

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 1

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»
протокол від 16 грудня 2022 р.
№ 13

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ для виконання комплексного курсового проекту «МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГРАМУВАННЯ ЗАСОБІВ ОПРАЦЮВАННЯ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ»

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «бакалавр»
спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірвальна техніка»
освітньо-професійна програма «Комп'ютеризовані інформаційно-вимірвальні
системи»

факультет комп'ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки і робототехніки

кафедра метрології та інформаційно-вимірвальної техніки

Рекомендовано на засіданні
кафедри метрології та
інформаційно-вимірвальної
техніки
30 серпня 2022р., протокол № 8

Розробник: д.т.н., проф., завідувач кафедри метрології та інформаційно-
вимірвальної техніки ПОДЧАШИНСЬКИЙ Юрій

Житомир
2022

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 2

ЗМІСТ

	стор.
Вступ	3
1. Мета і завдання комплексного курсового проекту	4
2. Попередня обробка результатів вимірювань. Застосування методів виключення результатів з грубими похибками	6
2.1. Завдання попередньої обробки експериментальних даних	6
2.2. Методи виключення результатів з грубими похибками	6
2.3. Критерій Ірвіна	8
2.4. Критерій Романовського	8
2.5. Критерій Діксона	9
2.6. Критерії «Зс», Райта	10
2.7. Критерій Смирнова	11
2.8. Критерій Шовене	12
3. Опрацювання результатів сумісних вимірювань	13
3.1. Обчислення оцінок лінійної функції за методом найменших квадратів	13
3.2. Метод оцінок на основі ортогональної регресії	15
4. Завдання на комплексний курсовий проект	17
Додаток А. Коефіцієнт довіри t_γ (квантилі розподілу Стюдента)	23
Додаток Б. Значення функції нормального розподілу	23
Додаток В. Приклад виконання завдань комплексного курсового проекту	24
В.1. Титульний аркуш комплексного курсового проекту	24
В.2. Приклад зміст комплексного курсового проекту	25
В.3. Приклад завдання комплексного курсового проекту	26
В.4. Опрацювання результатів рівноточних багатократних вимірювань	27
В.5. Опрацювання результатів сумісних вимірювань	40
В.6. Приклад програми до першого завдання комплексного курсового проекту з опрацювання результатів рівноточних багатократних вимірювань	48
В.7. Приклад програми до другого завдання комплексного курсового проекту з опрацювання результатів сумісних вимірювань	51
Література	54

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 3

ВСТУП

Дані методичні рекомендації – це навчально-методичний посібник для виконання комплексного курсового проекту «Моделювання та програмування засобів опрацювання вимірювальної інформації» для студентів освітнього ступеня «бакалавр», що навчаються за освітньою програмою «Комп'ютеризовані інформаційно-вимірювальні системи» спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка».

Комплексний курсовий проект містить завдання, для виконання складових частин якого потрібно використання персонального комп'ютера. Пояснювальна записка комплексного курсового проекту повинна бути оформлена відповідно до діючих вимог. До неї додаються надруковані результати моделювання методів та алгоритмів опрацювання вимірювальної інформації, отримані в результаті виконання комплексного курсового проекту.

В результаті виконання комплексного курсового проекту студенти набувають навиків моделювання методів та засобів опрацювання вимірювальної інформації в комп'ютеризованій інформаційно-вимірювальній системі з використанням сучасних програмних засобів. Ці навики повинні бути використані студентами під час дипломного проектування.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 4

1. МЕТА І ЗАВДАННЯ КОМПЛЕКСНОГО КУРСОВОГО ПРОЕКТУ

Мета комплексного курсового проекту - вивчення на базі сучасного математичного апарату методів обробки результатів експериментів та набуття студентами необхідних знань пов'язаних з аналізом проблемних ситуацій і методів пошуку оптимальних рішень. На основі концептуальних моделей і методів обробки результатів експериментів сформувані у студентів практичні навички і уміння прийняття обґрунтованих і професійно-грамотних рішень в практиці розробки та експлуатації вимірювальних систем.

Основними завданнями вивчення дисципліни є набуття студентами знань, умінь і здатностей (компетенцій) щодо побудови, експлуатації та розробки комп'ютеризованих систем з вимірювальним каналом, що використовує алгоритмічні методи обробки вимірювальної інформації.

У комплексному курсовому проекті «Моделювання та програмування засобів опрацювання вимірювальної інформації» викладена сукупність операцій здійснюваних над об'єктом досліджень з метою отримання інформації про його властивості. Одним з головних завдань експериментального дослідження є перевірка математичної моделі об'єкту, тобто опису у кількісній формі взаємозв'язку між вхідними і вихідними параметрами об'єкту. Другім завданням обробки отриманої в результаті експерименту вимірювальної інформації є завдання оптимізації, тобто знаходження такої комбінації впливаючих незалежних змінних, при якій вибраний показник оптимальності набуває екстремального значення.

В процесі вимірювань, подальшої обробки даних, а також формалізації результатів у вигляді математичної моделі, виникають похибки і втрачається частина інформації, що міститься в початкових даних. Застосування методів обробки експериментальних даних дозволяє визначити точність математичної моделі і судити про її адекватність.

Виконання комплексного курсового проекту спрямовано на формування наступних **компетентностей** зі спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка»:

К13. Здатність проводити аналіз складових похибки за їх суттєвими ознаками, оперувати складовими похибки/невизначеності у відповідності з моделями вимірювання.

К15. Здатність, виходячи з вимірювальної задачі, пояснювати та описувати принципи побудови обчислювальних компонент засобів вимірювальної техніки.

К16. Здатність використовувати сучасні інженерні та математичні пакети для створення моделей приладів і систем вимірювань.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 5

К23. Здатність розробляти алгоритми функціонування та програмне забезпечення комп'ютеризованих інформаційно-вимірювальних систем.

Знання, отримані в ході виконання комплексного курсового проекту, стануть складовими наступних **програмних результатів** навчання за спеціальністю 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка»:

ПР06. Вміти використовувати інформаційні технології при розробці програмного забезпечення для опрацювання вимірювальної інформації.

ПР07. Вміти пояснити та описати принципи побудови обчислювальних підсистем і модулів, що використовуються при вирішенні вимірювальних задач.

ПР12. Знати та розуміти сучасні теоретичні та експериментальні методи досліджень з оцінюванням точності отриманих результатів.

ПР13. Знати та вміти застосовувати сучасні інформаційні технології для вирішення задач в сфері метрології та інформаційно-вимірювальної техніки.

ПР22. Вміти використовувати методи комп'ютерного моделювання та проектування для побудови комп'ютеризованих інформаційно-вимірювальних систем.

Кількість кредитів, відведених у 5 семестрі на виконання комплексного курсового проекту – 3 кредити (90 годин).

Методи навчання:

МН3 – практичні (різні види вправ та завдань, виконання розрахунків, практики);

МН7 – частково-пошуковий (евристичний);

МН8 – дослідницький метод.

Методи контролю:

МО6 – диференційований залік (захист курсового проекту).

Шкала оцінювання: національна та ECTS

За шкалою	Диференційований залік	Бали
A	Відмінно	90-100
B	Добре	82-89
C		74-81
D	Задовільно	64-73
E		60-63
FX	Незадовільно	35-59
F		0-34

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 6

2. ПОПЕРЕДНЯ ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ. ЗАСТОСОВУВАННЯ МЕТОДІВ ВИКЛЮЧЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ З ГРУБИМИ ПОХИБКАМИ

2.1. Завдання попередньої обробки експериментальних даних

Загальним завданням попередньої обробки експериментальних даних є виключення спостережень, що містять грубі похибки, а також зменшення впливу систематичної складової похибок вимірювання. При однократному виробничому вимірюванні така попередня обробка ускладнена. Багатократні вимірювання дають деяку сукупність результатів, яка має бути оброблена для отримання найбільш достовірного значення вимірюваної величини і оцінки його точності.

Перш за все, з сукупності експериментальних даних слід виключити результати спостережень, що в явному вигляді містять грубі похибки і тому помітно відрізняються від інших результатів. Якщо повної упевненості в наявності грубої похибки немає, то такий результат слід залишити у вибірці, а потім перевірити правомірність його віднесення до неї (за допомогою відповідних статистичних критеріїв).

2.2. Методи виключення результатів з грубими похибками

Для виключення грубих похибок застосовують апарат перевірки статистичних гіпотез. У метрології використовуються статистичні гіпотези, під якими розуміють гіпотези про вид невідомого розподілу, або про параметри відомих розподілів.

Разом з висунутою гіпотезою розглядають і гіпотезу, що суперечить їй. Нульовою (основною) називають висунуту гіпотезу. А конкуруючою (альтернативною) називають ту, яка суперечить нульовій.

При висуненні і прийнятті гіпотези можуть мати місце наступні чотири випадки:

- 1) гіпотеза приймається, причому й насправді вона правильна;
- 2) гіпотеза вірна, але помилково відкидається. Помилку, що виникає при цьому, називають помилкою першого роду, а ймовірність її появи позначають рівнем значущості q ;
- 3) гіпотеза відкидається, причому насправді вона невірна;
- 4) гіпотеза невірна, але помилково приймається. Помилку, що виникає при цьому, називають помилкою другого роду, а ймовірність її появи позначають β .
- 5) Величину $1-\beta$, тобто ймовірність, що гіпотеза буде знехтувана, коли вона помилкова, називають потужністю критерію.

Областю прийняття гіпотези (областю допустимих значень) називають сукупність значення критерію, при яких гіпотезу приймають. Критичною називають сукупність значень критерію, при яких нульову гіпотезу відкидають.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 7

Область прийняття гіпотези і критична область розділені критичними точками, що дорівнюють табличним значенням критеріїв.

Перевірку статистичної гіпотези проводять для прийнятого рівня значущості q (приймається рівним 0,1; 0,05; 0,01 тощо). Так, прийнятий рівень значущості $q=0,05$ означає, що висунута нульова статистична гіпотеза може бути прийнята з довірчою ймовірністю $p=0,95$. Або є ймовірність відкинути цю гіпотезу (зробити помилку першого роду), що дорівнює $p = 0,95$.

Нульова статистична гіпотеза підтверджує належність "підозрілого" результату вимірювання (спостереження) даних групі вимірювань, що перевіряється. Формальним критерієм аномальності результату спостережень (підставою для ухвалення конкуруючої гіпотези: "підозрілий" результат не належить даних групі вимірювань) при цьому служить межа, що відстоїть від центру розподілу на величину tS , тобто:

$$|x_{in} - \bar{x}| \geq tS, \quad (2.1)$$

де x_{in} – результат спостереження, що перевіряється на наявність грубої похибки; t – коефіцієнт, що залежить від закону розподілу, об'єму вибірки, рівня значущості.

Таким чином, межі похибок залежать від виду розподілу, об'єму вибірки і вибраної довірчої ймовірності.

При обробці вже наявних результатів спостережень довільно відкидати окремі результати не слід, оскільки це може привести до фіктивного підвищення точності результату вимірювань. Група вимірювань (вибірка) може містити декілька грубих похибок і їх виключення проводять послідовно, тобто поодиноці.

Всі методи виключення грубих похибок (промахів) можуть бути розділені на два основні типи:

а) методи виключення при відомому генеральному середньоквадратичному відхиленні (СКВ);

б) методи виключення при невідомому генеральному СКВ.

У першому випадку СКВ обчислюється за результатами всієї вибірки результатів спостережень. Після вилучення грубих похибок обчислення СКВ потрібно повторити

Оскільки на практиці частіше зустрічаються вимірювання при невідомому СКВ (обмежене число спостережень), далі розглянуті такі критерії перевірки "підозрілих" (з точки зору похибок) результатів спостережень: Ірвіна, Романовського, Діксону, Смирнова, Шовене, "3 σ ".

Так як вимоги, що визначають межу, за якою знаходяться "грубі" результати спостережень, для різних критеріїв різні, то перевірку слід виконувати по декількох критеріях (рекомендується використовувати не менше трьох критеріїв з тих, що розглядаються далі). Остаточний висновок про приналежність "підозрілих" результатів даної сукупності спостережень слід робити по більшості критеріїв.

2.3. Критерій Ірвіна

Для отриманих експериментальних даних визначають коефіцієнт по формулі:

$$\lambda = \frac{(x_{n+1} - x_n)}{S}, \quad (2.2)$$

де x_{n+1} , x_n – найбільші значення випадкової величини; S – середнє квадратичне відхилення, обчислене по всіх значеннях вибірки. Потім цей коефіцієнт порівнюється з табличним значенням λ_q , можливі значення якого наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Число вимірювань n	Рівень значущості	
	$q=0,05$	$q=0,01$
1	2	3
2	2,8	3,7
3	2,2	2,9
10	1,5	2,0
20	1,3	1,8
30	1,2	1,7
50	1,1	1,6
100	1,0	1,5
400	0,9	1,3
1000	0,8	1,2

Якщо $\lambda > \lambda_q$, то нульова гіпотеза не підтверджується, тобто результат – помилковий, і він має бути виключений при подальшій обробці результатів спостережень.

2.4. Критерій Романовського

Конкуруюча гіпотеза про наявність грубих похибок в “підозрілих” результатах підтверджується, якщо виконується нерівність:

$$|x_{ii} - \bar{x}| \geq t_p S, \quad (2.3)$$

де t_p – квантиль розподілу Стюдента при заданій довірчій ймовірності з числом мір свободи $k = n - k_n$ (k_n – число “підозрілих” результатів спостережень). Значення квантилів для розподілу Стюдента представлені в додатку А.

Точкові оцінки розподілу \bar{x} і СКВ результатів спостережень обчислюється без урахування k_n “підозрілих” результатів спостережень.

2.5. Критерій Діксона

Критерій заснований на припущенні, що похибки вимірювань мають нормальний закон розподілу (заздалегідь необхідна побудова гістограми результатів спостережень і перевірка гіпотези про приналежність нормальному закону розподілу). При використанні критерію обчислюють коефіцієнт Діксону (спостережуване значення критерію) для перевірки найбільшого або найменшого екстремального значення залежно від числа вимірювань. У табл. 2.2 приведені формули коефіцієнтів Діксону. Коефіцієнти r_{10} , r_{11} застосовують, коли є один викид, а r_{21} , r_{22} – коли два викиди. При цьому потрібне первинне впорядкування результатів вимірювань (об'єму вибірки). Критерій застосовується, коли вибірка може містити більш, ніж одну грубу похибку.

Таблиця 2.2

Число вимірювань n (обсяг вибірки)	Коефіцієнт Діксону	Для найменшого експериментального значення параметра	Для найбільшого експериментального значення параметра
3-7	r_{10}	$\frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}$	$\frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1}$
8-10	r_{11}	$\frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	$\frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_2}$
11-13	r_{21}	$\frac{x_3 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	$\frac{x_n - x_{n-2}}{x_n - x_2}$
14-25	r_{22}	$\frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}$	$\frac{x_n - x_{n-2}}{x_n - x_3}$

Обчислені для вибірки по формулах значення коефіцієнтів Діксону r порівнюють з табличним значенням коефіцієнтів Діксону r_q (табл. 2.3).

Нульова гіпотеза про відсутність грубої похибки виконується, якщо виконується нерівність $r < r_q$. Якщо $r > r_q$, то результат визнається грубою похибкою і виключається з подальшої обробки.

Таблиця 2.3

Статисти- ка	Число вимірю- вань	r_q при рівні значущості q			
		0,1	0,05	0,02	0,01
r_{01}	3	0,886	0,941	0,976	0,988
	4	0,679	0,765	0,846	0,899
	5	0,557	0,642	0,729	0,780
	6	0,482	0,560	0,644	0,698
	7	0,434	0,507	0,586	0,637
r_{11}	8	0,479	0,554	0,631	0,683
	9	0,441	0,512	0,587	0,636
	10	0,409	0,477	0,551	0,597
r_{21}	11	0,517	0,576	0,538	0,679
	12	0,490	0,546	0,605	0,642
	13	0,467	0,521	0,578	0,615
r_{22}	14	0,462	0,546	0,602	0,641
	15	0,472	0,525	0,579	0,616
	16	0,452	0,507	0,559	0,595
	17	0,438	0,490	0,542	0,577
	18	0,424	0,475	0,527	0,561
	19	0,412	0,462	0,514	0,547
	20	0,401	0,450	0,502	0,535
	21	0,391	0,440	0,491	0,524
	22	0,382	0,430	0,481	0,514
	23	0,374	0,421	0,472	0,505
	24	0,367	0,413	0,464	0,497

2.6. Критерії «Зс», Райта

Критерій «правило трьох сигм» є одним з простих способів перевірки результатів, що мають нормальний закон розподілу. Суть правила трьох сигм: якщо випадкова величина розподілена нормально, то абсолютна величина її відхилення від математичного сподівання не перевершує потрібного середнього квадратичного відхилення.

На практиці правило трьох сигм застосовують так: якщо розподіл досліджуваної випадкової величини невідомий, але умова, вказана в приведеному правилі, виконується, то є підстави припускати, що ця величина розподілена

нормально; інакше вона не розподілена нормально. З цією метою для вибірки (включаючи підозрілий результат) обчислюється \bar{x} і оцінка СКВ результату спостережень.

Результат, який задовольняє умові $x_{in} - \bar{x} \geq 3S$, вважається за той, що має грубу похибку і вилючається, а раніше обчислені характеристики розподілу уточнюються.

Цьому критерію аналогічний критерій Райта, заснований на тому, що якщо залишкова похибка більше чотирьох сигм, то цей результат вимірювання є грубою похибкою і має бути виключений при подальшій обробці. Обидва критерії надійні при числі вимірювань більше 20...50.

Може статися, що при нових значеннях \bar{x} і S інші результати потраплять в категорію аномальних. Однак, двічі використовувати критерії грубої похибки не рекомендується.

2.7. Критерій Смирнова

Критерій Смирнова використовується при об'ємах вибірки $n \geq 25$. Він встановлює менш жорсткі межі грубої похибки. Для реалізації цього критерію обчислюються дійсні значення квантилів розподілу (спостережуване значення критерію) по формулі:

$$\beta = \frac{\max |x_{ii} - \bar{x}|}{S}. \quad (2.4)$$

Знайдене значення порівнюється з критерієм β_k , наведеним в табл. 2.4.

Таблиця 2.4.

Об'єм вибірки n	Граничне значення β_k при рівні значущості q				
	0,100	0,050	0,010	0,005	0,001
1	2	3	4	5	6
1	1,282	1,645	2,326	2,576	3,090
2	1,632	1,955	2,575	2,807	3,290
3	1,818	2,121	2,712	2,935	3,403
4	1,943	2,234	2,806	3,023	3,481
5	2,036	2,319	2,877	3,090	3,540
6	2,111	2,386	2,934	3,143	3,588
7	2,172	2,442	2,981	3,188	3,628
8	2,224	2,490	3,022	3,227	3,662
9	2,269	2,531	3,057	3,260	3,692
10	2,309	2,568	3,089	3,290	3,719
15	2,457	2,705	3,207	3,402	3,820
20	2,559	2,799	3,289	3,480	3,890
25	2,635	2,870	3,351	3,539	3,944
30	2,696	2,928	3,402	3,587	3,988

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 12

40	2,792	3,015	3,480	3,662	4,054
50	2,860	3,082	3,541	3,716	4,108
100	3,076	3,285	3,723	3,892	4,263
250	3,339	3,534	3,946	4,108	4,465
500	3,528	3,703	4,108	4,263	4,607

2.8. Критерій Шовене

Критерій Шовене застосовується для законів, що не суперечать нормальному, і будується на визначенні числа очікуваних результатів спостережень n_{oc} , які мають такі ж великі похибки, як і “підозрілий” результат. Гіпотеза про наявність грубої похибки приймається, якщо виконується умова:

$$n_{oc} \leq 0,5. \quad (2.5)$$

Порядок перевірки гіпотези наступний:

1) обчислюється середнє арифметичне \bar{x} і СКВ результатів спостережень для всієї вибірки;

2) з таблиці інтегральної функції нормованого нормального розподілу (додаток 2) по величині $z = \frac{|x_{in} - \bar{x}|}{s}$ визначається ймовірність появи “підозрілого” результату в генеральній сукупності чисел n :

$$P(zS < x_{in} - \bar{x}). \quad (2.6)$$

3) число очікуваних результатів n_{oc} визначається по формулі:

$$n_{oc} = nP. \quad (2.7)$$

3. ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ СУМІСНИХ ВИМІРЮВАНЬ

3.1. Обчислення оцінок лінійної функції за методом найменших квадратів

Вважається, що залежність між величинами y та x є лінійною. Сформуємо відповідні рівняння системи для знаходження коефіцієнтів a та b :

$$\begin{cases} a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i \\ a \sum x_i + b n = \sum y_i \end{cases}$$

В цілях більш компактного запису «лічильник» можна опустити, оскільки і так зрозуміло, що підсумовування здійснюється від 1 до 6. Розрахунок краще оформляти у вигляді таблиці.

Таблиця 3.1. Значення параметрів

x_i	-2	-1	0	1	2	3
y_i	5,12	5,41	5,63	5,71	5,92	6,16
x_i^2	4	1	0	1	4	9
$x_i y_i$	-10,24	-5,41	0	5,71	11,84	18,48

$$\begin{aligned} \sum x_i &= 3 \\ \sum y_i &= 33,95 \\ \sum x_i^2 &= 19 \\ \sum x_i y_i &= 20,38 \end{aligned}$$

Система матиме вигляд:

$$\begin{cases} 19a + 3b = 20,38 \\ 3a + 6b = 33,95 \end{cases}$$

Розрахунок системи проведемо за методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 19 & 3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 19 \cdot 6 - 3 \cdot 3 = 105 \neq 0$$

Отже система має єдине рішення.

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} 20,38 & 3 \\ 33,95 & 6 \end{vmatrix} = 20,38 \cdot 6 - 33,95 \cdot 3 = 20,43$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 19 & 20,38 \\ 3 & 33,95 \end{vmatrix} = 19 \cdot 33,95 - 20,38 \cdot 3 = 583,91$$

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{20,43}{105} = 0,19 \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{583,91}{105} = 5,56$$

Для побудови графіка функції знайдемо її значення.

$$f(-3) = 0,19 \cdot (-3) + 5,56 = 5$$

$$f(4) = 0,19 \cdot 4 + 5,56 = 6,32$$

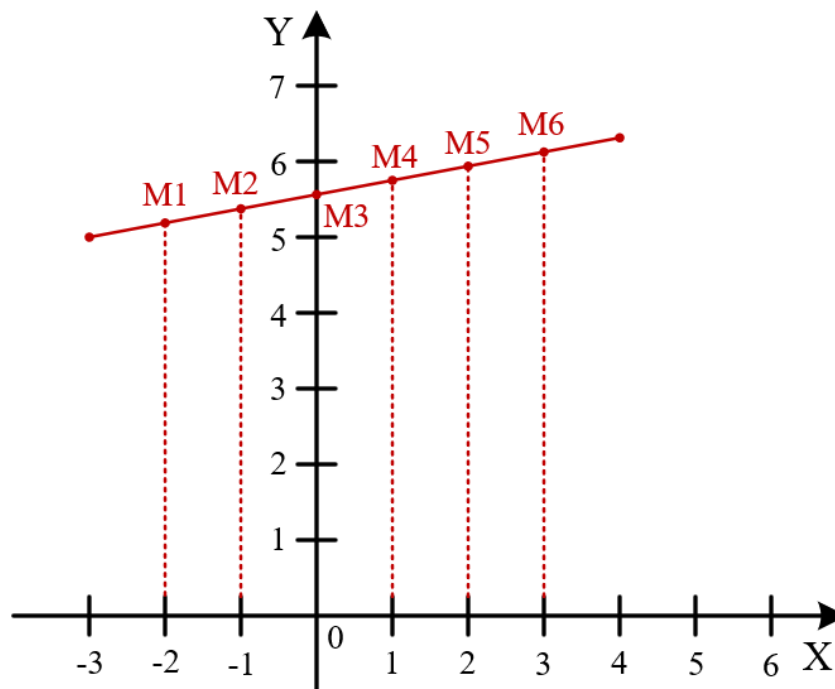


Рис. 3.1. Графік лінійної функції $y = ax + b$

Для визначення точності даного методу знайдемо суму квадратів відхилення між розрахованим та отриманим значеннями.

Таблиця 3.2. Значення похибки вимірювань

x_i	-2	-1	0	1	2	3
y_i	5.12	5.41	5.63	5.71	5.92	6.16
$f(x)$	5.18	5.37	5.56	5.75	5.94	6.13
$(y_i - f(x_i))^2$	0.0036	0.0016	0.0049	0.0016	0.0004	0.0009

$$\sum e_i^2 = \sum (y_i - f(x_i))^2 = 0,013$$

З усіх лінійних функцій функції показник є найменшим, тобто це найкраще наближення до результатів вимірювань.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 15

3.2. Метод оцінок на основі ортогональної регресії

Якщо є сукупність експериментально отриманих значень x_i і y_i , причому відомий характер функціональної зв'язку між величинами X і Y , обробка таких результатів вимірювань зводиться до обчислення параметрів функції, найкращим чином відображає дану експериментальну залежність (така функція називається рівнянням регресії).

Цей метод зручний для обробки експериментальних функціональних залежностей при лінійного зв'язку між X і Y (рис. 3.2.):

$$Y = aX + b$$

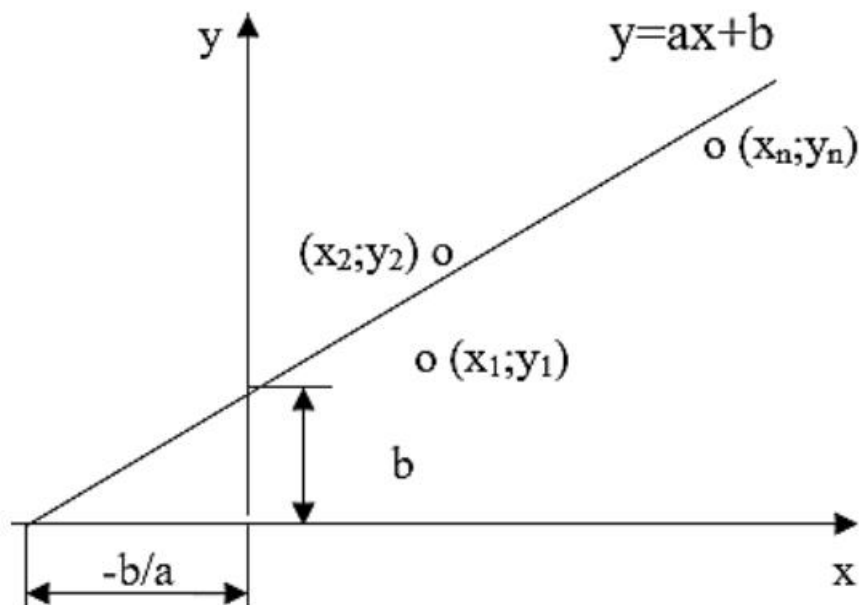


Рис. 3.2. Графік лінійної функції

В результаті обробки серії експериментальних величин x_i і y_i обчислюються коефіцієнти лінійної регресії a і b :

$$a = \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i \right) / \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 / n \right]$$

$$b = \left(\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i \right) / n$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 16

Якщо інтервал між сусідніми значеннями x_i постійний і кожне з них одне число i , вирази спрощуються:

$$a = 6[2 \sum_{i=1}^n iy_i - (n+1) \sum_{i=1}^n y_i] / [n(n^2 - 1)]$$

$$b = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - \frac{n+1}{2} a$$

Для визначення похибок можна обчислити середньоквадратичні відхилення оцінок величин a і b , але краще розрахувати середньоквадратичне відхилення точок x_i ; y_i від рівняння регресії прямої $y = ax + b$:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)^2}{(n-1)(a^2 + 1)}}$$

Для визначення ширини смуги, що характеризує похибку лінійної регресії, по обидва боки від прямої $y = ax + b$ слід відкласти значення $S_{y(x)}$, де

$$S_{y(x)} = s / \sqrt{n}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 17

4. ЗАВДАННЯ НА КОМПЛЕКСНИЙ КУРСОВИЙ ПРОЕКТ

Завдання 4.1. Опрацювання результатів рівноточних багатократних вимірювань

В результаті рівноточних багатократних вимірювань фізичної величини отримано результати, що наведено в табл. 4.1. Будемо рахувати, що систематична похибка відсутня. Потрібно надати точкові та інтервальні оцінки випадкової складової похибки вимірювань фізичної величини.

Послідовність виконання завдання:

1. Обчислити оцінку дійсного значення фізичної величини (середньоарифметичне значення, середньгеометричне значення та медіану результатів вимірювань).

2. Обчислити оцінку випадкової похибки проведених вимірювань (дисперсію та середньквадратичне значення отриманих результатів вимірювань відносно оцінки фізичної величини з п. 1).

3. Визначити закон розподілу результатів вимірювань на основі побудови гістограми.

4. Перевірити результати вимірювань (табл. 4.1) на наявність грубих помилок за будь-якими трьома критеріями з списку: критерій Ірвіна, критерій Романовського, критерій Диксона, критерій 3 сігма, критерій Смирнова, критерій Шовене. Виключити з вибірки виявлені результати з грубими помилками.

5. Повторити пп. 1-3 після виключення грубих помилок.

6. Обчислити межі довірчого інтервалу випадкової похибки для ймовірності $p=0,95$ та закону розподілу, визначеного в пп. 3 та 5.

Вказані в пп. 1-6 провести в ручному режимі. Також для цих обчислень скласти програму розрахунків та отримати результати.

Порівняти результати ручного розрахунку та роботи програми, зробити висновки.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 18

Таблиця 4.1

Результати рівноточних багатократних вимірювань

№ відліку	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	503,6	987,8	1988,5	3003,9	4003,6	5006,0	499,8	999,8	2005,3	3003,9
2	495,6	990,6	2002,1	3005,6	4004,0	5000,6	499,6	1001,9	2001,8	2997,6
3	503,0	1008,1	2002,1	2990,6	3994,8	4998,6	500,5	997,7	2002,3	2997,9
4	498,6	998,3	2003,7	2952,0	3997,7	4997,1	500,3	1003,6	1996,7	2997,7
5	491,8	993,4	2000,8	3001,4	4003	5014,5	500,5	1002,6	2000,9	3005,4
6	51,2	991,6	2004,6	3000,8	3994,1	5004,8	500,5	1001,2	2000,0	2997,8
7	498,5	994,3	2001,2	2997,0	3997,0	5003,2	499,5	1000,4	203,0	2993,8
8	504,5	993,0	2005,1	3001,5	3993,0	5003,8	498,8	993,1	2003,3	2984,1
9	496,6	990,3	2001,8	3004,8	4000,0	4999,9	497,5	996,6	1995,3	311,8
10	500,0	1010,3	2000,4	2995,4	3998,1	5001,4	501,4	997,7	2005,2	2999,1
11	493,3	999,2	2002,8	2997,8	400,9	4999,3	498,0	1002,5	2098,7	3008,6
12	498,9	994,8	2003,5	2996,8	4003,4	506,4	500,3	998,4	1996	2998,3
13	493,5	101,1	2002,1	2998,0	3994,9	4990,1	500,6	998,3	2001,1	2994,5
14	491,3	1001,3	2001,1	2999,9	4004,8	4998,1	1500,4	95,9	2002,0	2999,0
15	504,3	1018	1998,2	3000	4004,9	4994,6	499,2	999,3	2005,2	3009,8
16	504,7	996,3	1999,4	2995,8	3995,4	5005,4	499,3	1000,6	2001,0	3006,9
17	503,6	994,4	2002,7	3003,3	3994,1	4998,0	502,0	998,9	1999,4	2997,8
18	493,3	997,5	1997,4	2999,3	3993,1	5010,7	501,3	1001,4	2004,9	3005,1
19	494,5	998,6	1999,2	3003,2	4004,2	4997,3	499,4	1002,5	2003,2	2995,6
20	502,5	1003,0	202,8	1003,3	3994,8	4999,5	499,5	997,9	1995,4	2999,2

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 19

Продовження таблиці 4.1

№ відліку	Варіант									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	498,5	994,3	2001,2	3003,2	3997,0	5003,2	499,5	1000,4	203,0	2993,8
2	504,5	993,0	2005,1	2997,0	3993,0	5003,8	498,8	993,1	2003,3	2984,1
3	496,6	990,3	2001,8	3001,5	4000,0	4999,9	497,5	996,6	1995,3	311,8
4	500,0	1010,3	2000,4	3004,8	3998,1	5001,4	501,4	997,7	2005,2	2999,1
5	493,3	999,2	2002,8	2995,4	400,9	4999,3	498,0	1002,5	2098,7	3008,6
6	49К,9	994,8	2003,5	2997,8	4003,4	506,4	500,3	998,4	1996	2998,8
7	493,5	101,1	2002,1	2996,8	3994,9	4990,1	500,6	998,3	2001,1	2994,5
8	491,3	1001,3	2001,1	2998,0	4004,8	4998,1	1500,4	95,9	2002,0	2999,0
9	504,3	1018	1998,2	2999,9	4004,9	4994,6	499,2	999,3	2005,2	3009,8
10	504,7	996,3	1999,4	3000,7	3995,4	5005,4	499,3	1000,6	2001,0	3006,9
11	503,6	987,8	1988,5	3005,6	4003,6	5006,0	499,8	999,8	2005,3	3003,9
12	495,6	990,6	202,8	2990,6	4004,0	5000,6	499,6	1001,9	2001,8	2997,6
13	503,0	1008,1	2002,1	2952,0	3994,8	4998,6	500,5	997,7	2002,3	2997,9
14	503,6	994,4	3003,9	2995,8	3994,1	4998,0	502,0	998,9	1999,4	2997,8
15	493,3	997,5	2002,7	3003,3	3993,1	5010,7	501,3	1001,4	2004,9	3005,1
16	494,5	998,6	1997,4	2999,3	4004,2	4997,3	499,4	1002,5	2003,2	2995,6
17	502,5	1003,0	1999,2	3006,7	4006,7	4999,5	499,5	997,9	1995,4	2999,2
18	498,6	998,3	2003,7	3001,4	3997,7	4997,1	500,3	1003,6	1996,7	2997,7
19	491,8	993,4	2000,8	3000,8	4003,6	5014,5	500,5	1002,6	2000,9	3005,4
20	51,2	991,6	2004,6	1003,3	3994,1	5004,8	500,5	1001,2	2000,0	2997,8

Продовження таблиці 4.1

№ від-ліку	Варіант									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	603,6	999,2	2004,6	5007,0	400,9	5005,4	498,8	1000,6	2004,9	3008,6
2	595,6	994,8	2001,2	5006,6	4003,4	4998,0	497,5	998,9	2003,2	2998,8
3	603,0	101,1	2005,1	4998,6	3994,9	5010,7	501,4	1001,4	1995,4	2994,5
4	598,6	1001,3	2001,8	4997,1	4004,8	4997,3	498,0	1002,5	2003,3	2999,0
5	591,8	1018	2000,4	5014,5	4004,9	4999,5	500,3	997,9	1995,3	3009,8
6	56,2	996,3	2002,8	5004,8	3995,4	5004,8	500,6	993,1	2005,2	3006,9
7	598,5	994,4	2003,5	5003,2	3994,1	5003,2	1500,4	996,6	2098,7	2997,8
8	604,5	997,5	2002,1	5003,8	3993,1	5003,8	499,2	997,7	1996,6	3005,1
9	596,6	998,6	2001,1	4999,9	4004,2	4999,9	499,3	1002,5	2001,1	2995,6
10	600,0	1003,0	1998,2	5001,4	4006,7	5001,4	502,0	998,4	2002,0	2999,2
11	593,3	987,8	1999,4	4999,3	4003,6	4999,3	501,3	998,3	2000,0	3003,9
12	59К,9	990,6	3003,9	506,4	4004,0	506,4	499,4	95,9	203,0	2997,6
13	593,5	1008,1	2002,7	4990,1	3994,8	4990,1	499,5	999,3	2005,3	2997,9
14	591,3	998,3	1997,4	4998,1	3997,7	4998,1	499,8	999,8	2001,8	2997,7
15	604,3	993,4	1999,2	4994,6	4003,6	4994,6	499,6	1001,9	2002,3	3005,4
16	604,7	991,6	1988,5	5005,4	3994,1	5006,0	500,5	997,7	1996,7	2997,8
17	603,6	994,3	202,8	4998,0	3997,0	5000,6	500,3	1003,6	2000,9	2993,8
18	593,3	993,0	2002,1	5010,7	3993,0	4998,6	500,5	1002,6	1995,4	2984,1
19	594,5	990,3	2003,7	4997,3	4000,0	4997,1	500,5	1001,2	2003,3	311,8
20	502,5	1010,3	2000,8	4999,5	3998,1	5014,5	499,5	1000,4	1995,3	2999,1

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 21

Завдання 4.2. Опрацювання результатів сумісних вимірювань

В результаті сумісних вимірювань отримано результати вимірювань двох фізичних величин x та y , що пов'язані між собою лінійною функціональною залежністю (табл. 4.2). Будемо рахувати, що систематична похибка відсутня. Потрібно обчислити оцінки параметрів a і b лінійної залежності $y=ax+b$, та визначити точність цих оцінок.

Оцінки обчислити за методом найменших квадратів та за методом оцінок на основі ортогональної регресії. Для проведення розрахунків скласти програму. Також оцінити параметри лінійної залежності графічним методом.

Порівняти отримані результати двох варіантів розрахунків та графічної оцінки, зробити висновки.

Таблиця 4.2

Експериментальні дані для визначення лінійної залежності $y=ax+b$

Варіант	X						Y					
	x1	x2	x3	x4	x5	x6	y1	y2	y3	y4	y5	y6
1	1	2	3	4	5	6	3,00	4,55	6,02	7,56	9,10	10,70
2	0	1	2	3	4	5	5,10	2,05	-1,00	-4,10	-7,15	-9,90
3	-1	0	1	2	3	4	8,22	7,14	5,91	4,85	3,74	2,66
4	-2	-1	0	1	2	3	5,12	5,41	5,63	5,71	5,92	6,16
5	-3	-2	-1	0	1	2	1,20	2,49	4,12	5,60	6,92	8,21
6	-4	-3	-2	-1	0	1	2,50	4,19	6,49	8,25	10,20	11,90
7	-5	-4	-3	-2	-1	0	9,50	8,40	7,45	6,24	5,20	4,20
8	6	5	4	3	2	1	4,99	3,91	2,20	1,02	0,06	-1,26
9	3	2	1	0	-1	-2	-2,90	-3,97	-5,18	-5,96	-7,02	-7,87
10	4	3	2	1	0	-1	0,00	0,45	1,06	1,59	1,99	3,07
11	1	2	3	4	5	6	3,00	4,55	6,02	7,56	9,10	10,70
12	0	1	2	3	4	5	5,10	2,05	-1,00	-4,10	-7,15	-9,90
13	-1	0	1	2	3	4	8,22	7,14	5,91	4,85	3,74	2,66
14	-2	-1	0	1	2	3	5,12	5,41	5,63	5,71	5,92	6,16
15	-3	-2	-1	0	1	2	1,20	2,49	4,12	5,60	6,92	8,21
16	-4	-3	-2	-1	0	1	2,50	4,19	6,49	8,25	10,20	11,90
17	-5	-4	-3	-2	-1	0	9,50	8,40	7,45	6,24	5,20	4,20
18	6	7	8	9	10	11	3,00	4,55	6,02	7,56	9,10	10,70
19	0	-1	-2	-3	-4	-5	5,10	2,05	-1,00	-4,10	-7,15	-9,90
20	1	2	3	4	5	6	8,22	7,14	5,91	4,85	3,74	2,66
21	2	1	0	-1	-2	-3	5,12	5,41	5,63	5,71	5,92	6,16
22	3	2		0	-1	-2	1,20	2,49	4,12	5,60	6,92	8,21
23	5	6	7	8	9	10	2,50	4,19	6,49	8,25	10,20	11,90
24	-6	-5	-4	-3	-2	-1	9,50	8,40	7,45	6,24	5,20	4,20
25	18	17	16	15	14	13	4,99	3,91	2,20	1,02	0,06	-1,26

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015										Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022	
	Екземпляр № 1										Арк 55 / 22	

26	-1	0	1	3	4	5	-2,90	-3,97	-5,18	-5,96	-7,02	-7,87
27	7	6	5	4	3	2	0,00	0,45	1,06	1,59	1,99	3,07
28	-1	-2	-3	-4	-5	-6	3,00	4,55	6,02	7,56	9,10	10,70
29	10	11	12	13	14	15	5,10	2,05	-1,00	-4,10	-7,15	-9,90
30	7	8	9	10	11	12	8,22	7,14	5,91	4,85	3,74	2,66

Додаток А

Коефіцієнт довіри t_γ (квантилі розподілу Стюдента)

r_k	При γ			r_k	При γ		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
1	12,706	63,657	636,619	19	2,093	2,861	3,883
2	4,303	9,925	31,598	20	2,086	2,845	3,850
4	2,776	4,604	8,610	22	2,074	2,819	3,792
5	2,571	4,032	6,859	23	2,069	2,807	3,797
6	2,447	3,707	5,959	24	2,064	2,797	3,745
7	2,365	3,499	5,405	25	2,060	2,787	3,725
8	2,306	3,355	5,041	26	2,056	2,779	3,707
9	2,262	3,250	4,781	27	2,052	2,763	3,674
10	2,23	3,169	4,587	28	2,048	2,763	3,674
11	2,201	3,106	4,437	29	2,045	2,756	3,659
12	2,179	3,055	4,318	30	2,042	2,750	3,646
13	2,160	3,012	4,221	40	2,021	2,704	3,551
14	2,145	2,977	4,140	50	2,008	2,677	3,497
16	2,120	2,921	4,015	80	1,990	2,639	3,416
17	2,110	2,898	3,965	100	1,984	2,626	3,391
18	2,101	2,878	3,922	∞	1,960	2,576	3,291

Додаток Б

Значення функції нормального розподілу

$$\hat{O}(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{\left(\frac{-t^2}{2}\right)} dt$$

y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$	y	$\Phi(y)$
-3,5	0,00023	-1,7	0,0446	+0,1	0,5398	+ 1,9	0,9713
-3,4	0,00034	-1,6	0,0548	+0,2	0,5793	+2,0	0,9773
-3,3	0,00048	-1,5	0,0668	+0,3	0,6179	+2,1	0,9821
-3,2	0,00069	-1,4	0,0808	+0,4	0,6554	+2,2	0,9861
-3,1	0,00097	-1,3	0,0968	+0,5	0,6915	+2,3	0,9893
-3,0	0,00135	-1,2	0,1151	+0,6	0,7257	+2,4	0,9918
-2,9	0,0019	-1,1	0,1357	+0,7	0,7580	+2,5	0,9938
-2,8	0,0026	-1,0	0,1587	+0,8	0,7881	+2,6	0,9953
-2,7	0,0035	-0,9	0,1841	+0,9	0,8156	+2,7	0,9965
-2,6	0,0047	-0,8	0,2119	+ 1,0	0,8413	+2,8	0,9974
-2,5	0,0062	-0,7	0,2420	+ 1,1	0,8643	+2,9	0,9981
-2,4	0,0082	-0,6	0,2743	+ 1,2	0,8849	+3,0	0,99865
-2,3	0,0107	-0,5	0,3085	+ 1,3	0,9032	+3,1	0,99903
-2,2	0,0139	-0,4	0,3446	+ 1,4	0,9192	+3,2	0,99931
-2,1	0,0179	-0,3	0,3821	+ 1,5	0,9332	+3,3	0,99952
-2,0	0,0228	-0,2	0,4207	+ 1,6	0,9452	+3,4	0,99966
-1,9	0,0287	-0,1	0,4602	+1,7	0,9554	+3,5	0,99977
-1,8	0,0359	0,0	0,500	+ 1,8	0,9641		

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 24

Додаток В

Приклад виконання завдань комплексного курсового проекту В.1. Титульний аркуш комплексного курсового проекту

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
Факультет комп'ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки і робототехніки
Кафедра метрології та інформаційно-вимірювальної техніки

Пояснювальна записка

до комплексного курсового проекту

«МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГРАМУВАННЯ ЗАСОБІВ ОПРАЦЮВАННЯ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ»

Виконав: студент __ курсу, групи _____
 Спеціальності: 152 «Метрологія та
 інформаційно-вимірювальна техніка»
 (шифр і назва напрямку підготовки, спеціальності)

 (прізвище та ініціали)

Керівник:

 (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Оцінка: _____

Члени комісії:

 (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

м. Житомир – 20__ рік

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 25

В.2. Приклад зміст комплексного курсового проекту

ЗМІСТ

ВСТУП

1. ЗАВДАННЯ НА ВИКОНАННЯ КОМПЛЕКСНОГО КУРСОВОГО ПРОЕКТУ

2. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ

- 2.1. Методи виключення результатів з грубими похибками
- 2.2. Метод найменших квадратів
- 2.3. Метод оцінок на основі ортогональної регресії

3. ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ РІВНОТОЧНИХ БАГАТОКРАТНИХ ВИМІРЮВАНЬ

- 3.1. Обчислення оцінки дійсного значення фізичної величини
- 3.2. Обчислення оцінки випадкової похибки проведених вимірювань
- 3.3. Визначення закону розподілу результатів вимірювань на основі побудови гістограми
- 3.4. Оцінка та виключення грубих помилок
- 3.5. Обчислення оцінок дійсної та випадкової величини
- 3.6. Обчислення меж довірчого інтервалу випадкової похибки
- 3.7. Програма опрацювання результатів вимірювань

4. ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ СУМІСНИХ ВИМІРЮВАНЬ

- 4.1. Обчислення за методом найменших квадратів
- 4.2. Обчислення за методом ортогональної регресії
- 4.3. Програма опрацювання результатів вимірювань

ВИСНОВКИ

ЛІТЕРАТУРА

ДОДАТКИ

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 26

В.3. Приклад завдання комплексного курсового проекту

ЗАВДАННЯ НА ВИКОНАННЯ КОМПЛЕКСНОГО КУРСОВОГО ПРОЕКТУ

В.3.1. Опрацювання результатів рівноточних багатократних вимірювань

В результаті рівноточних багатократних вимірювань фізичної величини отримано результати, що наведено в табл. В.3.1. Враховуючи, що систематична похибка відсутня, потрібно надати точкові та інтервальні оцінки випадкової складової похибки вимірювань фізичної величини, також для обчислень скласти програму розрахунків.

Таблиця В.3.1. Вихідні дані для завдання 1

№ Варіанту		4							
Значення багатократних вимірювань									
3005,6	2990	2952,0	3001,4	3000,8	3003,9	2997,0	3001,5	3004,8	2995,4
2997,8	2996,8	2998,0	2999,9	3000,0	2995,8	3003,3	2999,3	3003,2	1003,3

В.3.2. Опрацювання результатів сумісних вимірювань.

В результаті сумісних вимірювань отримано результати вимірювань двох фізичних величин x та y , що пов'язані між собою лінійною функціональною залежністю (табл. В.3.2.). Враховуючи, що систематична похибка відсутня, потрібно обчислити оцінки параметрів a і b лінійної залежності $y = ax + b$, та визначити точність цих оцінок. Оцінки обчислити за методом найменших квадратів та за методом оцінок на основі ортогональної регресії, для проведення розрахунків скласти програму. Також оцінити параметри лінійної залежності графічним методом, порівняти отримані результати двох варіантів розрахунків та графічної оцінки, зробити висновки.

Таблиця В.3.2. Вихідні дані для завдання 2

№ Вар.	X						Y					
4	-2	-1	0	1	2	3	5,12	5,41	5,63	5,71	5,92	6,16

В.4. Опрацювання результатів рівноточних багатократних вимірювань

В.4.1. Обчислення оцінки дійсного значення фізичної величини.

Визначення середньоарифметичного значення результатів багатократних вимірювань фізичної величини:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i = \frac{57949,8}{20} = 2897,49$$

Визначення середньгеометричного значення результатів багатократних вимірювань фізичної величини:

$$G(x) = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n x_j} = \sqrt[20]{1,1453 * 10^{69}} = 2837,57$$

Визначення значення медіани результатів багатократних вимірювань фізичної величини, так як масив має парне число значень, формула для знаходження медіани матиме вигляд:

$$M = \frac{x_{(n/2)} + x_{(n/2)+1}}{2} = \frac{2999,9 + 2999,3}{2} = 2999,6$$

В.4.2. Обчислення оцінки випадкової похибки проведених вимірювань

Відносно оцінки фізичної величини у пункті В.4.1, знаходимо значення незміщеної оцінки дисперсії сукупності спостережених значень.

Таблиця В.4.1. Обрахунок значень вибірки

X	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
3005.6	108.11	11687.77
2990	92.51	8558.10
2952	54.51	2971.34
3001.4	103.91	10797.29
3000.8	103.31	10672.96
3003.9	106.41	11323.09
2997	99.51	9902.24
3001.5	104.01	10818.08

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 28

3004.8	107.31	11515.44
2995.4	97.91	9586.37
2997.8	100.31	10062.10
2996.8	99.31	9862.48
2998	100.51	10102.26
2999.9	102.41	10487.81
3000	102.51	10508.30
2995.8	98.31	9664.86
3003.3	105.81	11195.76
2999.3	101.81	10365.28
3003.2	105.71	11174.60
1003.3	-1894.19	3587955.76

Знаходимо незміщену оцінку середньоквадратичного відхилення середнього значення:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{20}} = \frac{446}{4,47} \approx 99,78$$

Проаналізуємо чи немає серед спостережень грубих похибок, для цього сформуємо із спостережень варіаційний ряд та перевіримо крайні члени на аномальність.

$$u_1 = \frac{\bar{x} - \min(x)}{S} = \frac{2897,49 - 1003,3}{446} = 4,247$$

$$u_2 = \frac{\max(x) - \bar{x}}{S} = \frac{3005,6 - 2897,49}{446} = 0,242$$

Перевіряємо чи входять значення u_1 та u_2 в інтервал допустимих значень, для цього при ймовірності 0,95 та при 20 вимірах знаходимо табличне значення $u_{дон} = 2,56$. Оскільки значення u_1 явно перевищує $u_{дон}$ ряд потрібно досліджувати на наявність грубих похибок.

В.4.3. Визначення закону розподілу результатів вимірювань на основі побудови гістограми

Для побудови гістограми необхідно:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 29

1) Зробити деяку кількість вимірів та в отриманій вибірці знайти мінімальне та максимальне значення вимірювальної величини.

$$x_{min} = 1003,3 \quad x_{max} = 3005,6$$

2) Знайти ширину одного біну.

$$\Delta x = \frac{x_{max} - x_{min}}{10} = \frac{3005,6 - 1003,3}{10} = 200,23$$

3) Отримані біни послідовно відкласти на осі абсцис, відзначаючи початок і кінець кожного біна, підрахувати кількість значень, що попадають у кожен бін та відкласти по осі ординат.

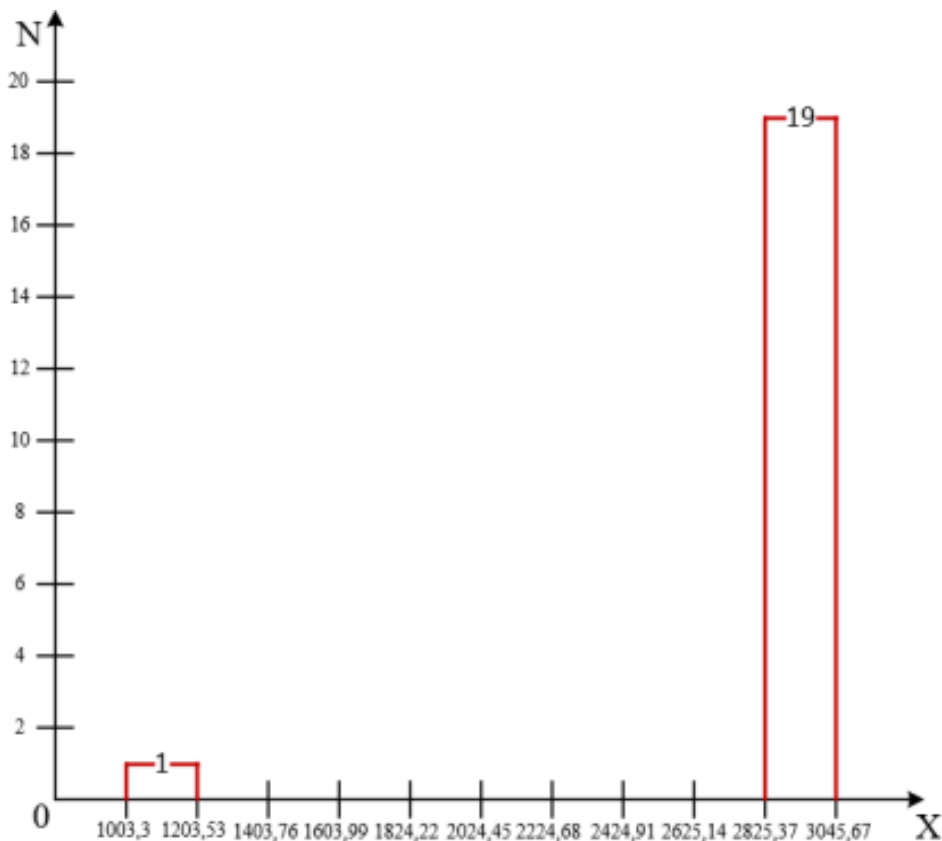


Рис. В.4.1. Гістограма розподілу значень

З результатів побудови діаграми неможна чітко визначити закон розподілу, так як у вибірці присутня груба похибка, тому потрібно вилучити усі грубі похибки та повторити побудову гістограми.

В.4.4. Оцінка та виключення грубих помилок

В.4.4.1. Критерій Ірвіна

Таблиця В.4.2. Обрахунок наявності похибки у виборці

X	λ	Похибка
3005.6	-	Відсутня
2990	0.0335	Відсутня
2952	0.0815	Відсутня
3001.4	0.1060	Відсутня
3000.8	0.0013	Відсутня
3003.9	0.0067	Відсутня
2997	0.0148	Відсутня
3001.5	0.0097	Відсутня
3004.8	0.0071	Відсутня
2995.4	0.0202	Відсутня
2997.8	0.0052	Відсутня
2996.8	0.0021	Відсутня
2998	0.0026	Відсутня
2999.9	0.0041	Відсутня
3000	0.0002	Відсутня
2995.8	0.0090	Відсутня
3003.3	0.0161	Відсутня
2999.3	0.0086	Відсутня
3003.2	0.0084	Відсутня
1003.3	4.2916	Присутня

Як бачимо з результатів обчислення, результат 1003,3 вважається помилковим, тому його потрібно виключити при подальшій обробці результатів спостережень.

В.4.4.2. Критерій Романовського

Для перевірки вибірки на наявність грубої похибки за Романовським потрібно обрати «підозрілі» значення. Підозрілими значеннями можна вважати 2952 та 1003,3.

Визначимо середньоарифметичне значення з виключенням підозрілих значень:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i = \frac{53994,5}{18} = 2999,69$$

Таблиця В.4.3. Обрахунок значень вибірки

X	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
3005.6	5.91	34.876
2990	-9.69	93.982
3001.4	1.71	2.909
3000.8	1.11	1.222
3003.9	4.21	17.687
2997	-2.69	7.260
3001.5	1.81	3.260
3004.8	5.11	26.067
2995.4	-4.29	18.442
2997.8	-1.89	3.589
2996.8	-2.89	8.378
2998	-1.69	2.871
2999.9	0.21	0.042
3000	0.31	0.093
2995.8	-3.89	15.167
3003.3	3.61	13.000
2999.3	-0.39	0.156
3003.2	3.51	12.289

$$s = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{261,289}{18 - 1}} \approx 3,92$$

Обираємо табличне значення квантилю розподілу Стюдента для значення $k = 18$ та перевіряємо значення на виконання нерівності:

$$|x_n - \bar{x}| \geq 8,24$$

За обрахунками значення з грубою помилкою виявились: 2990, 2952 та 1003,3, при подальшій роботі з вибіркою потрібно виключити ці значення.

В.4.4.3. Критерій Діксона

Для перевірки за критерієм Діксона обчислюють коефіцієнт для перевірки найбільшого або найменшого значення залежно від числа вимірювань.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідас ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 32

$$r_{22 \min} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1} \quad r_{22 \max} = \frac{x_n - x_{n-2}}{x_n - x_3}$$

1) Значення коефіцієнтів при першій перевірці вибірки:

$$r_{22 \min} = \frac{2990 - 1003,3}{3003,9 - 1003,3} = 0,993 \quad r_{22 \max} = \frac{3005,6 - 3003,9}{3005,6 - 2990} = 0,109$$

Так, як $0,993 > 0,450$ значення 1003,3 виключено з подальшого обрахунку.

2) Значення коефіцієнтів при другій перевірці вибірки:

$$r_{22 \min} = \frac{2995,4 - 2952}{3003,9 - 2952} = 0,836 \quad r_{22 \max} = \frac{3005,6 - 3003,9}{3005,6 - 2995,4} = 0,225$$

Так, як $0,836 > 0,462$ значення 2952 виключено з подальшого обрахунку.

3) Значення коефіцієнтів при третій перевірці вибірки:

$$r_{22 \min} = \frac{2995,8 - 2990}{3003,9 - 2990} = 0,417 \quad r_{22 \max} = \frac{3005,6 - 3003,9}{3005,6 - 2995,8} = 0,173$$

Після 3 проходу по вибірці не було виявлено грубої похибки, отже за критерієм Діксона можна виключити значення 2952 та 1003,3.

В4.5. Обчислення оцінок дійсної та випадкової величини після виключення грубих помилок

Визначення середньоарифметичного значення, середньгеометричного значення та медіани результатів багатократних вимірювань фізичної величини.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i = \frac{53994,5}{18} = 2999,69$$

$$G(x) = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n x_j} = \sqrt[18]{3,87 * 10^{62}} = 2999,69$$

$$M = \frac{x_{(n/2)} + x_{(n/2)+1}}{2} = \frac{2999,9 + 3000}{2} = 2999,95$$

Відносно оцінки фізичної велечини у пункті, знаходимо значення незміщеної оцінки дисперсії сукупності спостережених значень:

Таблиця В.4.4. Обрахунок значень вибірки

X	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
2990	-9.69	93.982
2995.4	-4.29	18.442
2995.8	-3.89	15.167
2996.8	-2.89	8.378
2997	-2.69	7.260
2997.8	-1.89	3.589
2998	-1.69	2.871
2999.3	-0.39	0.156
2999.9	0.21	0.042
3000	0.31	0.093
3000.8	1.11	1.222
3001.4	1.71	2.909
3001.5	1.81	3.260
3003.2	3.51	12.289
3003.3	3.61	13.000
3003.9	4.21	17.687
3004.8	5.11	26.067
3005.6	5.91	34.876

$$S = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{261,29}{18 - 1}} \approx 3,92$$

Знаходимо незміщену оцінку середньоквадратичного відхилення середнього значення:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{18}} = \frac{3,92}{4,24} \approx 0,92$$

Проаналізуємо чи немає серед спостережень грубих похибок, для цього сформуємо із спостережень варіаційний ряд та перевіримо крайні члени на аномальність.

$$u_1 = \frac{\bar{x} - \min(x)}{S} = \frac{2999,69 - 2990}{3,92} = 2,472$$

$$u_2 = \frac{\max(x) - \bar{x}}{S} = \frac{3005,6 - 2999,69}{3,92} = 1,507$$

Перевіряємо чи входять значення u_1 та u_2 в інтервал допустимих значень, для цього при ймовірності 0,95 та при 18 вимірах знаходимо табличне значення

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 34

$u_{don} = 2,50$. Всі значення входять у інтервал допустимих значень.

Для побудови гістограми необхідно:

1) Зробити деяку кількість вимірів та в отриманій вибірці знайти мінімальне та максимальне значення вимірювальної величини.

$$x_{min} = 2990 \quad x_{max} = 3005,6$$

2) Знайти ширину одного біну.

$$x_{max} - x_{min} = 3005,6 - 2990$$

$$\Delta x = 1,73$$

3) Отримані біни послідовно відкласти на осі абсцис, відзначаючи початок і кінець кожного біну, підрахувати кількість значень, що попадають у кожен бін та відкласти по осі ординат.

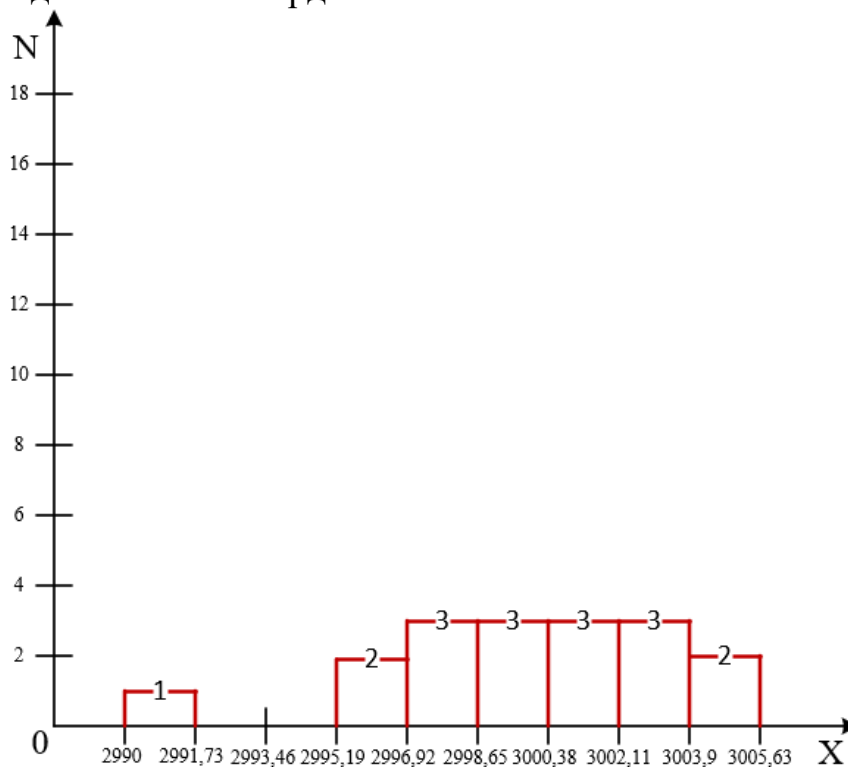


Рис. В.4.2. Гістограма розподілу значень

З результатів побудови діаграми можна визначити нормальний закон розподілу випадкових величин.

В.4.6. Обчислення меж довірчого інтервалу випадкової похибки

Оскільки кількість спостережень менше 30, то при оцінюванні довірчого інтервалу для нормального закону розподілу випадкової величини краще застосовувати значення коефіцієнта Стюдента, що задає допустимі значення гарантійного коефіцієнта. При ймовірності 0,95 та 20-и вимірам відповідає значення коефіцієнта 1,74.

Тому розраховуємо довірчий інтервал за формулою:

$$x = \bar{x} \pm t p S_{\bar{x}} = 2999,69 \pm (1,74 \cdot 0,92) = 2999,69 \pm 1,60.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 35

В.4.7. Створення програми для автоматичного опрацювання результатів вимірювань

Розробка програмного коду для п. В.4.1-В.4.3.

```

exercise_1.m x +
1 % Coursework
2 % Developer: Kryvoruchko Maksym
3 % Group: MT-1 Variant: 4
4
5 % Initialization of the input data array and its length
6 X = [3005.6 2990 2952 3001.4 3000.8 3003.9 2997 3001.5 3004.8 2995.4 2997.8
7 X_len = length(X);
8
9 % Estimates of the actual value of a physical quantity
10 X_avg = mean(X);
11 X_geo = geomean(X);
12 X_M = median(X);
13
14 disp("1. Estimates of the actual value.");
15 disp(sprintf("Mean value: %.3f", X_avg));
16 disp(sprintf("Geomean value: %.3f", X_geo));
17 disp(sprintf("Median: %.3f", X_M));
18 |
19 % Estimates of the random value of the measurements.
20 deltaX = [];
21 deltaX_sqr = [];
22
23 % Calculation of sampling values
24 for i = 1:X_len
25     deltaX(i) = X(i) - X_avg;
26     deltaX_sqr(i) = deltaX(i)^2;
27 end
28
29 disp("2. Estimates of the random value.");
30 S = sqrt(sum(deltaX_sqr)/(X_len - 1));
31 disp(sprintf("Estimation of variance: %.3f", S));
32
33 Sx = S / sqrt(X_len);
34 disp(sprintf("Estimation of RMS: %.3f", Sx));
35
36 % Analysis of valid values
37 u = 2.56;
38 u1 = (X_avg - min(X))/S;
39 u2 = (max(X) - X_avg)/S;
40
41 if(u1 > u || u2 > u)
42     % Construction of the histogram
43     histogram(X)
44 else
45     disp("Conclusion: values doesn't exceed the allowable range.");
46 end

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 36

Command Window

1. Estimates of the actual value.

Mean value: 2897.490

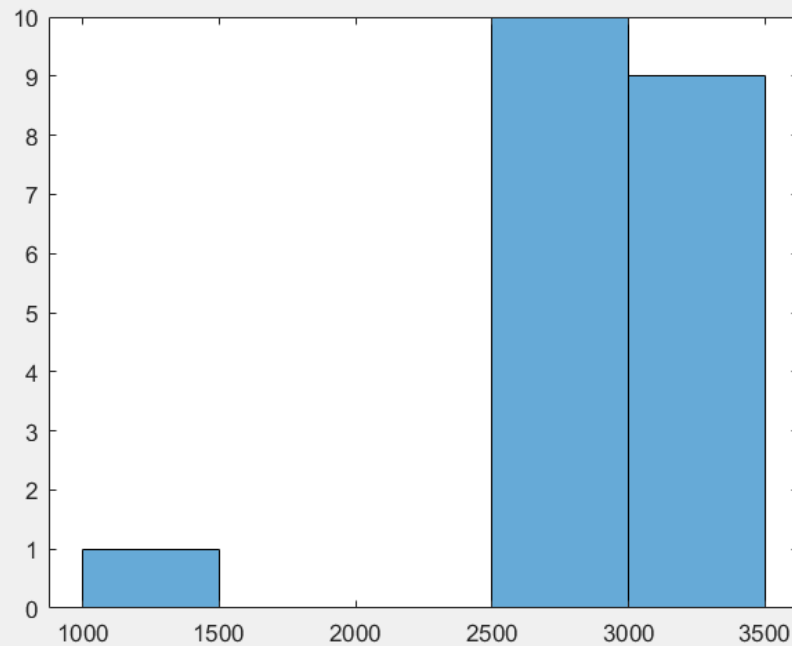
Geomean value: 2837.569

Median: 2999.600

2. Estimates of the random value.

Estimation of variance: 445.989

Estimation of RMS: 99.726



В.4.8. Розробка програмного коду для виключення грубих помилок за критеріями Ірвіна, Романовського та Діксона

Так як критерій Романовського та Діксона використовують більш складні алгоритми обробки даних, їх буде вилючено в окрему функцію для спрощення орієнтації у програмному коді.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 37

```

75 function romanovsky(X, irwin_false)
76 % Using the Irwin method, we exclude suspicious values
77     Xr = X;
78     X_len = length(X);
79     for rpz=1:1:X_len
80         if(class(irwin_false) ~= "array")
81             Xr(find(Xr == irwin_false)) = [];
82         else
83             for i=1:1:length(irwin_false)
84                 if(Xr(rpz) == irwin_false(i))
85                     Xr(rpz) = [];
86                     irwin_false(i) = [];
87                 end
88             end
89         end
90     end
91
92     % Variance of Romanovsky array
93     Xr_len = length(Xr);
94     Xr_avg = mean(Xr);
95     deltaXr = [];
96     deltaXr_sqr = [];
97     for rmn=1:1:Xr_len
98         deltaXr(rmn) = Xr(rmn) - Xr_avg;
99         deltaXr_sqr(rmn) = deltaXr(rmn)^2;
100    end
101
102    Sr = sqrt(sum(deltaXr_sqr)/(Xr_len - 1));
103
104    % Search for gross errors
105    for r=1:1:X_len
106        if(abs(X(r)-Xr_avg) >= 2.09*Sr)
107            disp(sprintf("False value: %.3f", X(r)));
108        end
109    end
110 end

```

Функція обрахунку за критерієм Романовського

```

111 function e = dixon(X)
112     X = sort(X);
113
114     r22min = (X(3) - X(1))/(X(length(X)) - X(1));
115     r22max = (X(length(X)) - X(length(X)-2))/(X(length(X)) - X(3));
116
117     if(r22min > 0.462)
118         if(r22max > 0.462)
119             disp(sprintf("False value: %.3f", X(length(X))));
120             X(length(X)) = [];
121         end
122         disp(sprintf("False value: %.3f", X(1)));
123         X(1) = [];
124
125         e = dixon(X);
126     else
127         e = X;
128     end
129 end

```

Функція обрахунку за критерієм Діксона

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 38

```

48 % Evaluation and elimination of gross errors.
49 disp("3.1. Irwin's criterion.");
50 lambda = [];
51 irwin_false = [];
52 for irw=1:1:X_len
53     if(irw >= X_len)
54         break
55     end
56     lambda(irw) = abs((X(irw+1)-X(irw))/S);
57
58     if(lambda(irw) > 1.3)
59         irwin_false(length(irwin_false)+1) = X(irw+1);
60         disp(sprintf("False value: %.3f", X(irw+1)));
61     end
62 end
63
64 disp("3.2. Romanovsky criterion.");
65 romanovsky(X, irwin_false);
66
67 disp("3.3. 'Dixon' criterion.");
68 X_e = dixon(X)

```

Код основної програми з критерієм Ірвіна

```

Command Window
3.1. Irwin's criterion.
False value: 1003.300
3.2. Romanovsky criterion.
False value: 2952.000
False value: 1003.300
3.3. Dixon criterion.
False value: 1003.300
False value: 2952.000

```

Результат виконання програми

```

70 estimates(X_e)
71 else
72     histogram(X)
73     di = 1.74 * Sx;
74     disp(sprintf("Allowable range: %.3f +/- %.3f", X_avg, di));
75 end

```

Знаходження довірчого інтервалу

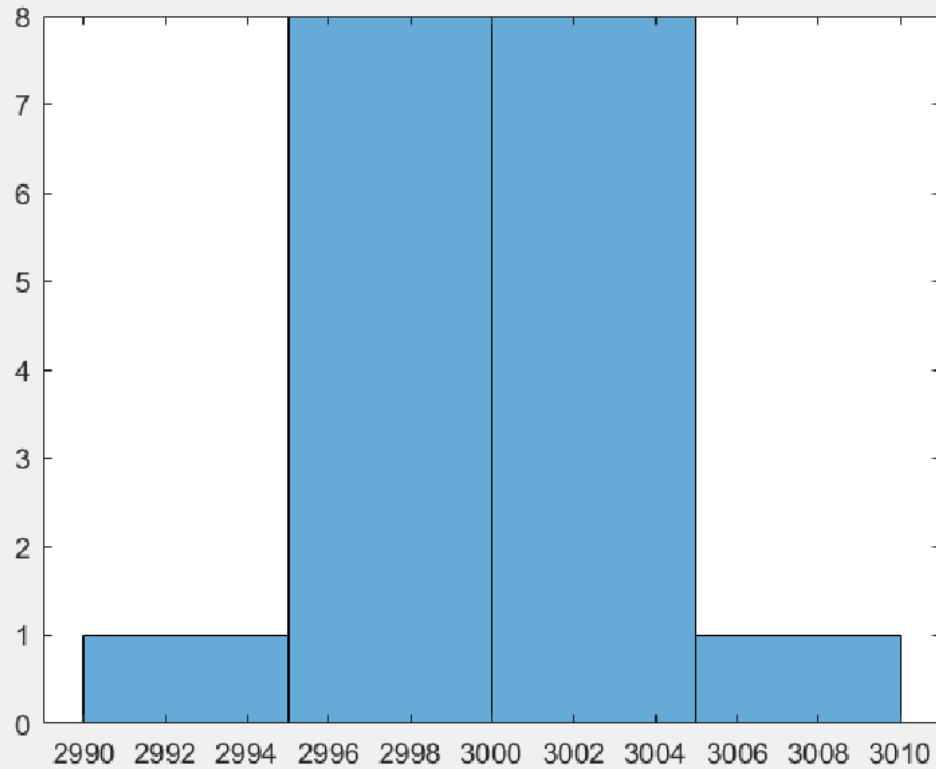
Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 39

Command Window

```

1. Estimates of the actual value.
Mean value: 2999.694
Geomean value: 2999.692
Median: 2999.950
2. Estimates of the random value.
Estimation of variance: 3.920
Estimation of RMS: 0.924
Allowable range: 2999.694 +/- 1.608

```



Результат виконання програми

В.5. Опрацювання результатів сумісних вимірювань

В.5.1. Обчислення за методом найменших квадратів

Вважається, що залежність між величинами y та x є лінійною. Сформуємо відповідні рівняння системи для знаходження коефіцієнтів a та b :

$$\begin{cases} a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i \\ a \sum x_i + b n = \sum y_i \end{cases}$$

В цілях більш компактного запису «лічильник» можна опустити, оскільки і так зрозуміло, що підсумовування здійснюється від 1 до 6. Розрахунок краще оформляти у вигляді таблиці.

Таблиця В.5.1. Значення параметрів

x_i	-2	-1	0	1	2	3
y_i	5,12	5,41	5,63	5,71	5,92	6,16
x_i^2	4	1	0	1	4	9
$x_i y_i$	-10,24	-5,41	0	5,71	11,84	18,48

$$\sum x_i = 3$$

$$\sum y_i = 33,95$$

$$\sum x_i^2 = 19$$

$$\sum x_i y_i = 20,38$$

Система матиме вигляд:

$$\begin{cases} 19a + 3b = 20,38 \\ 3a + 6b = 33,95 \end{cases}$$

Розрахунок системи проведемо за методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 19 & 3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 19 \cdot 6 - 3 \cdot 3 = 105 \neq 0$$

Отже система має єдине рішення.

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} 20,38 & 3 \\ 33,95 & 6 \end{vmatrix} = 20,38 \cdot 6 - 33,95 \cdot 3 = 20,43$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 19 & 20,38 \\ 3 & 33,95 \end{vmatrix} = 19 \cdot 33,95 - 20,38 \cdot 3 = 583,91$$

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{20,43}{105} = 0,19 \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{583,91}{105} = 5,56$$

Для побудови графіка функції знайдемо її значення.

$$f(-3) = 0,19 \cdot (-3) + 5,56 = 5$$

$$f(4) = 0,19 \cdot 4 + 5,56 = 6,32$$

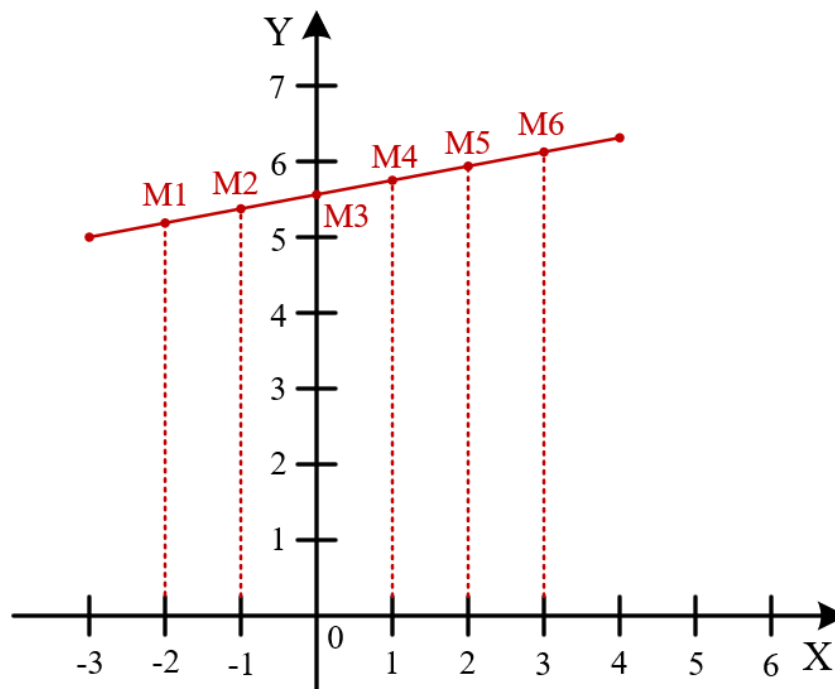


Рис. В.5.1. Графік лінійної функції $y = ax + b$

Для визначення точності даного методу знайдемо суму квадратів відхилення між розрахованим та отриманим значеннями.

Таблиця В.5.2. Значення похибки вимірювань

x_i	-2	-1	0	1	2	3
y_i	5.12	5.41	5.63	5.71	5.92	6.16
$f(x)$	5.18	5.37	5.56	5.75	5.94	6.13
$(y_i - f(x_i))^2$	0.0036	0.0016	0.0049	0.0016	0.0004	0.0009

$$\sum e_i^2 = \sum (y_i - f(x_i))^2 = 0,013$$

З усіх лінійних функцій функції показник є найменшим, тобто це найкраще наближення до результатів вимірювань.

В.5.2. Обчислення за методом ортогональної регресії

Обробка результатів вимірювань методом ортогональної регресії зводиться до обчислення параметрів функції, що найкращим чином відображає дану експериментальну залежність (така функція називається рівнянням регресії). Для обробки серії експериментальних величин x_i і y_i обчислюємо коефіцієнти лінійної регресії a і b :

Таблиця В.5.3. Значення параметрів

x_i	-2	-1	0	1	2	3
y_i	5,12	5,41	5,63	5,71	5,92	6,16
x_i^2	4	1	0	1	4	9
$x_i y_i$	-10,24	-5,41	0	5,71	11,84	18,48

$$a = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i\right)}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2} = \frac{\left(20,38 - \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 33,95\right)}{19 - \frac{1}{6} \cdot 9} = 0,194$$

$$b = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i\right) = \frac{1}{6} (33,95 - 0,194 \cdot 3) = 5,561$$

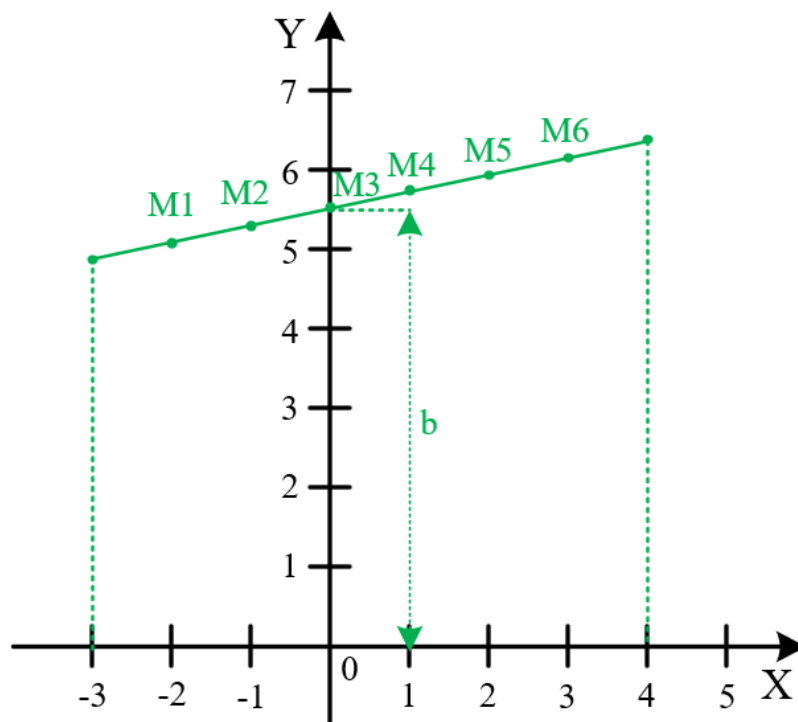


Рис. 4.2. Графік лінійної функції $y = ax + b$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 43

Для визначення похибок можна обчислити середньоквадратичні відхилення оцінок величин a і b , але краще розрахувати середньоквадратичне відхилення точок x_i ; y_i від рівняння регресії прямої $y = ax + b$:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)^2}{(n-1)(a^2 + 1)}} = \sqrt{\frac{0,012574}{5,19}} = 0,049$$

Для визначення ширини смуги, що характеризує похибку лінійної регресії, по обидва боки від прямої $y = ax + b$ слід відкласти значення $S_{y(x)}$, де

$$S_x = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{0,049}{2,45} = 0,02$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 44

В.5.3. Створення програми для автоматичного опрацювання результатів вимірювань

```

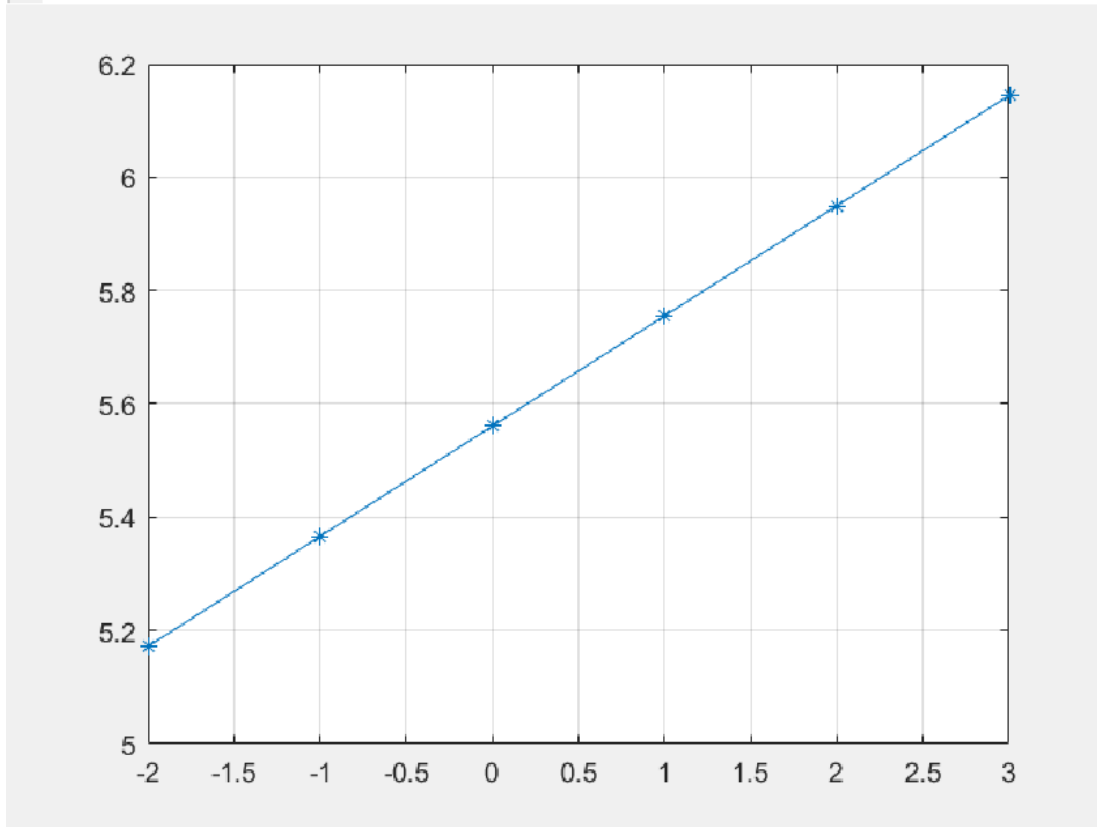
14 function squares(X, Y)
15     X_len = length(X);
16     Y_len = length(Y);
17
18     if(X_len == Y_len)
19         % Parameter values
20         Xi_sqr = [];
21         XiYi = [];
22
23         for i=1:1:X_len
24             Xi_sqr(i) = X(i)^2;
25             XiYi(i) = X(i)*Y(i);
26         end
27
28         Xi_sum = sum(X);
29         Yi_sum = sum(Y);
30         Xi_sqr_sum = sum(Xi_sqr);
31         XiYi_sum = sum(XiYi);
32
33         % Cramer method
34         delta = Xi_sqr_sum*X_len-Xi_sum^2;
35         delta_a = XiYi_sum*Y_len-Yi_sum*Xi_sum;
36         delta_b = Yi_sum*Xi_sqr_sum-XiYi_sum*Xi_sum;
37         a = delta_a/delta;
38         disp(sprintf("Value of a: %.3f", a));
39         b = delta_b/delta;
40         disp(sprintf("Value of b: %.3f", b));
41
42         % Build plot
43         M = [];
44         for j=1:1:X_len
45             M(j) = a*X(j)+b;
46         end
47
48         plot(X, M, '*-')
49         grid on
50
51         % Calculate Mistake
52         G = [];
53         for k=1:1:Y_len
54             G(k) = (Y(k) - M(k))^2;
55         end
56
57         S = sum(G);
58         disp(sprintf("Value of S: %.3f", S));
59     else
60         disp("Something wrong with X or Y data array.")
61     end
62 end

```

Код функції для методу найменших квадратів

Command Window

```
1. Least squares method.  
Value of a: 0.195  
Value of b: 5.561  
Value of S: 0.013
```



Результат виконання програми

```

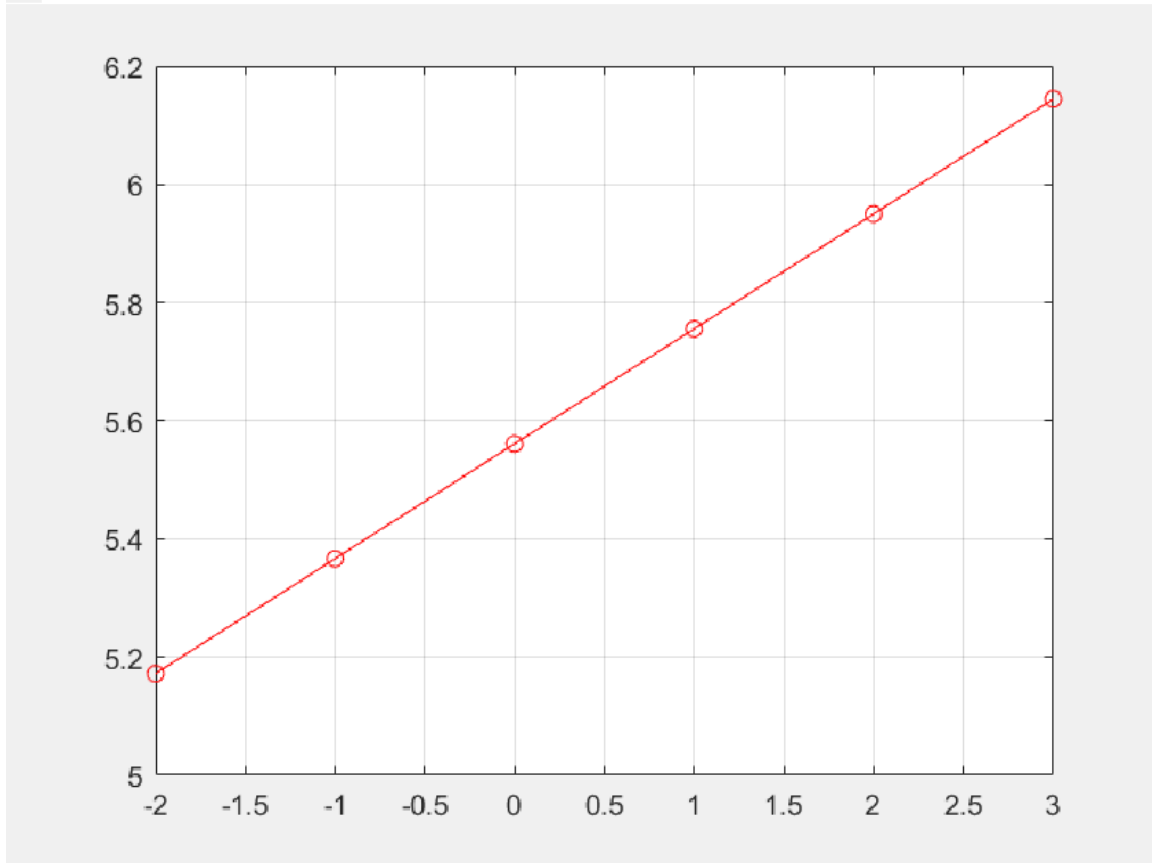
exercise_1.m x +
64 function orthogonal(X, Y)
65     X_len = length(X);
66     Y_len = length(Y);
67
68     if(X_len == Y_len)
69         % Parameter values
70         Xi_sqr = [];
71         XiYi = [];
72
73         for i=1:1:X_len
74             Xi_sqr(i) = X(i)^2;
75             XiYi(i) = X(i)*Y(i);
76         end
77
78         Xi_sum = sum(X);
79         Yi_sum = sum(Y);
80         Xi_sqr_sum = sum(Xi_sqr);
81         XiYi_sum = sum(XiYi);
82
83         a = (XiYi_sum - (Xi_sum*Yi_sum/X_len))/(Xi_sqr_sum-(Xi_sum^2/X_len));
84         disp(sprintf("Value of a: %.3f", a));
85
86         b = (Yi_sum - a * Xi_sum)/X_len;
87         disp(sprintf("Value of b: %.3f", b));
88
89         % Build plot
90         M = [];
91         for j=1:1:X_len
92             M(j) = a*X(j)+b;
93         end
94
95         plot(X, M, 'o-r')
96         grid on
97
98         % Calculate Mistake
99         axb = [];
100
101         for k=1:1:X_len
102             axb(k) = (a*X(k)+b-Y(k))^2;
103         end
104
105         G = sqrt(sum(axb)/((X_len-1)*(a^2+1)));
106
107         S = G/sqrt(X_len);
108         disp(sprintf("Value of S: %.3f", S));
109     else
110         disp("Something wrong with X or Y data array.");
111     end
112 end

```

Код функції для методу ортогональної регресії

Command Window

```
2. Orthogonal regression method method.  
Value of a: 0.195  
Value of b: 5.561  
Value of S: 0.020
```



Результат виконання програми

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 48

В.6. Приклад програми до першого завдання комплексного курсового проекту з опрацювання результатів рівноточних багатократних вимірювань

```

% Initialization of the input data array
X = [3005.6 2990 2952 3001.4 3000.8 3003.9 2997 3001.5
3004.8 2995.4 2997.8 2996.8 2998 2999.9 3000 2995.8
3003.3
2999.3 3003.2 1003.3];
estimates(X);

function estimates(X)
X_len = length(X);

% Estimates of the actual value of a physical quantity
X_avg = mean(X);
X_geo = geomean(X);
X_M = median(X);

disp("1. Estimates of the actual value.");
disp(sprintf("Mean value: %.3f", X_avg));
disp(sprintf("Geomean value: %.3f", X_geo));
disp(sprintf("Median: %.3f", X_M));

% Estimates of the random value of the measurements.
deltaX = [];
deltaX_sqr = [];

% Calculation of sampling values
for i = 1:1:X_len
    deltaX(i) = X(i) - X_avg;
    deltaX_sqr(i) = deltaX(i)^2;
end

disp("2. Estimates of the random value.");
S = sqrt(sum(deltaX_sqr)/(X_len - 1));
disp(sprintf("Estimation of variance: %.3f", S));

Sx = S / sqrt(X_len);
disp(sprintf("Estimation of RMS: %.3f", Sx));

% Analysis of valid values
u = 2.56;
u1 = (X_avg - min(X))/S;
u2 = (max(X) - X_avg)/S;

if(u1 > u || u2 > u)
    % Construction of the histogram
    histogram(X)
% Evaluation and elimination of gross errors.
disp("3.1. Irwin's criterion.");
lambda = [];
irwin_false

```


Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 49

```

= []; for
irw=1:1:X_le
n
    if(irw >=
        X_len)
        break
    end
    lambda(irw) = abs((X(irw+1)-X(irw))/S);

    if(lambda(irw) > 1.3)
        irwin_false(length(irwin_false)+1) =
            X(irw+1); disp(sprintf("False value: %.3f",
                X(irw+1)));
    end
end

disp("3.2. Romanovsky
criterion."); romanovsky(X,
irwin_false);

disp("3.3. Dixon
criterion."); X_e =
dixon(X);

estimates(X_e)
else
    histogram(X)
    di = 1.74 * Sx;
    disp(sprintf("Allowable range: %.3f +/- %.3f",
X_avg, di));
end end

function romanovsky(X, irwin_false)
% Using the Irwin method, we exclude suspicious
values Xr = X;
X_len =
length(X); for
rpz=1:1:X_len
    if(class(irwin_false) ~= "array")
        Xr(find(Xr == irwin_false)) =
        [];
    else
        for i=1:1:length(irwin_false)
            if(Xr(rpz) ==
                irwin_false(i))
                Xr(rpz) = [];
                irwin_false(i)
                = [];
            end
        end
    end
end

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 50

```

end
end
end
% Variance of Romanovsky
array Xr_len =
length(Xr);
Xr_avg =
mean(Xr);
deltaXr = [];
deltaXr_sqr =
[]; for
rmn=1:1:Xr_le
n
deltaXr(rmn) = Xr(rmn) -
Xr_avg; deltaXr_sqr(rmn) =
deltaXr(rmn)^2;
end
Sr = sqrt(sum(deltaXr_sqr)/(Xr_len - 1));
% Search for gross
errors for
r=1:1:X_len
if(abs(X(r)-Xr_avg) >= 2.09*Sr)
disp(sprintf("False value: %.3f",
X(r)));
end
end
end
function e =
dixon(X) X =
sort(X);
r22min = (X(3) - X(1))/(X(length(X)) - X(1));
r22max = (X(length(X)) - X(length(X)
2))/(X(length(X)) - X(3));
if(r22min > 0.462)
if(r22max > 0.462)
disp(sprintf("False value:
%.3f",
X(length(X))));
X(length(X)) = [];
end
disp(sprintf("False value: %.3f",
X(1))); X(1) = [];
e =
dixon(X);
else
e = X;
end end

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 51

В.7. Приклад програми до другого завдання комплексного курсового проекту з опрацювання результатів сумісних вимірювань

```

% Initialization of the input data
array X = [-2 -1 0 1 2 3];
Y = [5.12 5.41 5.63 5.71 5.92 6.16];
disp("1. Least squares
method."); squares(X, Y);

disp("2. Orthogonal regression method
method."); orthogonal(X, Y)

function
    squares(X, Y)
    X_len =
    length(X);
    Y_len =
    length(Y);

    if(X_len == Y_len)
        % Parameter
        values Xi_sqr
        = [];
        XiYi = [];

        for i=1:1:X_len
            Xi_sqr(i) =
            X(i)^2; XiYi(i)
            = X(i)*Y(i);
        end

        Xi_sum =
        sum(X);
        Yi_sum =
        sum(Y);
        Xi_sqr_sum =
        sum(Xi_sqr);
        XiYi_sum =
        sum(XiYi);

        % Cramer method
        delta = Xi_sqr_sum*X_len-
        Xi_sum^2; delta_a =
        XiYi_sum*Y_len-Yi_sum*Xi_sum;
        delta_b = Yi_sum*Xi_sqr_sum-
        XiYi_sum*Xi_sum; a = delta_a/delta;
        disp(sprintf("Value of a: %.3f",
        a)); b = delta_b/delta;
        disp(sprintf("Value of b: %.3f",
        b));

        % Build

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 52

```

plot M
= [];
for
    j=1:1:X_len
        M(j) =
            a*X(j)+b;
end
plot(X, M,
'*-') grid
on
% Calculate
Mistake G =
[];
for k=1:1:Y_len
    G(k) = (Y(k) - M(k))^2;
end
S = sum(G);
disp(sprintf("Value of S: %.3f",
S)); else
    disp("Something wrong with X or Y data array.")
end
end

function
orthogonal(X, Y)
X_len =
length(X); Y_len
= length(Y);
if(X_len ==
Y_len)
    % Parameter
values Xi_sqr
= [];
XiYi = [];
for i=1:1:X_len
    Xi_sqr(i) =
X(i)^2; XiYi(i)
= X(i)*Y(i);
end
Xi_sum =
sum(X);
Yi_sum =
sum(Y);
Xi_sqr_sum =
sum(Xi_sqr);
XiYi_sum =
sum(XiYi);

a = (XiYi_sum -
(Xi_sum*Yi_sum/X_len))/(Xi_sqr_sum- (Xi_sum^2/X_len));
disp(sprintf("Value of a: %.3f", a));

b = (Yi_sum - a * Xi_sum)/X_len;

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 53

```

disp(sprintf("Value of b: %.3f", b));
% Build
plot M
= [];
for
    j=1:1:X_len
    M(j) =
        a*X(j)+b;
end
plot(X, M,
'o-r') grid
on
% Calculate
Mistake axb =
[];
for k=1:1:X_len
    axb(k) = (a*X(k)+b-Y(k))^2;
end

G = sqrt(sum(axb)/((X_len-
1)*(a^2+1))); S = G/sqrt(X_len);
disp(sprintf("Value of S: %.3f",
S)); else
disp("Something wrong with X or Y data array.")
end
end
end

```

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 54

ЛІТЕРАТУРА

Основна література

1. Безвесільна О.М., Подчашинський Ю.О. Методи планування та обробки результатів експериментів : підручник. – К. : НТУУ "КПІ ім. І. Сікорського; Ж.: Державний університет "Житомирська політехніка", 2021. – 232 с.
2. Безвесільна О.М., Подчашинський Ю.О. Наукові дослідження в галузі автоматизації та приладобудування. Проектування та моделювання комп'ютеризованих інформаційно-вимірювальних систем : підручник. – К. : НТУУ "КПІ ім. І. Сікорського; Ж.: Державний університет "Житомирська політехніка", 2021. – 896с.
3. Подчашинський Ю.О. Приладова система для вимірювання геометричних параметрів на основі комп'ютеризованої обробки відеозображень : монографія. – Житомир : ЖДТУ, 2018. – 212 с.
4. Метрологічне забезпечення інформаційно-вимірювальних систем: навч. посіб. для студ. спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка» / Н.М. Защепкіна, О.В. Шульга, О.А.Наконечний – Київ : НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», «Ультрадрук», 2020. 176 с..
5. Поліщук Є.С.,Дорожовець М.М.,Стадник Б.І.,Івахів О.В.,Бойко Т.Г. Засоби та методи вимірювань неелектричних величин : Підручник. – Л. : Бескид Біт, 2008. – 618с.
6. Яцук В.О., Малачівський П.С. Методи підвищення точності вимірювань : Підручник. – Л. : Бескид Біт, 2008. – 368с.
7. Васілевський О.М., Кучерук В.Ю. Основи теорії невизначеності вимірювань : навч. посібник. – вид. стер. – Херсон : Олді-плюс, 2018. – 224 с.
8. Васілевський О.М., Кучерук В.Ю., Володарський С.Т. Непевність результатів вимірювань, контролю та випробувань : підручник. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2020. – 352 с.
9. Кухарчук В.В.,Кучерук В.Ю.,Володарський Є.Г.,Грабко В.В. Основи метрології та електричних вимірювань : підручник. – стереотип. вид. – Херсон : Олді-плюс, 2020. – 538 с.
10. Володарський Э.Т., Кашева Л.О. Статистична обробка даних : навч. посібник. – К. : КНАУ, 2008. – 308с.
11. Ковальчук А.М.,Левицький В.Г.,Самолук І.І.,Янчук В.М. Основи проектування та розробки інформаційних систем : Зб. навч. матеріалів. – Житомир. : ЖДТУ, 2009. – 54с.
12. Прокопенко І. Г. Статистична обробка сигналів : навч. посібник. – К. : НАУ, 2011. – 220 с.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-20.09- 05.02/152.00.1/Б/ОК30 -2022
	Екземпляр № 1	Арк 55 / 55

13. Нечаєв В.П., Берідзе Т.М., Кононенко В.В., Рябушенко Н.В., Бродул О.М. Теорія планування експерименту : Навч. посібник. – К. : Кондор, 2009. – 232с.

14. Методичні вказівки “Опрацювання результатів вимірювань” до виконання курсової роботи з дисципліни „Основи метрології та вимірювальної техніки” для студентів напряму підготовки 0913 - "Метрологія та вимірювальна техніка". / Уклад. В.О. Поджаренко, О.М. Васілевський, О.П. Войтович. – Вінниця: ВНТУ, 2007. – 38 с.

Додаткова література

15. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посібник. – 5-те вид., випр. та доп. – К. : Цул, 2010. – 424с.

16. Глеч С.Г., Ледяєв С.Ф., Ольшанська І.В. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посібник. – Севастополь : СевНТУ, 2011. – 176 с.

17. Головня Р.М., Коваль В.О., Лущиків О.В. Збірник завдань з теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів : навч. посібник. – Ж. : ЖДТУ, 2011. – 140 с.

Інформаційні ресурси в Інтернеті

18. <https://www.osvita.ua>
19. <https://bookname.com.ua>
20. <https://www.pcblibraries.com>
21. <https://www.ebooks.com>