ґратки є її *роздільна здатність* і *дисперсія*.

Роздільну здатність ґратки можна визначити на основі критерію Д. Релея (1842—1919), за яким дві близькі спектральні лінії з довжинами хвиль λ_1 і λ_2 ще видно роздільно, коли головний максимум першої лінії попадає в найближчий до нього мінімум другої хвилі (мал. 2.9).



Мал. 2.9

Головний максимум лінії λ_1 у спектрі k-го порядку визначають за умовою

$$(a+b)\sin\varphi = k\lambda_1. \qquad (2.8)$$

Найближчий мінімум для хвиль з довжиною λ_2, що також йдуть у тому самому напрямку φ і відповідають тому самому порядку спектра k, виникатиме тоді, коли різниця ходів хвиль, виражена в λ_2, від двох сусідніх щілин буде на $\frac{\lambda_2}{N}$ більшою за відповідну різницю, що виражає умову підсилення цих хвиль, тобто коли

$$(a+b)\sin\varphi = k\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N}, \qquad (2.9)$$

де N — число щілин у дифракційній ґратці.

Умову (2.9) можна зрозуміти з такого прикладу. Коли б різниця ходів двох відповідних хвиль від сусідніх щілин дорівнювала $\frac{\lambda_2}{N}$, то різниця ходів двох відповідних хвиль від середньої та крайньої щілин дорівнювала б $\frac{\lambda_2}{N}\frac{N}{2} = \frac{\lambda_2}{2}$ і тому вони взаємно компенсувалися б й, отже, всі хвилі з довжиною λ_2, які виходили б зі щілин першої половини ґратки, компенсувалися б хвилями від щілин другої половини ґратки.

Порівнявши праві частини рівнянь (2.8) і (2.9), дістанемо:

$$k\lambda_1 = k\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N},$$

або

$$k(\lambda_1 - \lambda_2) = \frac{\lambda_2}{N}.$$

Взявши

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \delta\lambda;\ \lambda_2 \approx \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = \lambda,$$

дістанемо вираз роздільної здатності ґратки:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN, \qquad (2.10)$$

де N — число щілин у ґратці.

Роздільна здатність дифракційної ґратки R пропорційна порядку спектра k і числу щілин у ґратці N. Наприклад, щоб отримати роздільне зображення двох близьких ліній натрію λ_1 = 589,62 нм і λ_2 = 589,02 нм у спектрі першого порядку ($k = 1$) (за виразом (2.10)), треба мати ґратку з $N > 1000$; для розділення цих самих ліній у спектрі другого порядку досить мати ґратку з $N > 500$. За допомогою ґраток Роуланда, в яких число щілин досягає $N = 110\,000$, у середній частині видимого спектра ($\lambda = 600$ нм) першого порядку розрізняються лінії з різницею $\delta\lambda = 0{,}005$ нм.

Дисперсією ґратки називають вираз

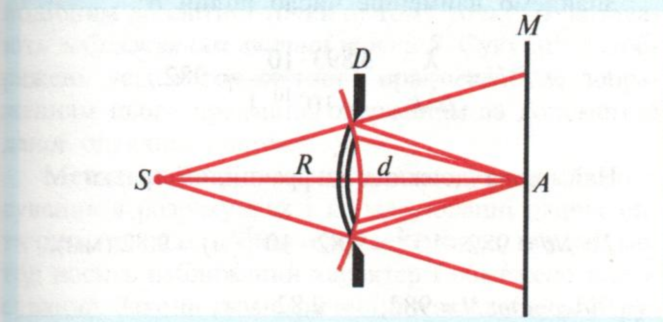
$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \qquad (2.11)$$

за яким визначають кутову відстань між двома спектральними лініями. Значення дисперсії можна знайти диференціюванням рівняння (2.5):

$$D = \frac{k}{(a+b)\cos\varphi}.$$

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

Задача 2.1. Монохроматичне світло з довжиною хвилі 500 нм від віддаленого джерела S (мал. 2.10) крізь круглий отвір в екрані D падає на екран M, розміщений на відстані $d = 2$ м від отвору. Діаметр отвору $2r = 4$ мм. Якою буде точка A на екрані — темною чи світлою?



Мал. 2.10

$\lambda = 500$ нм $= 5 \cdot 10^{-7}$ м
$d = 2$ м
$2r = 4$ мм $= 4 \cdot 10^{-3}$ м
A — ?

Розв'язування

Площа зони Френеля не залежить від її номера k і визначається для сферичної хвилі співвідношенням

$$\Delta S = \frac{\pi R d}{R + d}\lambda,$$

де R — відстань від джерела світла до екрана D; d — відстань від екрана D до екрана M.

Оскільки джерело світла S розміщене на великій відстані від отвору, то можна вважати, що на нього падає плоска хвиля. Тоді формула площі зони матиме вигляд

$$\Delta S = \pi d \cdot \lambda.$$

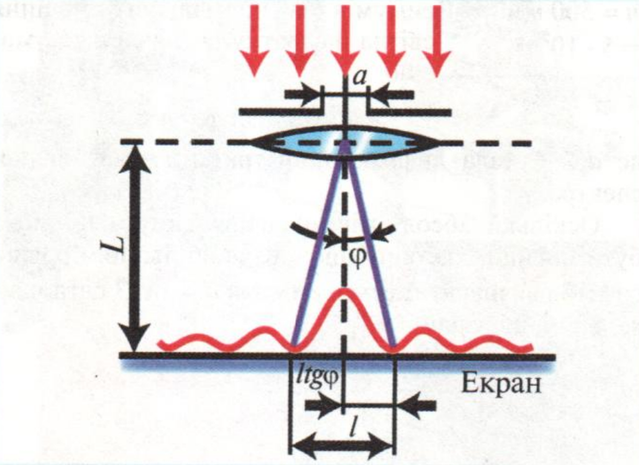
Щоб знайти число зон Френеля, які вміщуються в отворі екрана D, потрібно площу отвору поділити на площу однієї зони:

$$n = \frac{\pi r^2}{\pi d \cdot \lambda} = \frac{r^2}{d \cdot \lambda} = \frac{(2 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 4.$$

Оскільки отвір відкриває парне число зон Френеля, то точка A на екрані M буде затемненою.

Відповідь: точка A затемнена.

Задача 2.2. На щілину завширшки $a = 0{,}1$ мм нормально падає паралельний пучок світла від монохроматичного джерела ($\lambda = 0{,}6$ мкм). Визначити ширину l центрального максимуму в дифракційній картині, що проектується за допомогою лінзи, розміщеної безпосередньо за щілиною, на екран, віддалений від лінзи на відстань $L = 1$ м (мал. 2.11).



Мал. 2.11

$a = 0{,}1$ мм $= 10^{-4}$ м
$\lambda = 0{,}6$ мкм $= 6 \cdot 10^{-7}$ м
$L = 1$ м
l — ?

Розв'язування

Центральний максимум інтенсивності світла займає ділянку між найближчими від нього справа і зліва мінімумами інтенсивності.

Мінімум інтенсивності в разі дифракції в паралельних променях від однієї щілини спостерігається під кутом φ, який визначається умовою

$$a\sin\varphi = \pm k\lambda, \qquad (a)$$

де k — порядок мінімуму (в нашому прикладі $k = 1$).

Відстань між двома мінімумами на екрані можна визначити безпосередньо за малюнком:

$$l = 2L\,\mathrm{tg}\varphi\,. \qquad (б)$$

За малих кутів можна прийняти, що $\mathrm{tg}\varphi = \sin\varphi$. Тоді вираз (*б*) набуде вигляду

$$l = 2L\sin\varphi. \qquad (в)$$

Визначивши з виразу (*а*) $\sin\varphi$ і підставивши його значення у вираз (*в*), дістанемо

$$l = \frac{2Lk\lambda}{a} = \frac{2\cdot 1\cdot 1\cdot 6\cdot 10^{-7}}{10^{-4}} = 1{,}2\cdot 10^{-2}\ (\text{м}) = 12\ (\text{мм}).$$

Відповідь: $l = 12$ мм.

Задача 2.3. Який найбільший порядок спектра натрію ($\lambda = 590$ нм) можна спостерігати за допомогою дифракційної ґратки, яка має 500 штрихів на 1 мм, в разі нормального падіння світла на ґратку?

$\lambda = 590$ нм $= 5{,}9\cdot 10^{-7}$ м
$n = 500$ мм$^{-1}$ $= 5\cdot 10^{5}$ м$^{-1}$

k — ?

Розв'язування

Положення дифракційних максимумів за нормального падіння світла на ґратку визначається умовою

$$d\sin\varphi = k\lambda,$$

де d — стала дифракційної ґратки; k — порядок спектра.

Оскільки абсолютне значення синуса не може бути більшим за одиницю, то найбільший порядок спектра визначатиметься з умови $d = k\lambda$. З останнього рівняння знайдемо

$$k = \frac{d}{\lambda}.$$

Врахувавши, що стала дифракційної ґратки $d = \frac{1}{n}$, знайдемо робочу формулу для визначення найбільшого порядку спектра й обчислимо його:

$$k = \frac{1}{n\lambda} = \frac{1}{5\cdot 10^{5}\cdot 5{,}9\cdot 10^{-7}} = 3.$$

Відповідь: $k = 3$.

Задача 2.4. Період дифракційної ґратки $d = 0{,}01$ мм. Яке найменше число щілин N повинна мати ґратка, щоб дві складові жовтої лінії натрію ($\lambda_1 = 589{,}0$ нм і $\lambda_2 = 589{,}6$ нм) можна було бачити роздільно у спектрі першого порядку? Визначити найменшу довжину ґратки.

$d = 0{,}01$ мм $= 10^{-5}$ м
$\lambda_1 = 589{,}0$ нм $= 5{,}890\cdot 10^{-7}$ м
$\lambda_2 = 589{,}6$ нм $= 5{,}896\cdot 10^{-7}$ м
$k = 1$

N — ? l — ?

Розв'язування

Роздільна здатність дифракційної ґратки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

$$\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = \frac{5{,}890\cdot 10^{-7} + 5{,}896\cdot 10^{-7}}{2} = 5{,}893\cdot 10^{-7}\ (\text{м}),$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 5{,}896\cdot 10^{-7} - 5{,}890\cdot 10^{-7} = 6\cdot 10^{-10}\ (\text{м}).$$

Знайдемо найменше число щілин N:

$$N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda k} = \frac{5{,}893\cdot 10^{-7}}{6\cdot 10^{-10}\cdot 1} = 982.$$

Найменша довжина дифракційної ґратки

$$l = Nd = 982\cdot 10^{-5} = 9{,}82\cdot 10^{-3}\ (\text{м}) = 9{,}82\ (\text{мм}).$$

Відповідь: $N = 982$; $l = 9{,}82$ мм.