

Аналіз і синтез випромінюючих систем

**Антенні решітки з керованою ДН:
лінійні антенні решітки**

**Аналіз множника решітки (синфазна система
неспрямованих випромінювачів)**

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Дослідимо **основні властивості ДН лінійної системи, яка складається з N ізотропних синфазних випромінювачів.**

Використовуючи вираз для множника антенної решітки, при $\psi = 0$, отримаємо:

$$f_N(\theta) = \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta - \psi)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta - \psi)\right]} \Bigg|_{\psi=0} = \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta)\right]}. \quad (1)$$

При яких значеннях кута θ ДН перетворюється у нуль?

Вираз (1) перетвориться у нуль, коли

$$\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta)\right] = 0, \text{ а } \sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta)\right] \neq 0 \quad (2)$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

З першого виразу (2) випливає, що

$$\frac{N}{2}(kd \cos \theta) = m\pi, \text{ де } m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$$

звідки

$$\cos \theta = \frac{m\pi}{(N/2)kd} = \frac{m\pi}{(N/2)(2\pi/\lambda)d} = \frac{m\lambda}{Nd}. \quad (3)$$

З виразу (3) випливає, що при $m = 0$, $\theta = 90^\circ$ і знаменник (1), так само, як і чисельник, перетворюється у нуль, що дає невизначеність типу 0/0. Розкриття цієї невизначеності дає такий результат:

$$f_N(\theta)|_{\theta=90^\circ} = N. \quad (4)$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

З виразу (4) випливає, що:

значення N визначає максимум ДН, який орієнтовано у напрямі, перпендикулярному до лінії розташування випромінювачів.

Це значення у N разів більше за напруженість поля, створюваного одним випромінювачем у будь-якому напрямі, що випливає з (1) при $n=1$. У напрямі максимуму діаграми всі напруженості полів окремих випромінювачів складаються в одній фазі, тобто арифметично.

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Максимуми такого ж типу будуть і у напрямках, які визначаються з умови рівності нулю знаменника виразу (1), коли

$$\frac{1}{2}kd \cos \theta = \pm\pi; \pm 2\pi; \dots \quad (5)$$

і т.д., тобто у напрямках, для яких

$$\cos \theta = \pm \frac{2\pi \lambda}{2\pi d} = \pm \frac{\lambda}{d}; \quad \cos \theta = \pm \frac{2\lambda}{d}; \dots \quad (6)$$

Для зручності аналізу виразу (1) доцільно ввести допоміжні величини:

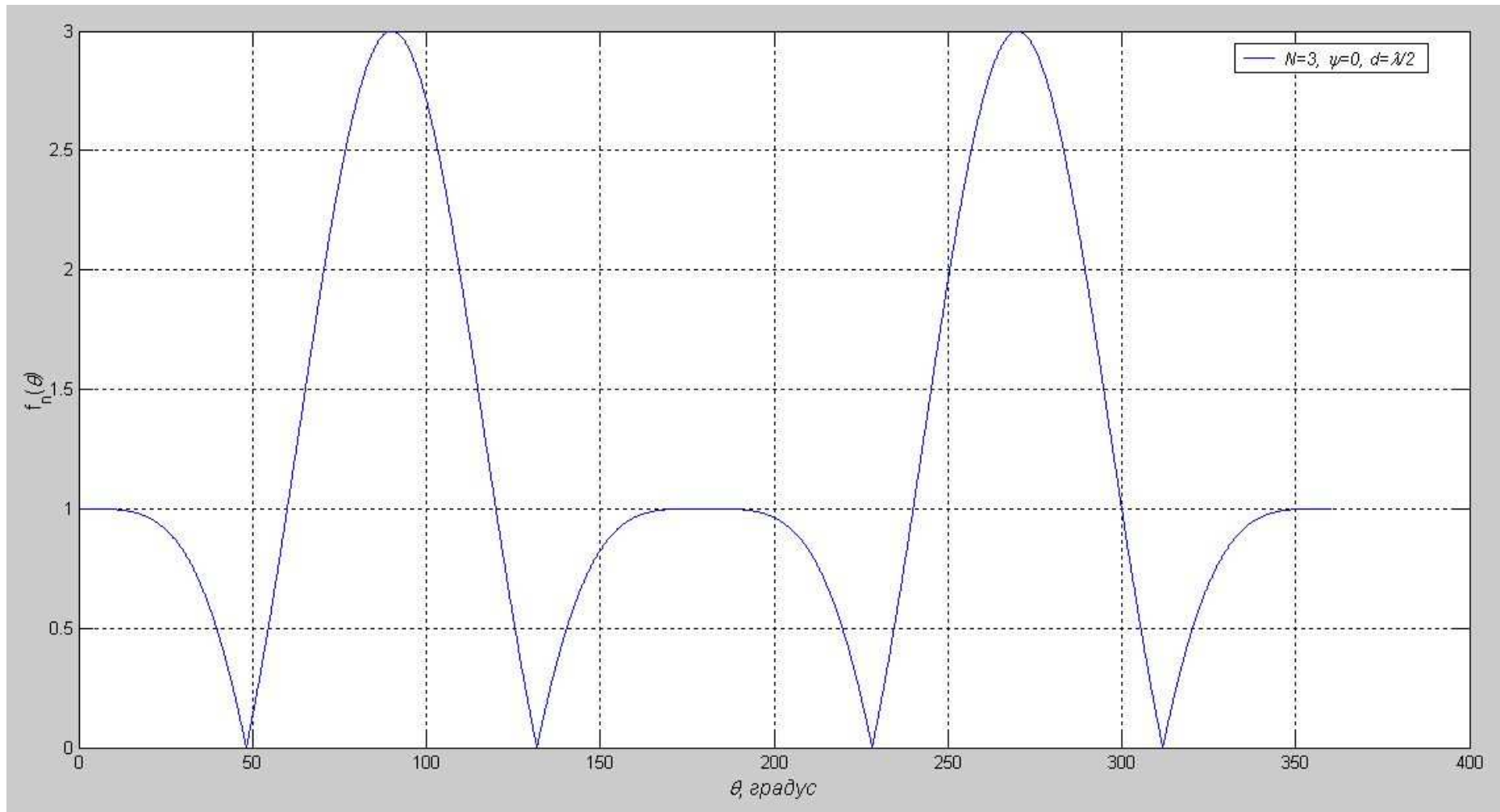
- **загальний зсув по фазі полів сусідніх випромінювачів:**

$$\psi' = kd \cos \theta - \psi; \quad (7)$$

- **узагальнена кутова змінна:**

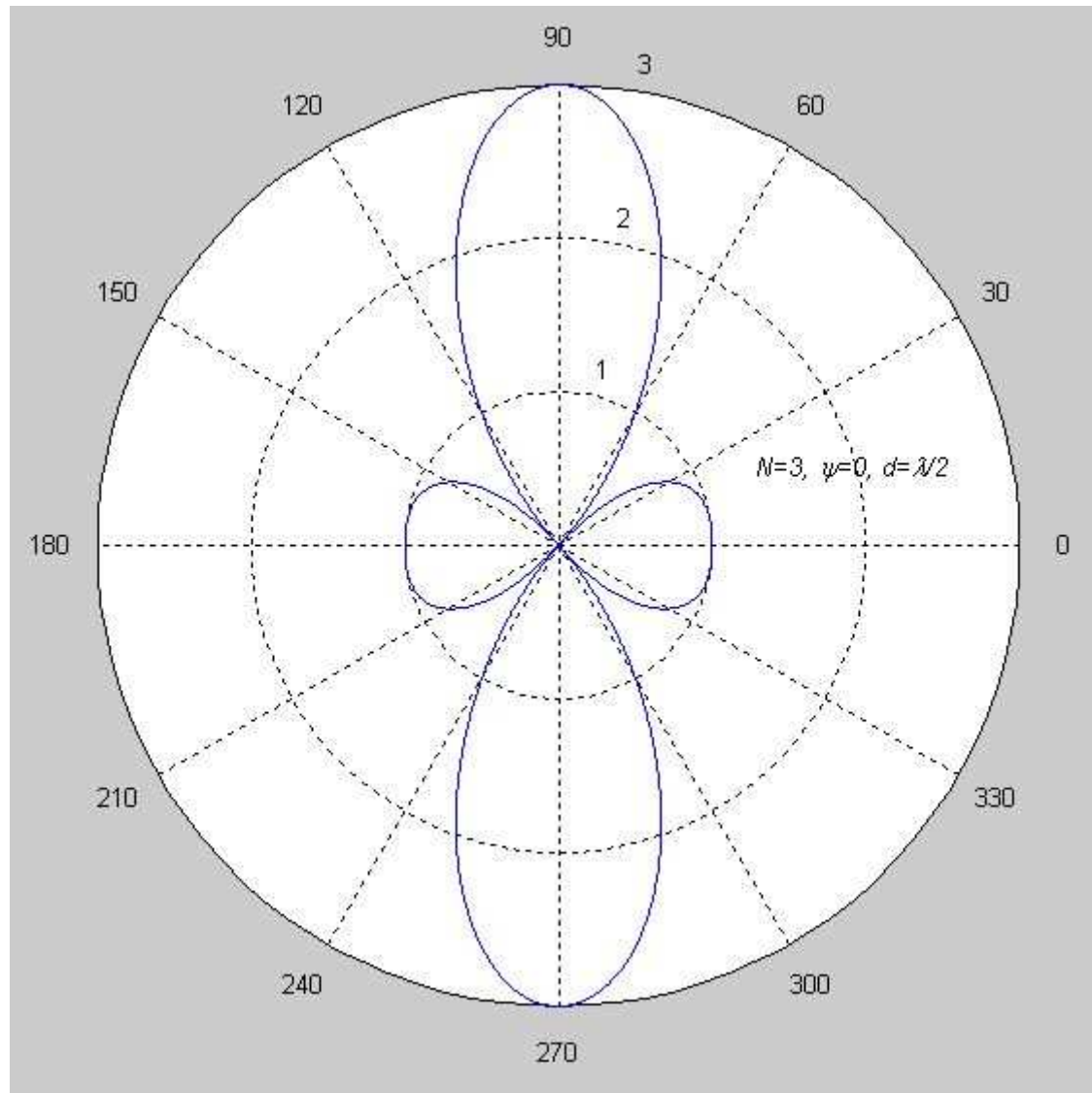
$$\Psi = N\psi'/2 = 0,5N(kd \cos \theta - \psi). \quad (8)$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 3; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 3; d = \lambda/2; \psi = 0$$

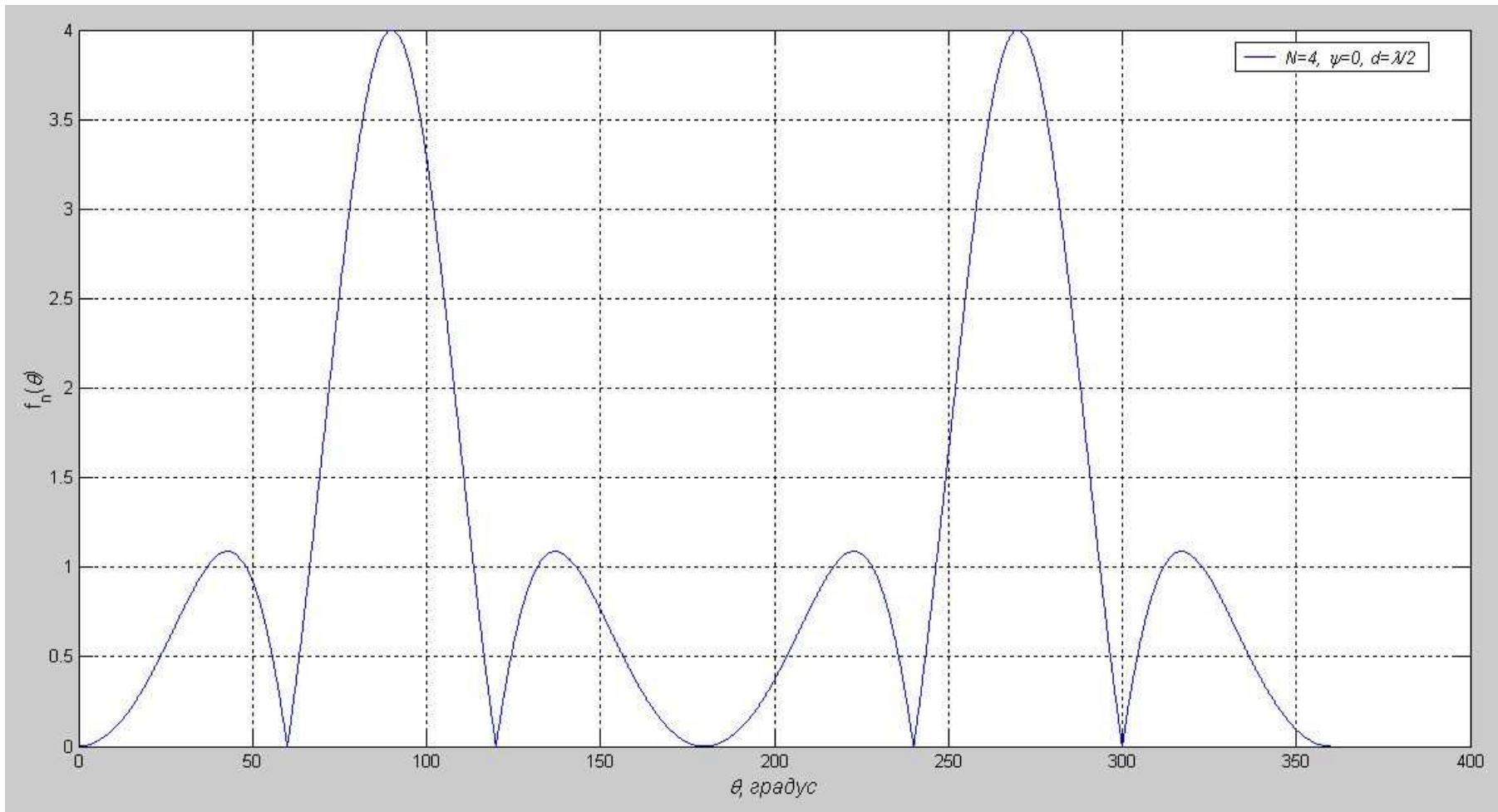
Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Аналіз результату: маємо дві широкі бічні пелюстки, розташовані ортогонально до головної пелюстки ($\theta = 90^\circ$, $\theta = 270^\circ$), а рівень головної:

$$f_N(\theta)|_{\theta=90^\circ} = 3.$$

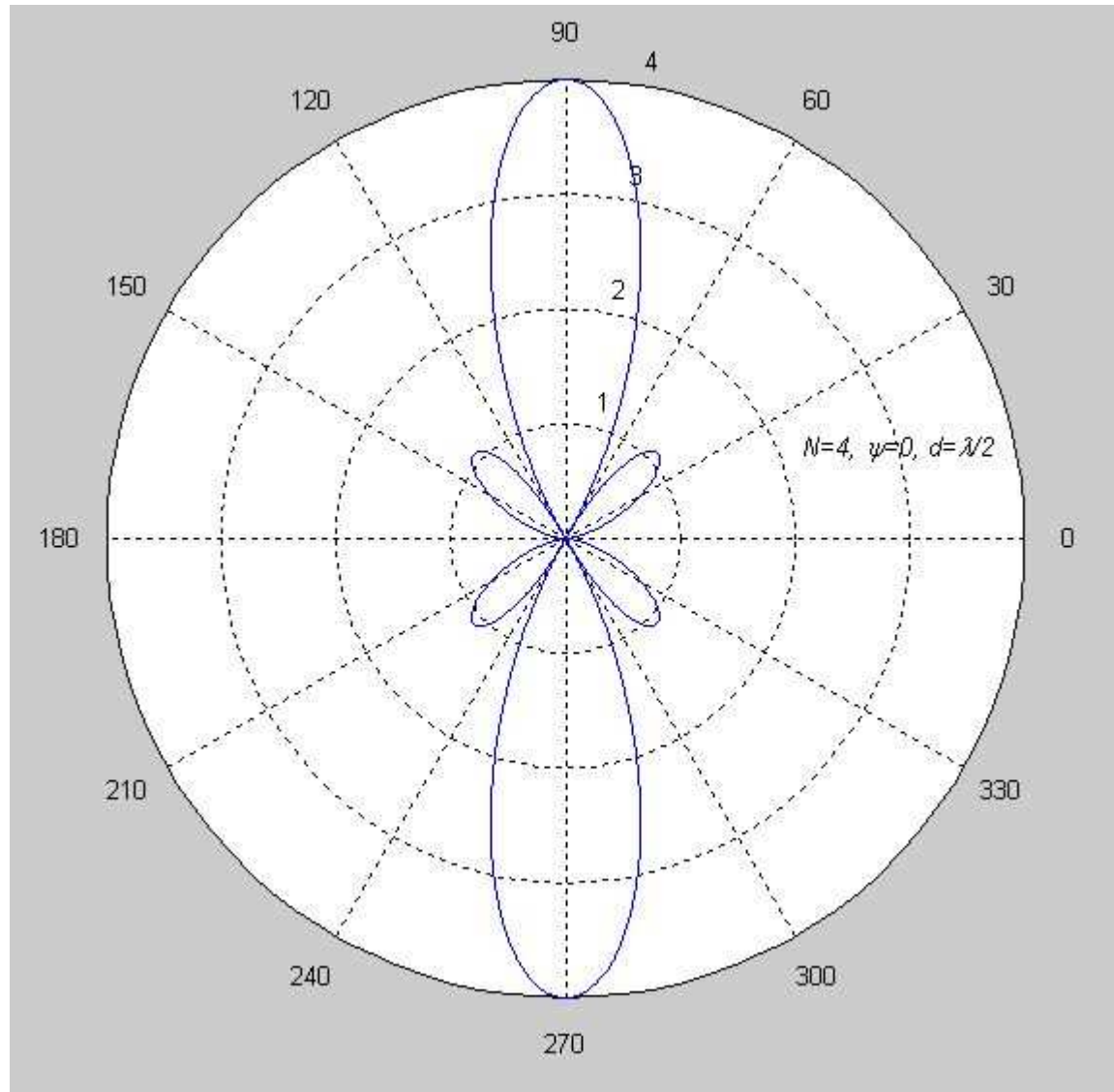
Тому побудуємо ДН для парної кількості випромінювачів.

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 4; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 4; d = \lambda/2; \psi = 0$$

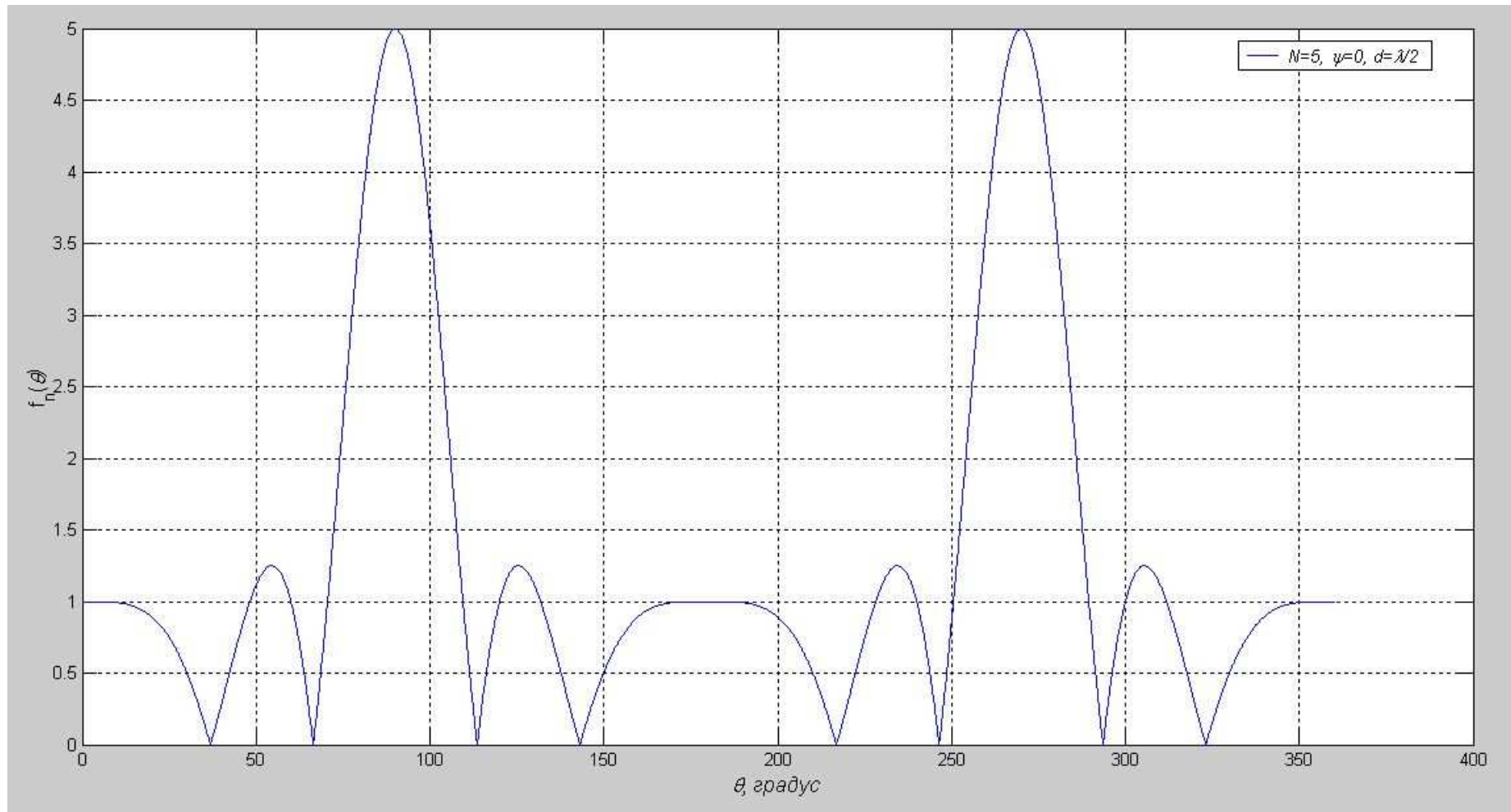
Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Аналіз результату: маємо дві суттєво звужені бічні пелюстки, які “повернулись” до головної пелюстки, їхній рівень дещо збільшився, а рівень головної:

$$f_N(\theta)|_{\theta=90^\circ} = 4.$$

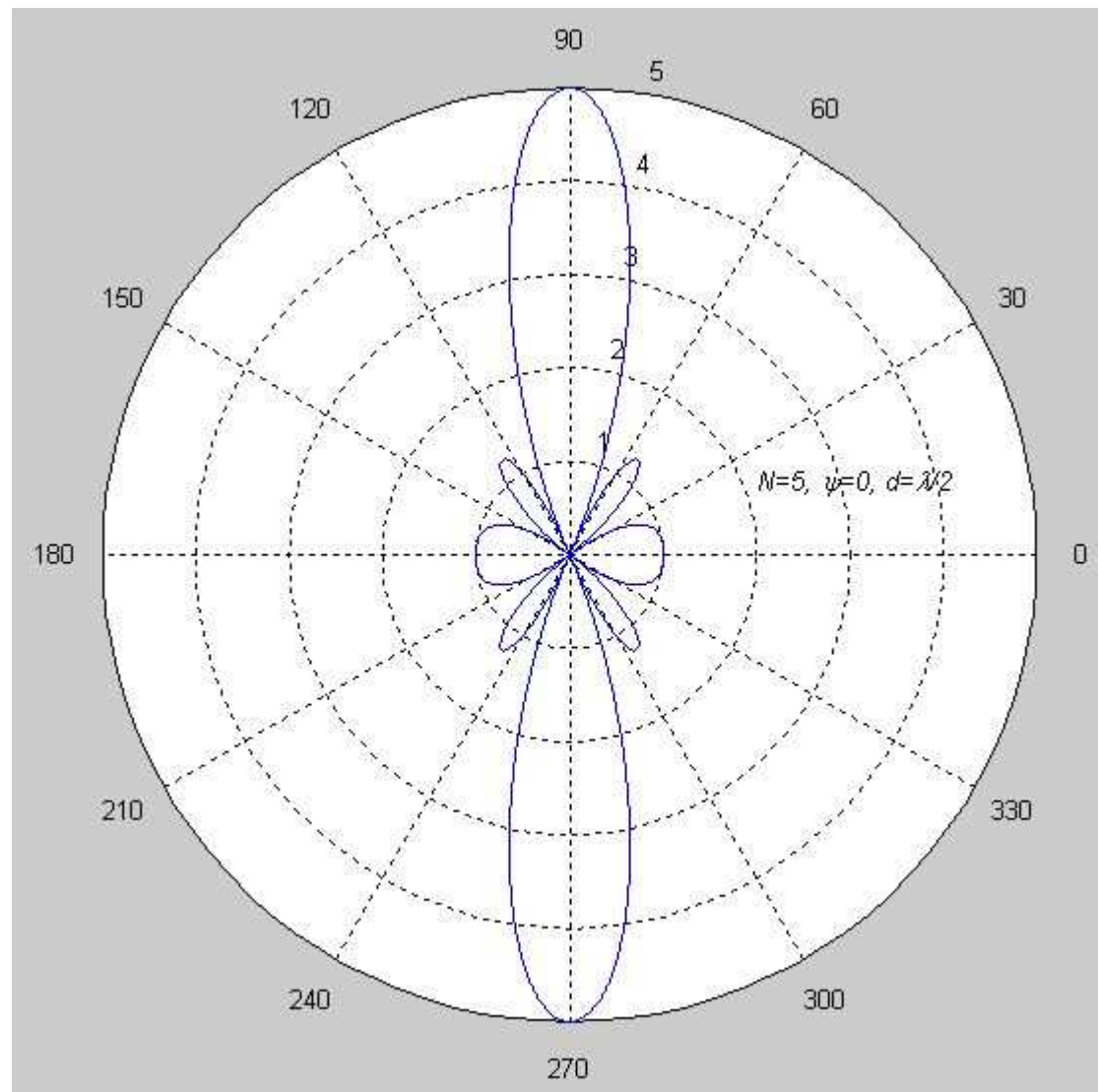
Головна пелюстка звузилась!

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



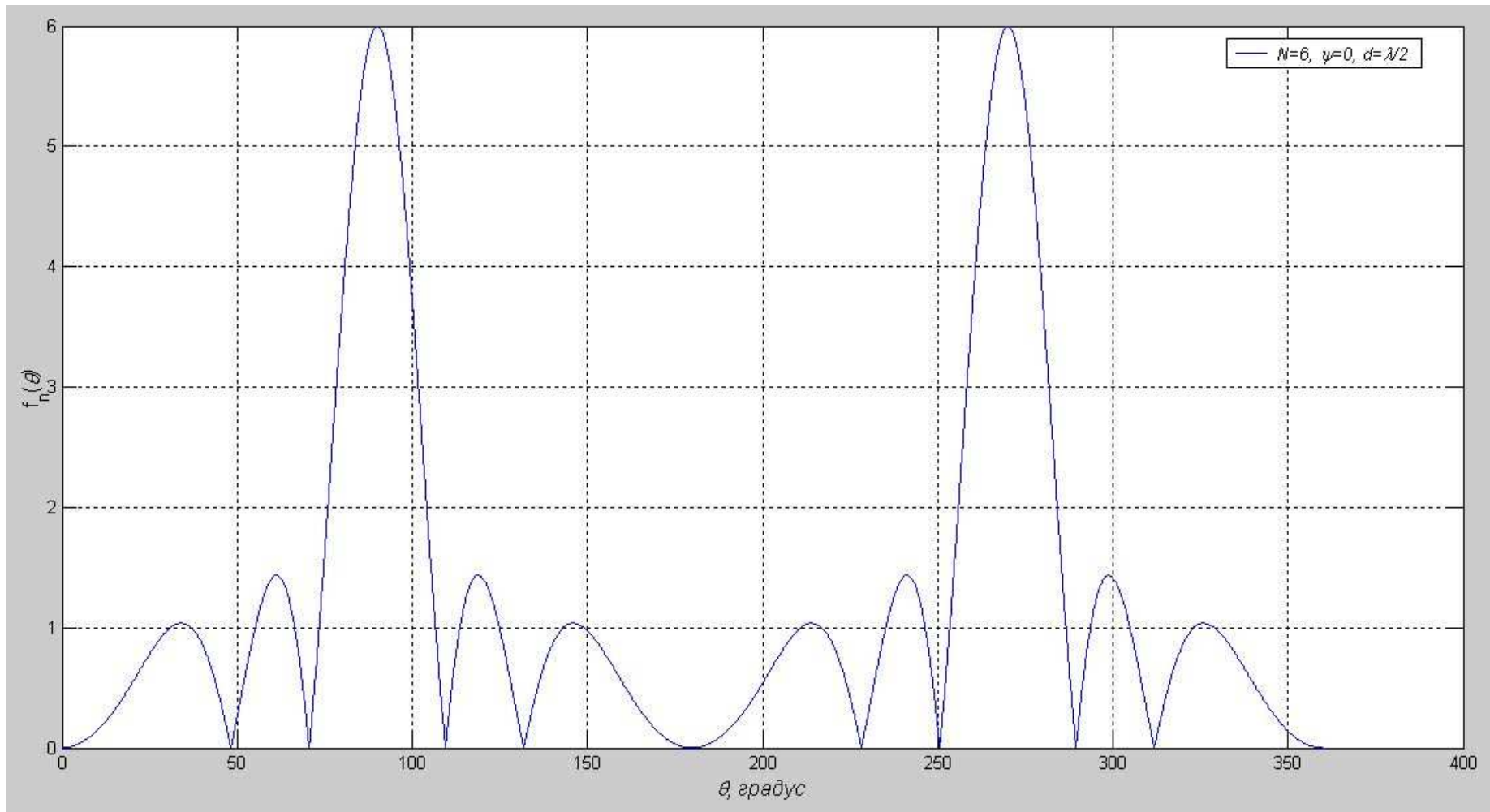
$$N = 5; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



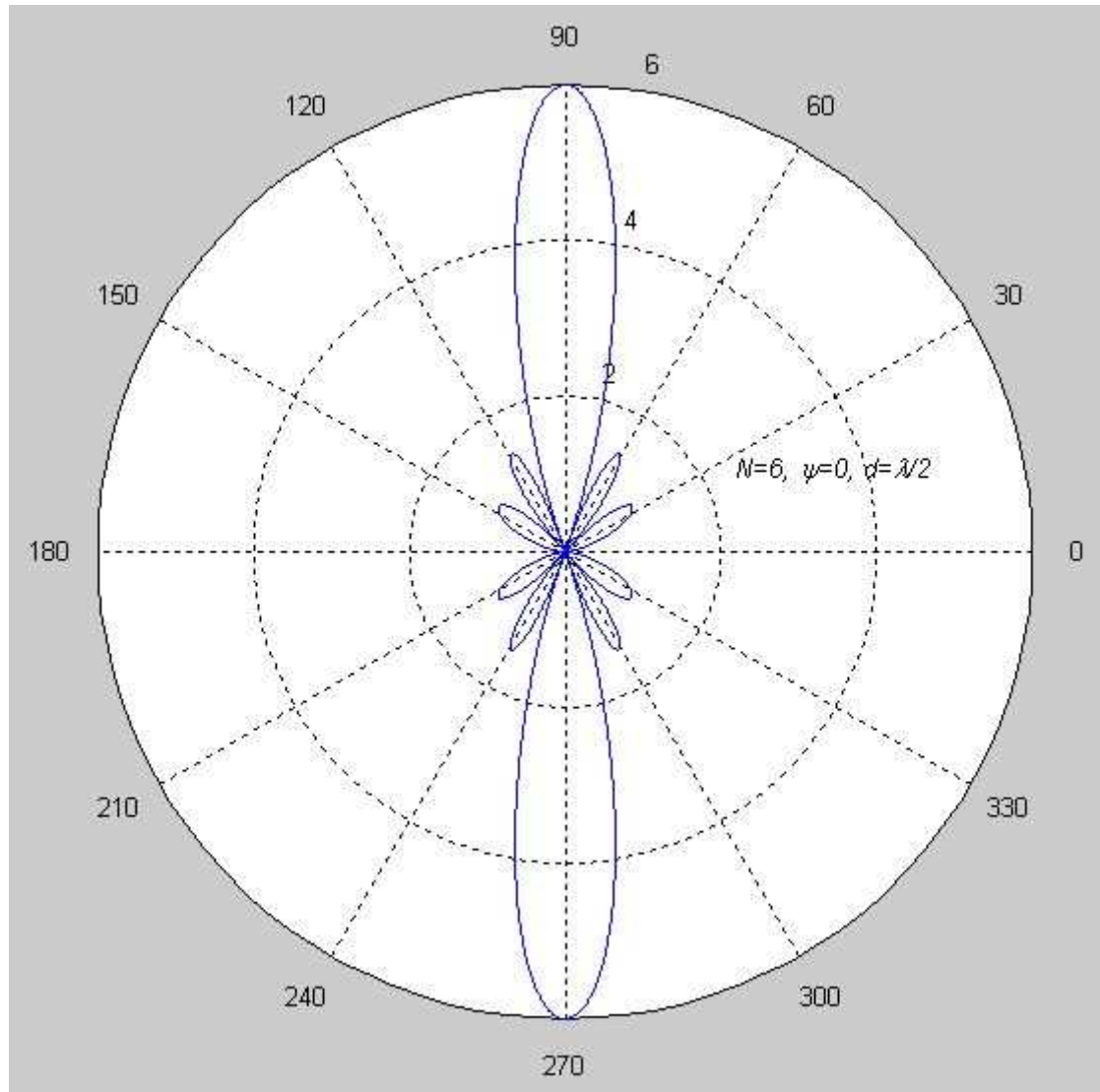
$$N = 5; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 6; d = \lambda/2; \psi = 0$$

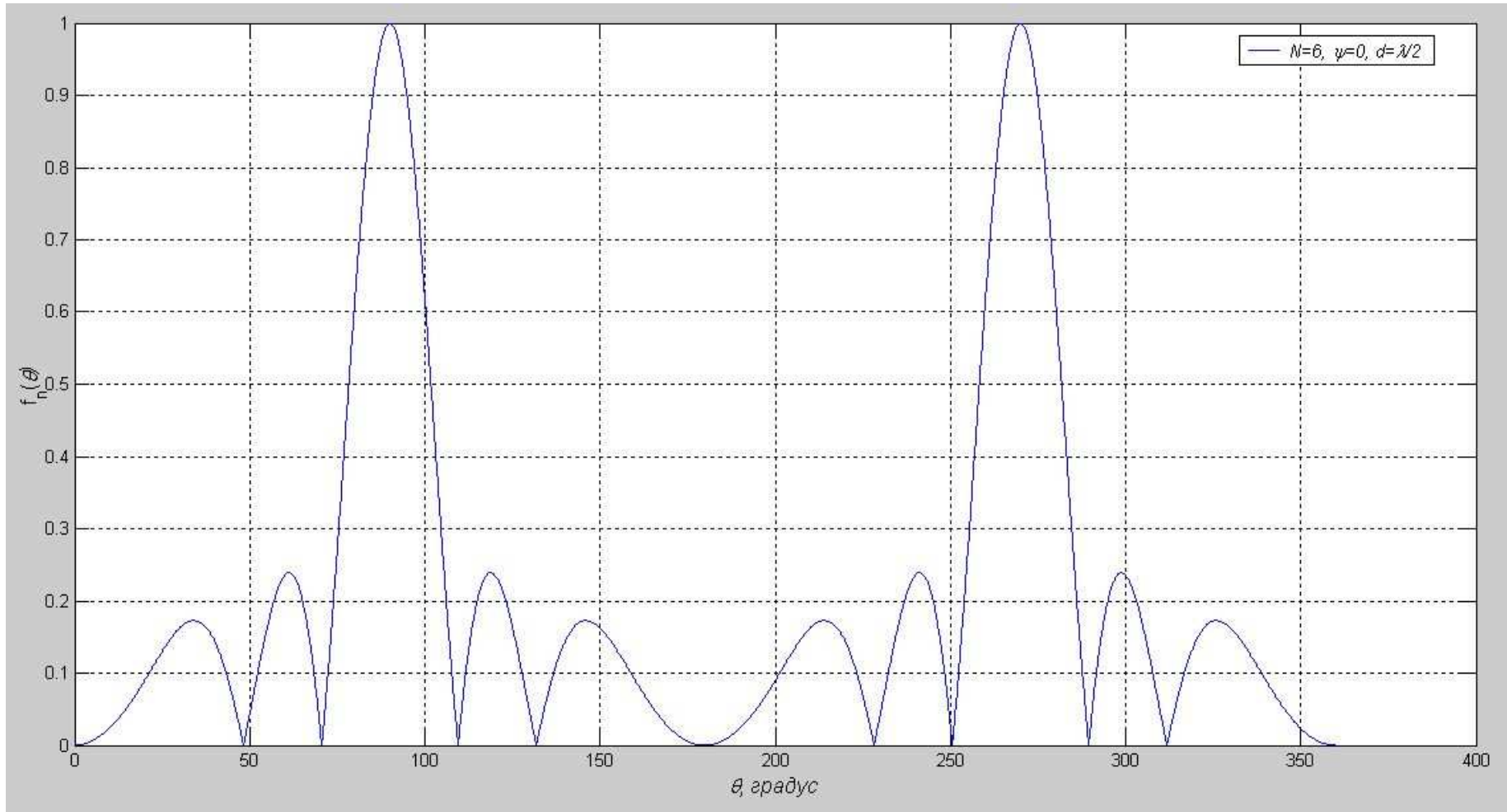
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 6; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

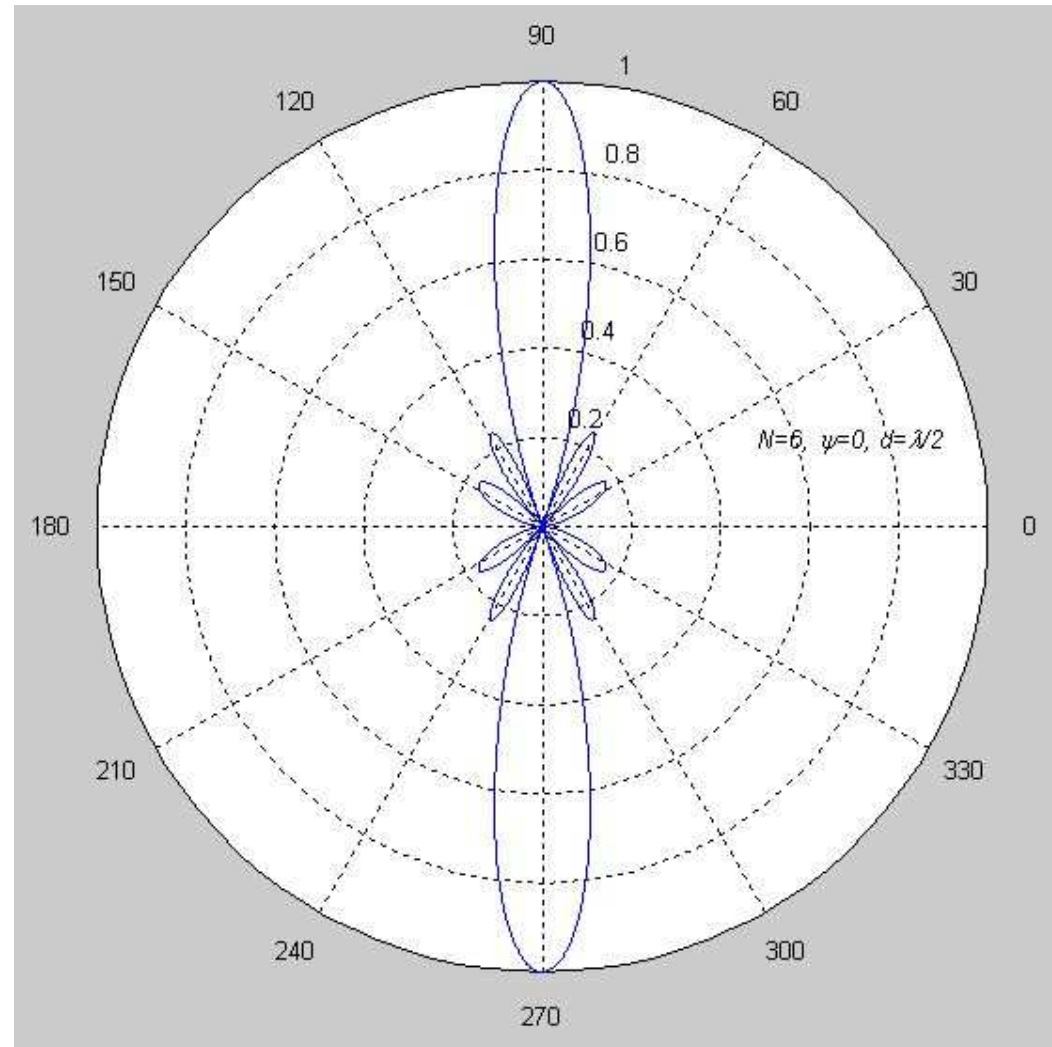
Нормована ДН (для порівняння)



$$N = 6; d = \lambda/2; \psi = 0$$

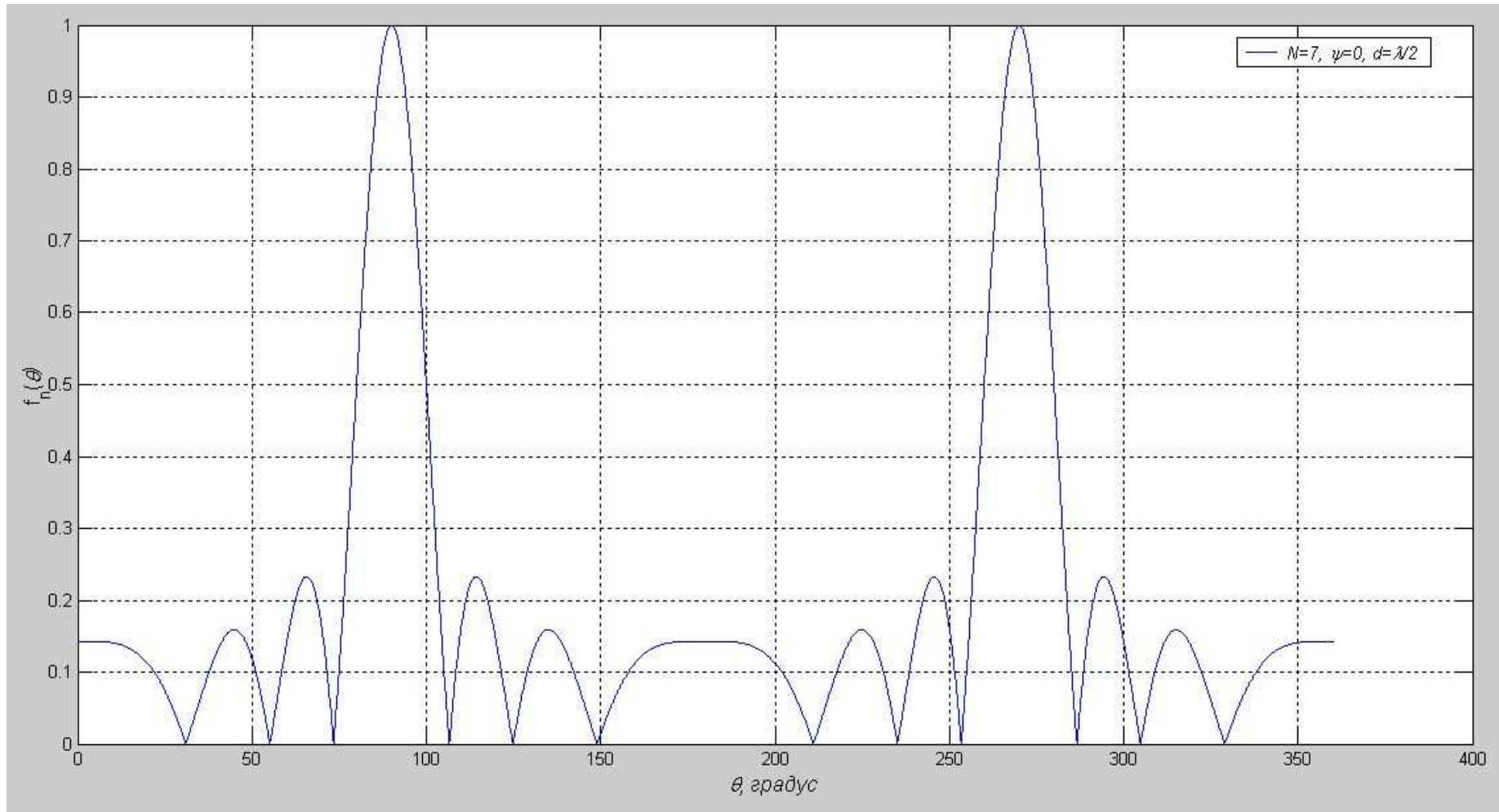
Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Нормована ДН (для порівняння)



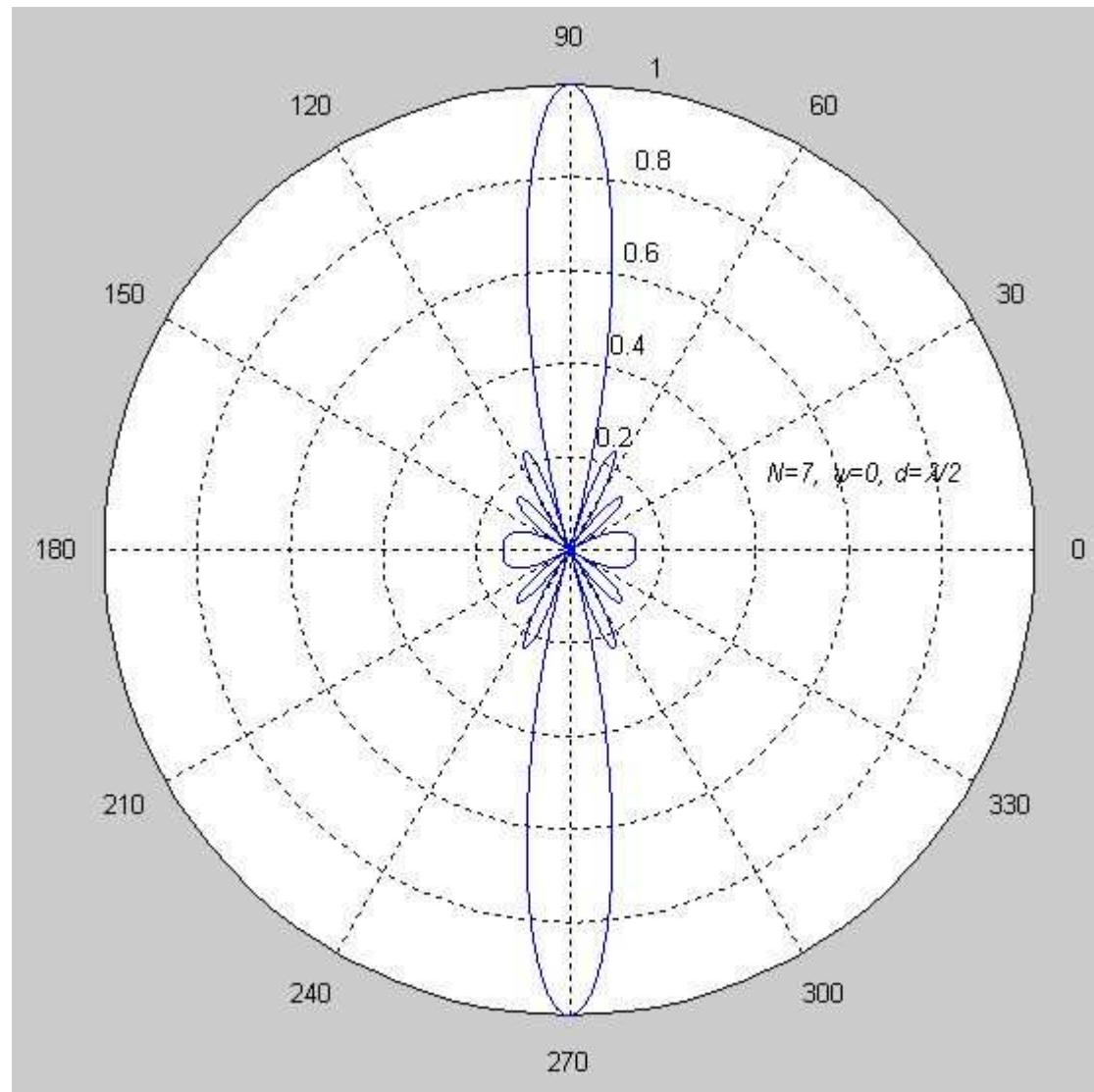
$$N = 6; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



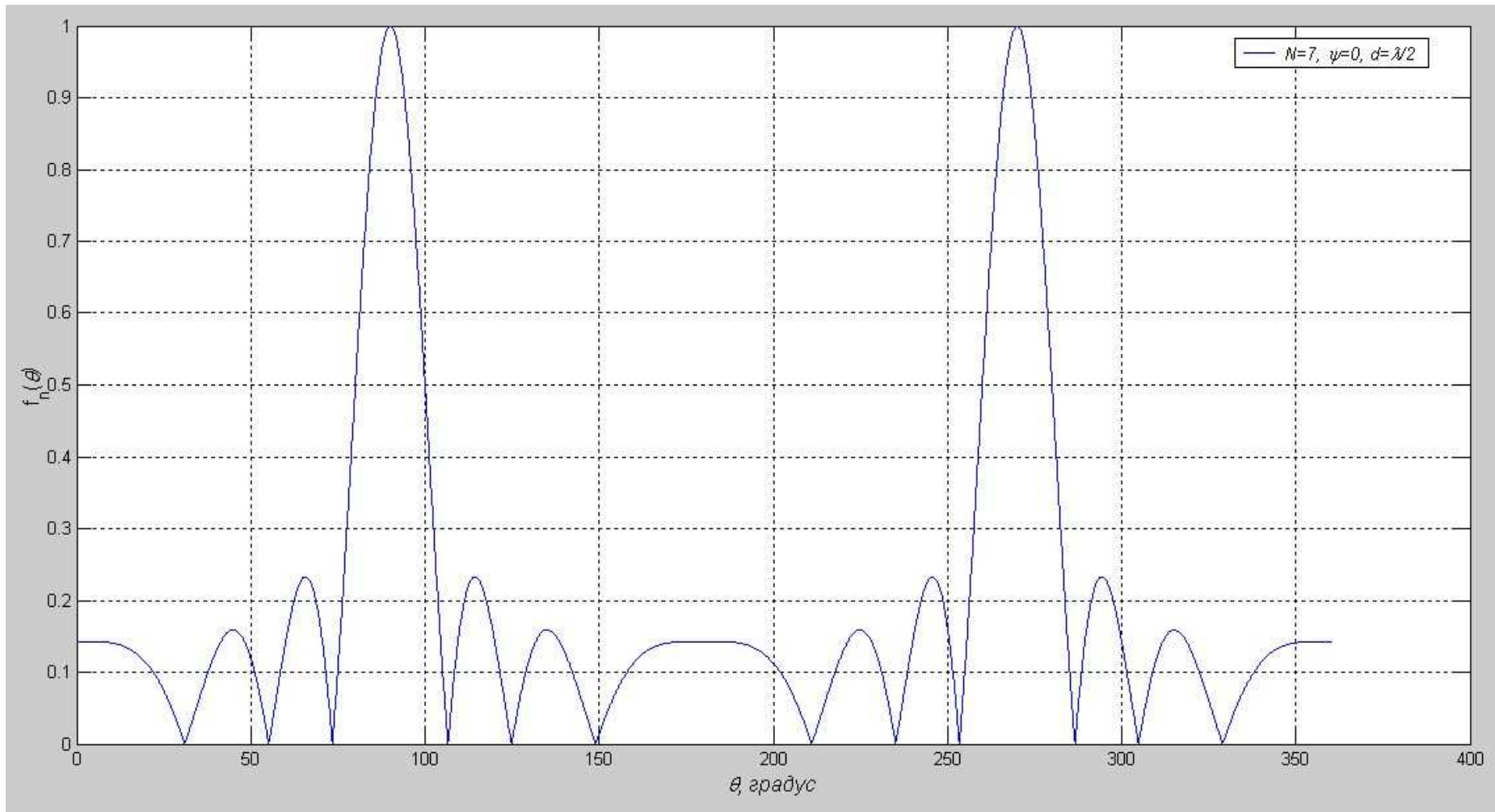
$$N = 7; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



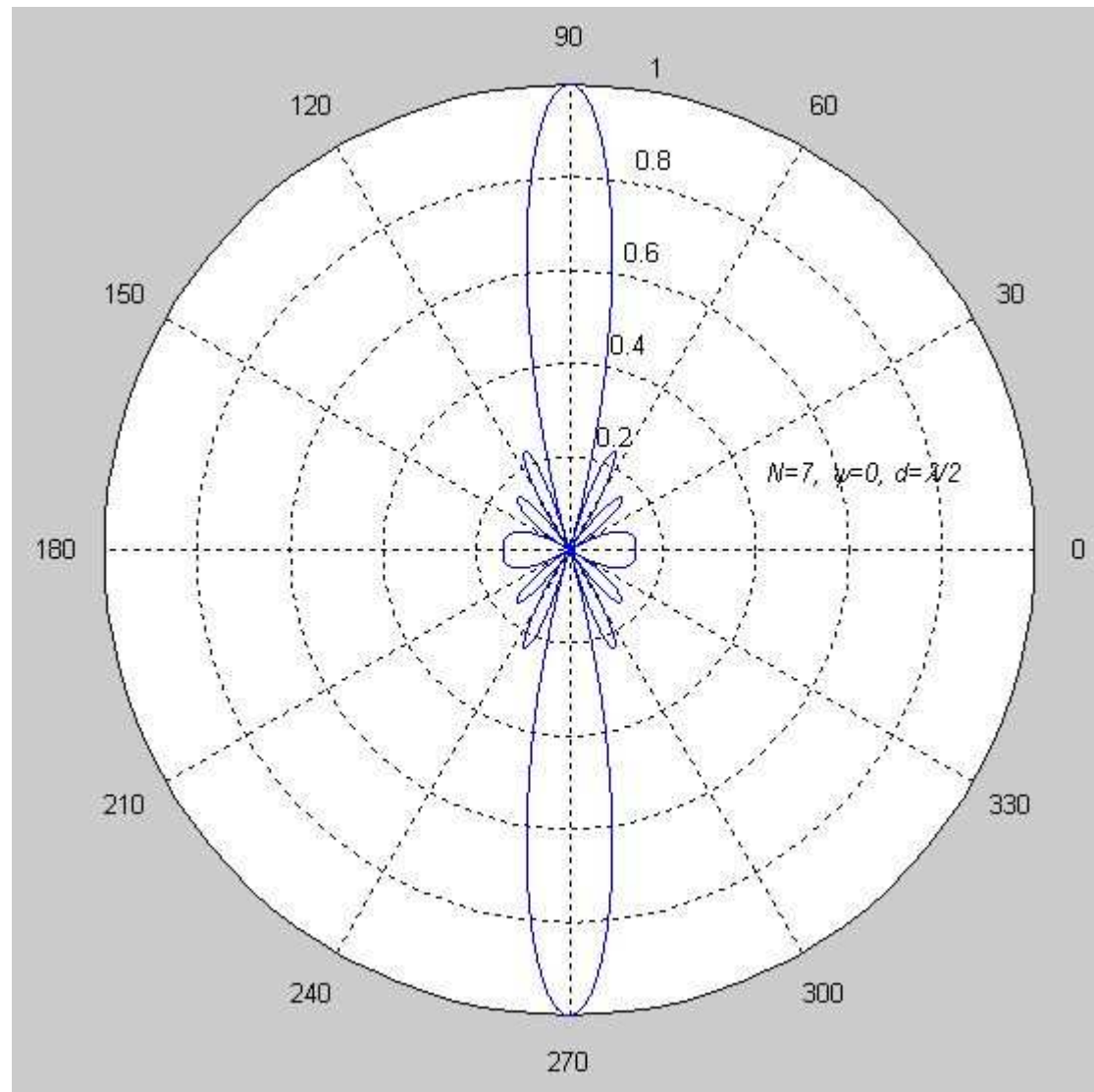
$$N = 7; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 7; d = \lambda/2; \psi = 0$$

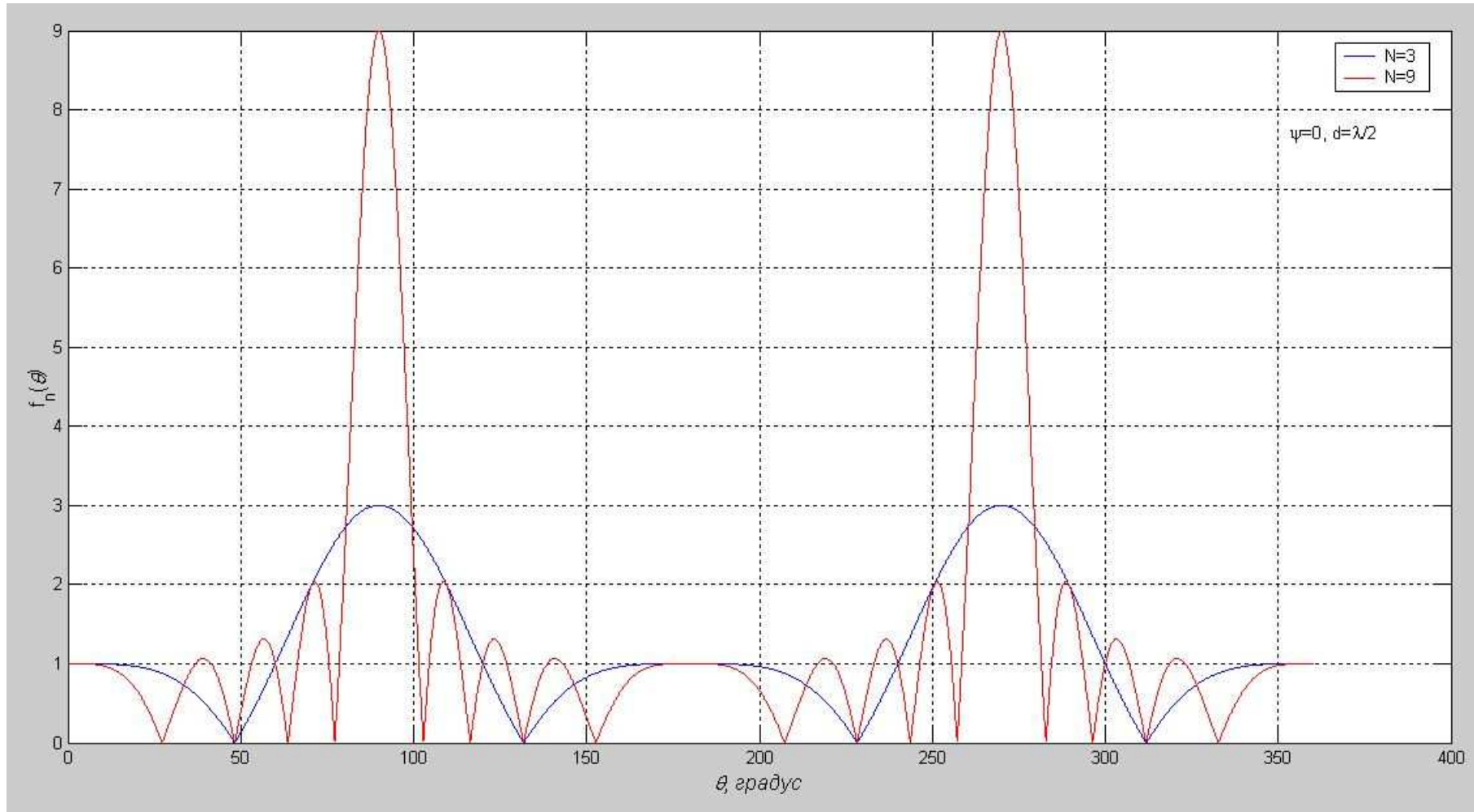
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 7; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

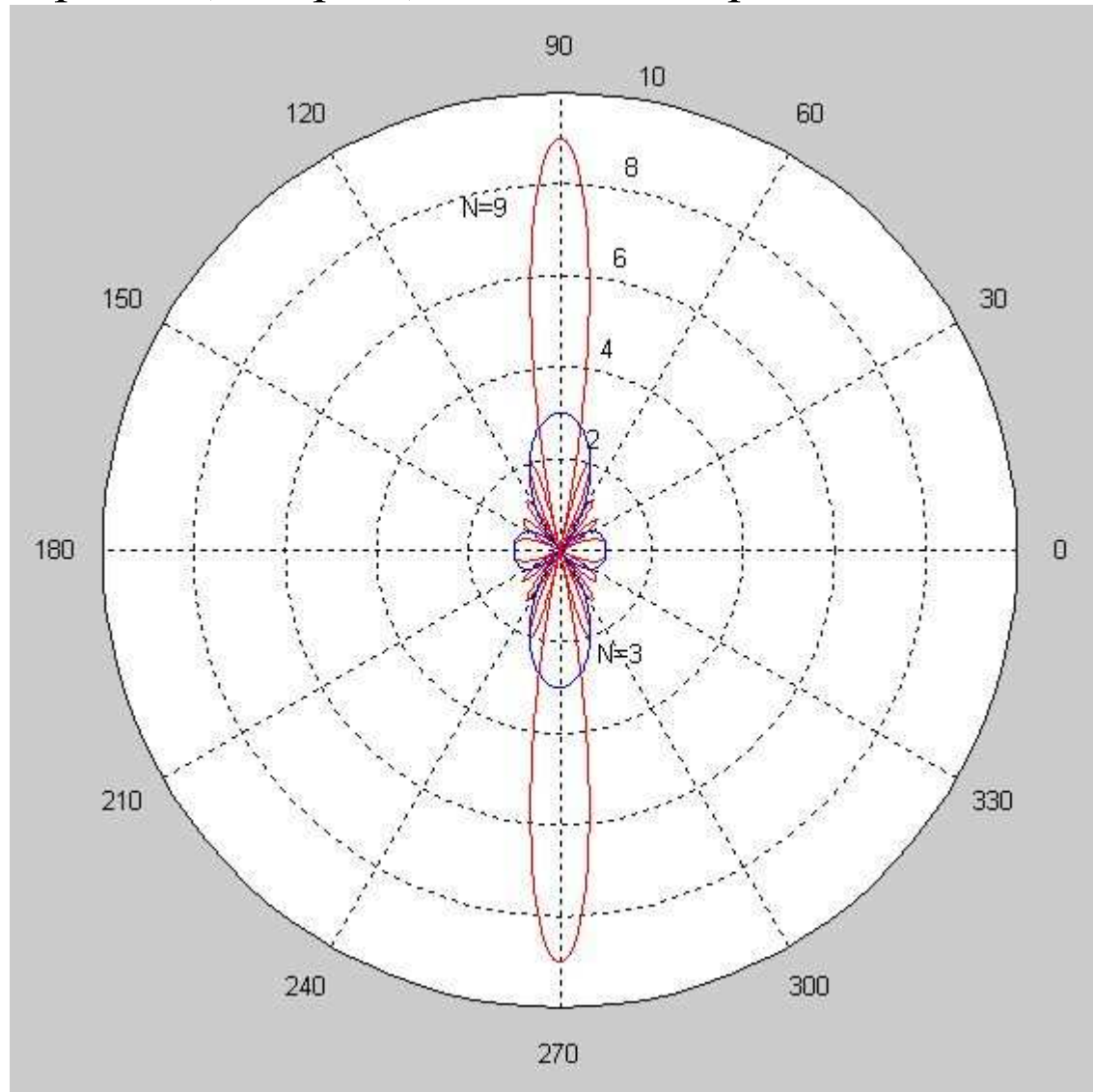
Порівняння ДН за різної (непарної) кількості випромінювачів



$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

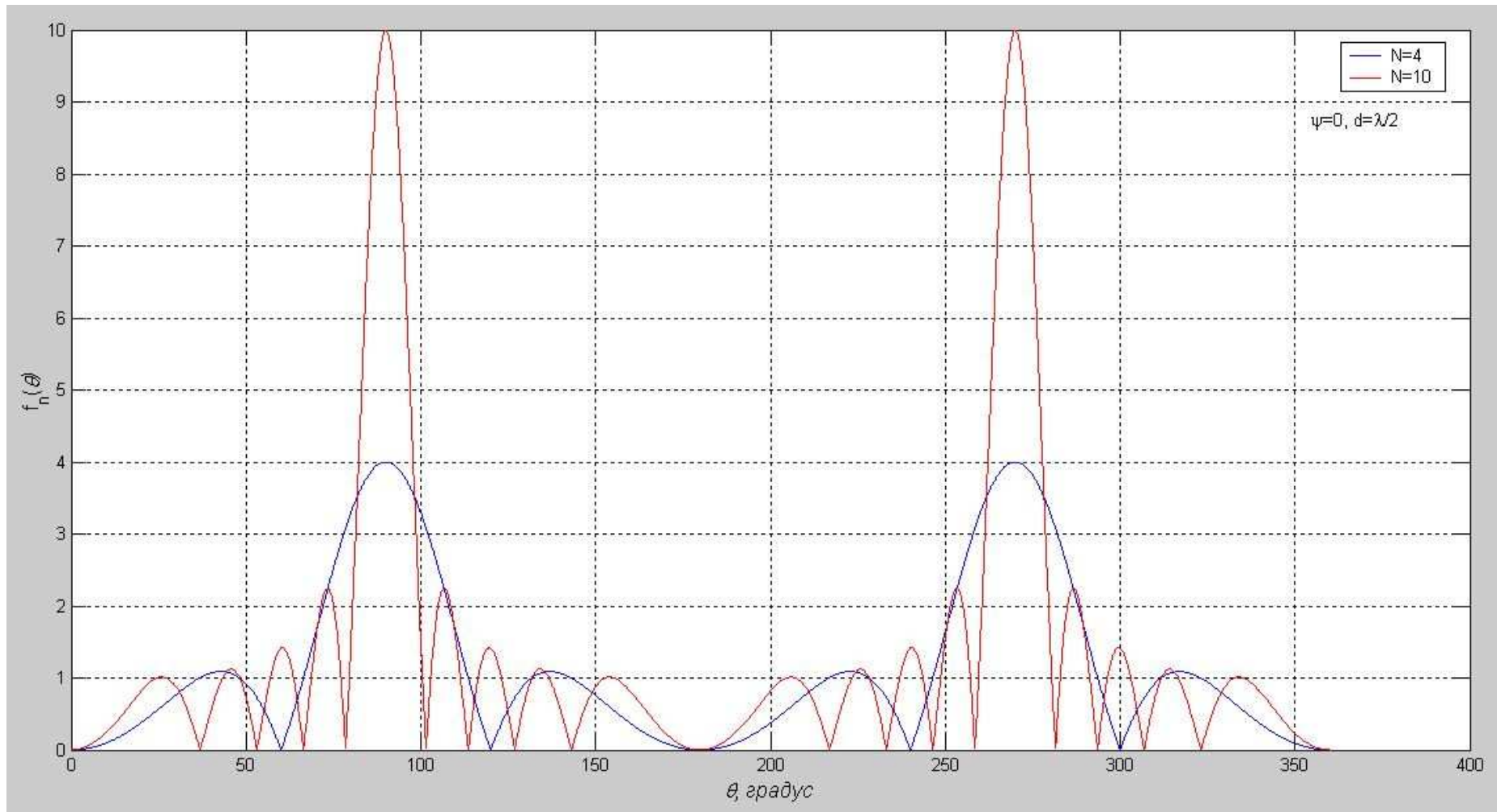
Порівняння ДН за різної (непарної) кількості випромінювачів



$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

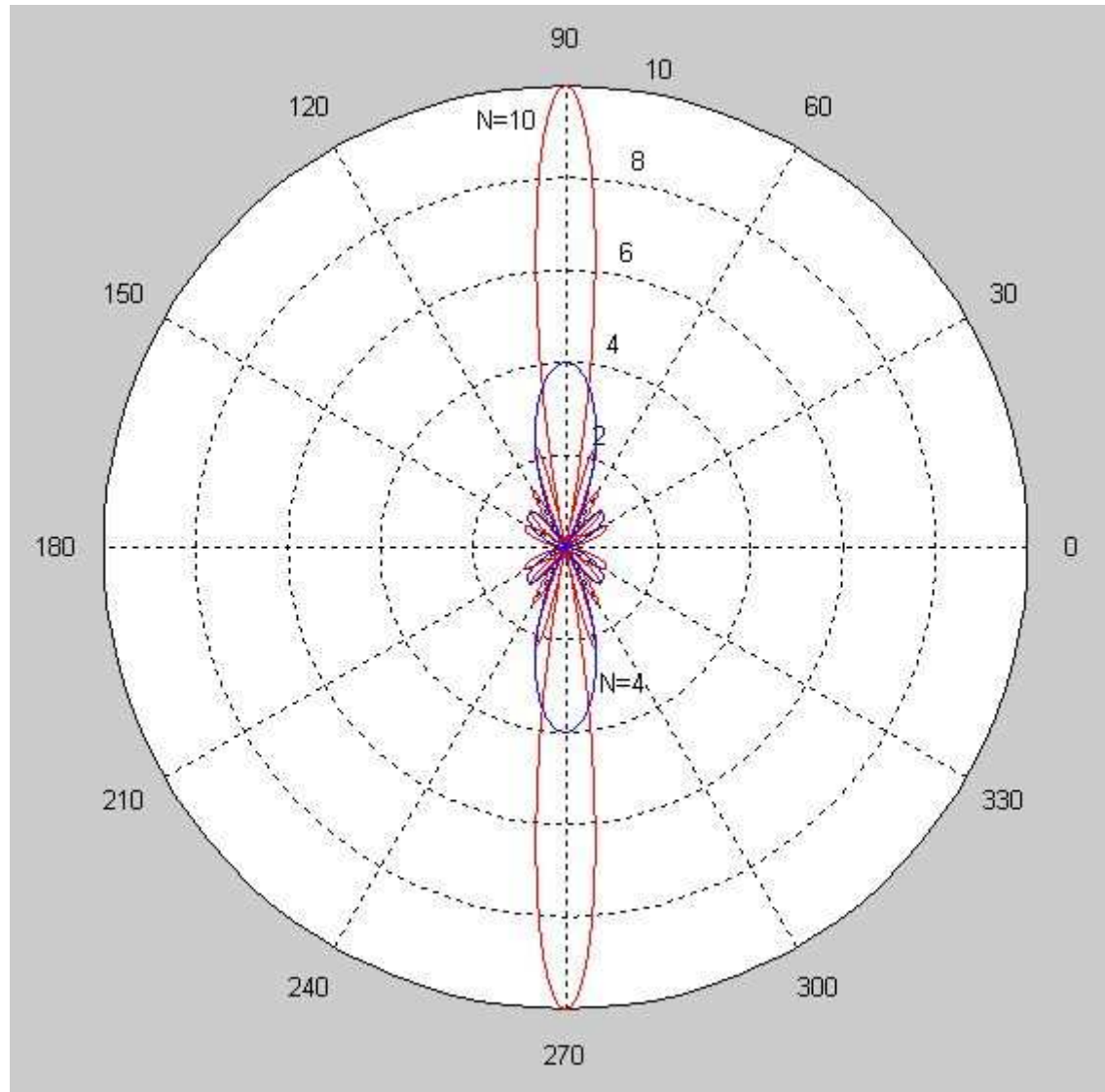
Порівняння ДН за різної (парної) кількості випромінювачів



$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

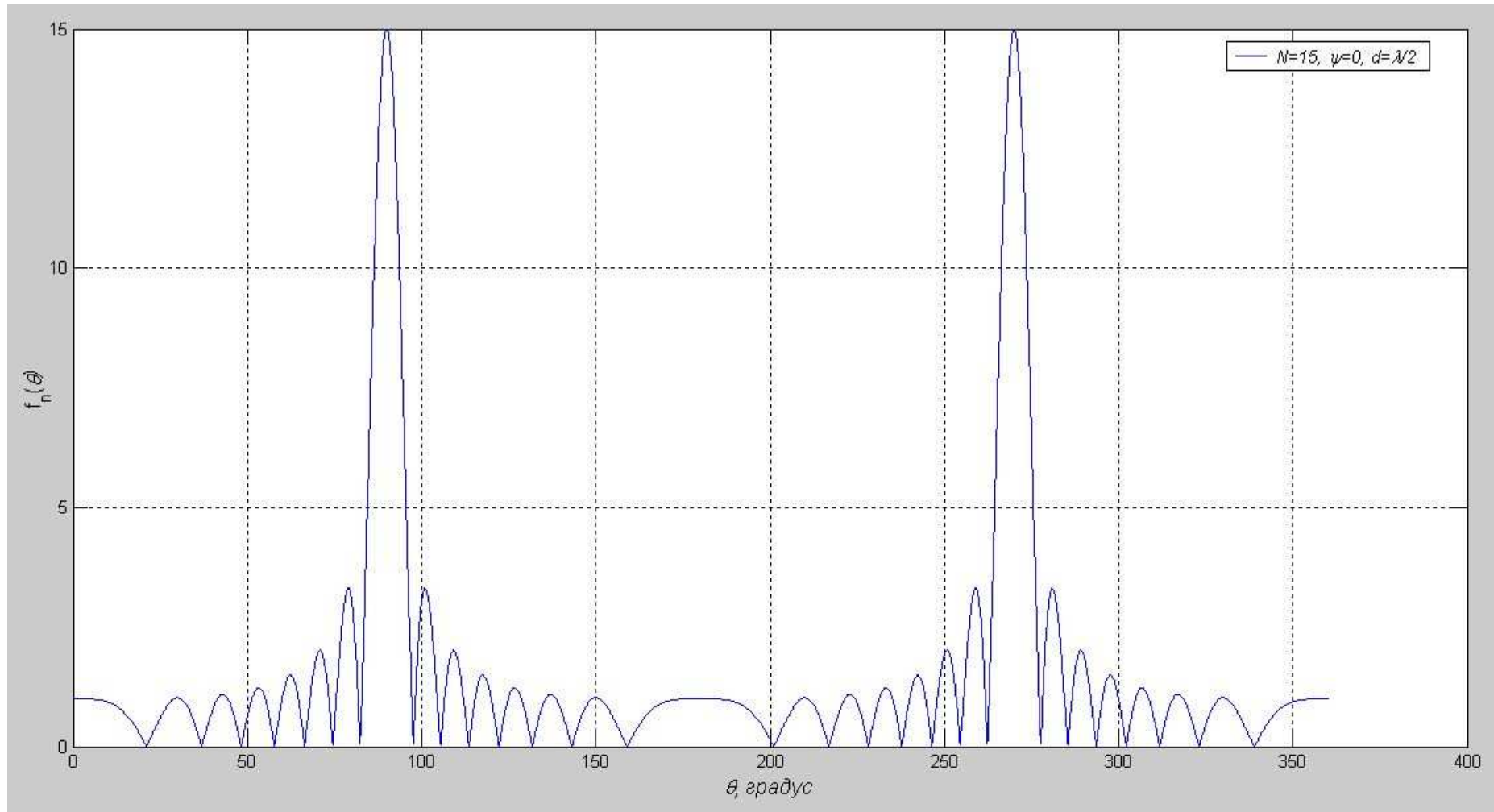
Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Порівняння ДН за різної (парної) кількості випромінювачів



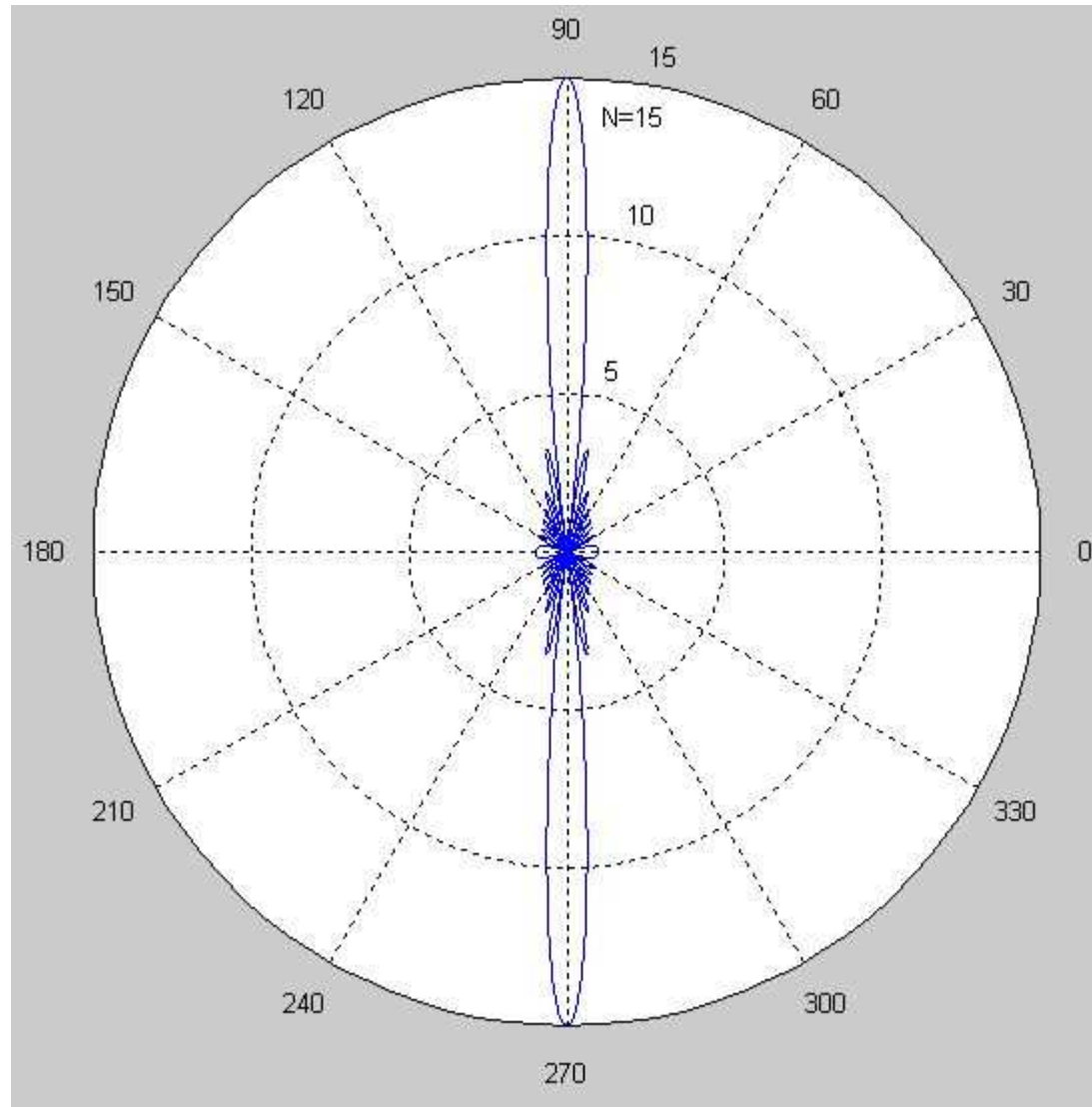
$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



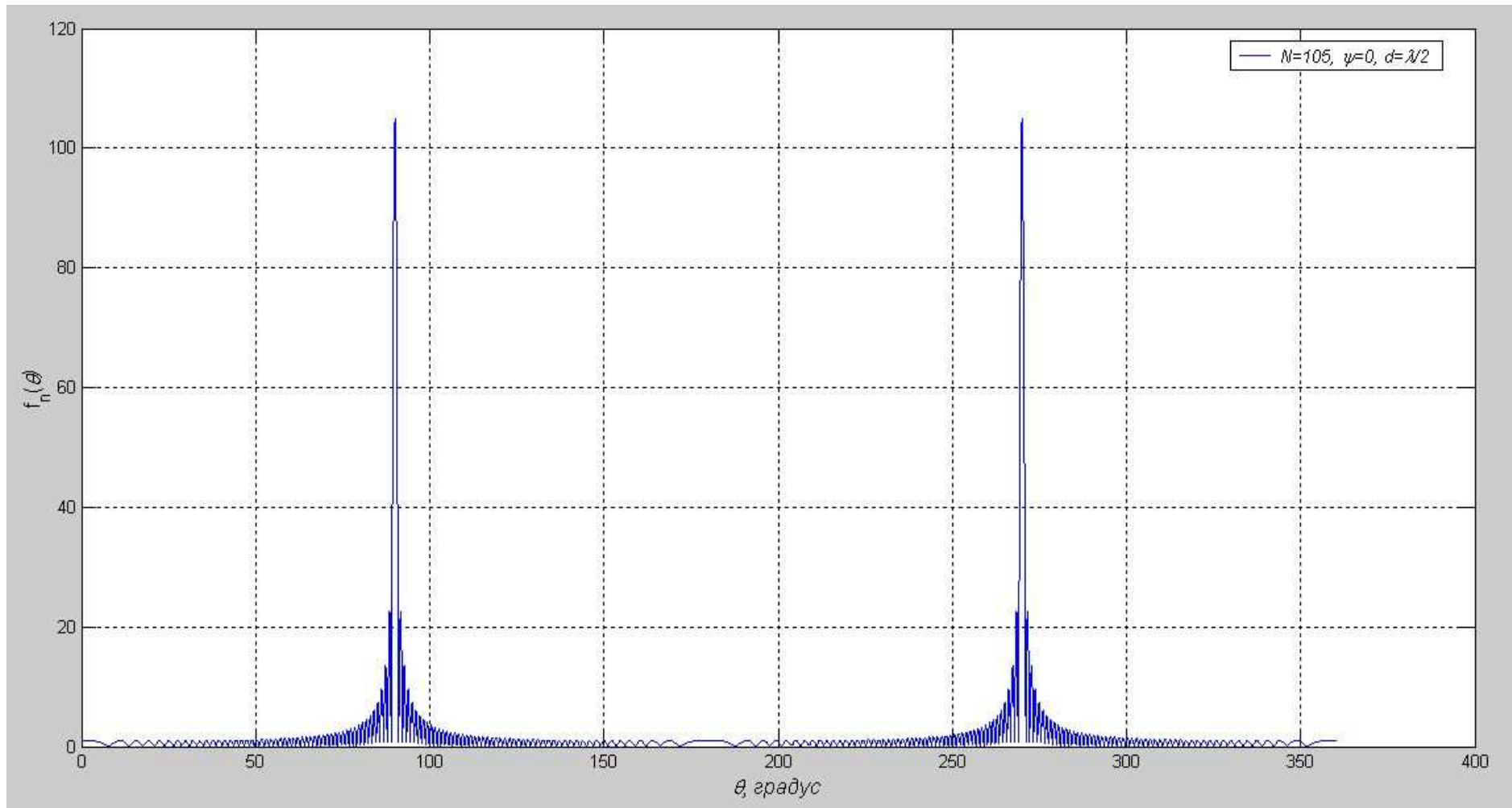
$$N = 15; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



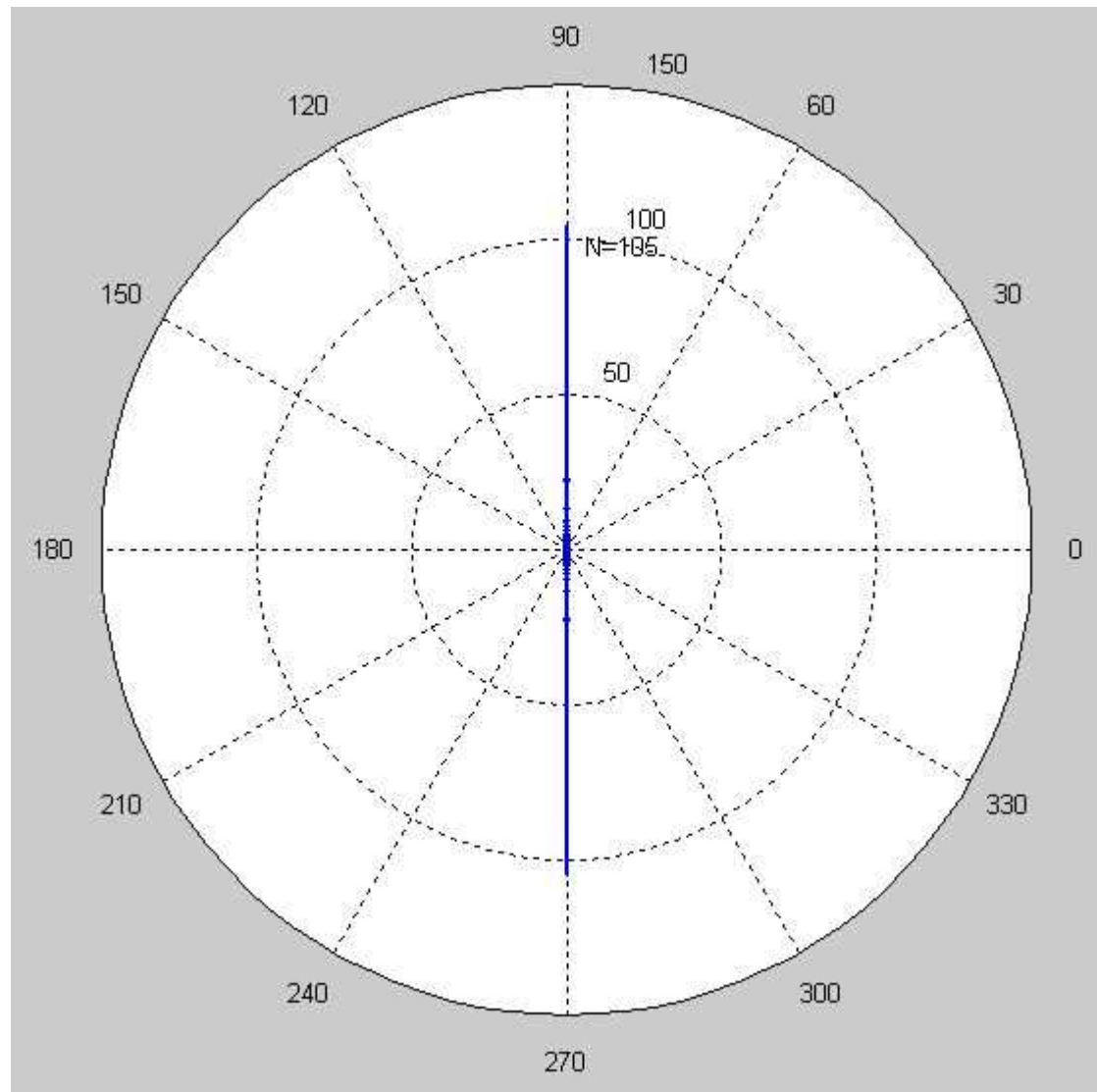
$$N = 15; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



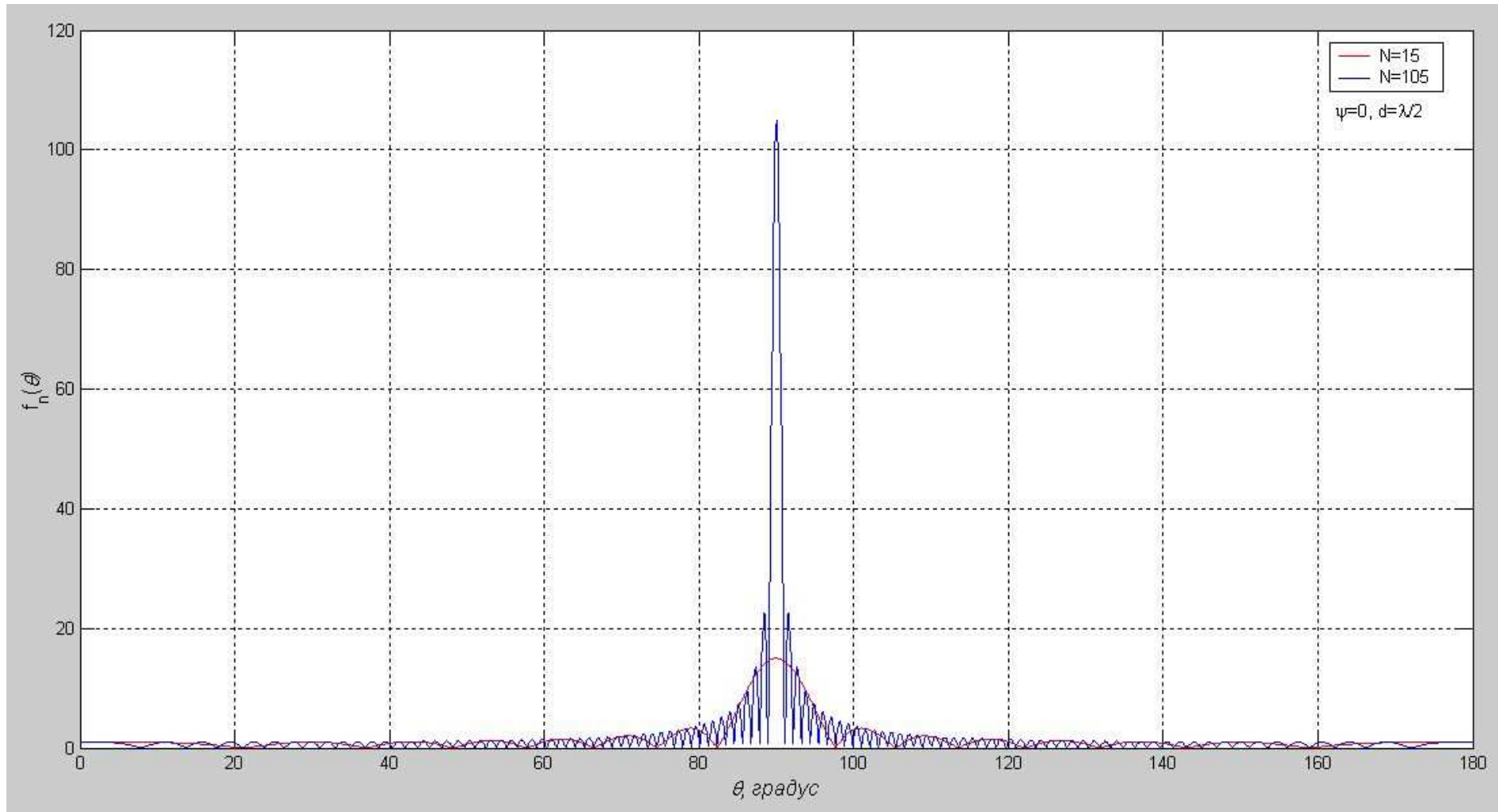
$$N = 105; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



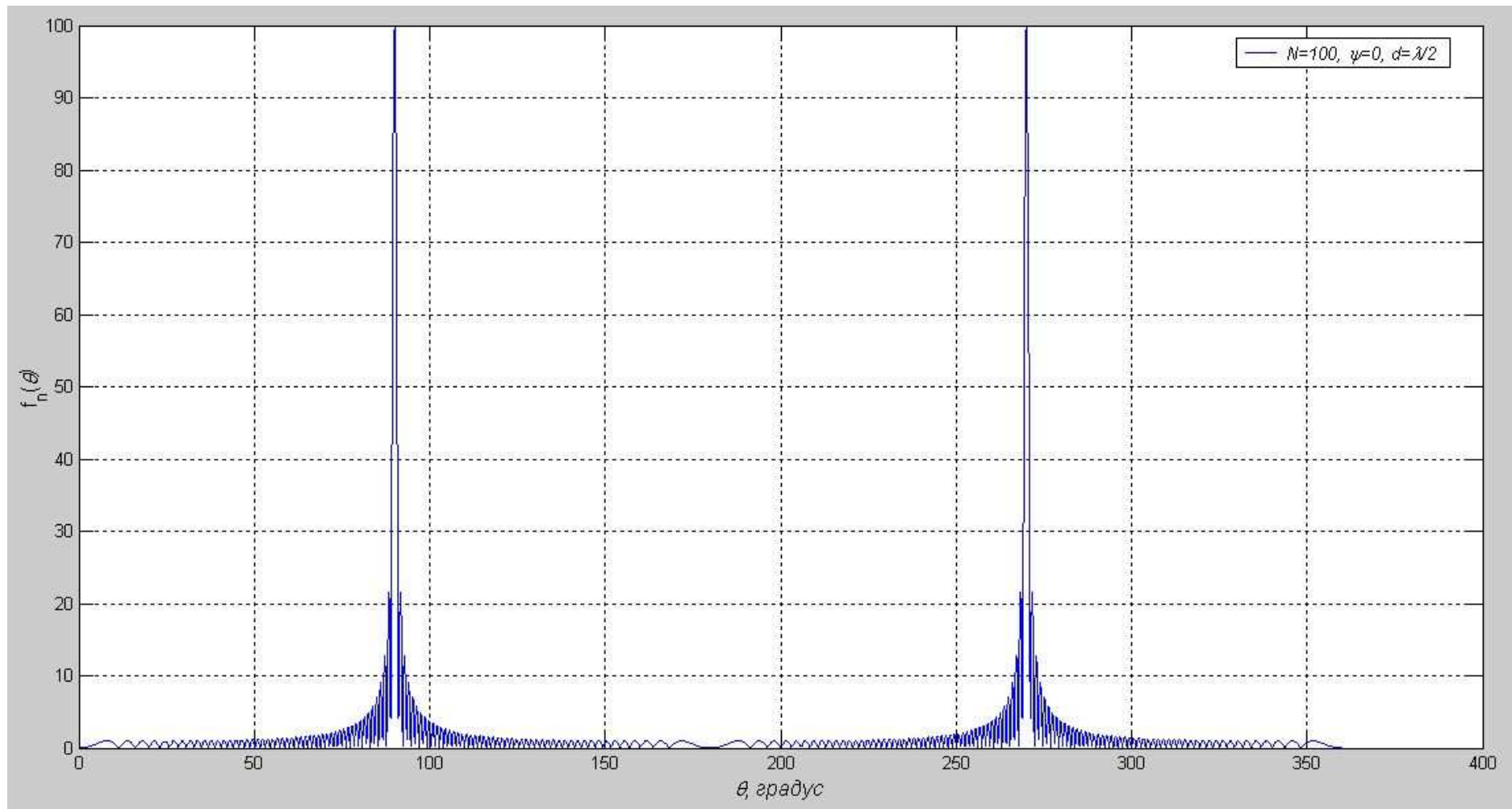
$$N = 105; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



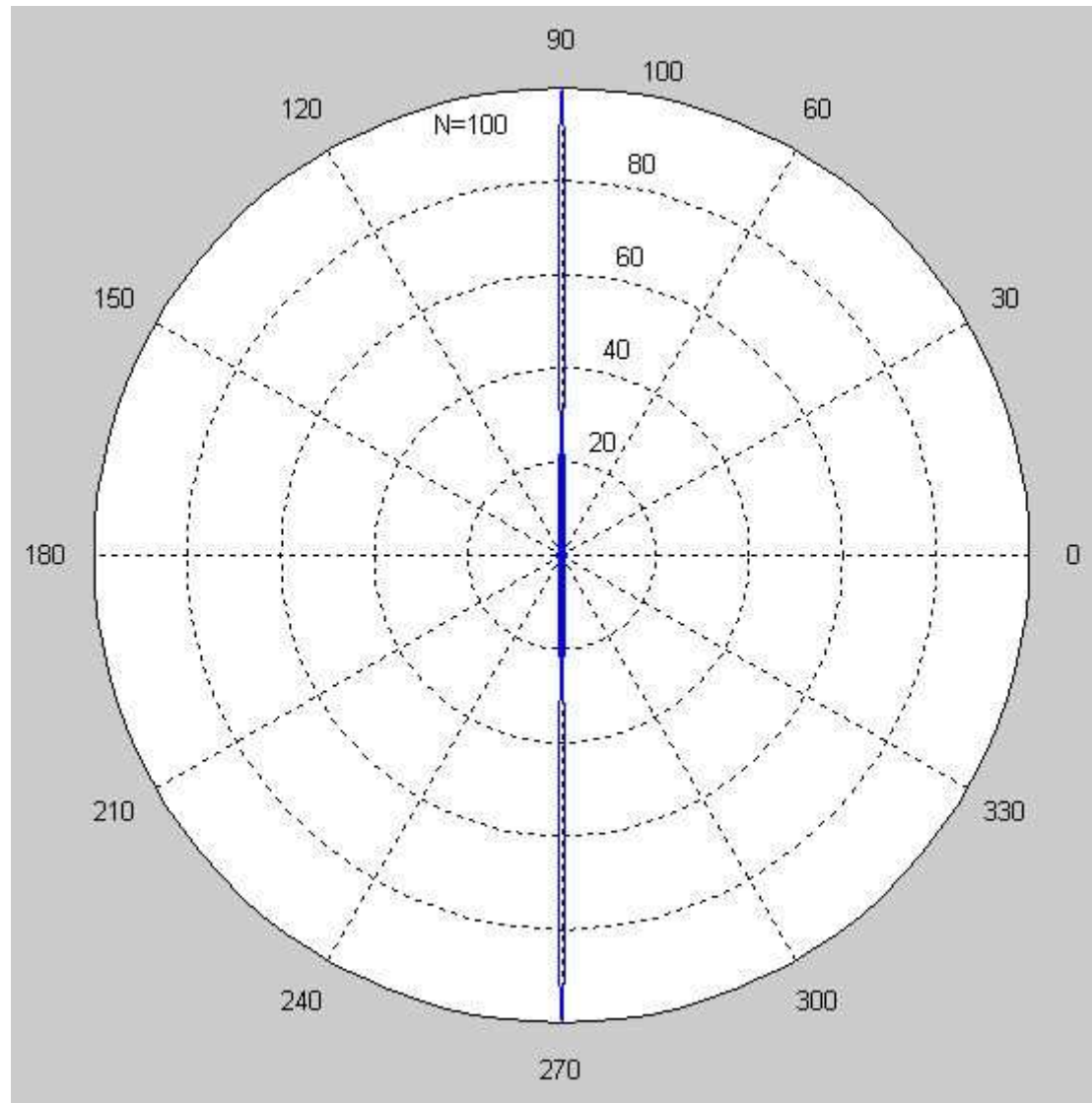
$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



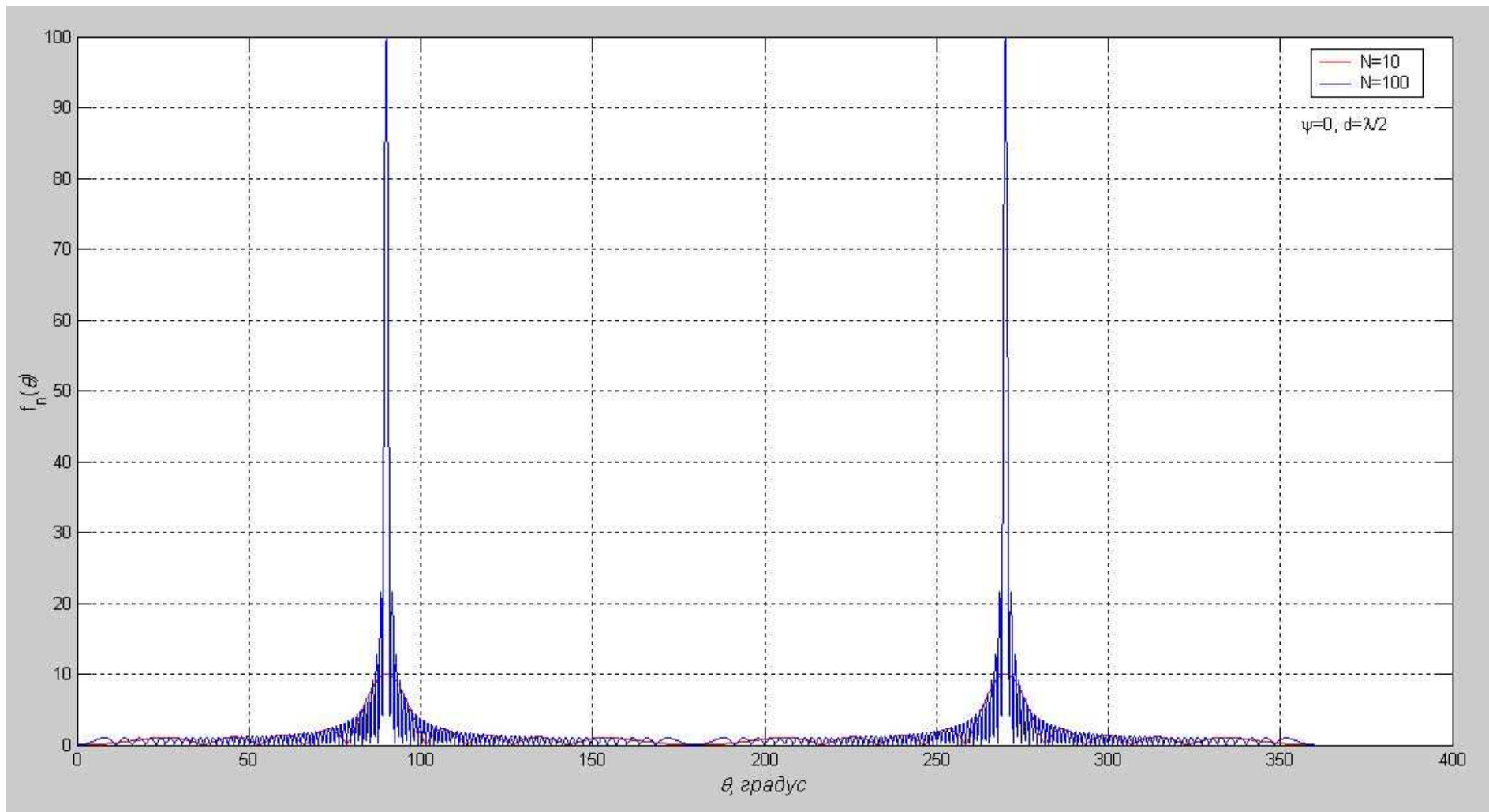
$$N = 100; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



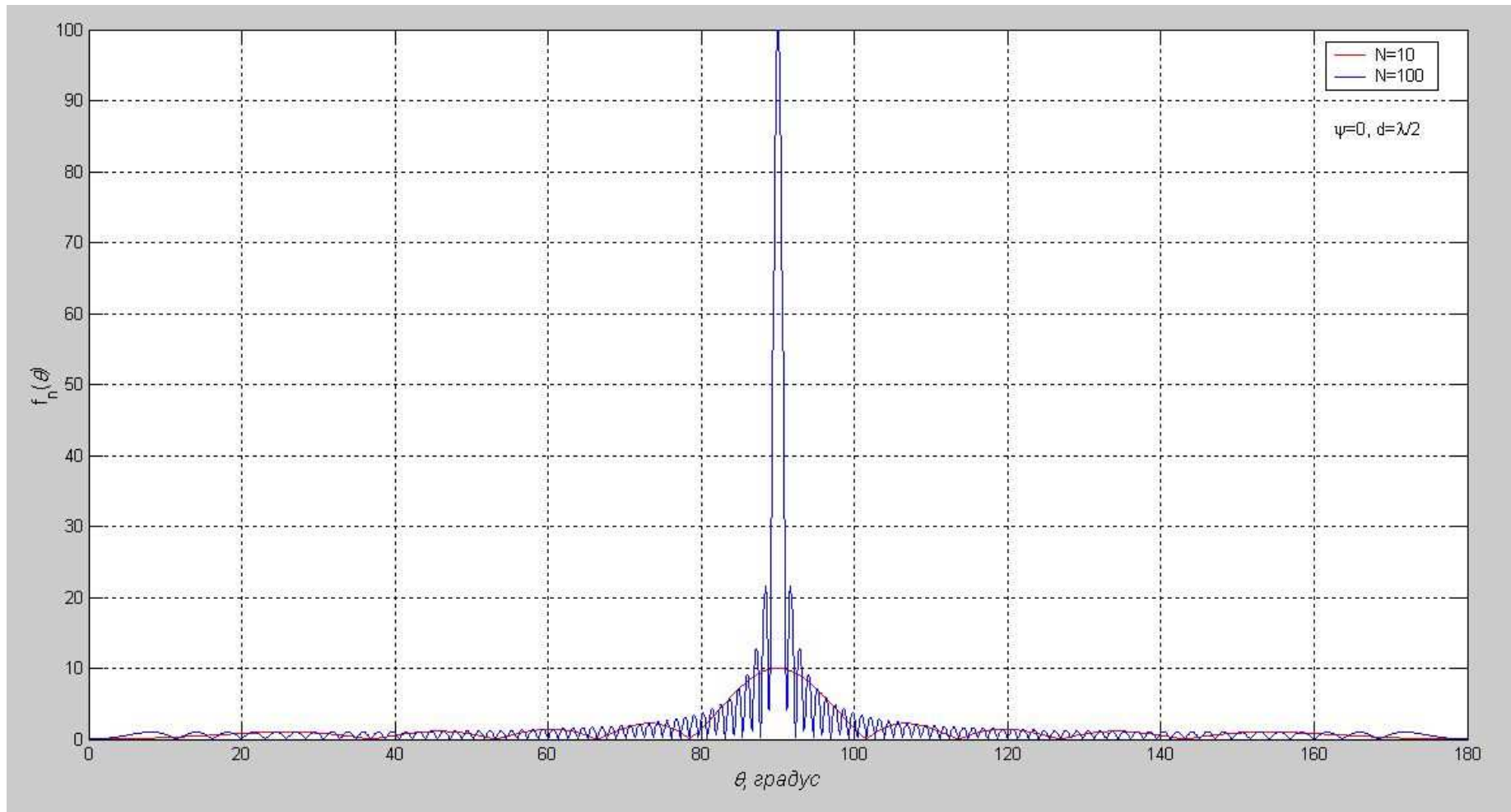
$$N = 100; d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Аналіз результатів:

1) на рисунках слайдів показано графіки модуля функції (1). За визначенням, поняття “модуль напрямленості решітки” є нормована ДН лінійної еквідистантної решітки, яка складається з N ізотропних випромінювачів;

2) для практики цінніші результати дає випадок парної кількості випромінювачів;

3) отримана ДН періодична та багатопелюсткова. У межах одного періоду, який дорівнює πN , є головна пелюстка з ненормованим максимумом $f_N(\theta)|_{\theta=90^\circ} = N$ та нормованим максимумом $F_N(\theta)|_{\theta=90^\circ} = 1$ і бічні пелюстки з послідовно спадними максимумами. В термінах узагальненої кутової змінної (8) ширина кожної головної пелюстки на нульовому рівні дорівнює 2π , а кожної бічної пелюстки π , і оскільки головні пелюстки рознесено на πN , то між ними розміщується $N-2$ бічних пелюсток;

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

4) Збільшення кількості випромінювачів спричиняє:

- збільшення рівня головної пелюстки;
- звуження головної пелюстки;
- зменшення рівня бічних пелюсток з одночасним збільшенням їхньої кількості;

5) головні максимуми спрямовано перпендикулярно до лінії розташування випромінювачів; ($\theta = 90^\circ$).

6) чим більша протяжність системи випромінювачів (Nd), порівняно з довжиною хвилі, тим більше мінімумів (напрямів нульового випромінювання), і тим більша кількість бічних пелюсток ДН;

7) ширину ДН визначимо на половинному рівні потужності як кут між напрямками, уздовж яких поле зменшується у $\sqrt{2}$ раз, порівняно з полем у напрямі головного максимуму.

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Для цього пронормуємо вираз (1):

$$F_N(\theta) = \frac{1}{N} f_N(\theta) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta)\right]} \quad (9)$$

З іншого боку $F_N(\theta)|_{\theta=90^\circ} = 1$. У напрямі $\theta = \pi/2 - \theta_{0,5}$:

$$F_N(\theta_{0,5}) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta_{0,5})\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta_{0,5})\right]} \quad (10)$$

Для визначення ширини ДН потрібно розв'язати рівняння (10) відносно $\theta_{0,5}$.

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Це трансцендентне рівняння, розв'язати яке у даному випадку можна одним з наближених методів.

У деяких випадках рівняння (10) можна спростити, а розв'язок буде легко запам'ятовуватись. Це стосується гостроспрямованих антенних систем, для яких $\sin(0,5Nkd \cos \theta)$ у межах головної пелюстки (де кути малі) можна замінити на аргумент. При цьому вираз (10) набуває вигляду:

$$F_N(\theta_{0,5}) \cong \frac{1}{N} \frac{\frac{N}{2} kd \cos \theta_{0,5}}{\frac{1}{2} kd \cos \theta_{0,5}} = \frac{\sin x}{x} = \text{sinc } x = 0,707, \quad (11)$$

де

$$x = \frac{N}{2} kd \cos \theta_{0,5}. \quad (12)$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Функція $\text{sinc } x$ описує у декартових координатах узагальнену ДН лінійної системи синфазних випромінювачів зі струмами однакової амплітуди. Маємо

$\text{sinc } x = 0,707 \Rightarrow x = 1,394$ рад, тобто

$$x = \frac{N}{2} kd \cos \theta_{0,5} = 1,394 \Rightarrow \sin \theta_{0,5} = \frac{1,394 \cdot 2}{Nd \cdot 2\pi/\lambda} = 0,444 \frac{\lambda}{Nd}.$$

для гостроспрямованих антенних систем, які мають значну протяжність

$$L = (N - 1)d \approx Nd \Rightarrow \sin \theta_{0,5} \cong \theta_{0,5},$$

Маємо

$$\theta_{0,5} = 0,444 \frac{\lambda}{L}.$$

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Звідси ширина ДН:

$$2\theta_{0,5} \cong 0,888 \frac{\lambda}{L}, \text{ рад}; \quad (13)$$

$$2\theta_{0,5} \cong 51 \frac{\lambda}{L} = \frac{51}{L/\lambda}, \text{ градусів}. \quad (14)$$

Зміст отриманого виразу: ширина ДН розглянутої антенної системи обернено пропорційна до довжини антени, вираженої у долях довжини хвилі (L/λ) .

**Аналіз множника решітки
(система неспрямованих випромінювачів за
наявності зсуву фаз між струмами)**

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Розглянемо тепер основні властивості ДН лінійної системи з N ізотропних випромінювачів зі струмами, зсунутими за фазою на однаковий кут ψ .

Нормована ДН системи дискретних випромінювачів:

$$F_N(\theta) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta - \psi)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta - \psi)\right]}. \quad (15)$$

Цей вираз має максимум, який дорівнює одиниці, при виконанні умови

$$kd \cos \theta_{\max} - \psi = 0,$$

Звідки

$$\cos \theta_{\max} = \psi / kd = \psi \lambda / 2\pi d, \quad (16)$$

причому $|\cos \theta_{\max}| = |\psi \lambda / 2\pi d| \leq 1$.

Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Вираз (16) показує, що **напрямок максимуму випромінювання θ_{\max} залежить від кута ψ – зсуву фаза між струмами сусідніх випромінювачів і може змінюватись у широких межах.**

При $\psi = 0$ (раніше було розглянуто детально цю синфазну систему)

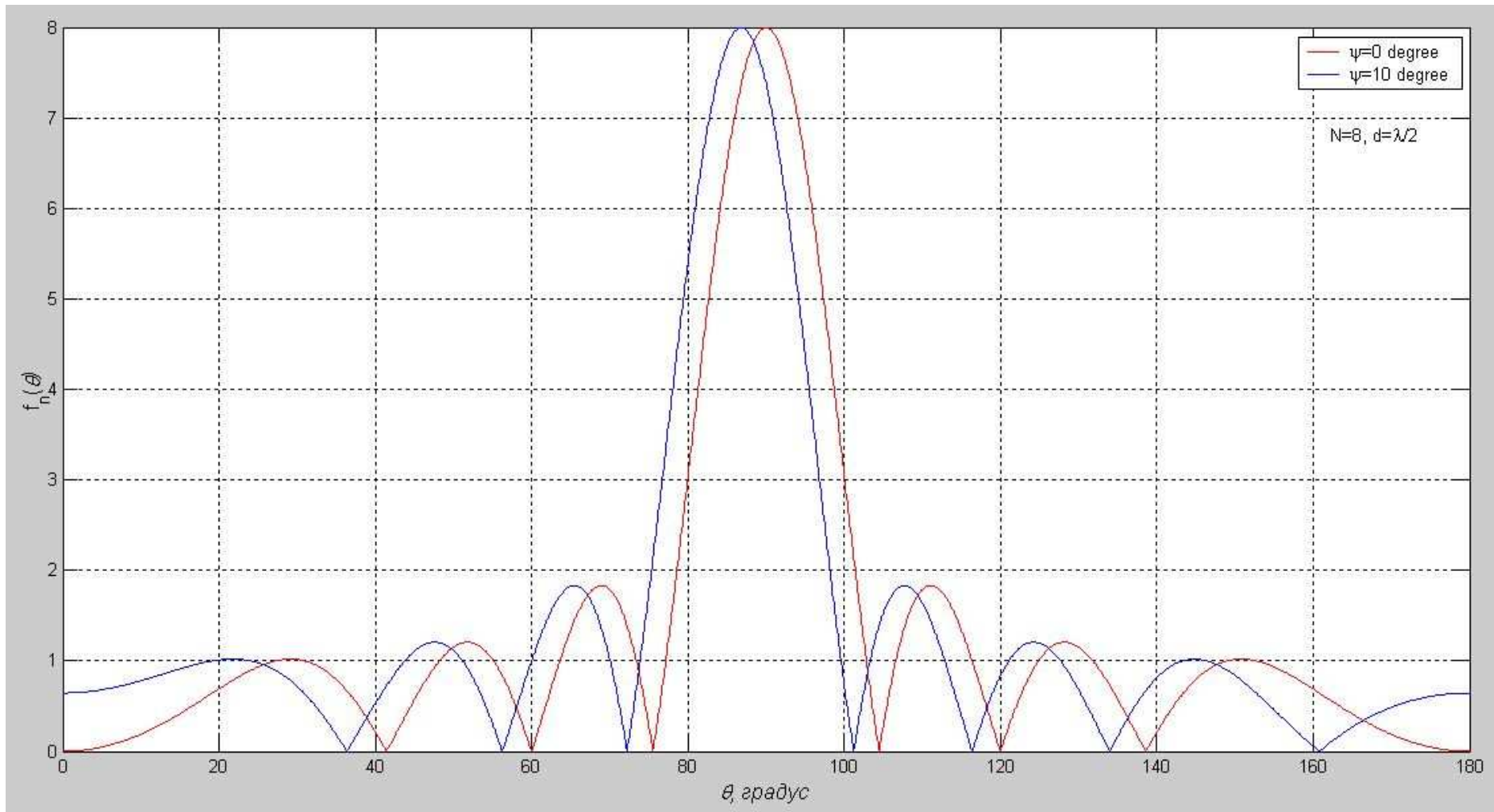
$\theta_{\max} = \pm 90^\circ$ максимуми будуть у напрямках, перпендикулярних до лінії розташування випромінювачів. При $\psi = \pi d / \lambda$; $\cos \theta_{\max} = 1$ та $\theta_{\max} = 0$ максимум буде уздовж лінії розташування випромінювачів у тому напрямі, в якому зменшується фаза струмів.

У протилежному напрямі, тобто $\theta = 180^\circ$,

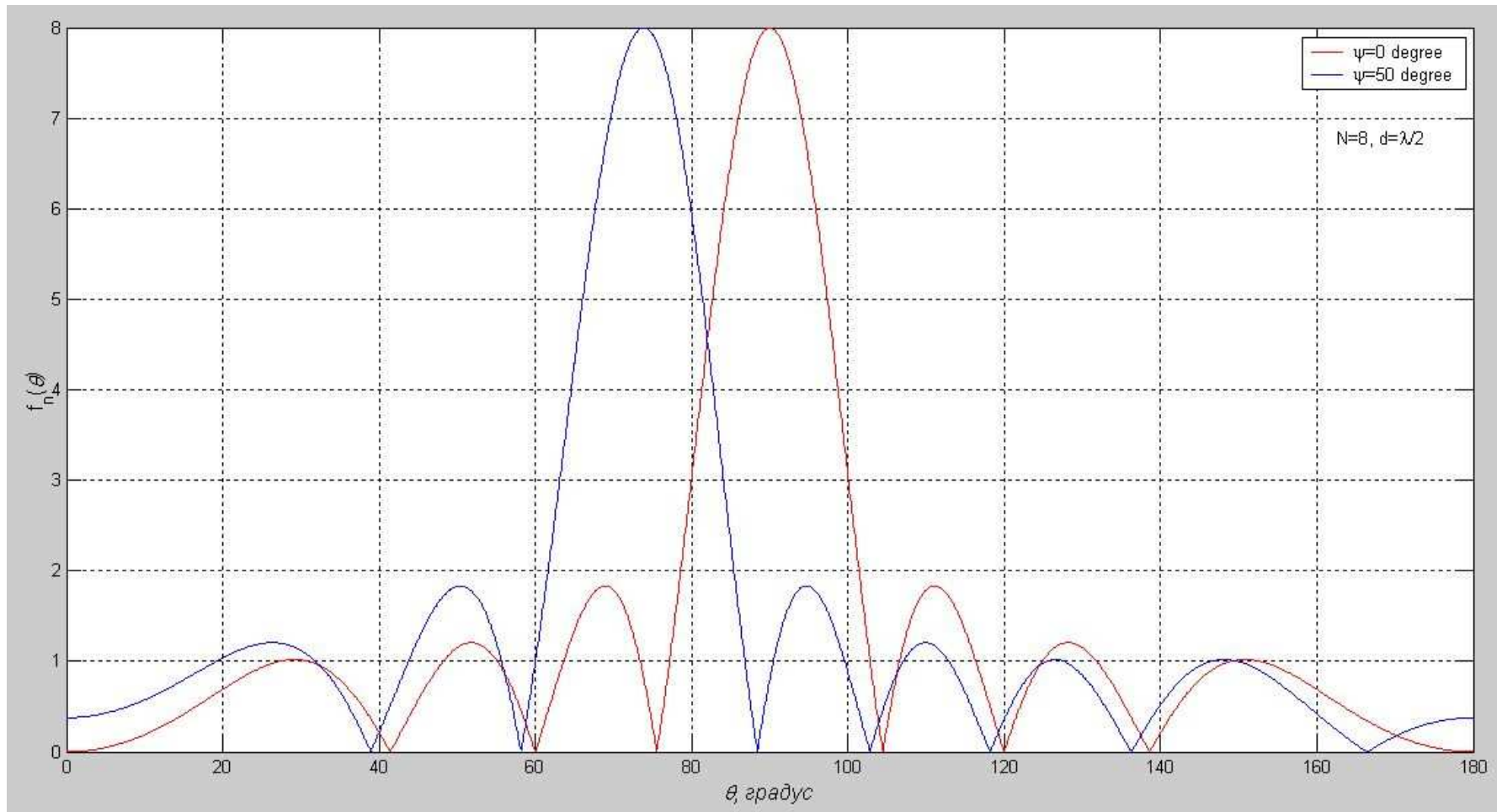
$$F_N(\theta) = \frac{1}{N} \frac{\sin Nkd}{\sin kd}$$

Зсув фаз який дорівнює запізненню за фазою біжучої хвилі при поширенні від одного випромінювача до іншого

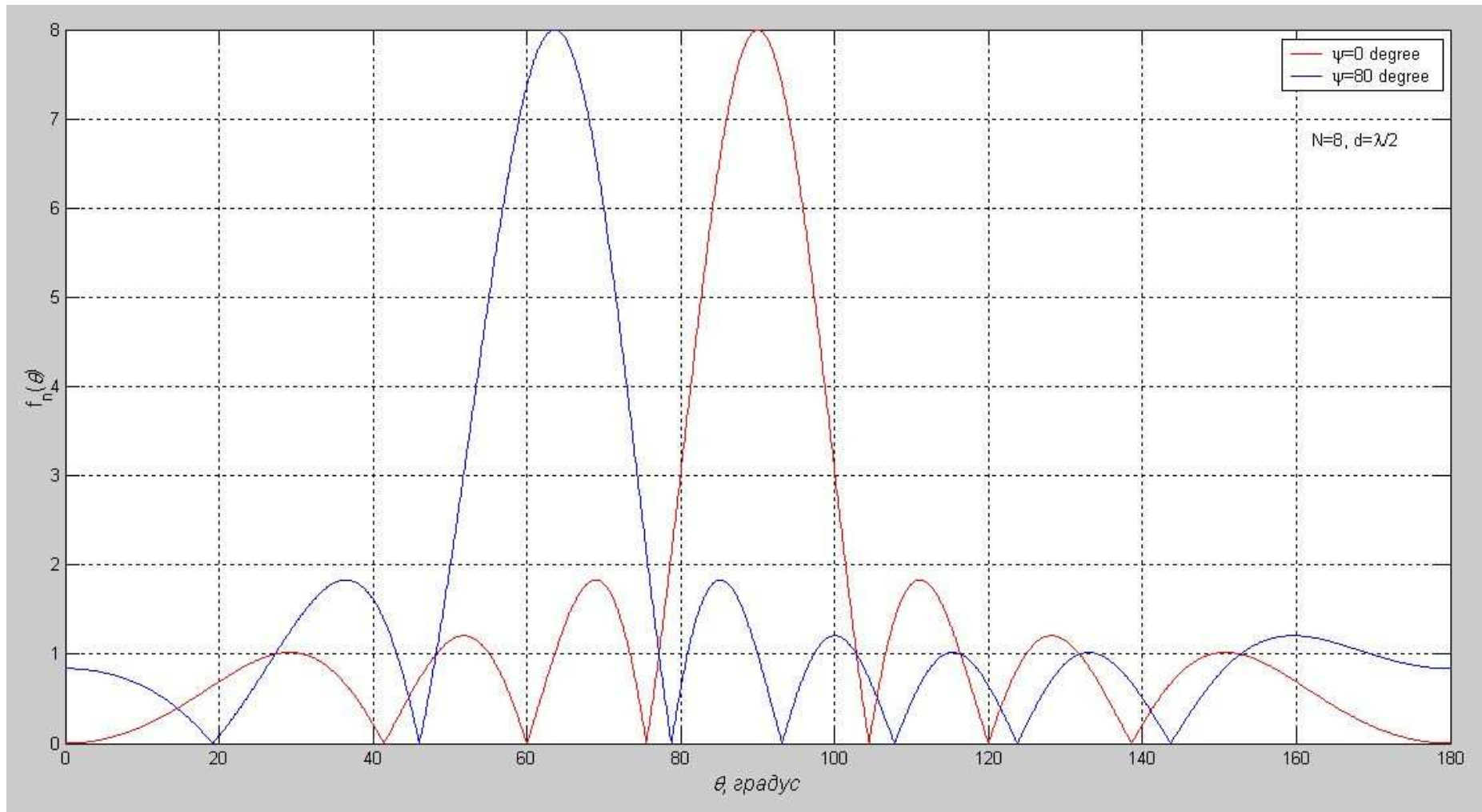
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



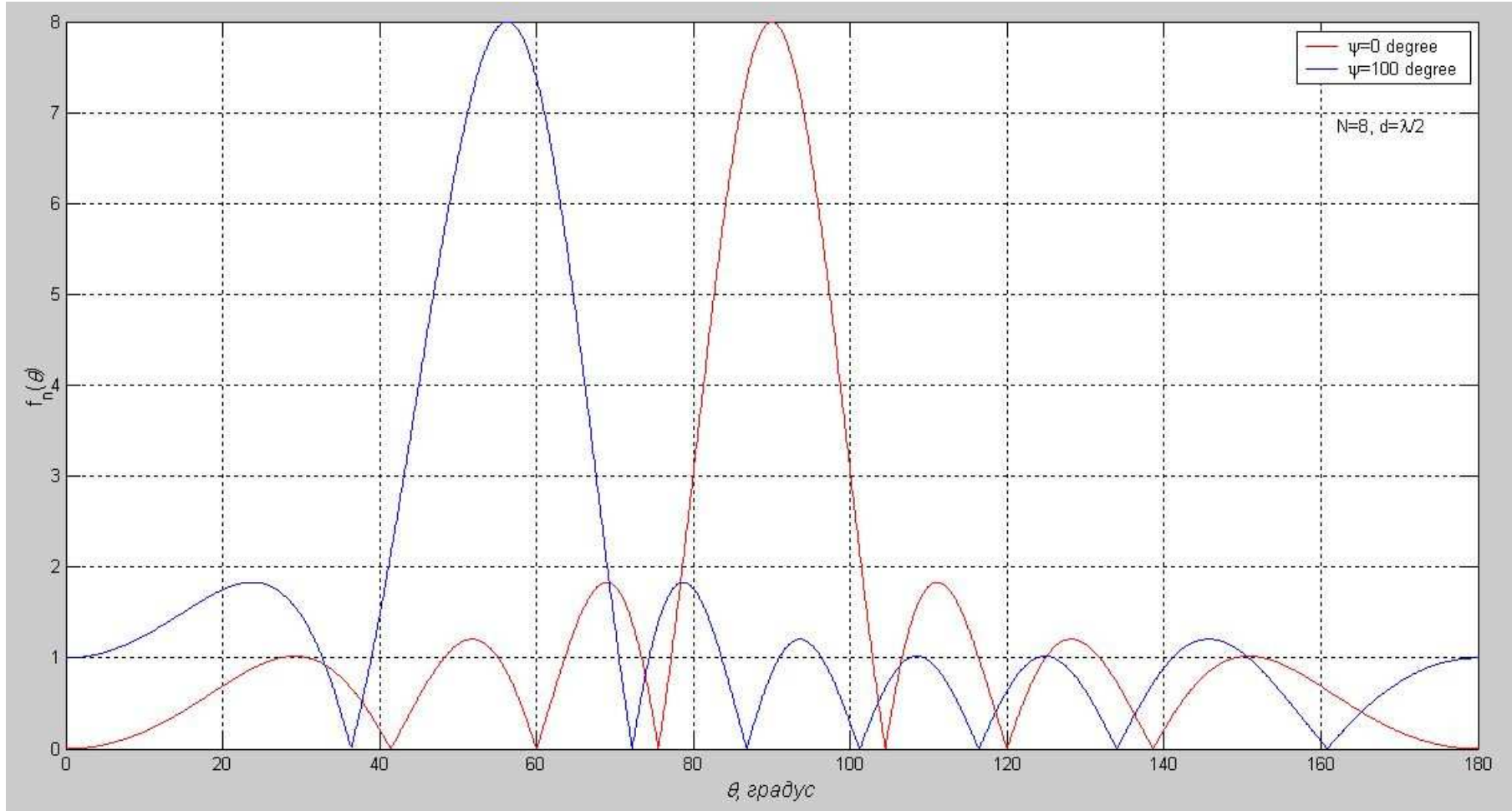
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



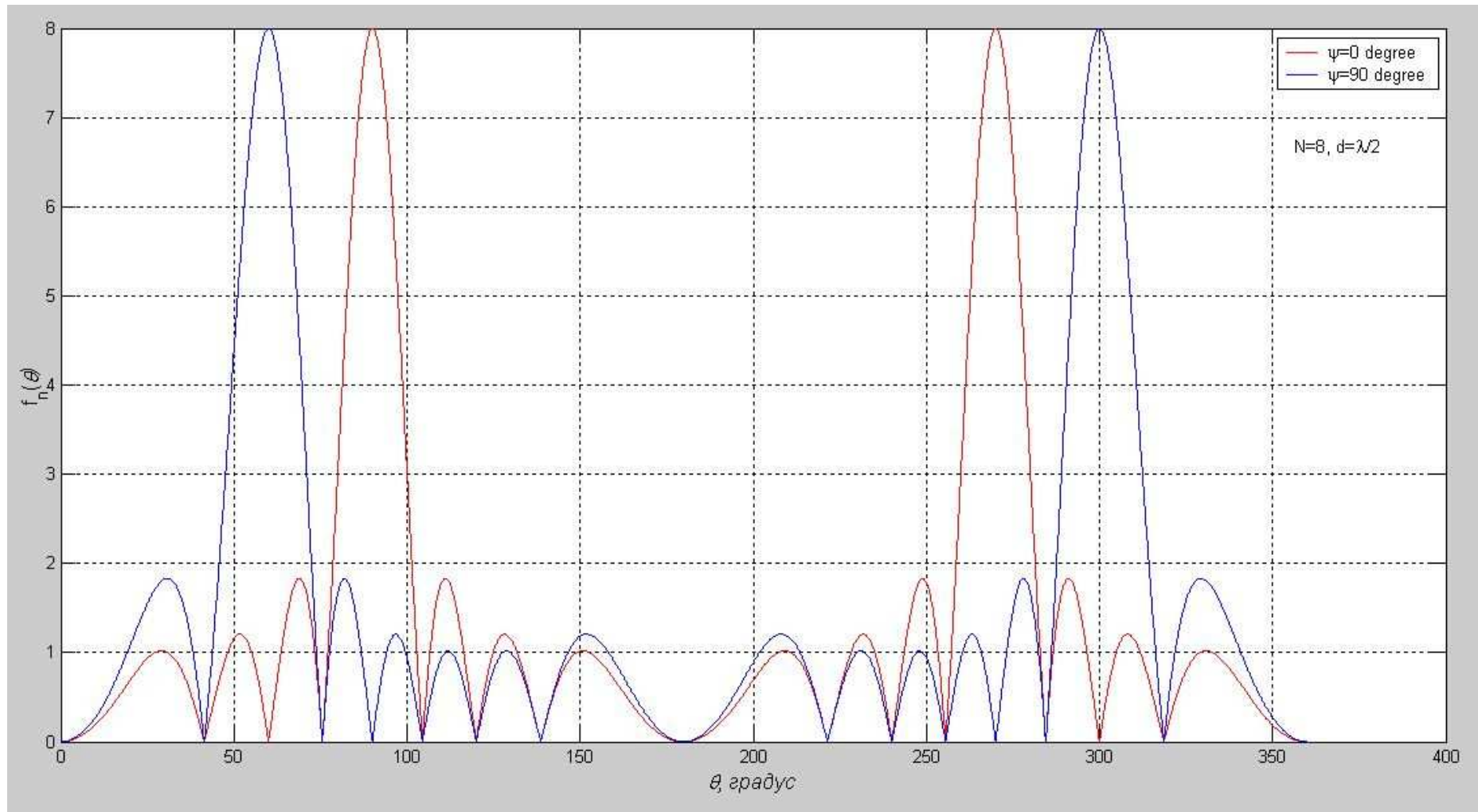
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



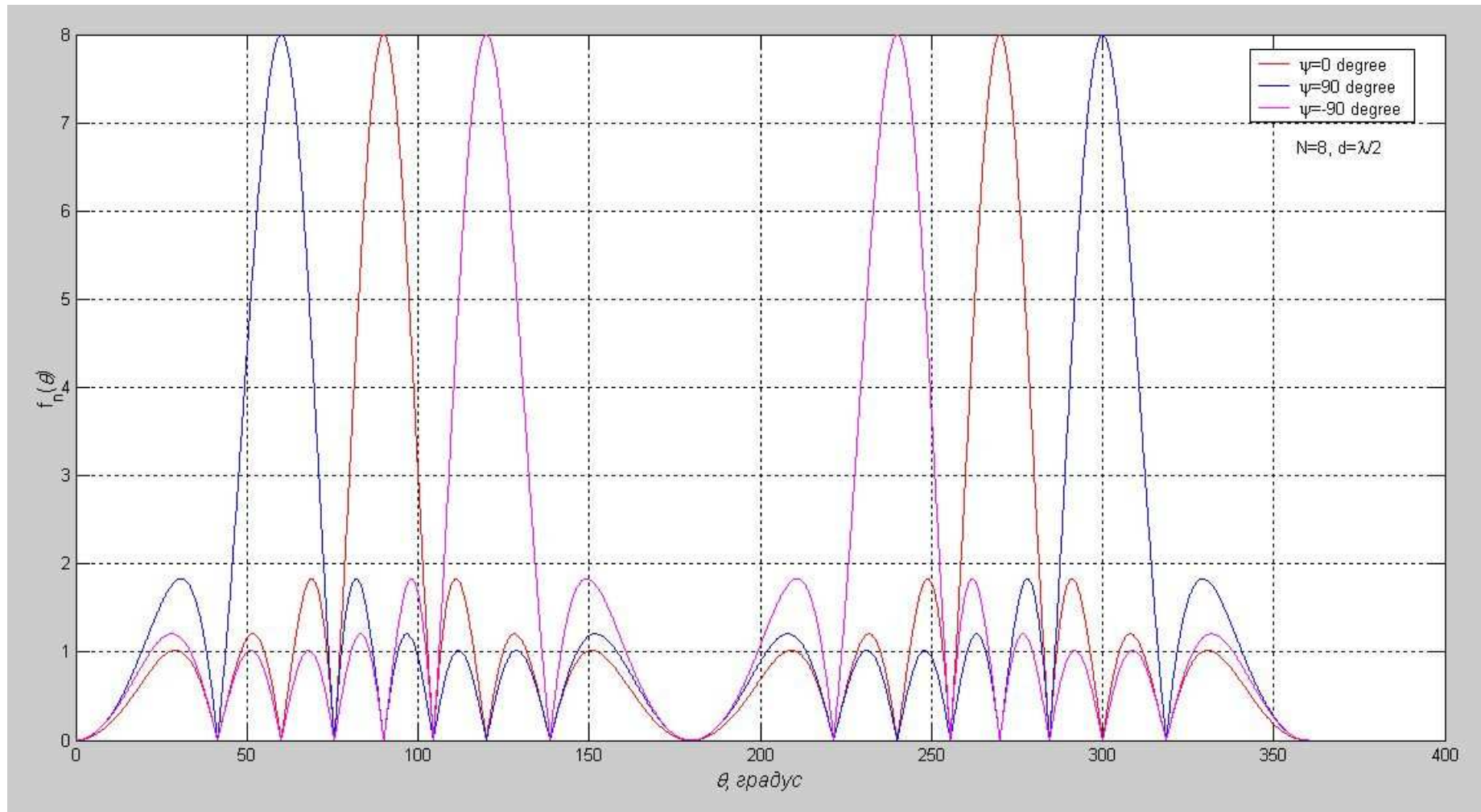
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



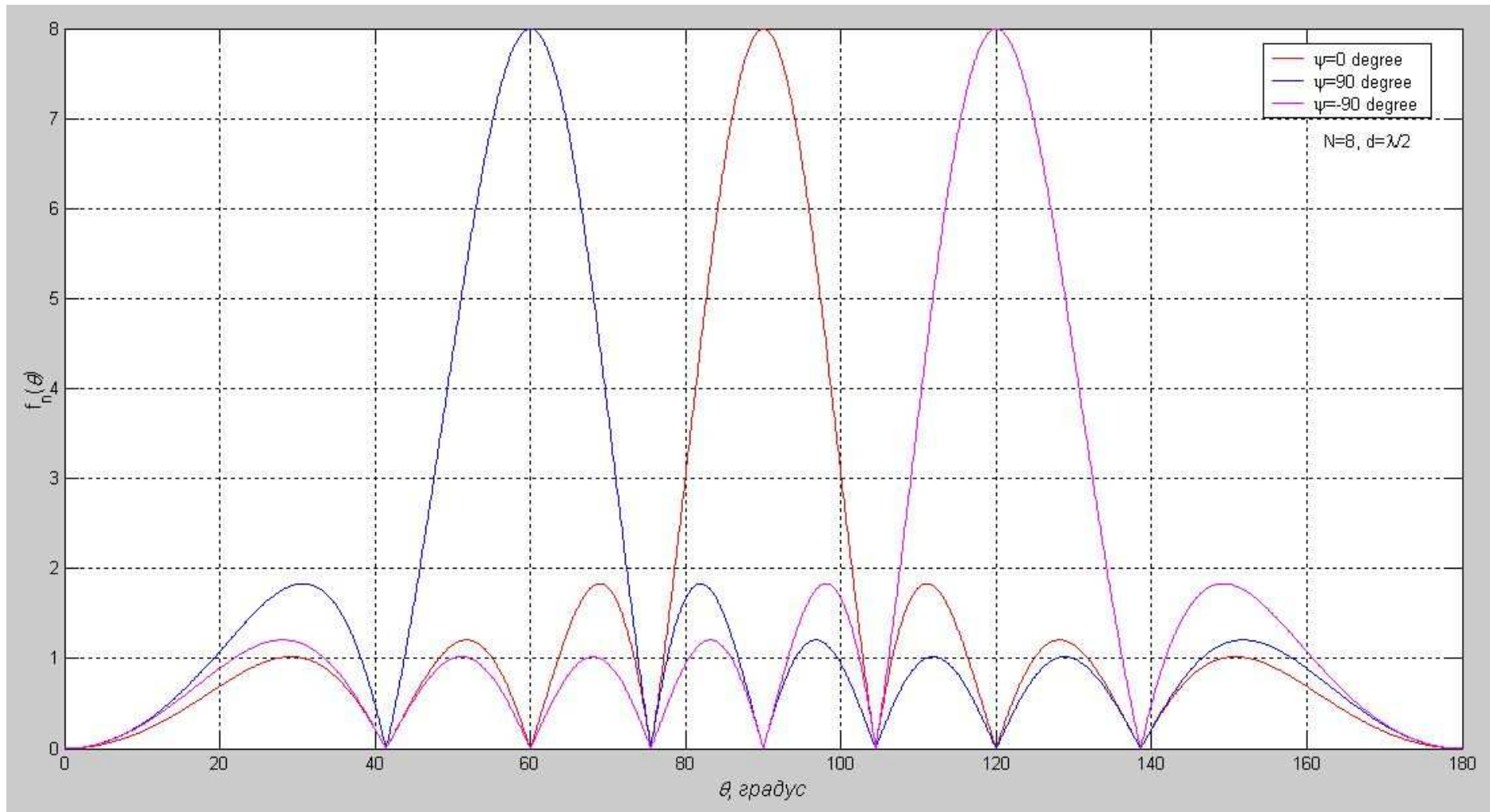
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



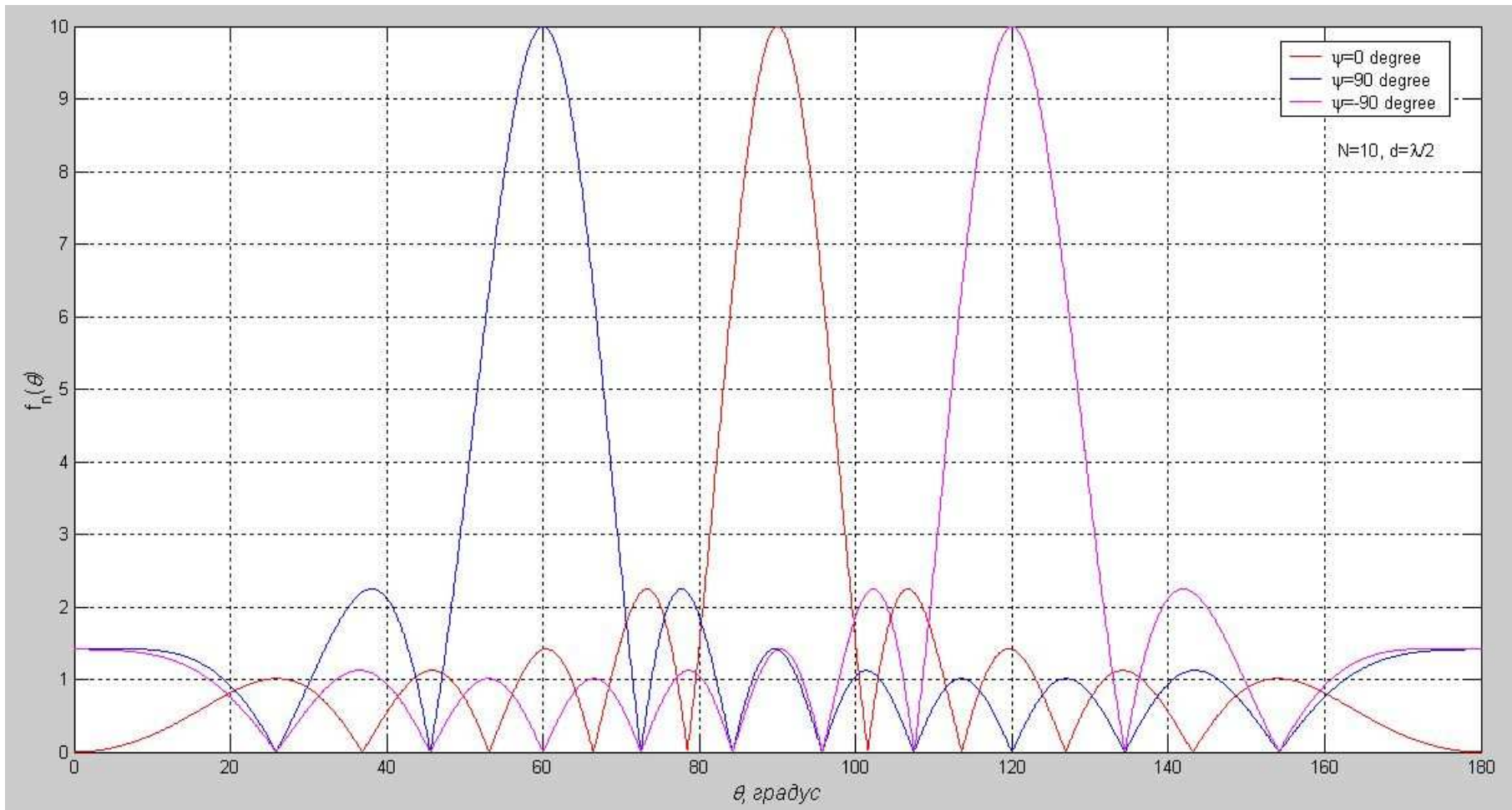
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



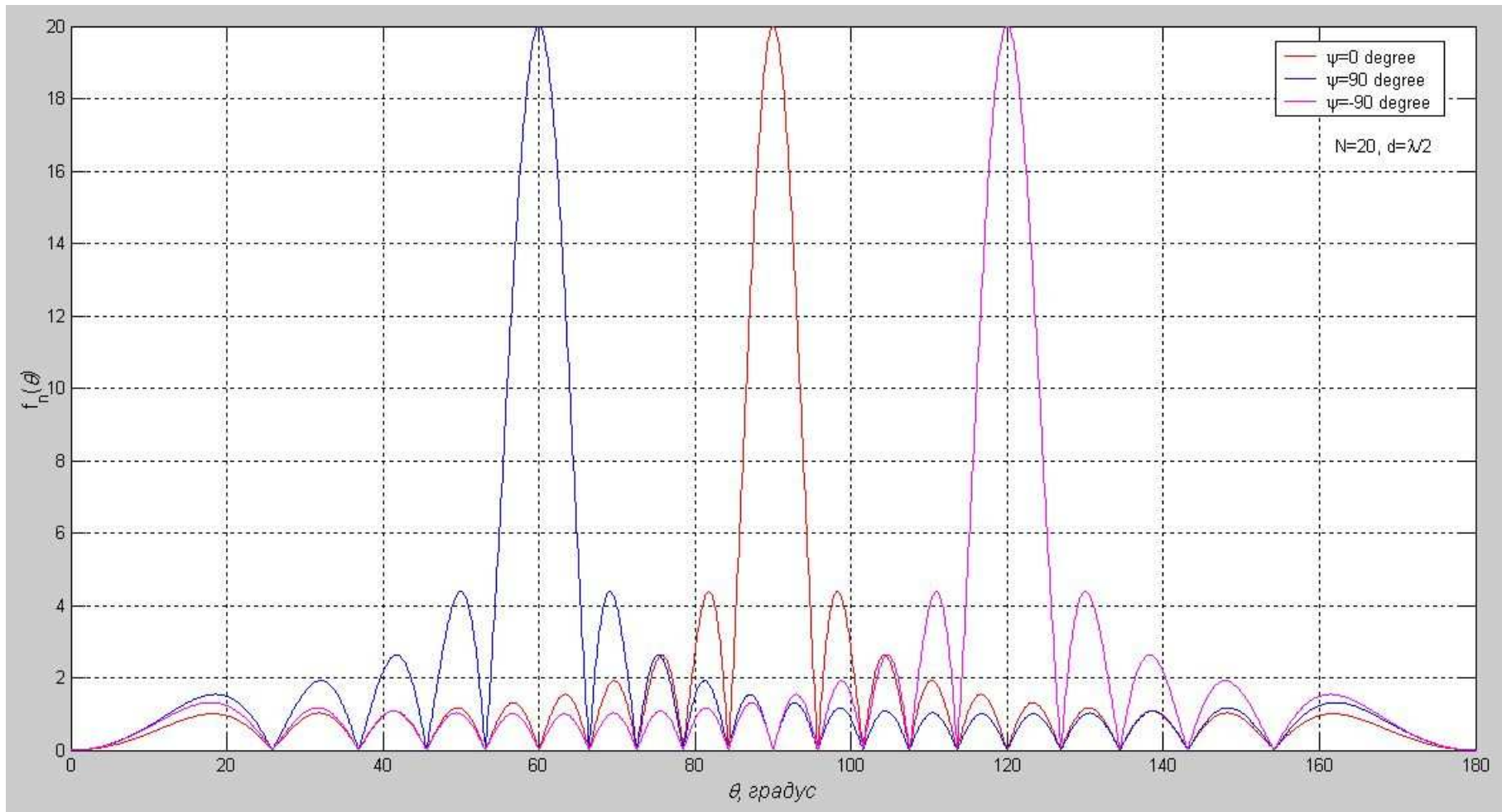
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



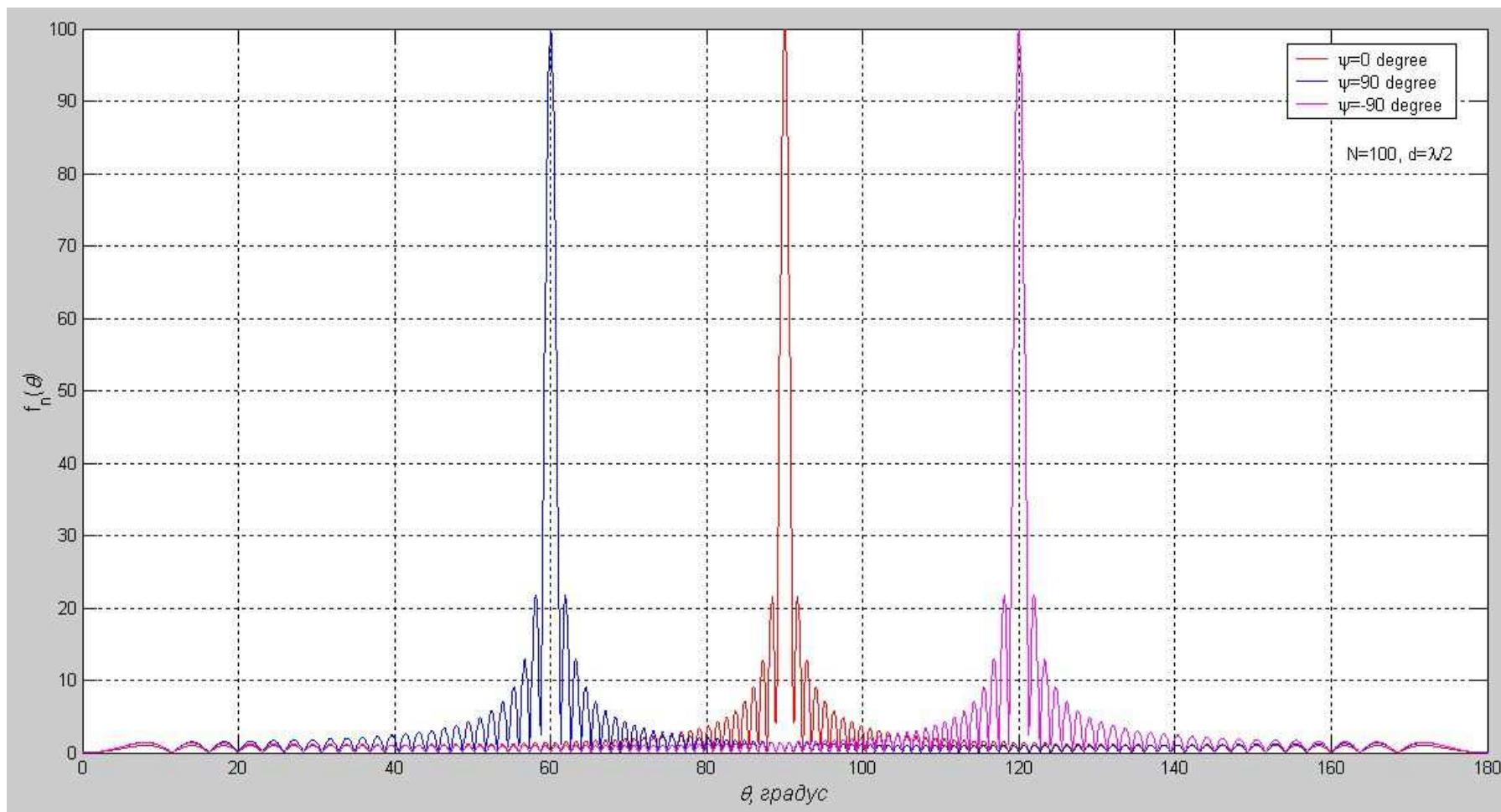
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



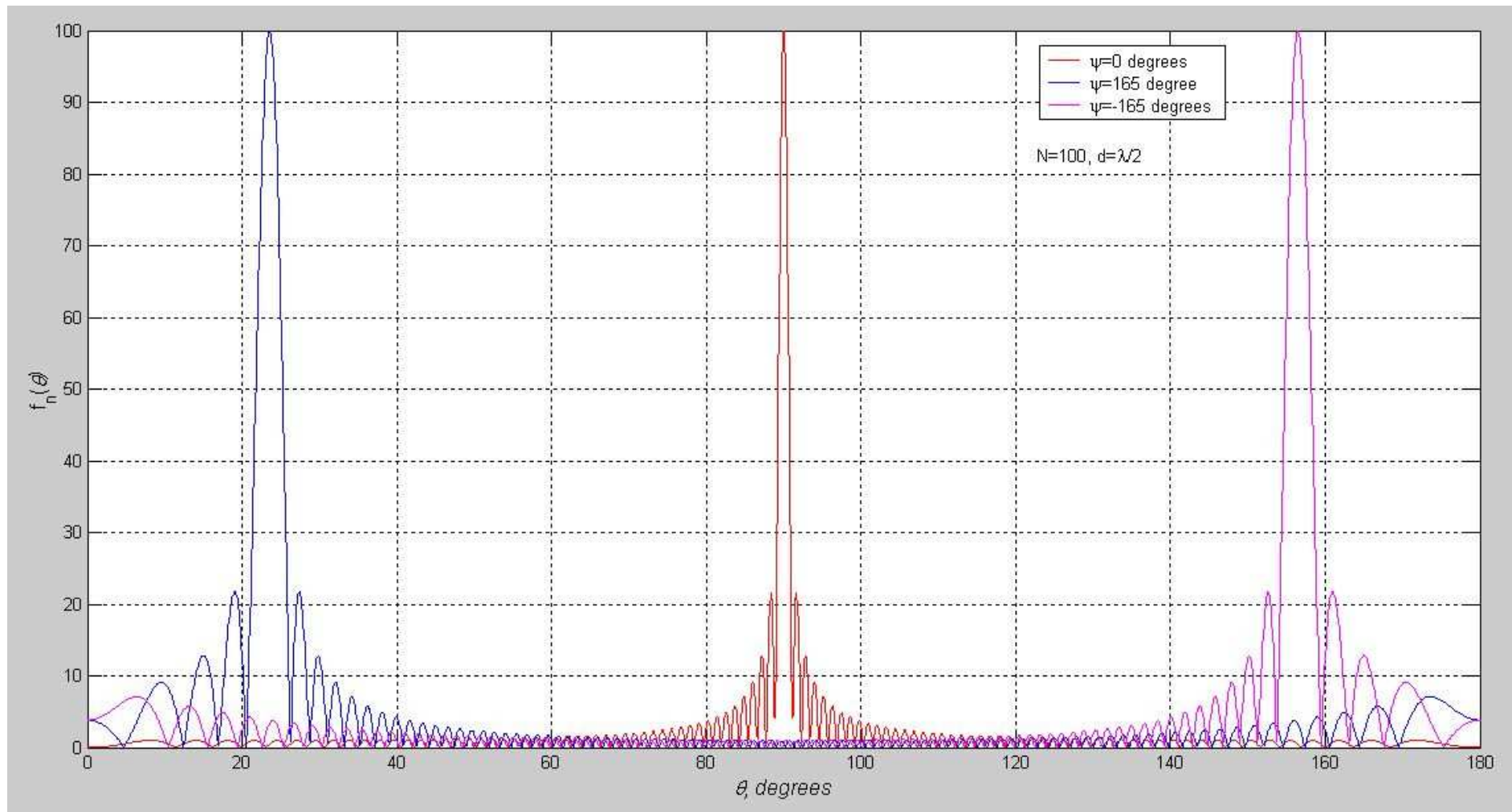
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



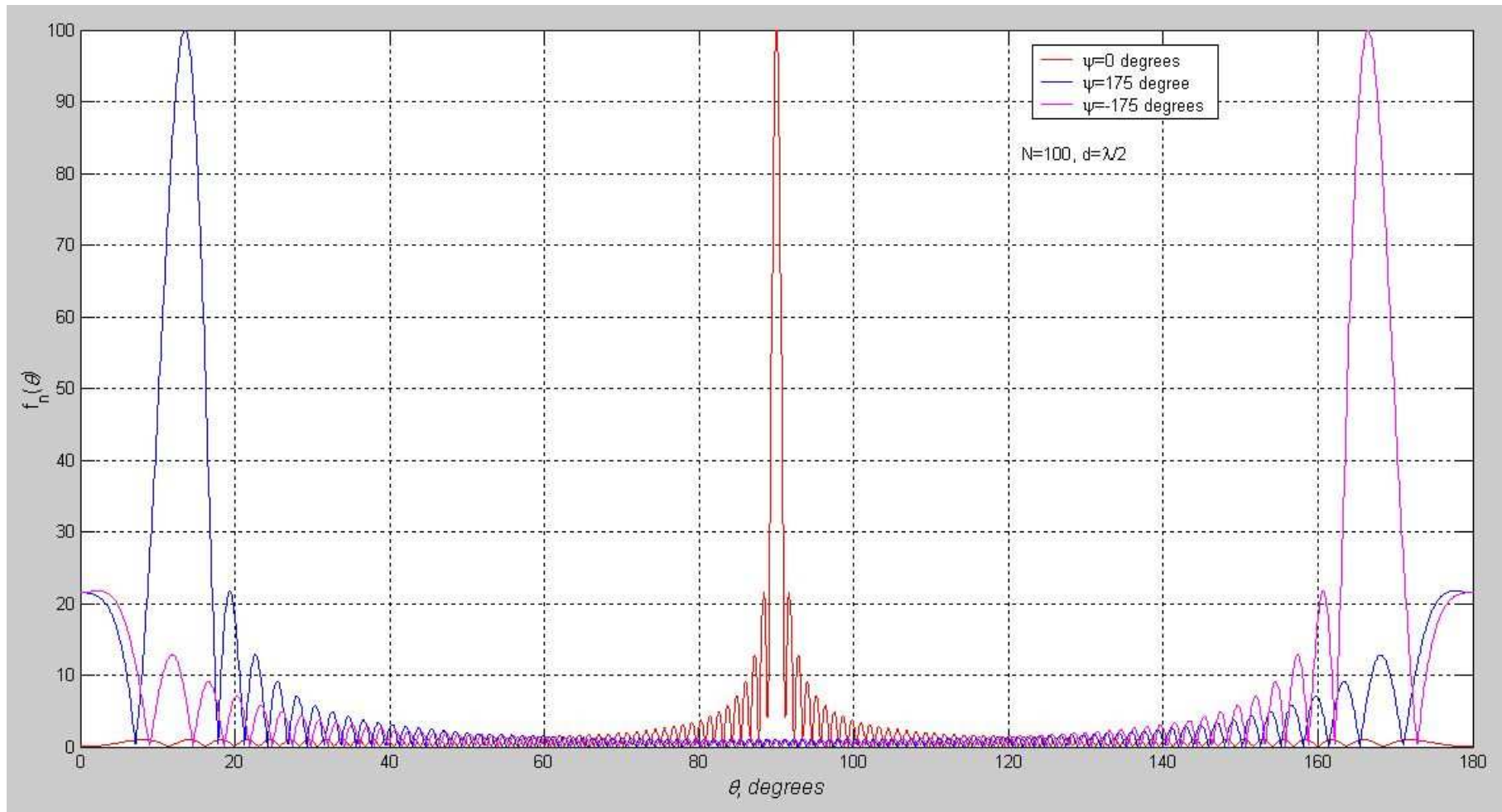
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



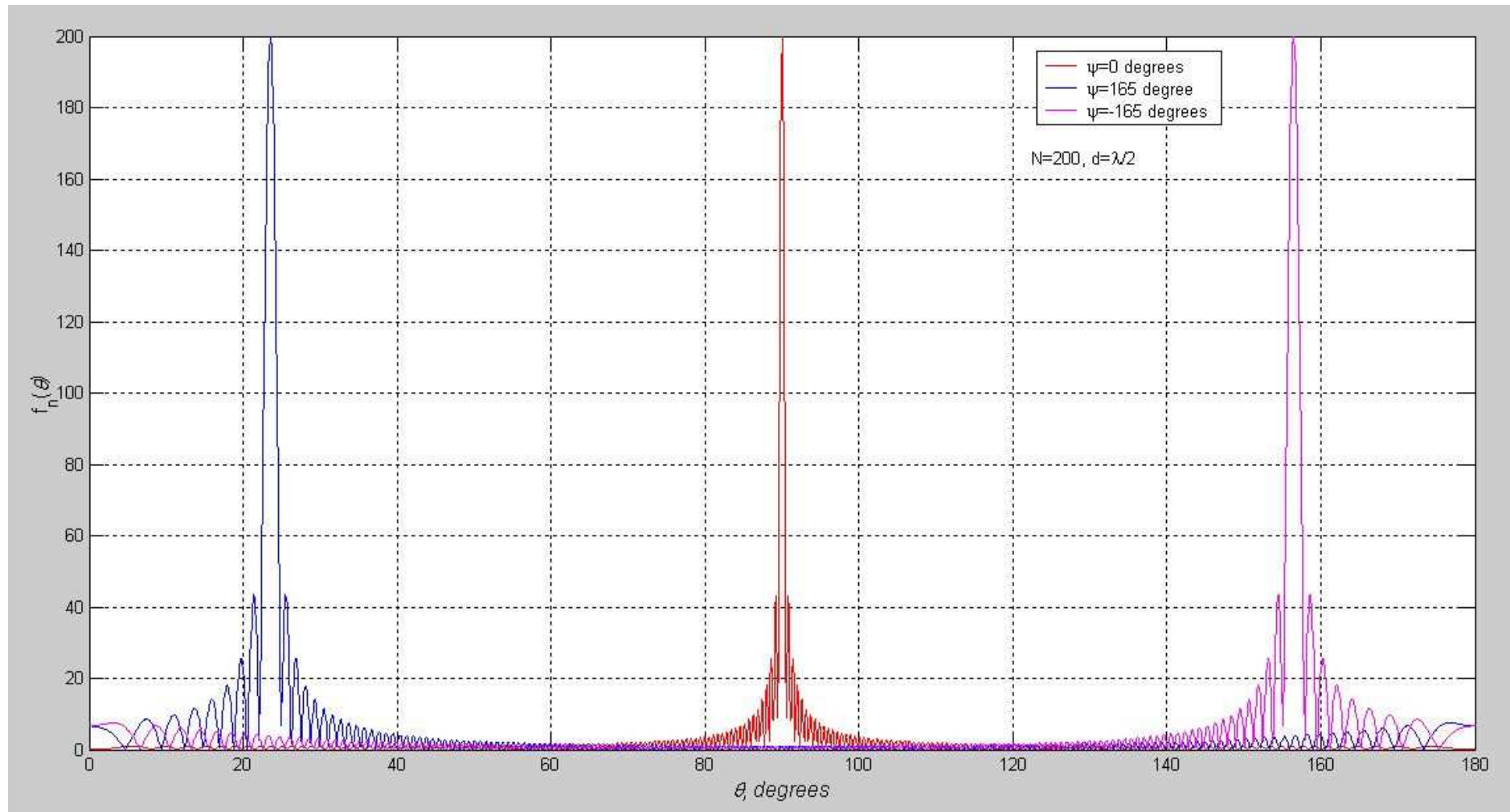
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



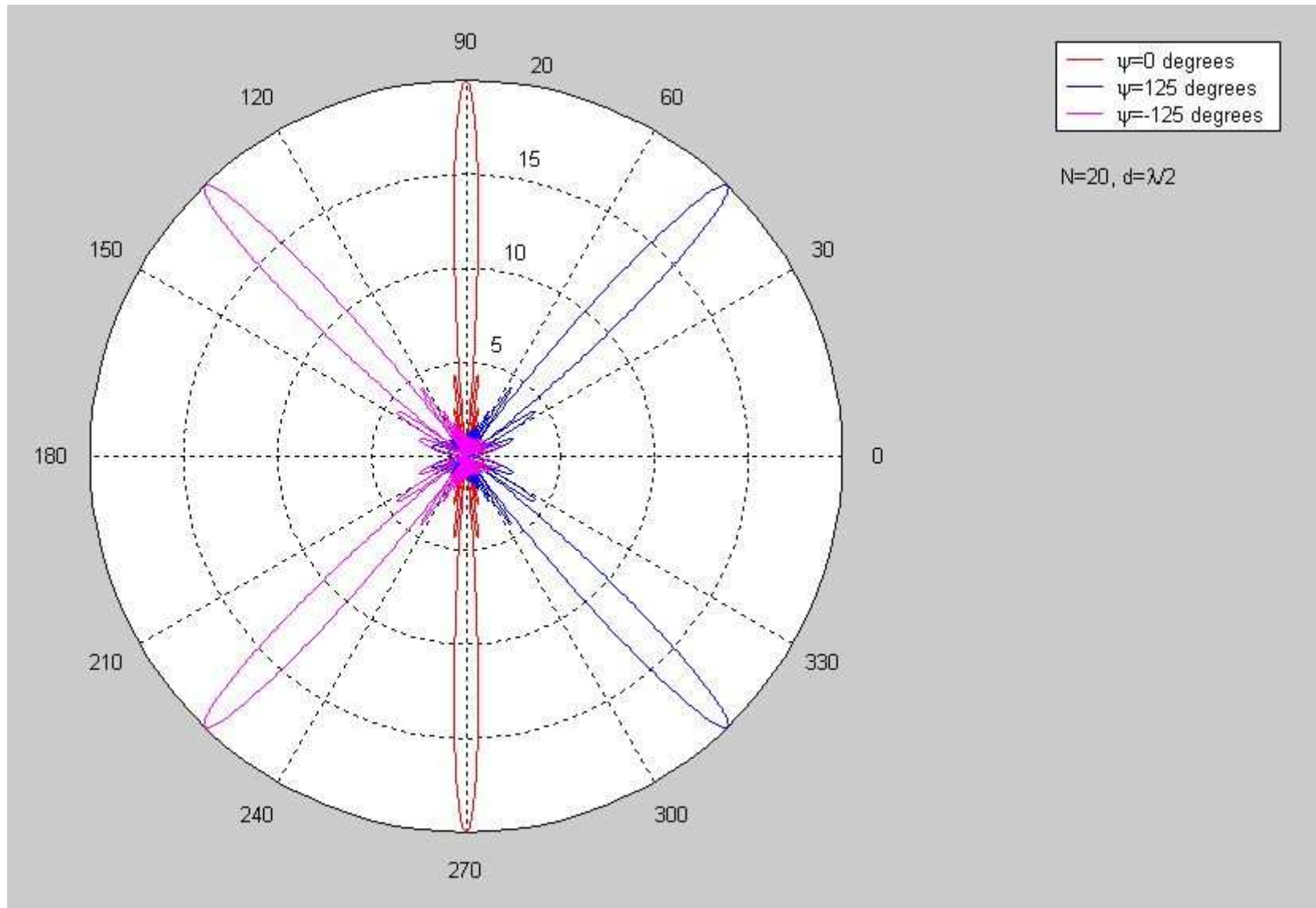
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



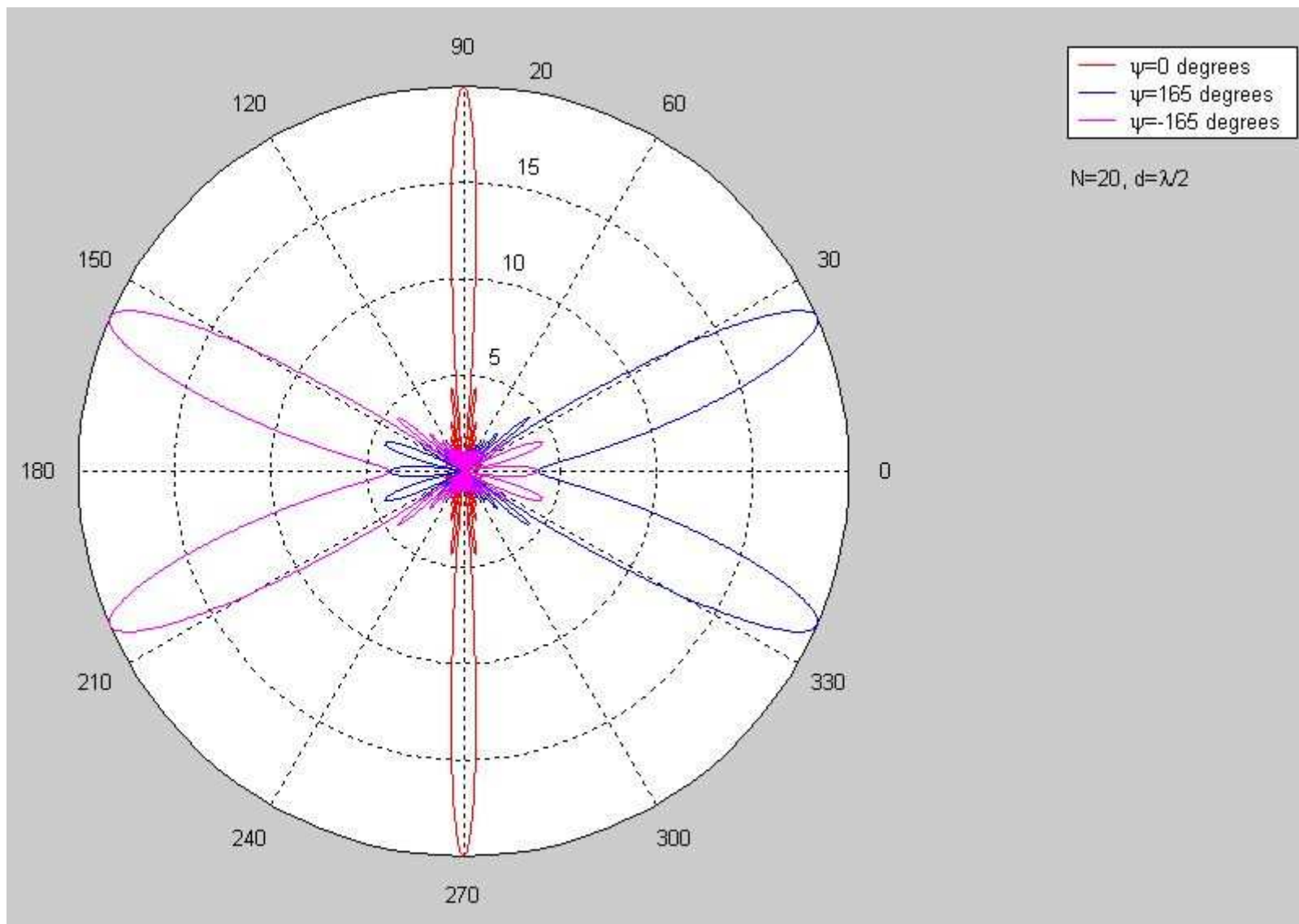
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



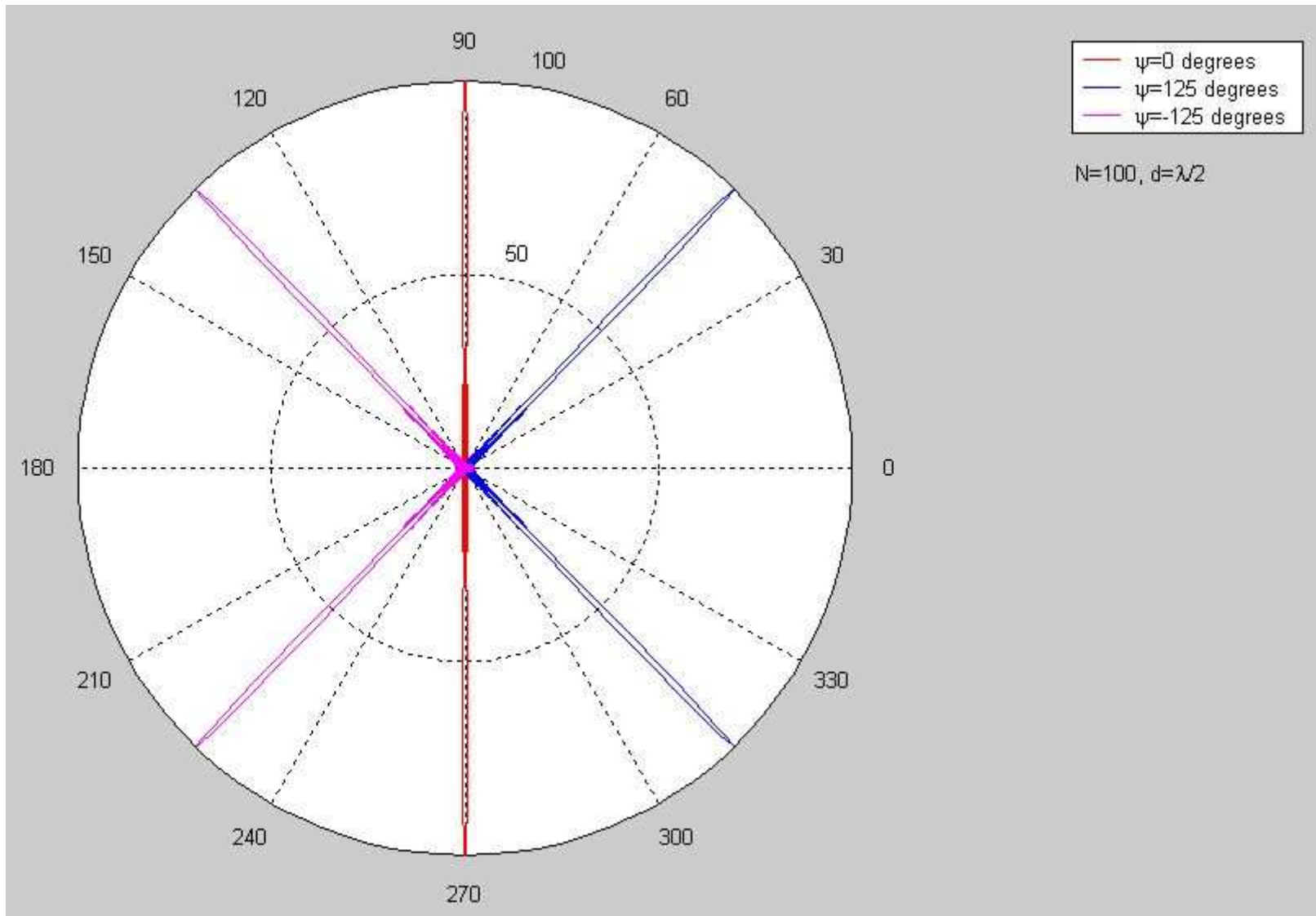
Синфазна система неспрямованих випромінювачів



Синфазна система неспрямованих випромінювачів



Синфазна система неспрямованих випромінювачів



Синфазна система неспрямованих випромінювачів

З наведених рисунків видно, що максимум випромінювання повертається

по мірі зсуву фаз

Цю зміну називають хитанням променя та використовують, наприклад, для огляду простору у радіолокаційних та радіонавігаційних системах, керування потоками даних у системах мобільного зв'язку.