Аналіз і синтез випромінюючих систем

Основні співвідношення для лінійної антенної решітки

Теорема перемноження діаграм напрямленостей

Теорема перемноження діаграм напрямленостей

Отримання спрямованого випромінювання АР пояснюється інтерференцією полів, створюваних окремими випромінювачами. Внаслідок цього ДН АР залежить як від типу випромінювачів, так і від їхнього розташування, від відстані між ними, від довжини хвилі та співвідношення між амплітудами та фазами струмів у випромінювачах. Відповідним розташуванням випромінювачів та збудженням у них струмів можна отримати самі різноманітні ДН.

Вектор напруженості поля, створюваного всіма випромінювачами, буде дорівнювати сумі всіх N векторів напруженостей полів, тобто при підсумовуванні полів у розглядуваній точці потрібно враховувати орієнтацію кожного вектора у просторі (поляризацію), в також його амплітуду та фазу.

Якщо розглядувана система складається з випромінювачів різного типу, довільно розташованих у просторі, задачу підсумовування полів не можна спростити і у загальному випадку розв’язок виходить доволі громіздким.

Теорема перемноження діаграм напрямленостей

Проте для системи ідентичних випромінювачів за їхньої однакової орієнтації у просторі загальний вираз для результуючої напруженості поля дещо спрощується. У цьому випадку напруженість поля, створюваного кожним окремим випромінювачем системи у віддаленій точці простору, буде, зокрема, характеризуватись однаковою поляризацією. Тому амплітуду загальної напруженості поля системи можна визначити як суму комплексних амплітуд складових:

$$\vec{E} = \sum_{n=1}^{N} \vec{E}_n . \qquad (1)$$

Для розглядуваної системи:

$$h_{д1} = h_{д2} = \ldots = h_{дn} = h_{д} ,$$

$$F_1(\theta,\varphi) = F_2(\theta,\varphi) = \ldots = F_n(\theta,\varphi).$$

Крім цього, враховуючи те, що лінійні розміри системи джерел обмежені та малі порівняно з відстанню до точки спостереження, для амплітудного множника можна прийняти:

$$r_1 \cong r_2 \cong \ldots \cong r_{\mathrm{n}} \cong r.$$

Теорема перемноження діаграм напрямленостей

Тому вираз (1) можна спростити, винісши спільні множники за знак суми:

$$\vec{E} = i\,\frac{30kh_{\text{д}}F_1(\theta,\varphi)}{r}\sum_{n=1}^{N}\dot{I}_n e^{-ikr_n} = \left[\,B = i30kh_{\text{д}}\,\frac{\dot{I}_1}{r}\right] =$$

$$= BF_1(\theta,\varphi)\sum_{n=1}^{N}\frac{\dot{I}_n}{\dot{I}_1}e^{-ikr_n}\,, \tag{2}$$

Тут $I_1 -$ струм першого випромінювача.

Якщо припустити, що всі випромінювачі розглядуваної системи є абсолютно неспрямованими, тобто множник $F_1(\theta,\varphi)$ не залежить від кутів, і тому його прийняти рівним одиниці. Тоді

$$\boxed{\vec{E} = B\sum_{n=1}^{N}\frac{\dot{I}_n}{\dot{I}_1}e^{-ikr_n}\,.} \tag{3}$$

Теорема перемноження діаграм напрямленостей

Даний вираз визначає напруженість поля у довільному напрямі (відстань r_n залежить від кутів θ, φ).

Абсолютне значення цього виразу визначає діаграму напрямленості системи з N неспрямованих випромінювачів, збуджуваних струмами I_{n}.

Якщо ввести позначення (**множник решітки**)

$$\left| \sum_{n=1}^{N} \frac{\dot{I}_n}{\dot{I}_1} e^{-ikr_n} \right| = f_N(\theta, \varphi), \tag{4}$$

тоді (2) можна переписати так:

$$E = BF_1(\theta, \varphi) f_N(\theta, \varphi)$$

Множник В не впливає на форму ДН, яку можна записати так:

Теорема перемноження діаграм напрямленостей

$$f(\theta,\varphi)=F_1(\theta,\varphi)f_N(\theta,\varphi). \tag{5}$$

Це і є теорема перемноження діаграм напрямленостей:

діаграма напрямленості системи з *N* ідентичних та однаково орієнтованих спрямованих випромінювачів визначається добутком діаграми напрямленості одиничного випромінювача на діаграму напрямленості тієї ж системи з *N* уявних неспрямованих випромінювачів.

Вираз (5) має дуже велике значення у теорії антен, оскільки він у багатьох випадках спрощує дослідження питання про ДН складних антенних систем. Множник (4) ще називають множник решітки (множник системи).

Поле лінійної системи ідентичних випромінювачів

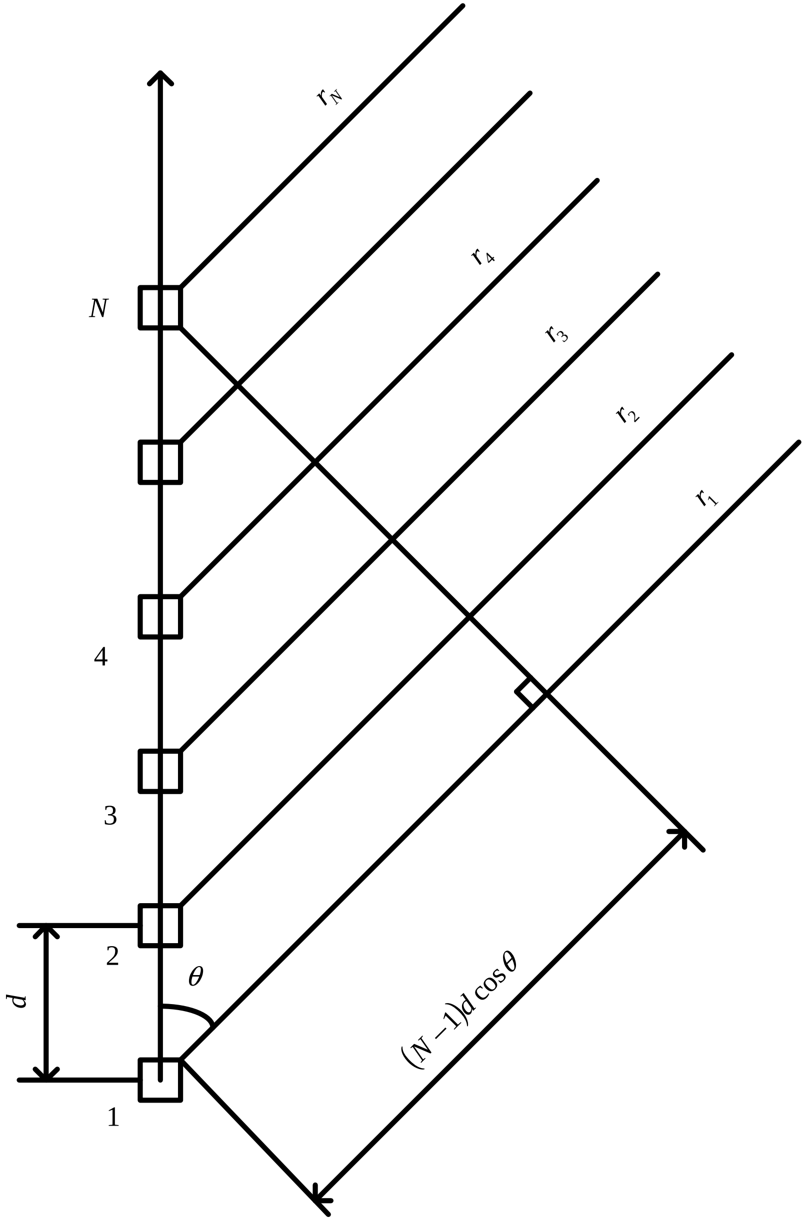
Вираз (4) можна спростити при розташуванні випромінювачів уздовж прямої лінії на однакових відстанях один від одного (лінійна еквідистантна решітка) – рисунок на наступному слайді.

Нехай лінія розташування випромінювачівспівпадає з полярною віссю z сферичної системи координат, початок якої перебуває у центрі випромінювача 1. Тоді напрям на точку спостереження, розташовану на досить великій відстані, буде визначатись меридіональним кутом сферичної системи координат.

З рисунка випливає:

$$\begin{aligned} r_2 &= r_1 - d\cos\theta, \\ r_3 &= r_1 - 2d\cos\theta, \\ &\dots \\ r_{\mathrm{n}} &= r_1 - (n-1)d\cos\theta, \\ &\dots \\ r_{\mathrm{N}} &= r_1 - (N-1)d\cos\theta. \end{aligned} \tag{6}$$

Поле лінійної системи ідентичних випромінювачів



Лінійна система ідентичних випромінювачів

Поле лінійної системи ідентичних випромінювачів

Підставляючи (6) у (2), отримаємо:

$$E = BF_1(\theta,\varphi)\sum_{n=1}^{N}\frac{\dot{I}_n}{\dot{I}_1}e^{-ik\left[r_1-(n-1)d\cos\theta\right]} = \tag{7}$$

$$= Be^{-ikr_1}F_1(\theta,\varphi)\sum_{n=1}^{N}\frac{\dot{I}_n}{\dot{I}_1}e^{i\left[k(n-1)d\cos\theta\right]}.$$

Модуль виразу (7) визначає собою ДН лінійної системи ідентичних випромінювачів. Множник

$$f_N(\theta) = \left|\sum_{n=1}^{N}\frac{\dot{I}_n}{\dot{I}_1}e^{i\left[k(n-1)d\cos\theta\right]}\right| \tag{8}$$

є множником решітки, який визначає ДН лінійної системи неспрямованих випромінювачів. Цей вираз показує, що ця ДН не залежить від азимутального кута φ сферичної системи координат.

Поле лінійної системи ідентичних випромінювачів

Ця обставина дозволяє використовувати теорему перемноження діаграм напрямленостей для будь-якої площини $\varphi = const$ у просторі, використовуючи один і той самий множник системи (8).

Вираз (8) можна суттєво спростити для лінійної системи з випромінювачами, у яких амплітуди струмів однакові, а фази змінюються за лінійним законом (еквідистантна рівноамплітудна АР). Такі АР часто використовують, тому вони становлять практичний інтерес.

Оскільки у даному випадку цікавить лише відносна зміна напруженості поля у різних напрямах, амплітуди струмів I_n всіх випромінювачів можна прирівняти до одиниці.

Лінійний закон зміни фази струмів можна записати так:

$$\psi_n = (N-1)\psi, \tag{9}$$

де $\psi -$ кут зсуву фаз між струмами сусідніх випромінювачів, тобто

$$\begin{gathered} I_2 = I_1 e^{-i\psi}, I_3 = I_2 e^{-i\psi} = I_1 e^{-i2\psi}, \\ I_n = I_{n-1} e^{-i\psi} = I_1 e^{-i(n-1)\psi}. \end{gathered} \tag{10}$$

Поле лінійної системи ідентичних випромінювачів

Підставивши (10) у (7) та враховуючи те, що амплітуди струмів прирівняно до одиниці, отримаємо:

$$\vec{E} = Be^{-ikr_1} F_1(\theta, \varphi) \sum_{n=1}^{N} e^{i[(n-1)(kd\cos\theta - \psi)]}. \qquad (11)$$

У цей вираз входить сума з N членів геометричної прогресії, перший член якої дорівнює одиниці, а знаменник

$$q = e^{i(kd\cos\theta - \psi)} = [b = kd\cos\theta - \psi] = e^{ib}.$$

Поле лінійної системи ідентичних випромінювачів

Сума N членів геометричної прогресії:

$$\sum_{n=1}^{N} q^{N-1} = \frac{q^N - 1}{q-1} = \frac{e^{ibN} - 1}{e^{ib} - 1} = \frac{e^{i\frac{b}{2}(N-1)} \sin\frac{Nb}{2}}{\sin\frac{b}{2}} =$$

$$= e^{i\frac{N-1}{2}(kd\cos\theta - \psi)} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd\cos\theta - \psi)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd\cos\theta - \psi)\right]}. \qquad (12)$$

Поле лінійної системи ідентичних випромінювачів

Підставляючи (12) у (2), отримаємо:

$$\vec{E} = B\exp\left\{-i\left[k\left(r_1 - \frac{n-1}{2}d\cos\theta\right) + \frac{(n-1)\psi}{2}\right]\right\}\times$$

$$\times F_1(\theta,\psi)\frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd\cos\theta-\psi)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd\cos\theta-\psi)\right]}. \qquad (13)$$

Множник $r_1 - \frac{n-1}{2}d\cos\theta = r_0$ у показнику є відстань від середини антенної системи до точки спостереження, а $\frac{(n-1)\psi}{2} = \psi_0$ визначає фазовий кут струму, який відповідає цій же середній точці антени.

Поле лінійної системи ідентичних випромінювачів

З урахуванням цих позначень (13) можна переписати так:

$$\vec{E} = BF_1(\theta,\psi)\frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd\cos\theta-\psi)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd\cos\theta-\psi)\right]}\exp\left[-i(kr_0+\psi_0)\right]. \quad (14)$$

Фазовий множник виразу (14)

$$\exp\left[-i(kr_0+\psi_0)\right] \quad (15)$$

визначає фазову характеристику системи, і, відповідно, форму її хвилевої поверхні (поверхні рівних фаз). **За сферичної форми хвилевої поверхні її центр називають фазовим центром антенної системи.**

Поле лінійної системи ідентичних випромінювачів

Амплітуда поля системи випромінювачів відрізняється від амплітуди поля одинарного випромінювача множником:

$$f_N(\theta)=\frac{\sin\left[\frac{N}{2}\left(kd\cos\theta-\psi\right)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}\left(kd\cos\theta-\psi\right)\right]}. \qquad (15)$$

Цей вираз визначає ДН лінійної системи з *N* неспрямованих випромінювачів і є множником решітки.

З (14) також випливає, що загальний вираз для ДН лінійної системи з N спрямованих випромінювачів визначається виразом:

$$f(\theta,\varphi)=F_1(\theta,\varphi)f_N(\theta). \qquad (16)$$

Поле лінійної системи ідентичних випромінювачів

Вираз (15) визначає ненормовану ДН системи з N неспрямованих випромінювачів, оскільки його максимальне значення відрізняється від одиниці і дорівнює N при

$$kd\cos\theta - \psi = 0. \tag{17}$$

Також можна показати, що N визначає максимально можливе значення виразу (15). Тому нормоване значення цього виразу дорівнює:

$$F_N(\theta) = \frac{1}{N}\frac{\sin\left[\frac{N}{2}\left(kd\cos\theta - \psi\right)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}\left(kd\cos\theta - \psi\right)\right]}. \tag{18}$$

Аналіз множника решітки (випадок двох ізотропних випромінювачів при різних фазових співвідношеннях та відстанях між ними)

Два ізотропних випромінювача

При $N=2$ вираз (15) набуває вигляду:

$$f_N(\theta) = \frac{\sin(kd\cos\theta - \psi)}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd\cos\theta - \psi)\right]} = 2\cos\left(\frac{kd\cos\theta - \psi}{2}\right). \quad (19)$$

Цей вираз визначає ДН двох ізотропних (неспрямованих) випромінювачів, рознесених на відстань *d*, зі струмами, зсунутими по фазі на кут ψ.
Наприклад, це може бути ДН двох вертикальних вібраторів у горизонтальній площині.

Розглянемо низку частинних випадків.

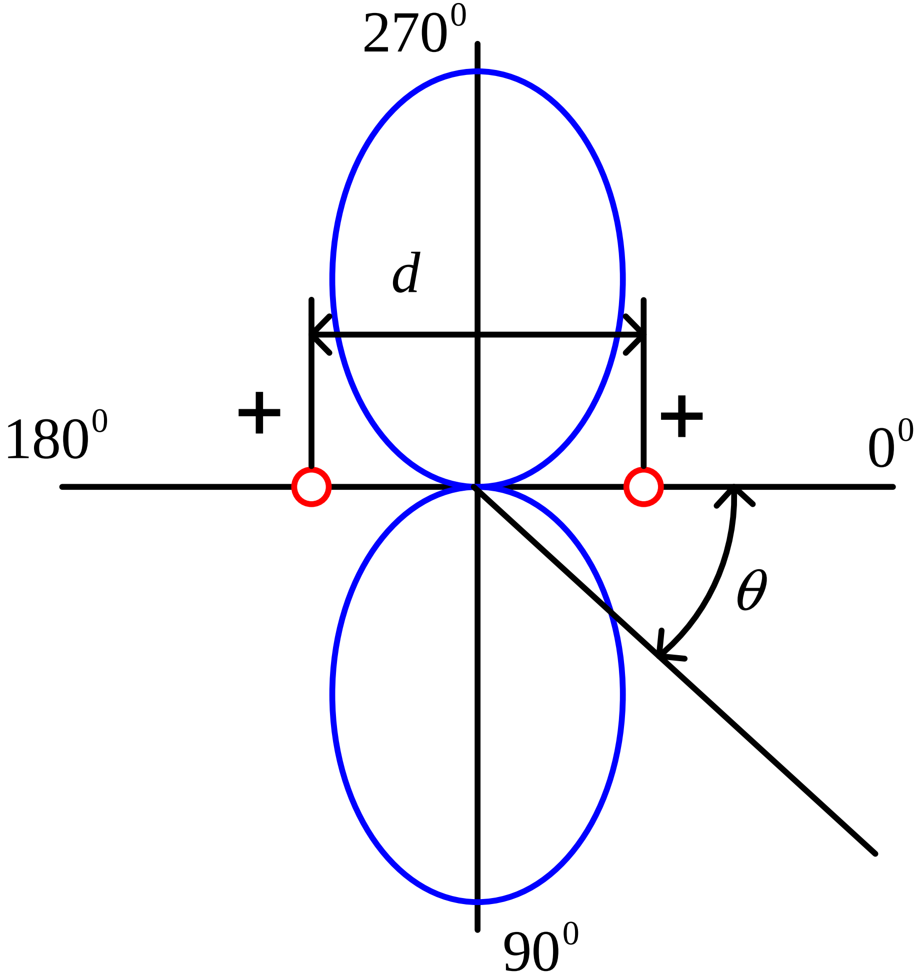
Нехай $d = \lambda/2, \ \psi = 0.$ Тоді

$$f_N(\theta) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right). \quad (20)$$

Два ізотропних випромінювача

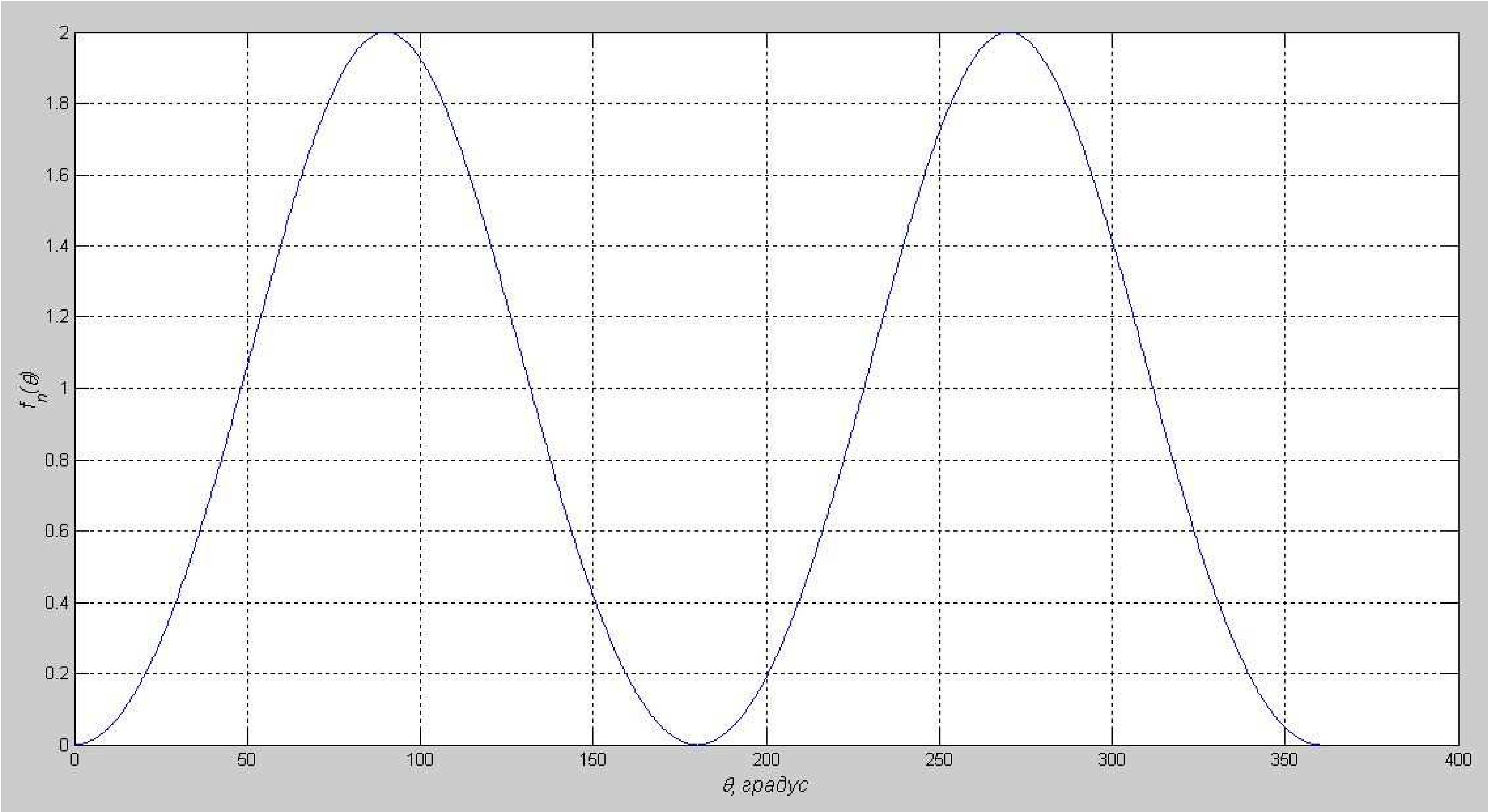
Вираз (20) дорівнюватиме нулю при $\theta = 0,\ \theta = 180^0$ та має максимум при $\theta = 90^0,\ \theta = 270^0$.

Просторова конфігурація двох синфазних вертикальних вібраторів.



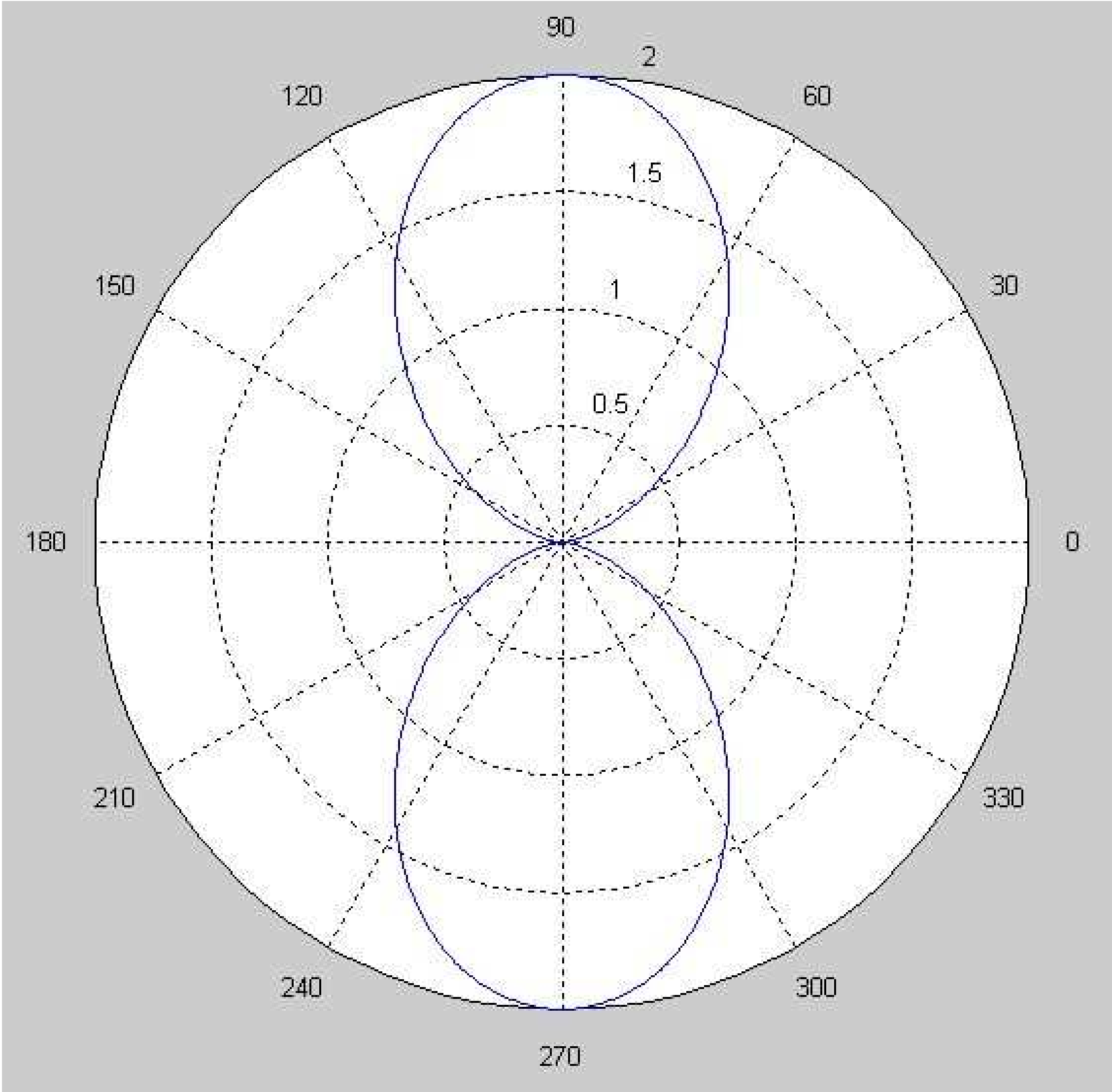
Два ізотропних випромінювача

Результуюча ДН



$$d = \lambda/2, \;\; \psi = 0.$$

Два ізотропних випромінювача



$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0.$$

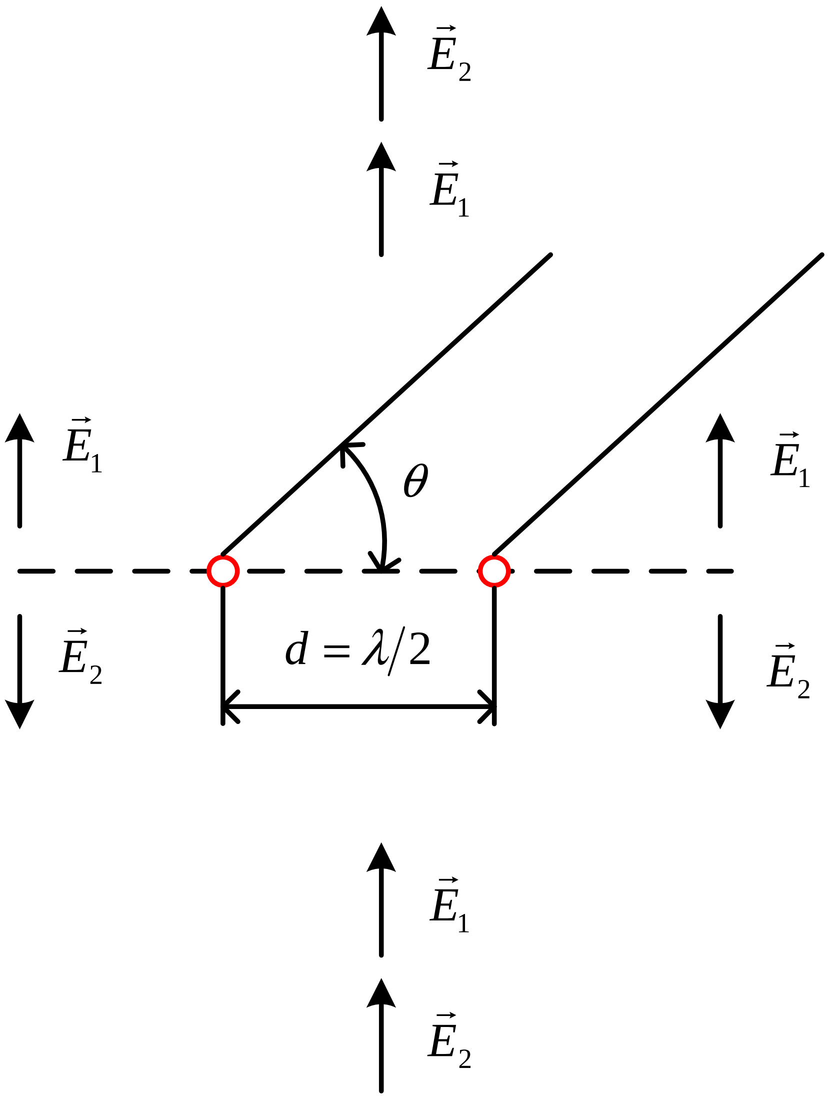
Два ізотропних випромінювача

Таку антенну систему називають синфазною $(\psi = 0)$. **Характерною її рисою є те, що максимуми випромінювання будуть у напрямку, перпендикулярному до лінії розташування випромінювачів.**

У цьому напрямку довжина шляху від кожного випромінювача до точки спостереження буде однаковою. Тому вектори напруженостей полів, створюваних кожним вібратором, будуть у фазі, ***оскільки поля в указаному напрямі будуть запізнюватисьна один і той самий час відносно струмів у вібраторах.***

Мінімуми випромінювання (нулі) будуть уздовж лінії розташування випромінювачів. Пояснюється це тим, що ***хвилі, випромінювані двома синфазними джерелами, у цьому напрямі проходять шляхи, які відрізняються на половину довжини хвилі. В результаті хвилі, які потрапляють з джерел у точку спостереження, будуть у протифазі.*** Відповідні векторні діаграми складання полів показано на наступному слайді.

Два ізотропних випромінювача



Векторна діаграма складання полів

Два ізотропних випромінювача

Тепер $d = \lambda/2,\ \psi = \pi.$ З (15) маємо:

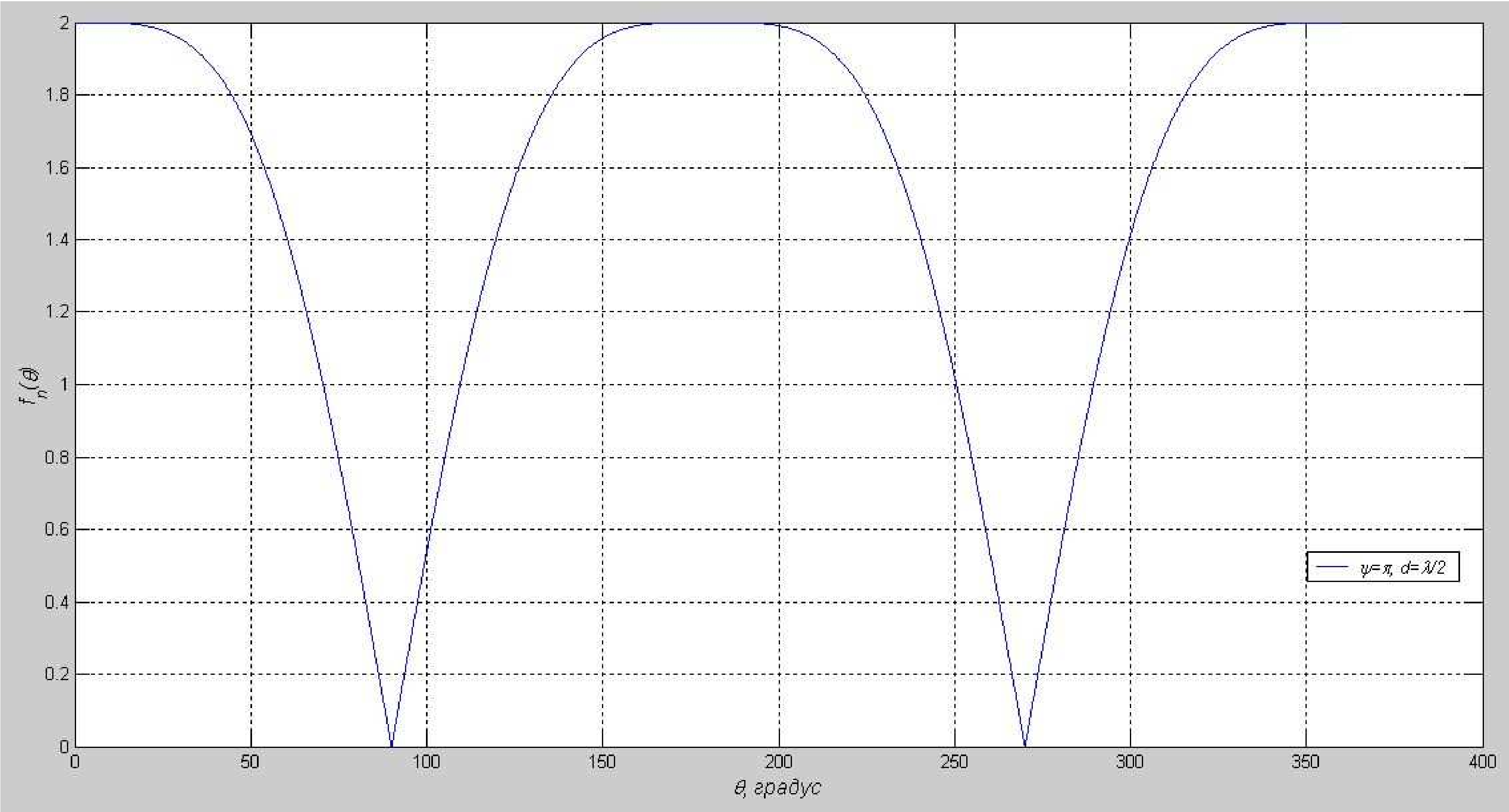
$$f_N(\theta) = 2\cos\left[\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2}\cos\theta - \pi\right)\right] = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right). \qquad (21)$$

Цей **вираз дорівнюватиме нулю при** $\theta = \pm 90^0$ та має **максимум при** $\theta = 0^0,\ \ \theta = 180^0.$

Таку антенну систему (зміннофазну, $\psi = \pi$). Характерною її рисою є те, що максимуми випромінювання будуть уздовж лінії розташування випромінювачів, а мінімуми (нулі) – у напрямку, перпендикулярному до цієї лінії. Така форма ДН обумовлена інтерференцією полів двох джерел, подібно до розглянутої раніше системи двох синфазних випромінювачів.

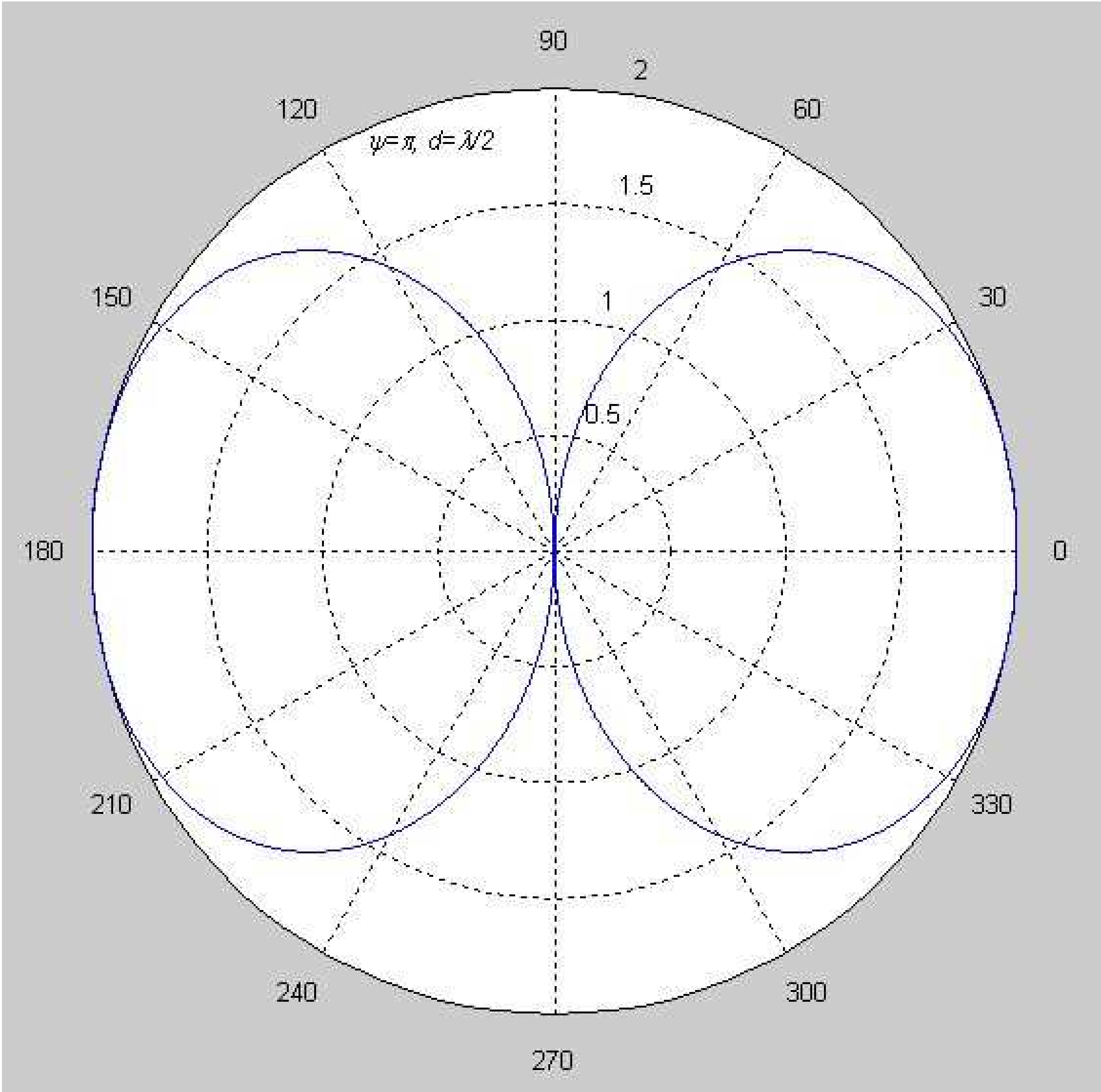
Два ізотропних випромінювача

Результуюча ДН



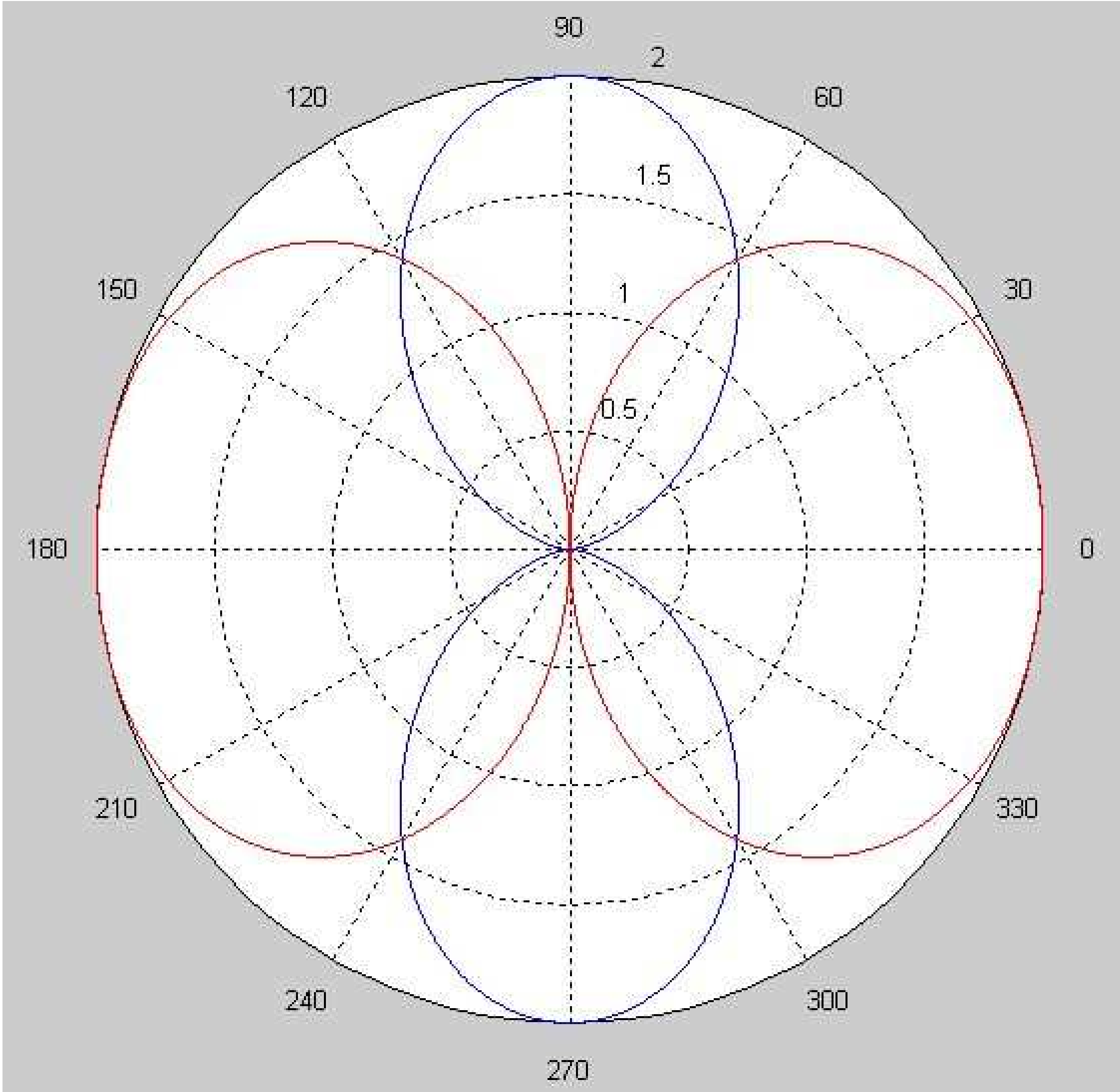
$$d = \lambda/2,\ \psi = \pi.$$

Два ізотропних випромінювача



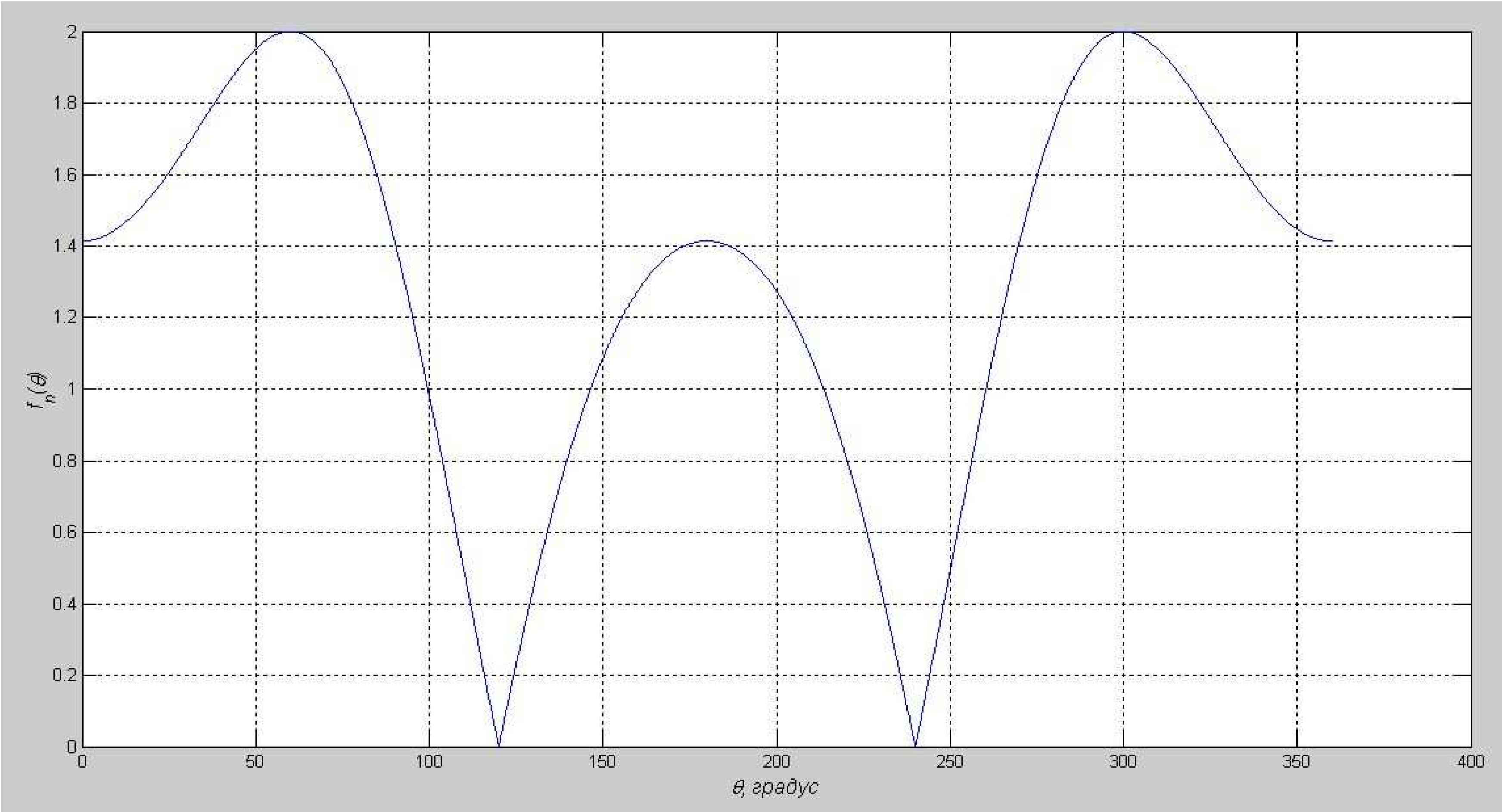
$$d = \lambda/2,\ \psi = \pi.$$

Два ізотропних випромінювача



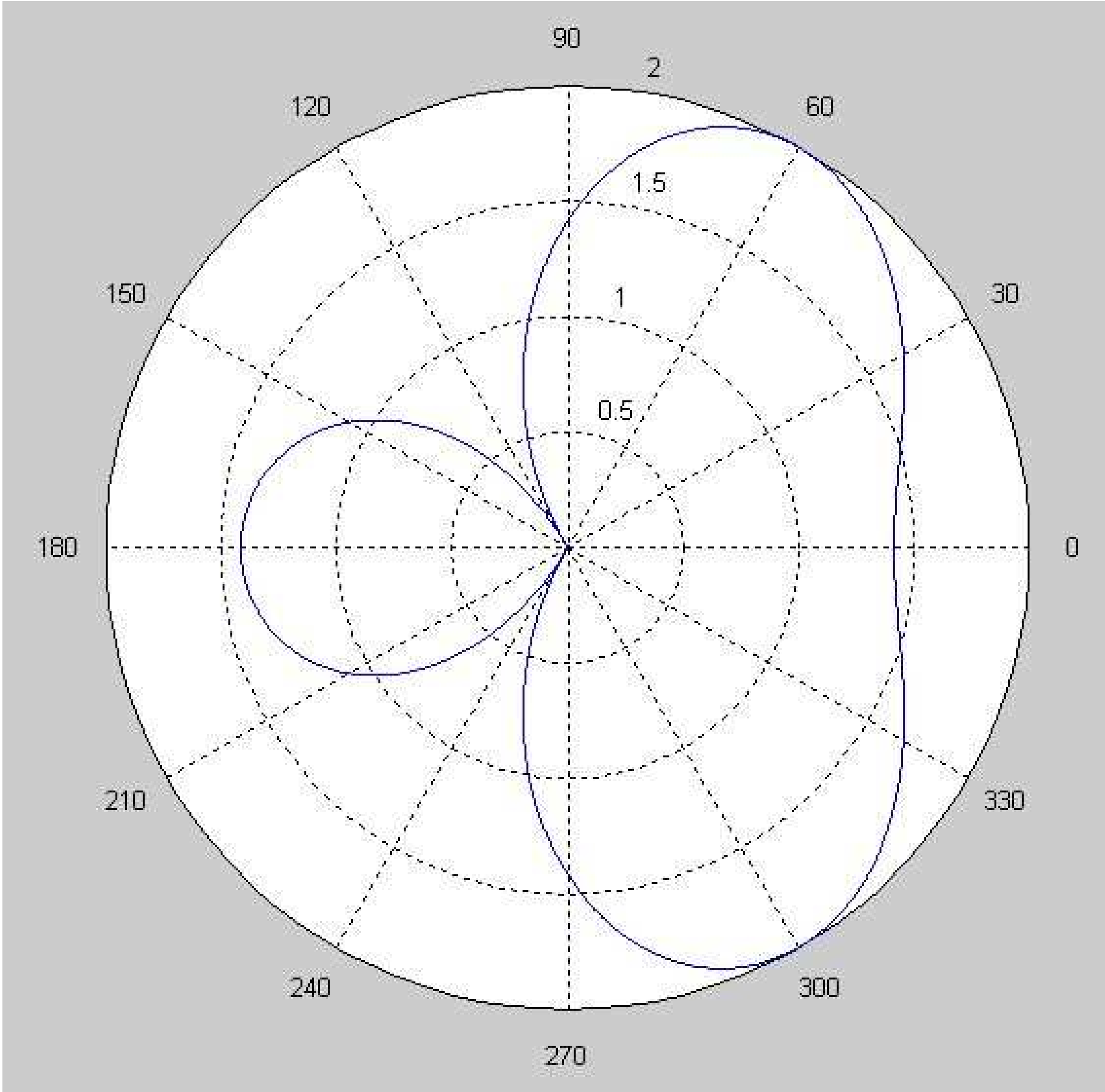
$d = \lambda/2,\ \psi = \pi$ - червоний $d = \lambda/2,\ \psi = 0$ − синій

Два ізотропних випромінювача



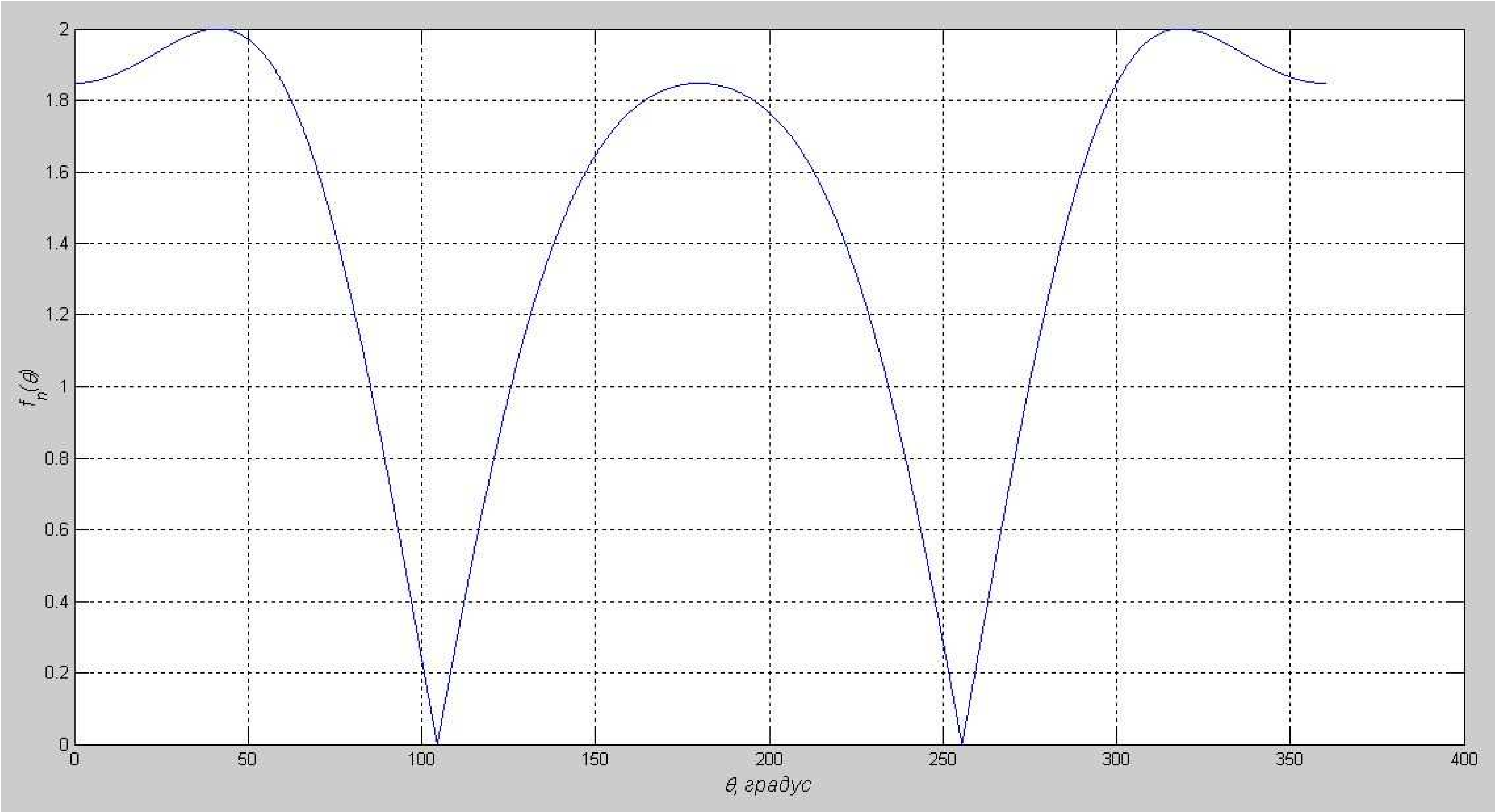
$$d = \lambda/2,\ \psi = \pi/2.$$

Два ізотропних випромінювача



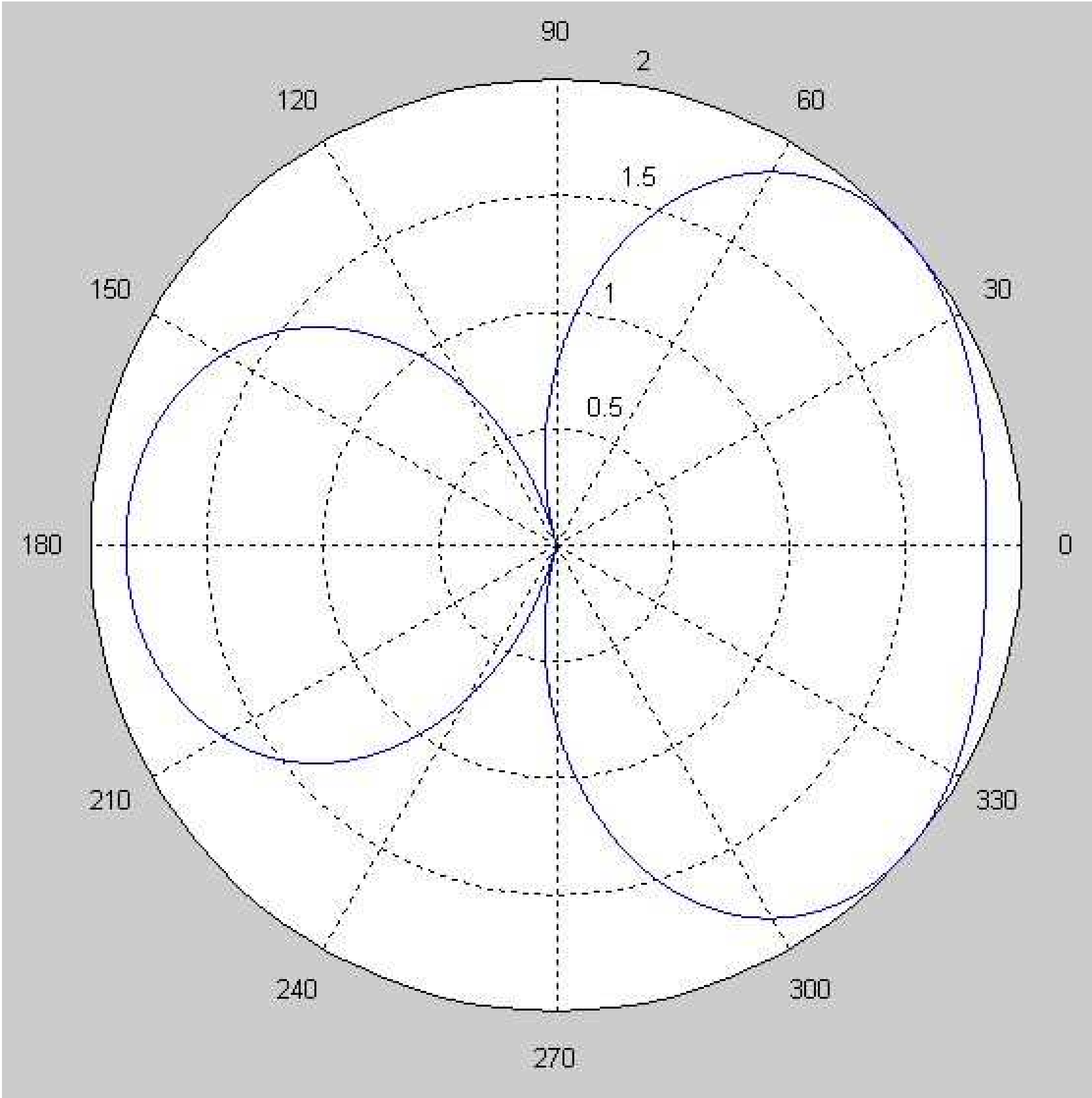
$$d = \lambda/2,\ \psi = \pi/2.$$

Два ізотропних випромінювача



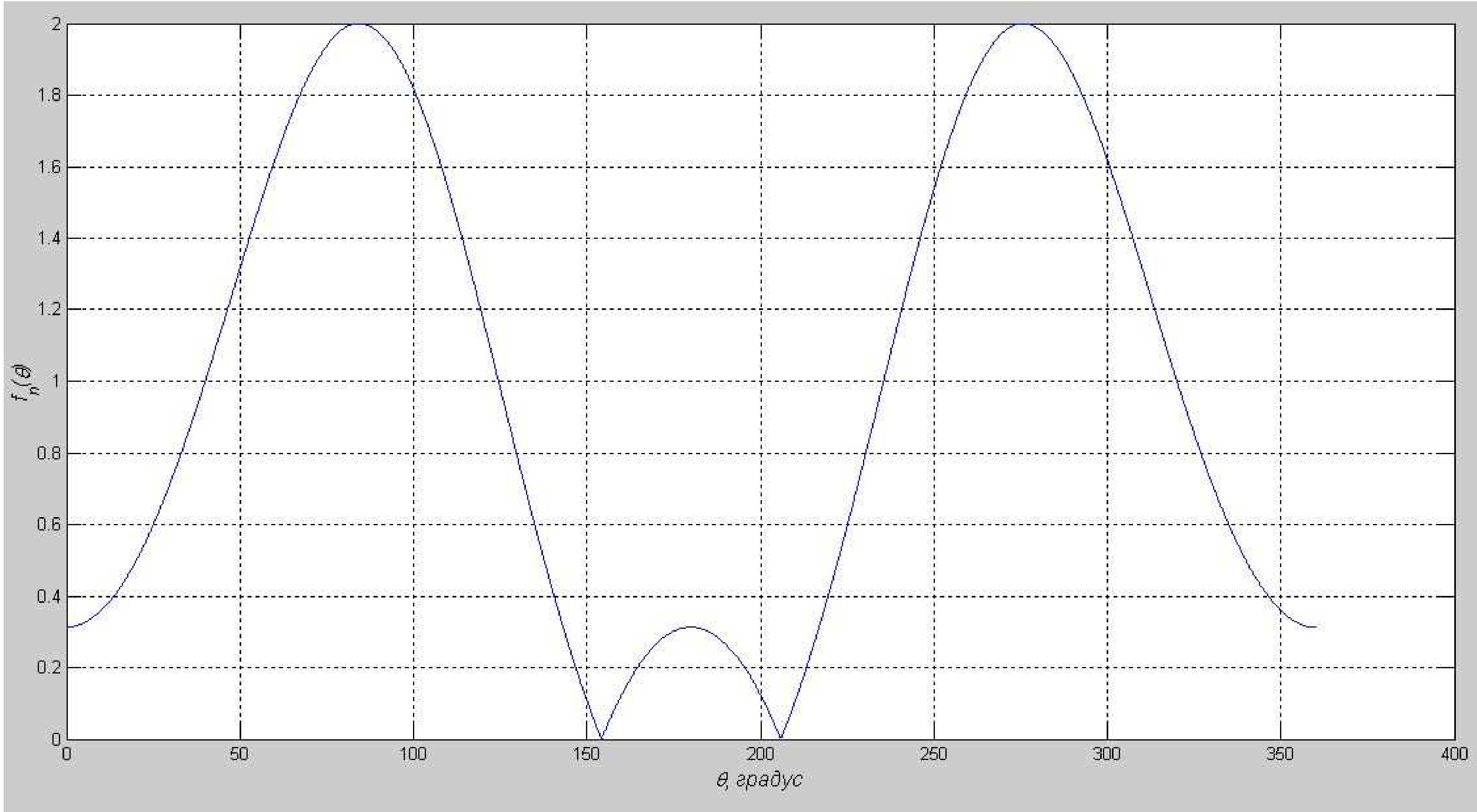
$$d = \lambda/2, \;\; \psi = 3\pi/4.$$

Два ізотропних випромінювача



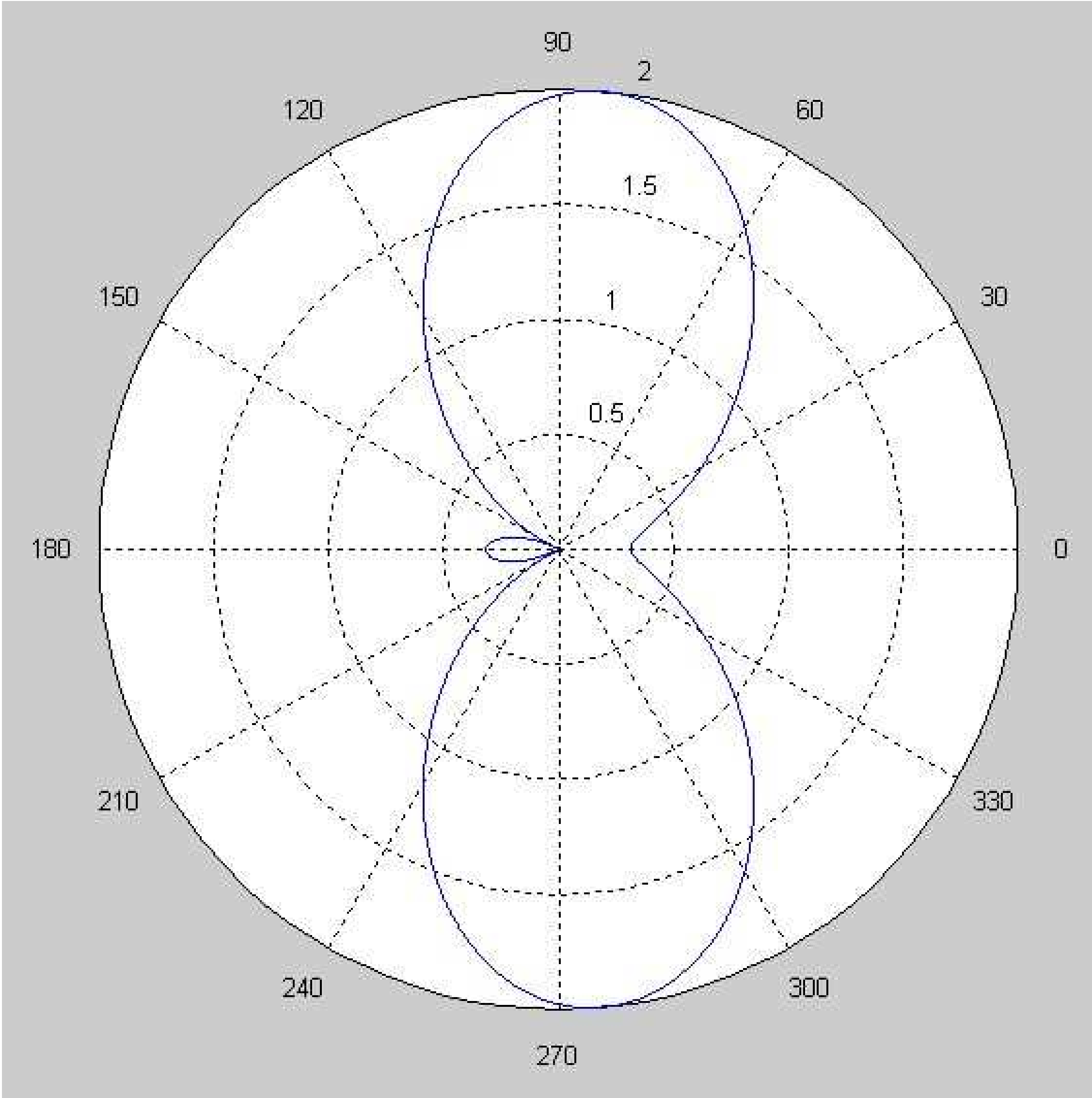
$$d = \lambda/2,\ \psi = 3\pi/4.$$

Два ізотропних випромінювача



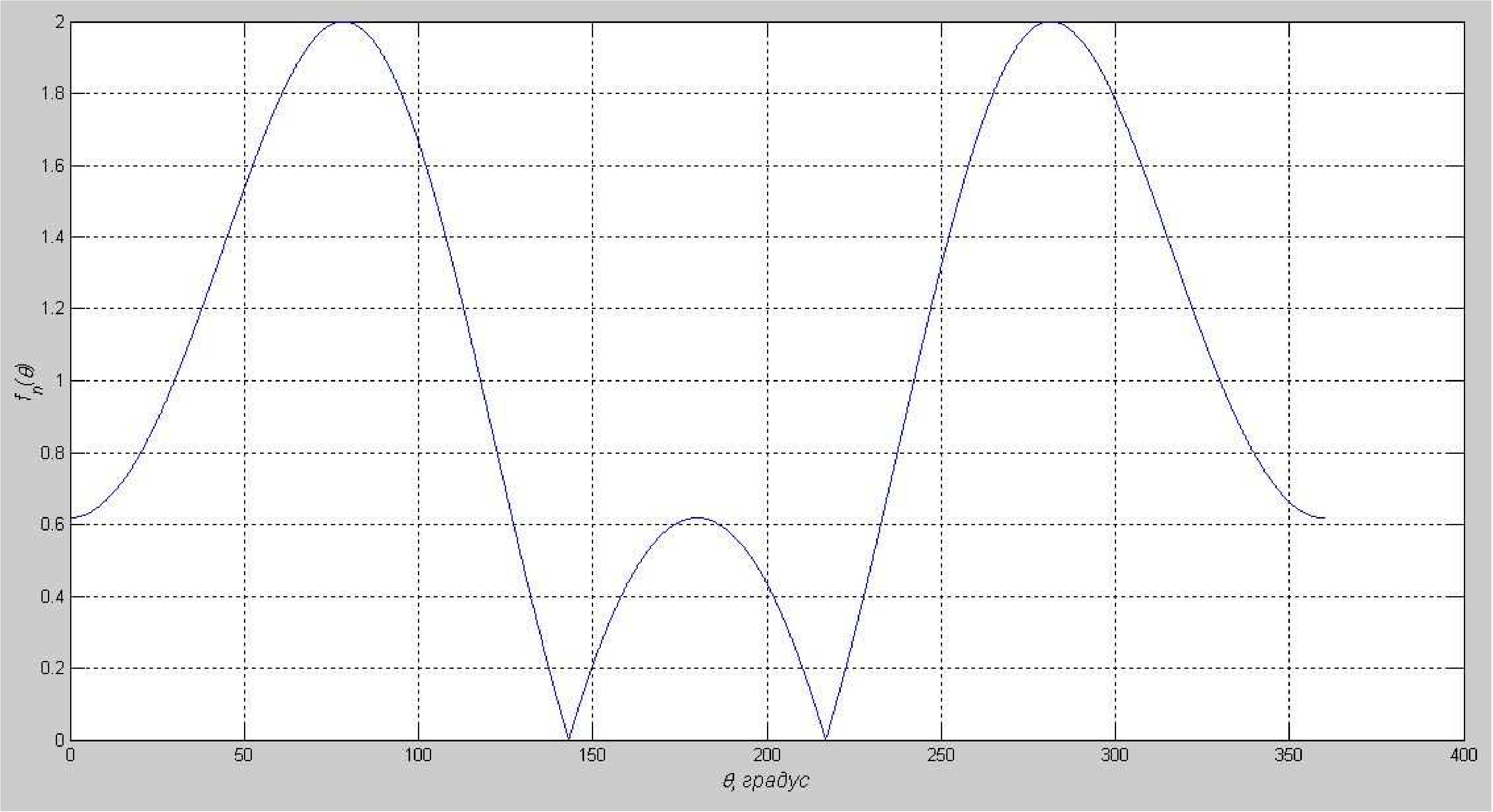
$$d = \lambda/2, \;\; \psi = 0{,}1\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



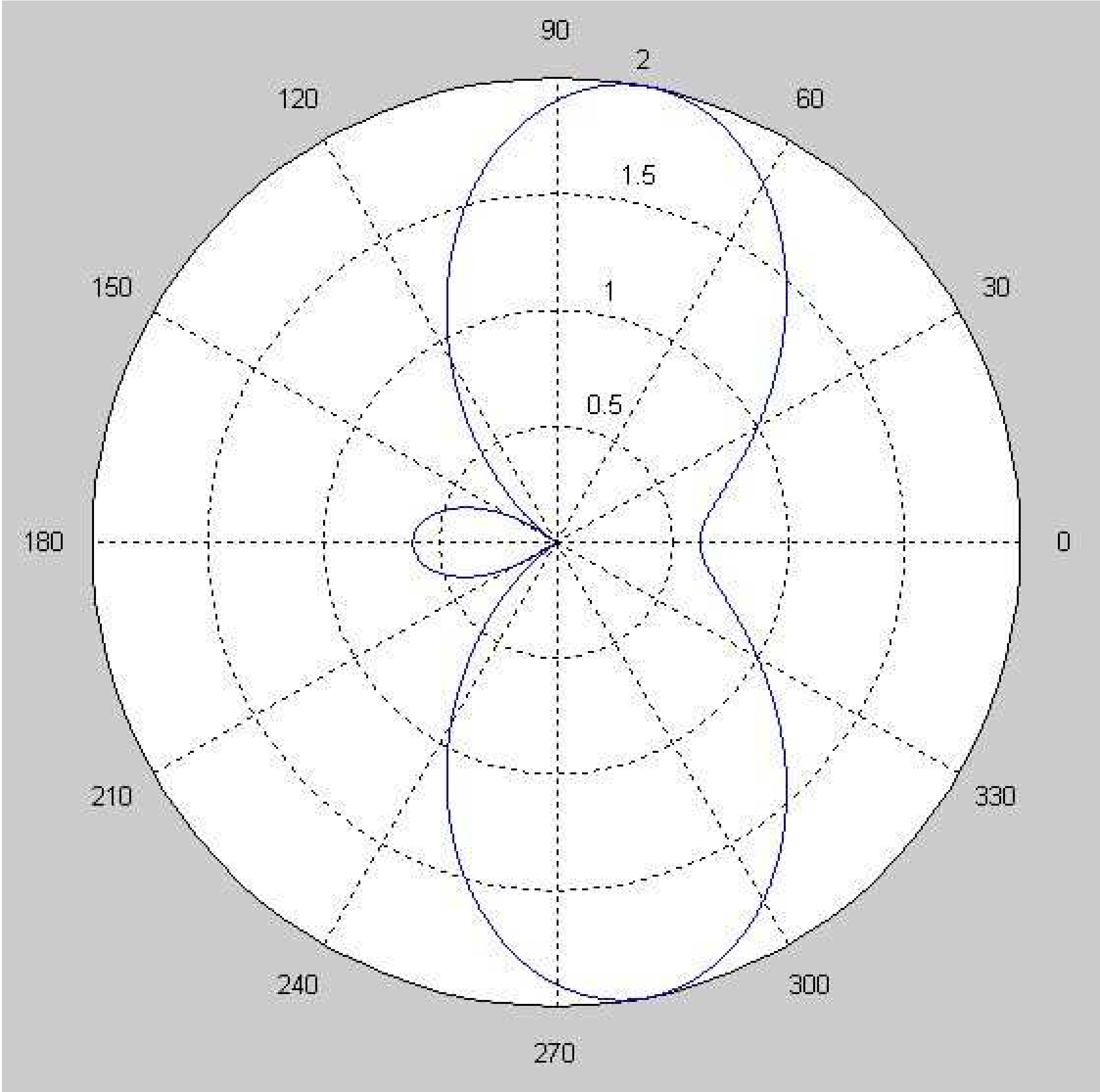
$$d = \lambda/2, \;\; \psi = 0{,}1\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



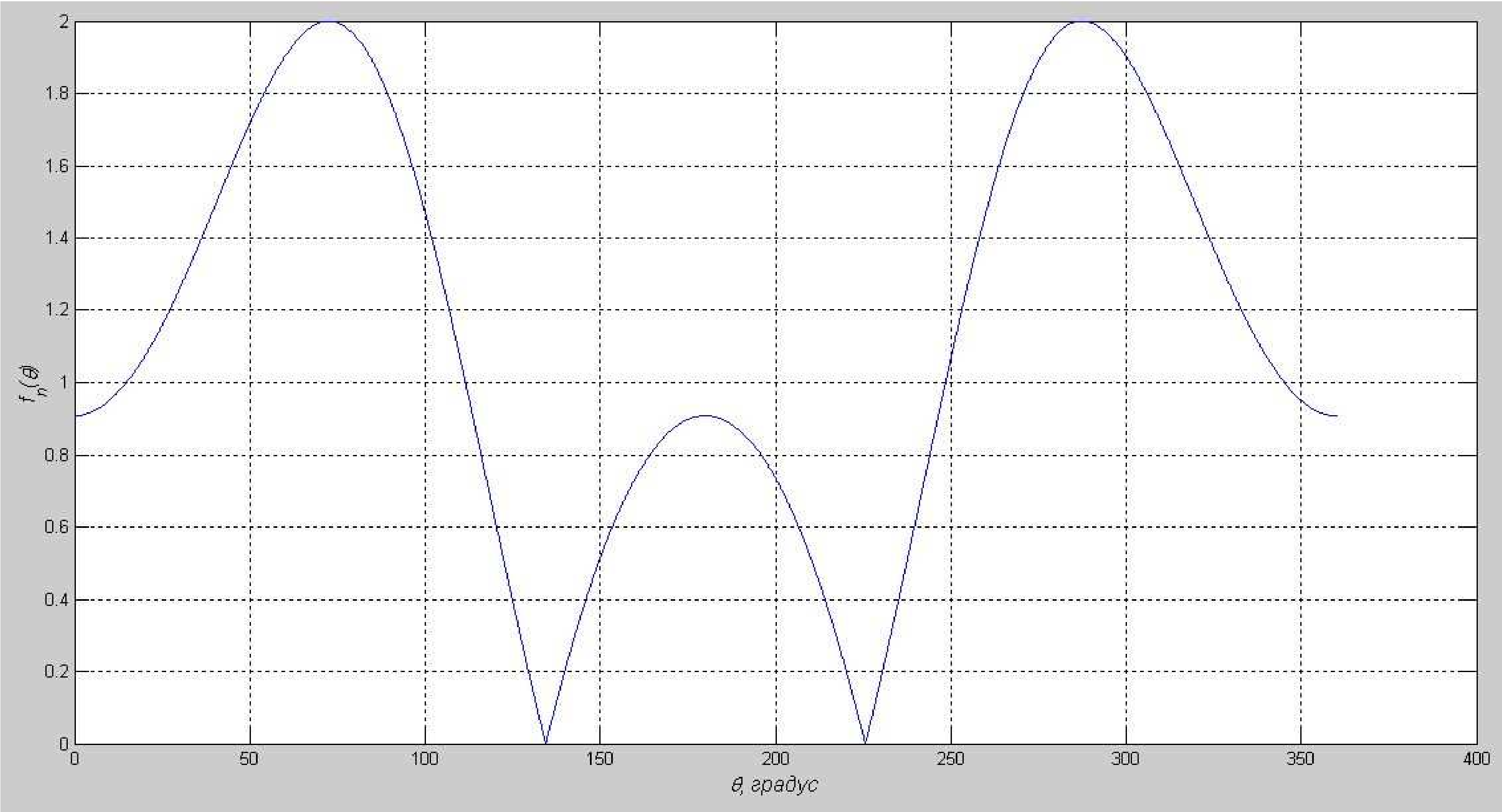
$$d = \lambda/2, \ \ \psi = 0{,}2\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



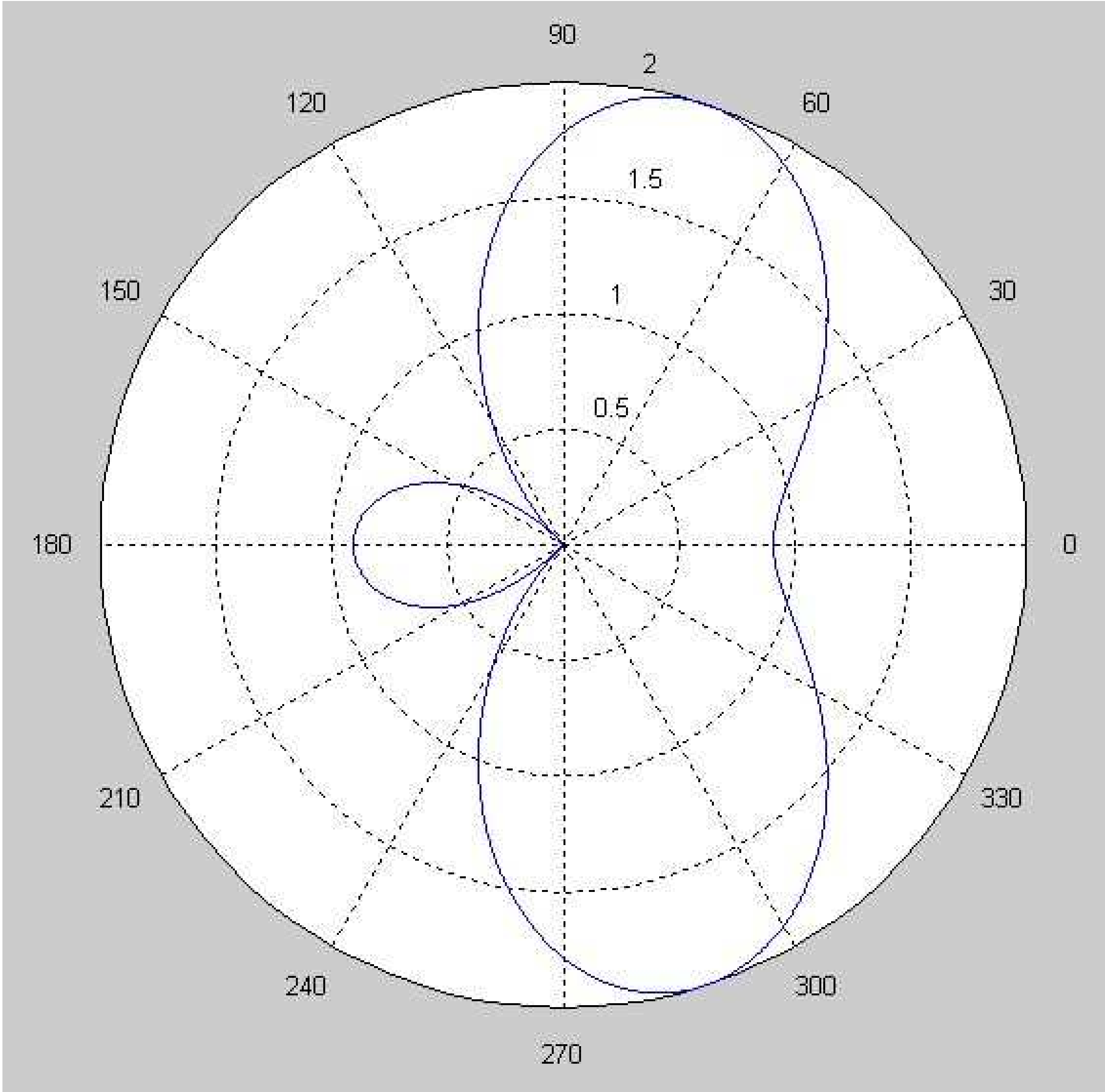
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0{,}2\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



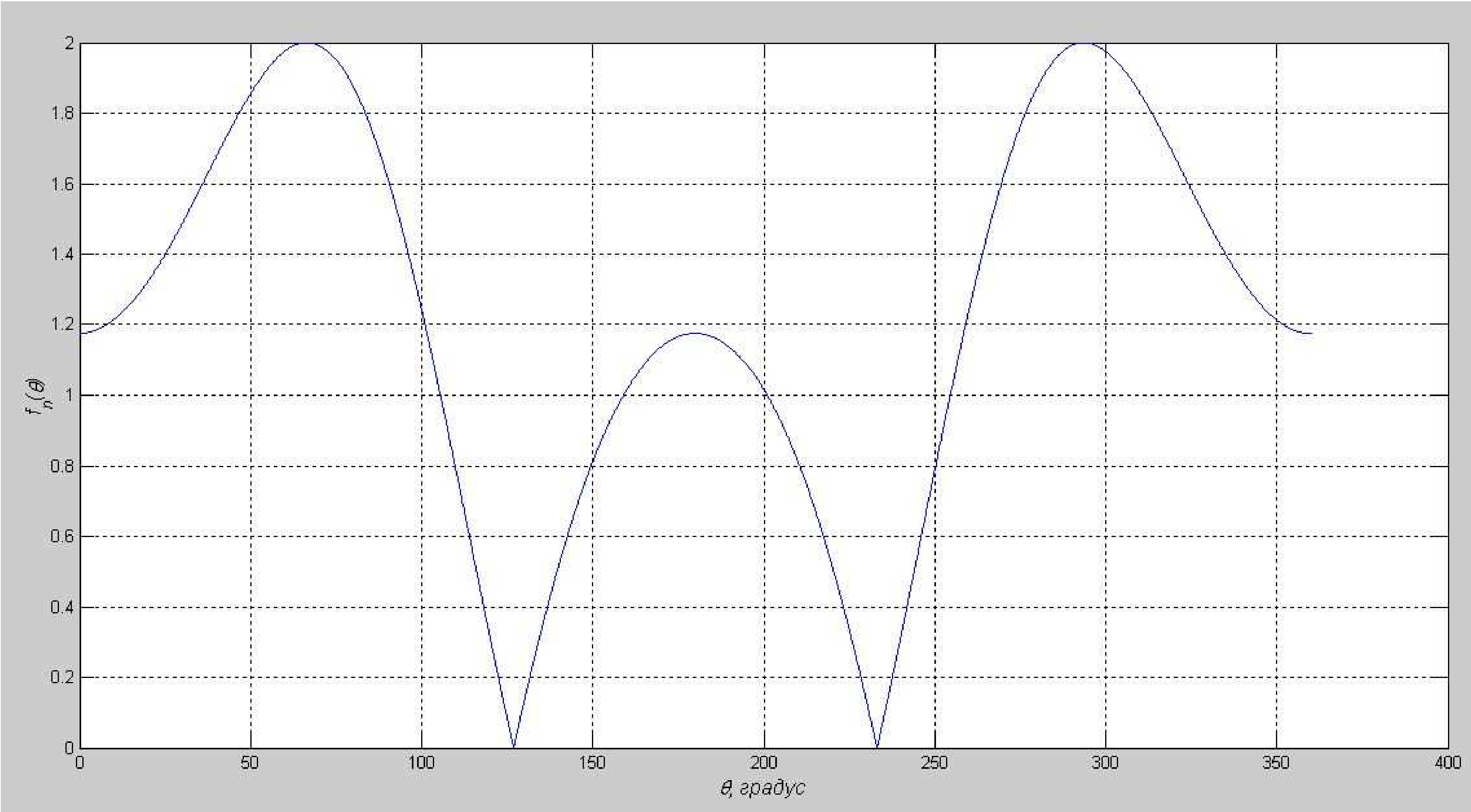
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0{,}3\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



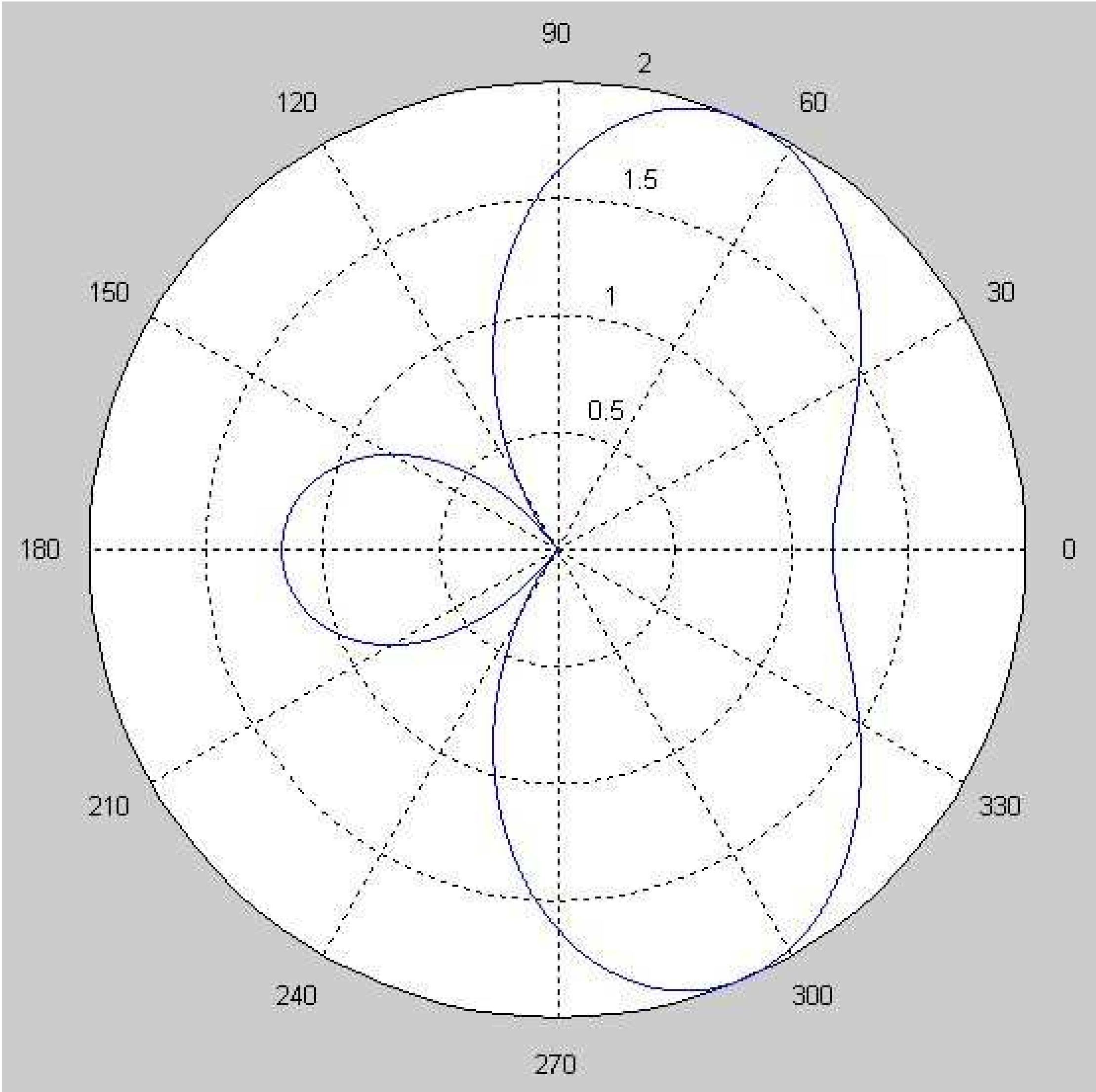
$$d = \lambda/2,\ \psi = 0{,}3\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



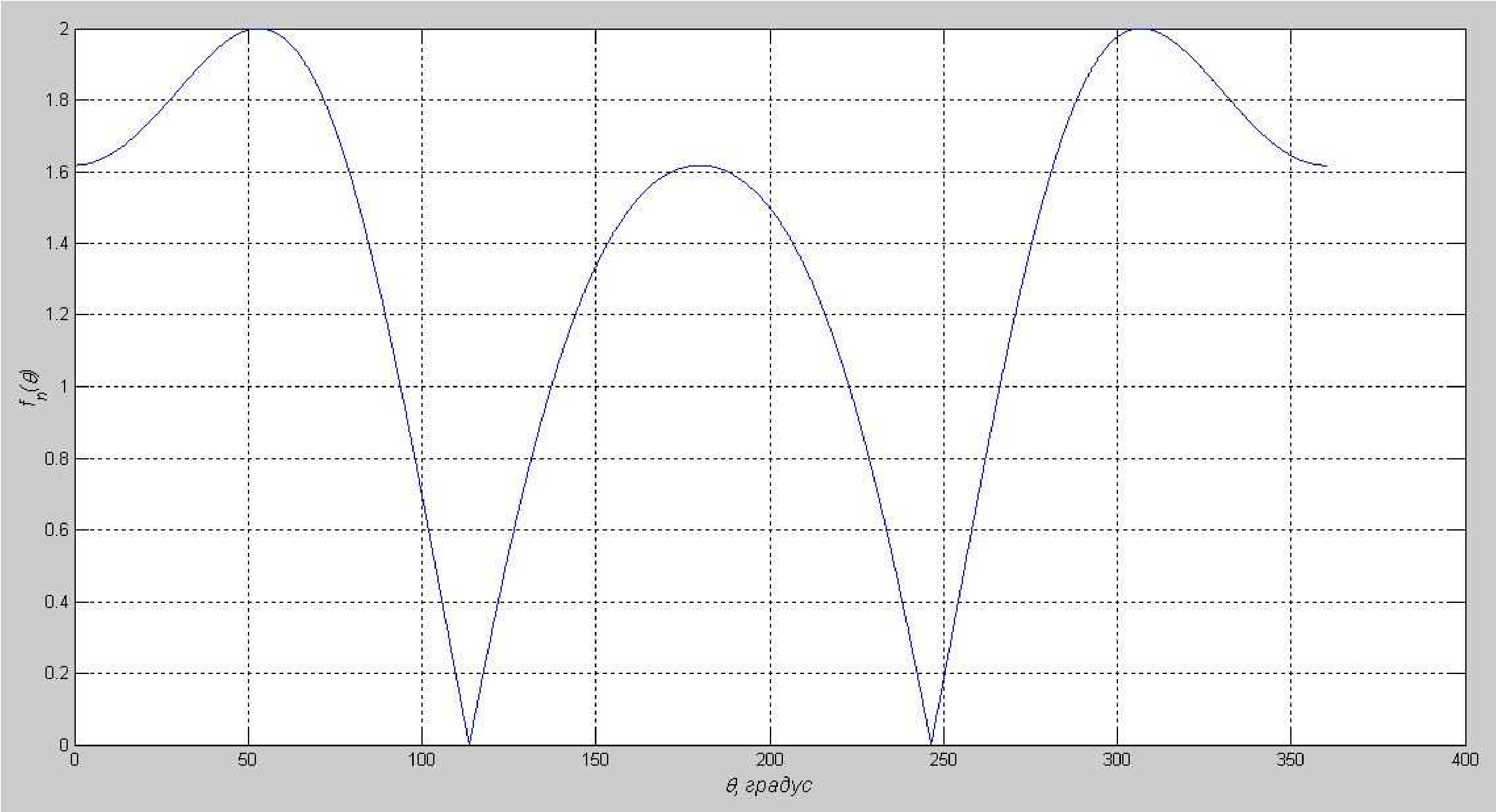
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0{,}4\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



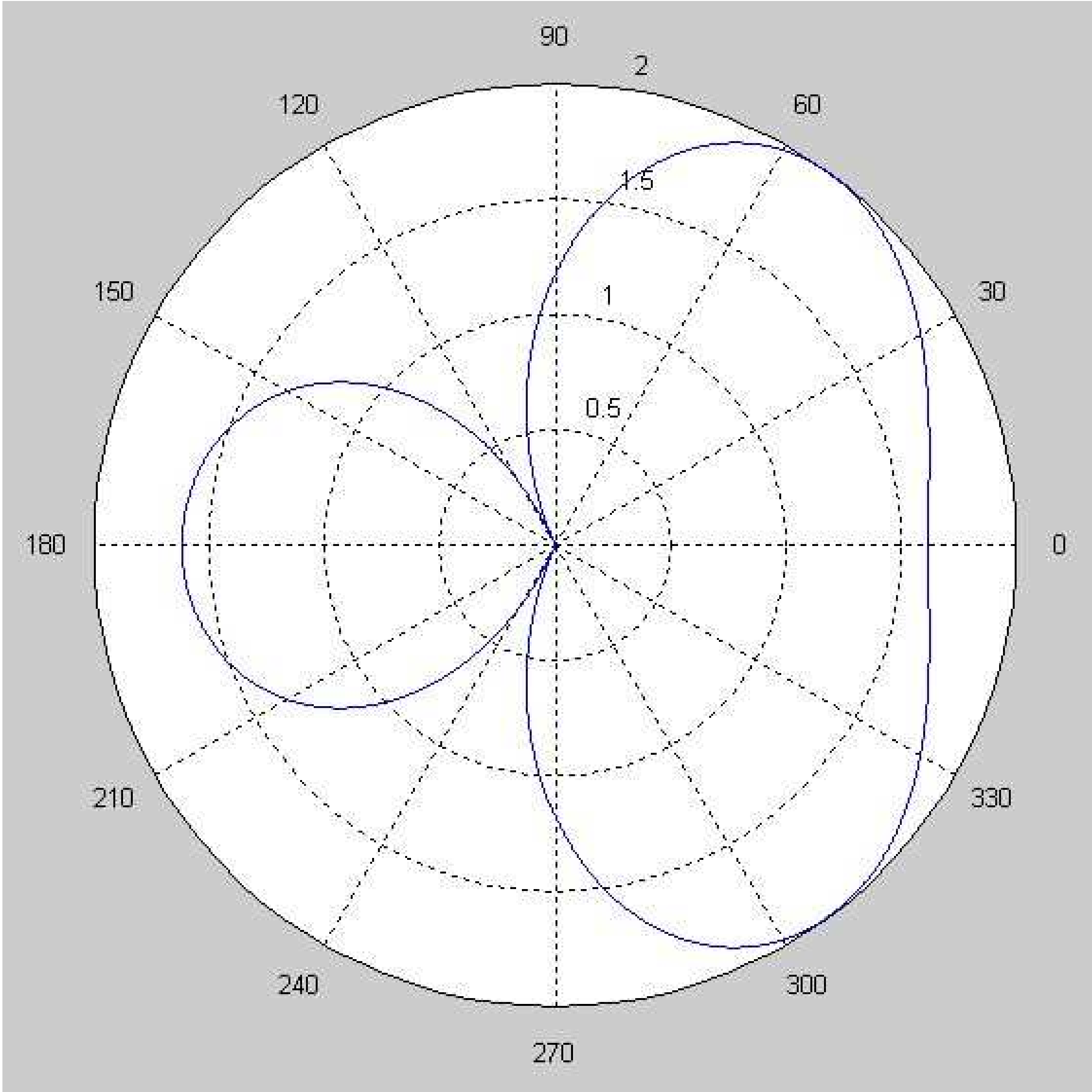
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0{,}4\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



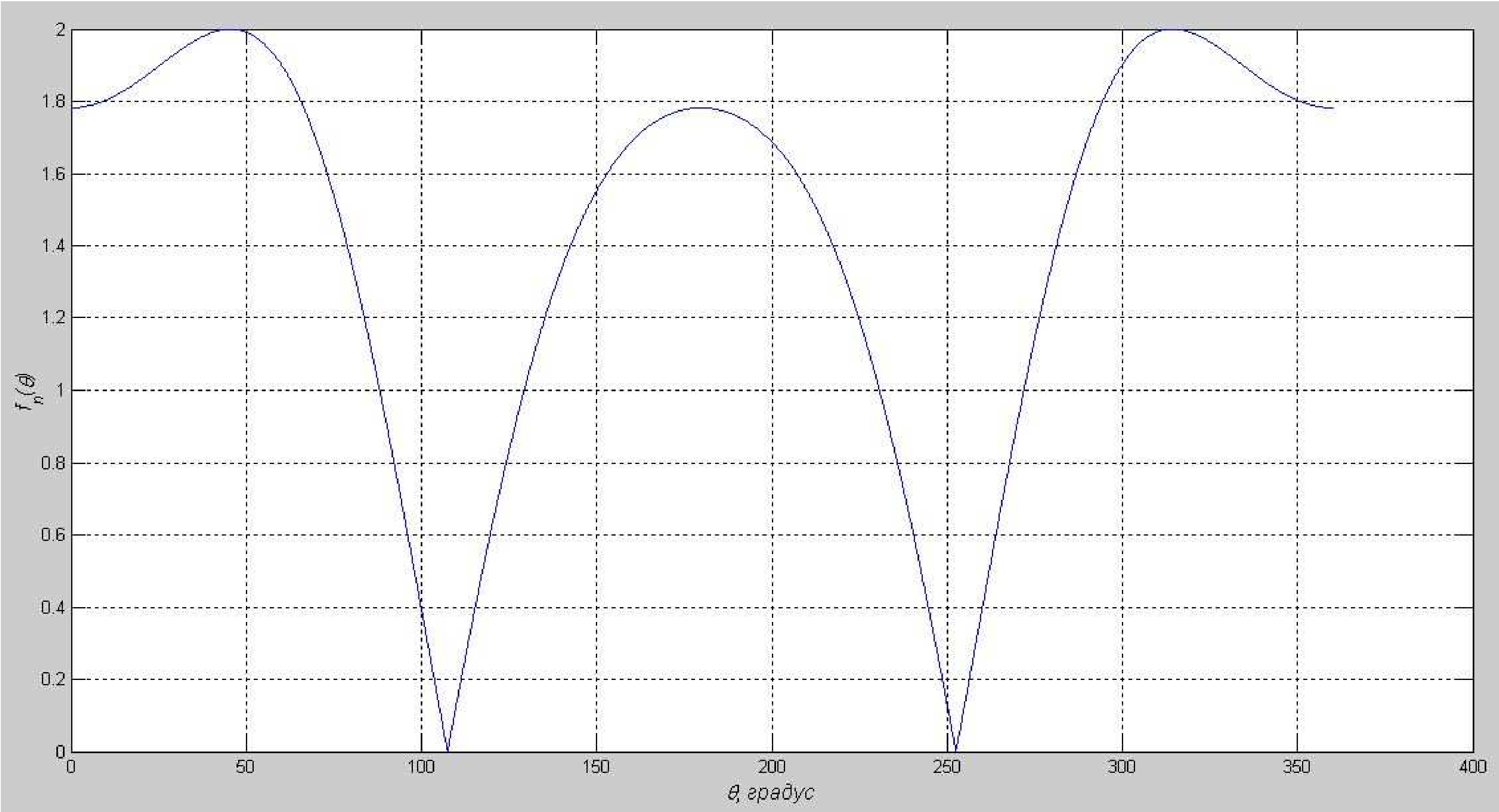
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0{,}6\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



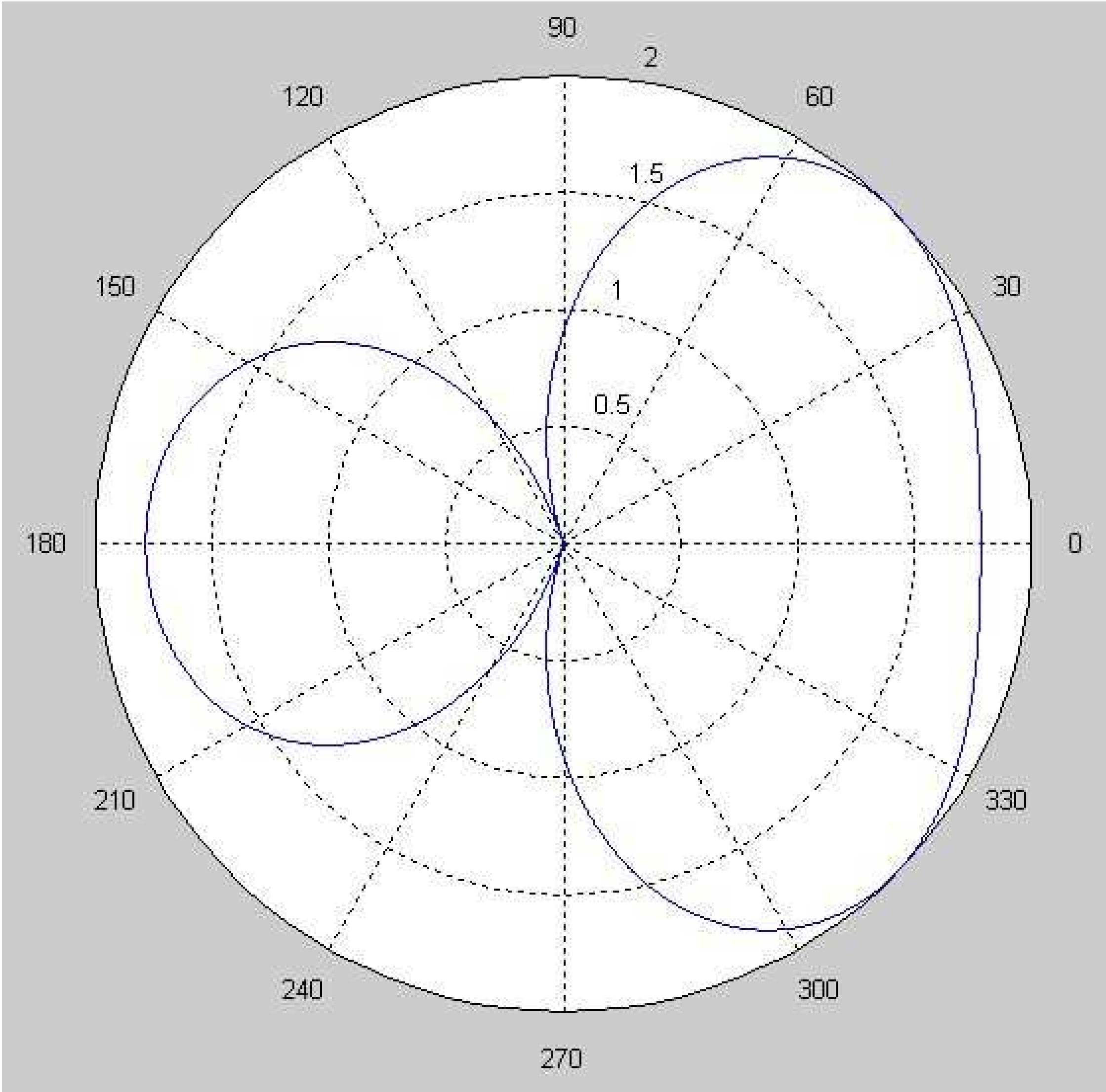
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0{,}6\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



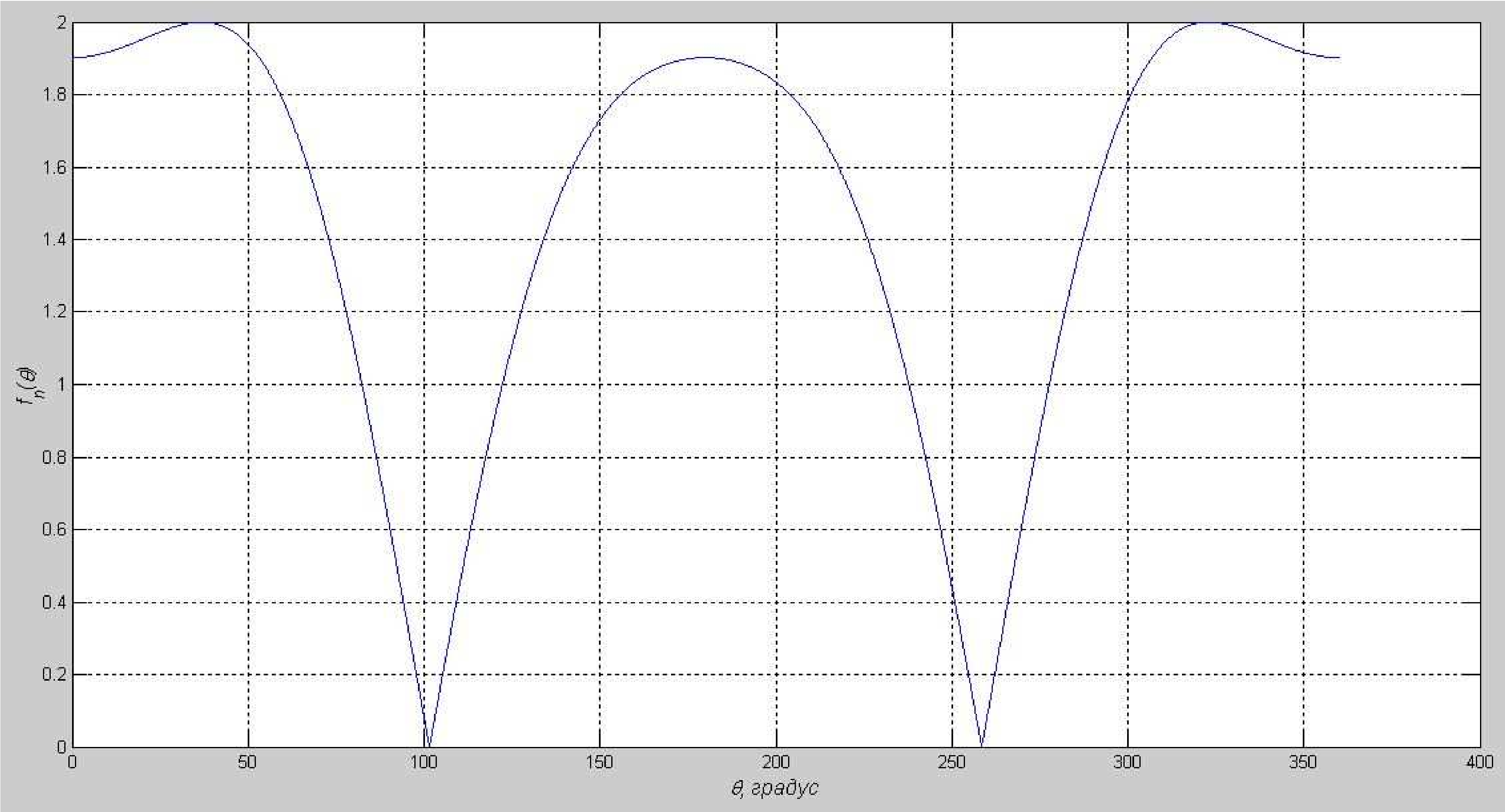
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0{,}7\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



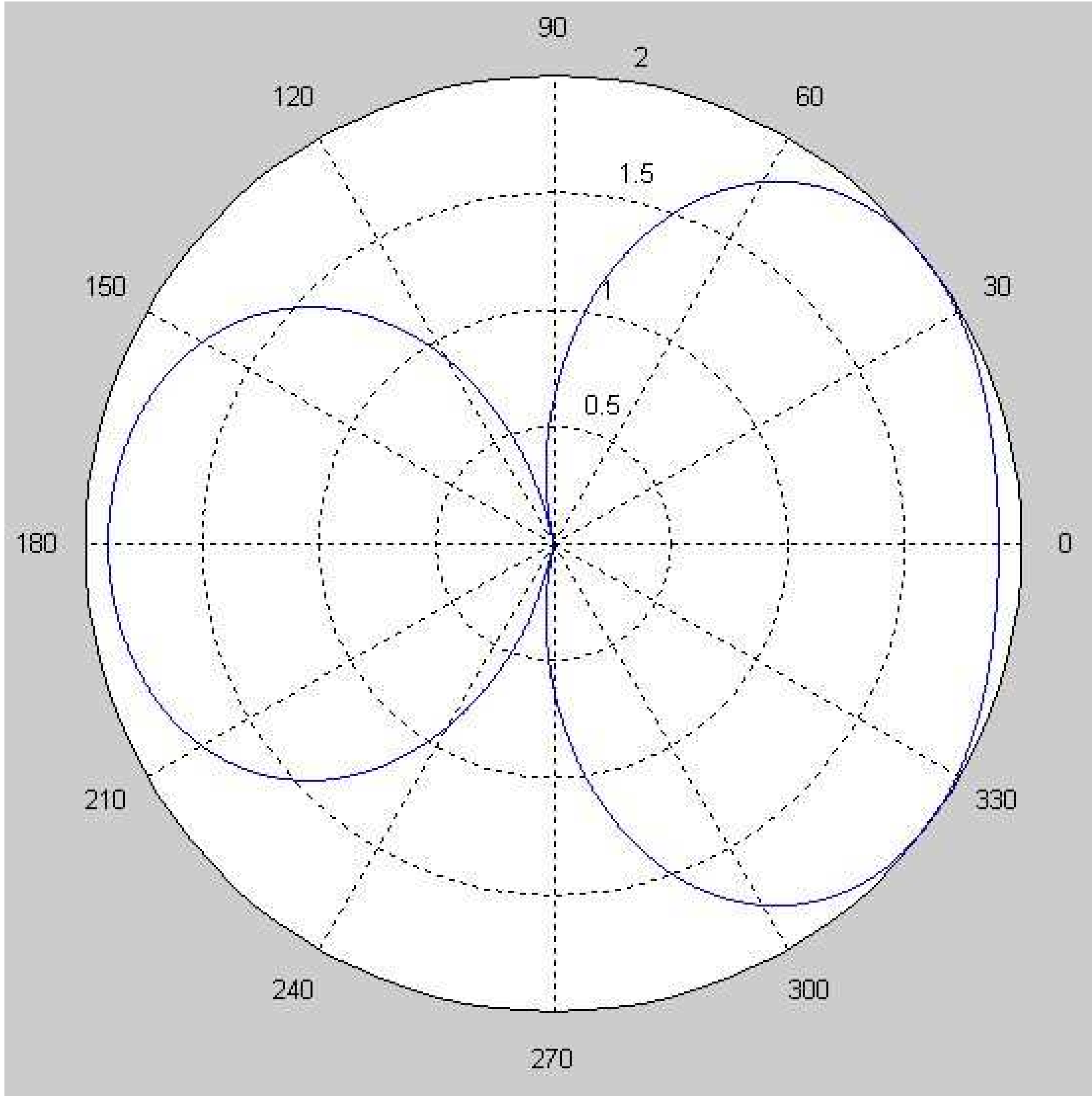
$$d = \lambda/2,\ \psi = 0{,}7\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



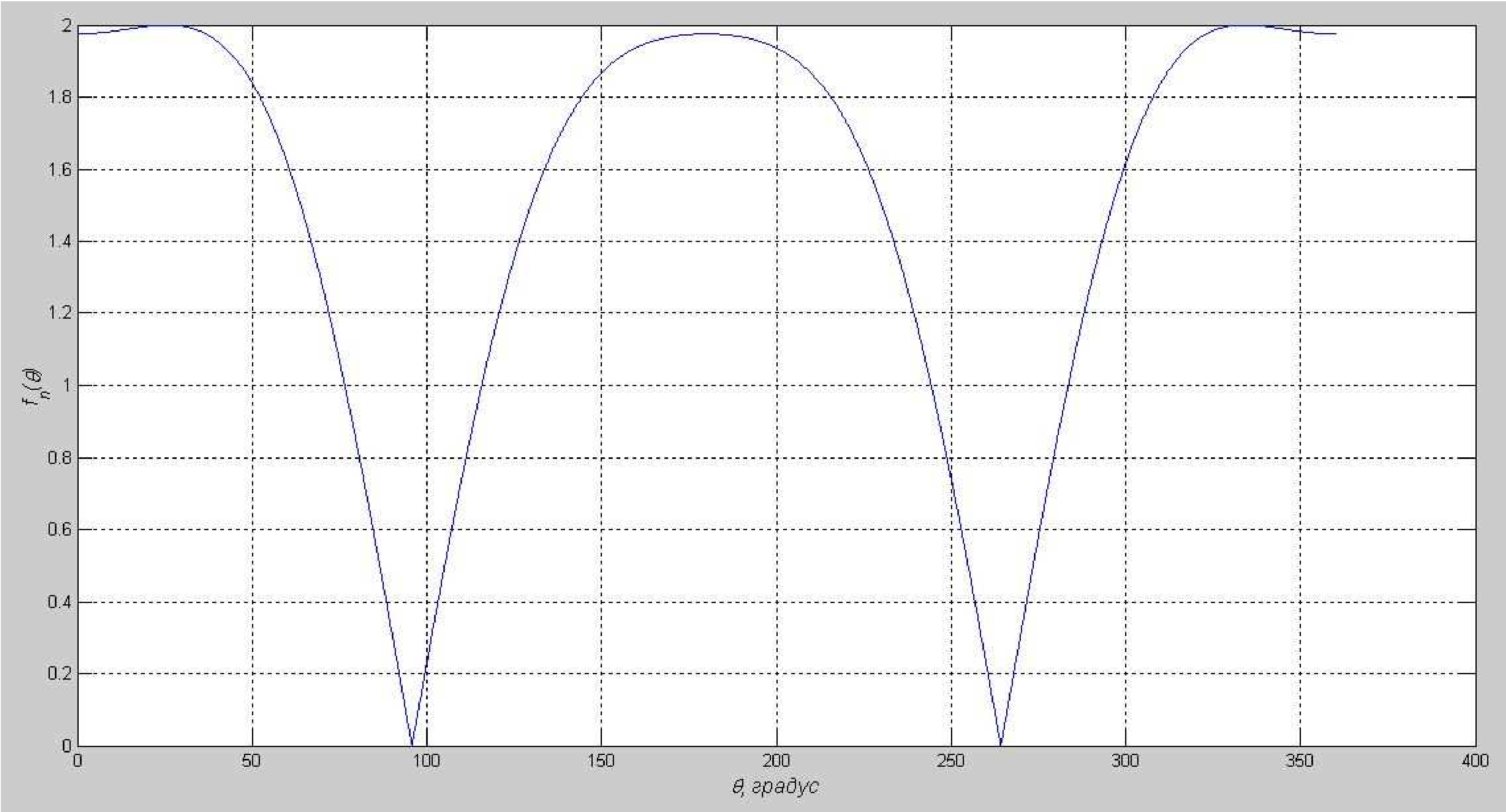
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0{,}8\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



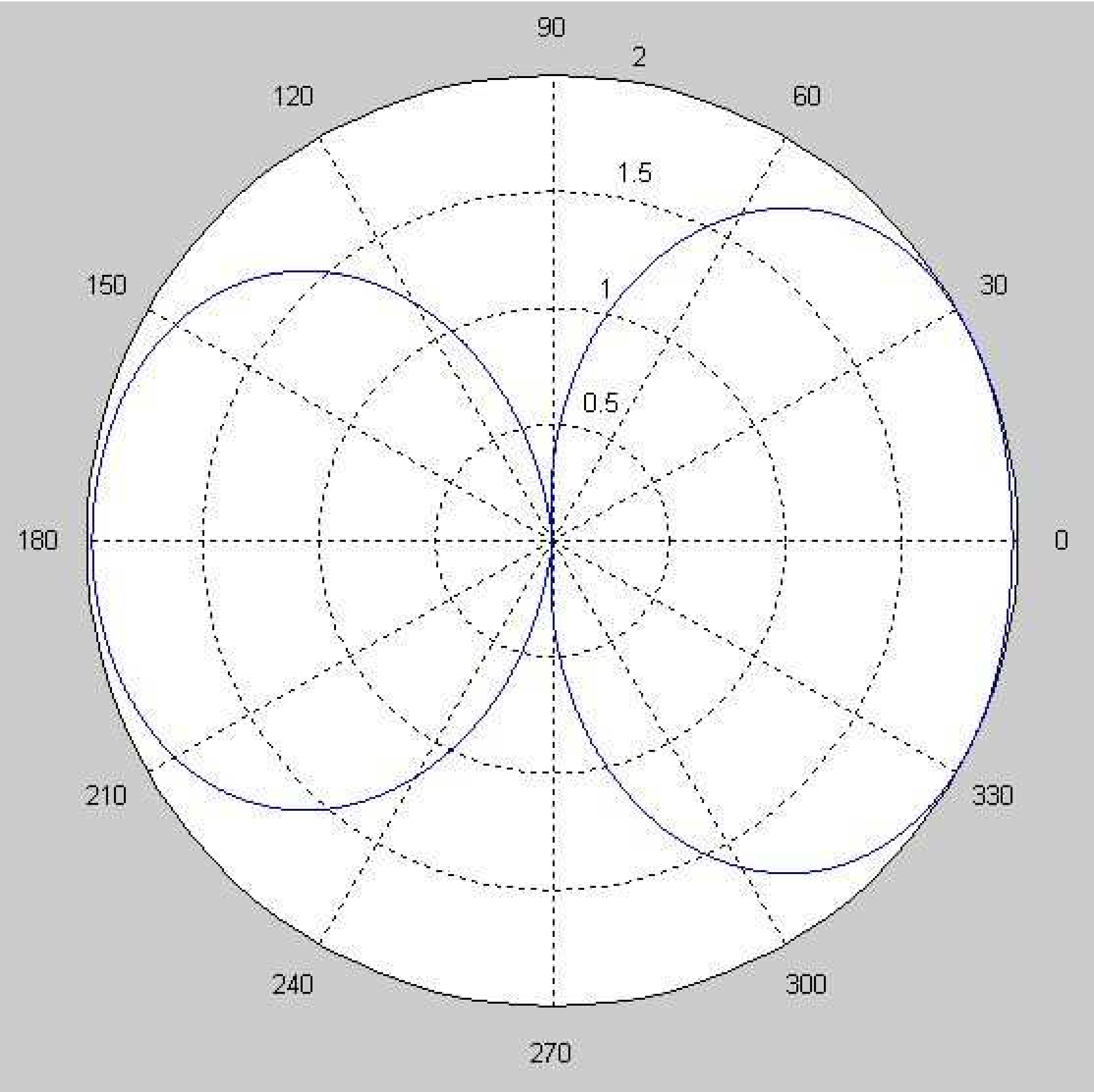
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0{,}8\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



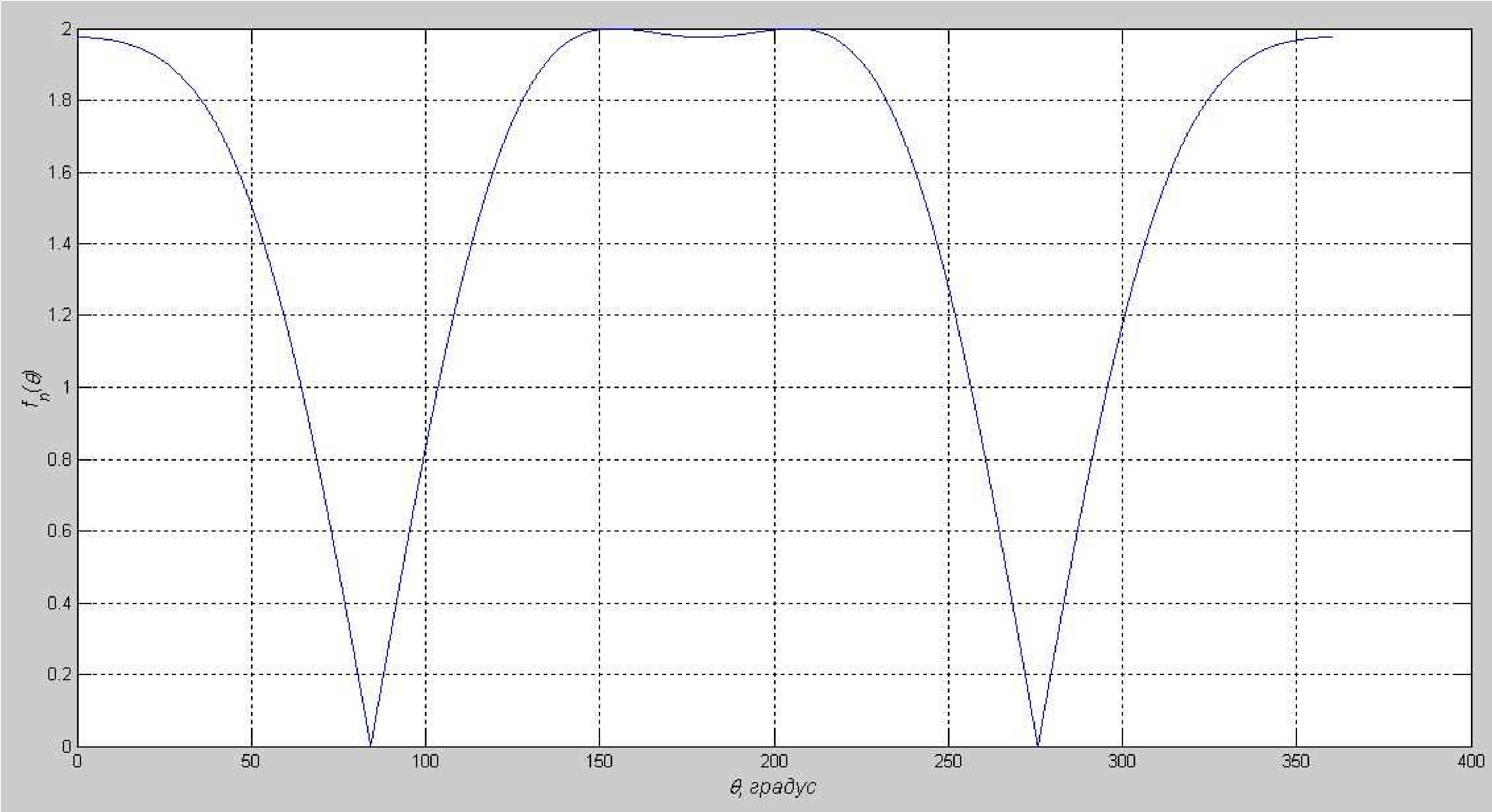
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0{,}9\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



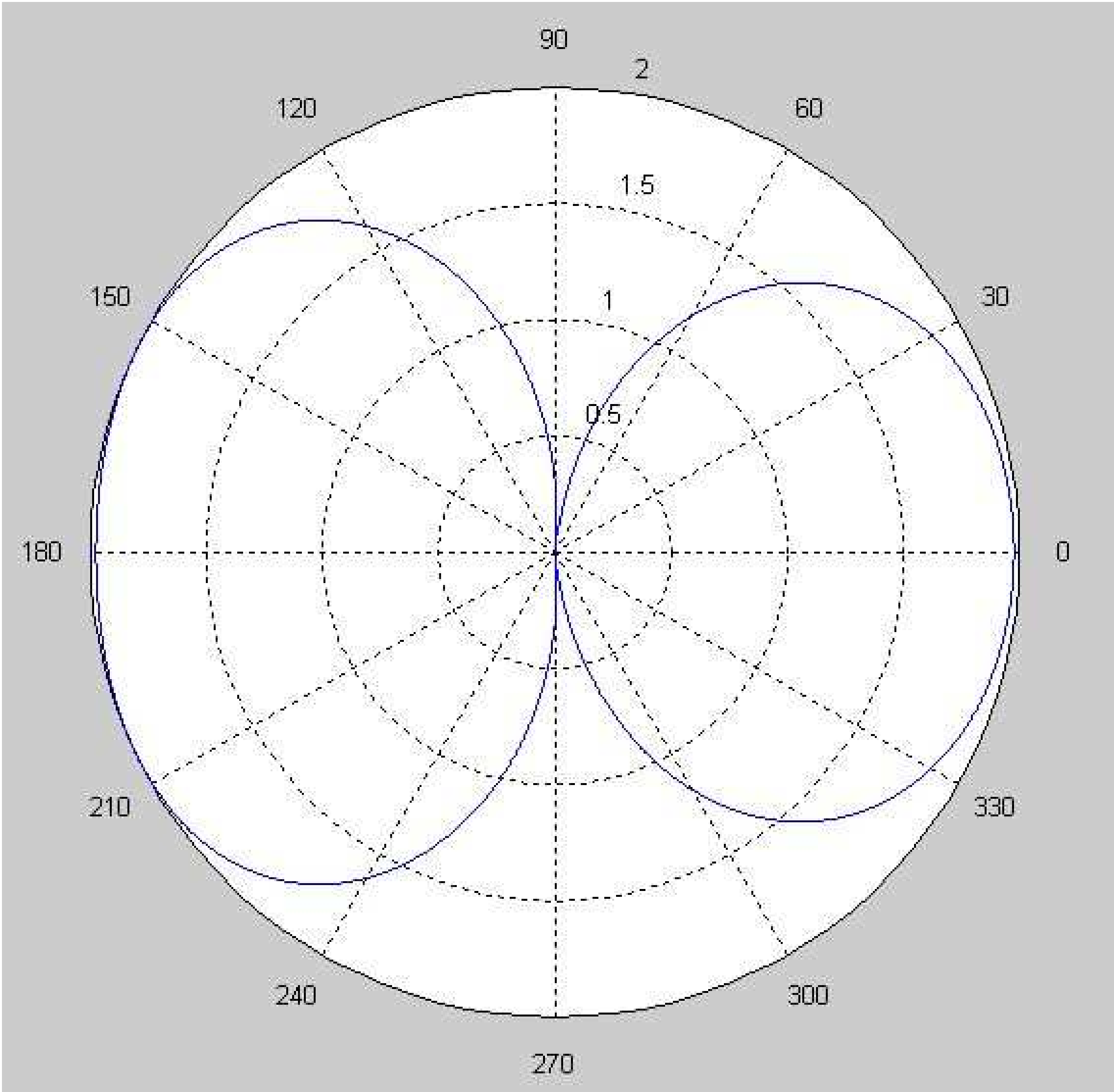
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 0{,}9\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



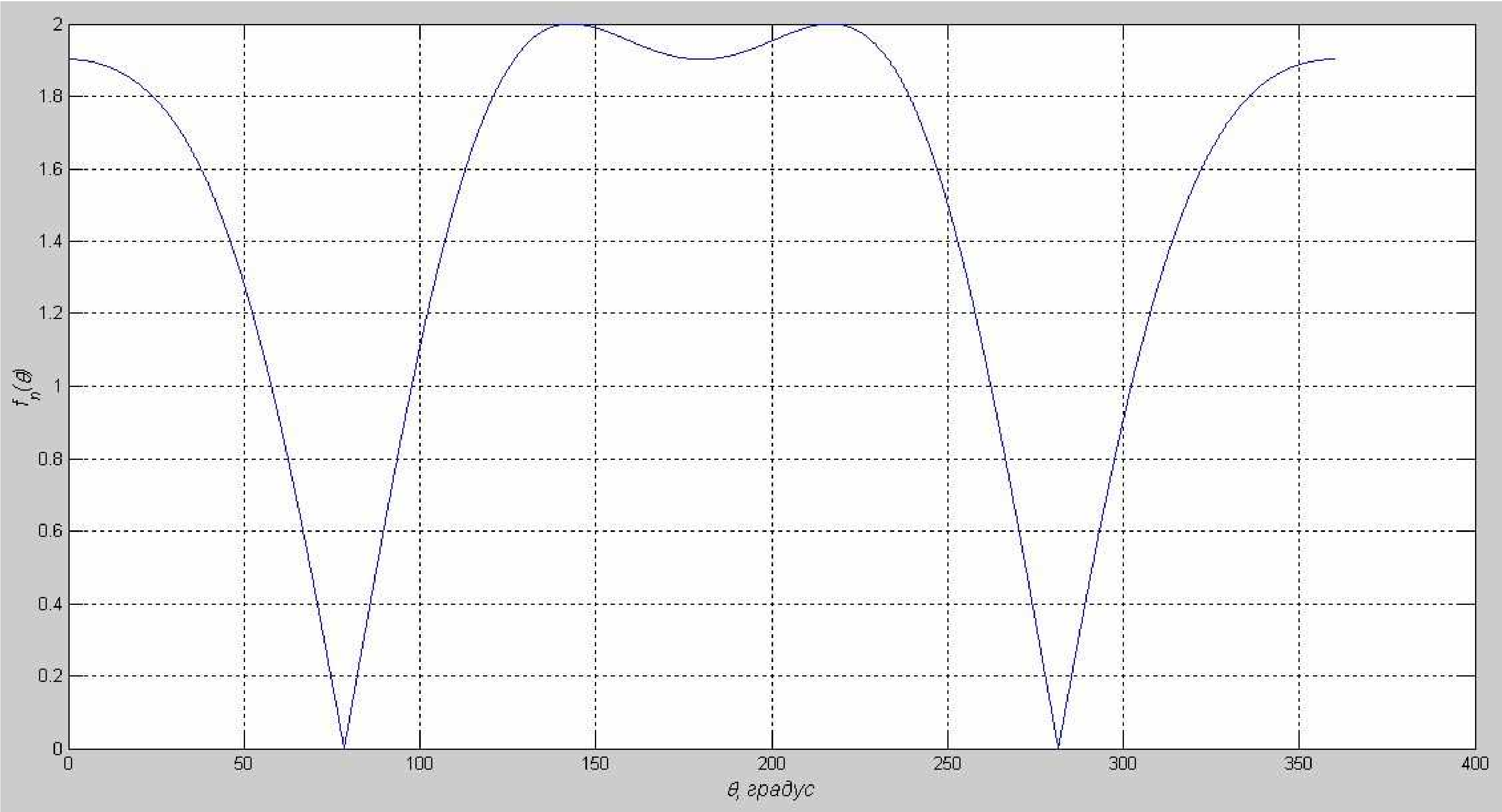
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 1{,}1\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



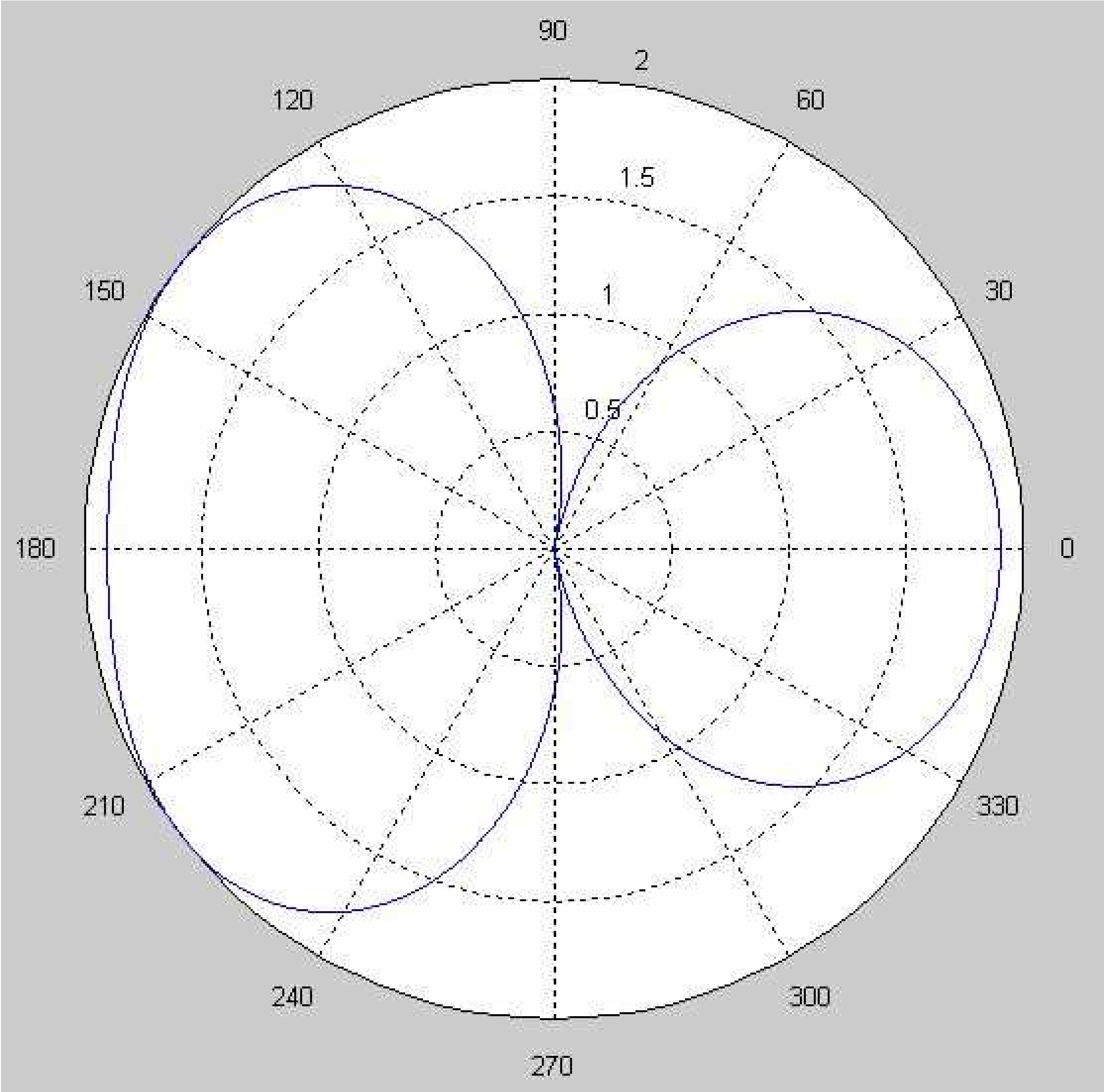
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 1{,}1\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



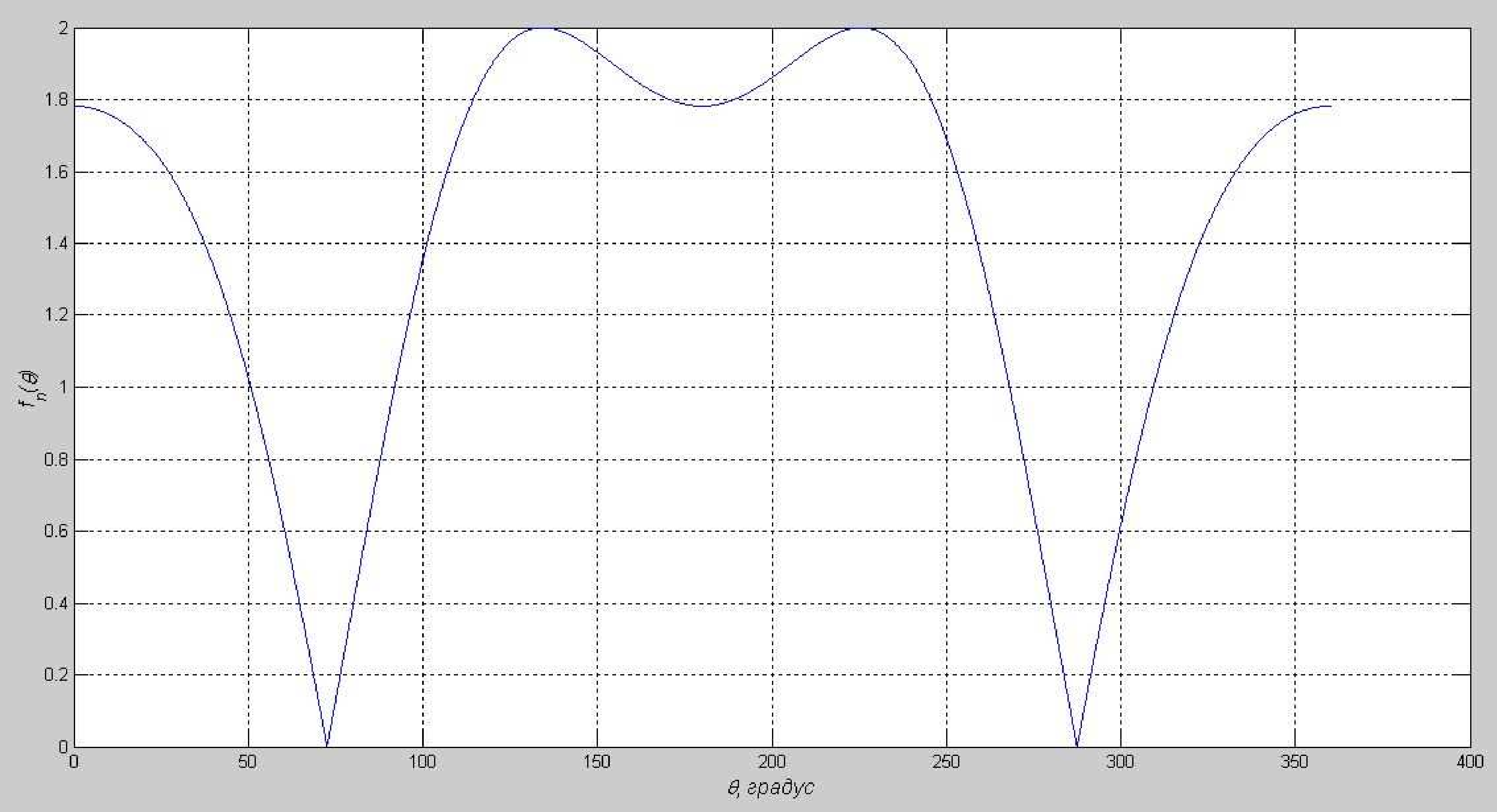
$$d = \lambda/2, \;\; \psi = 1{,}2\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



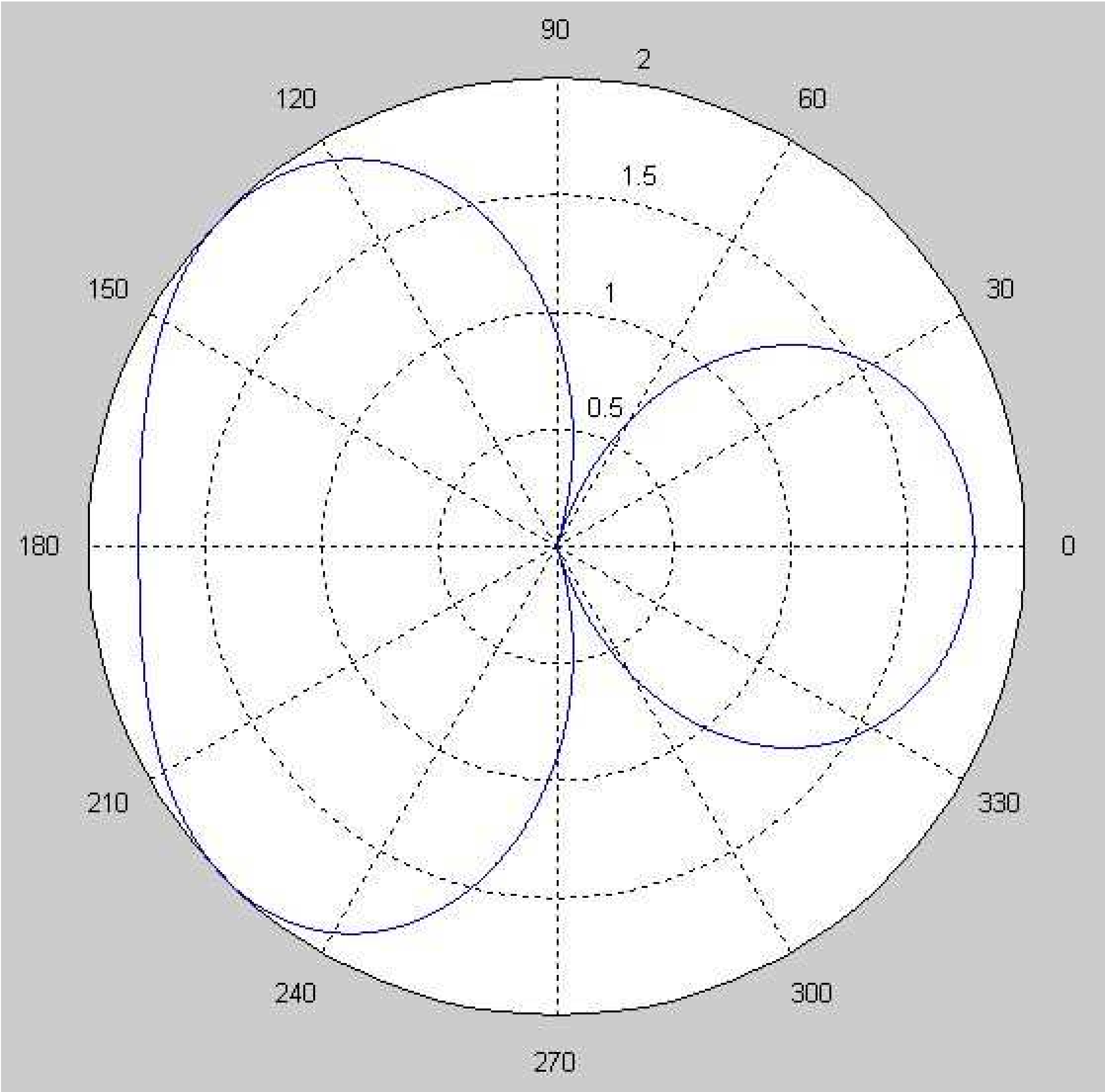
$$d = \lambda/2,\ \psi = 1{,}2\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



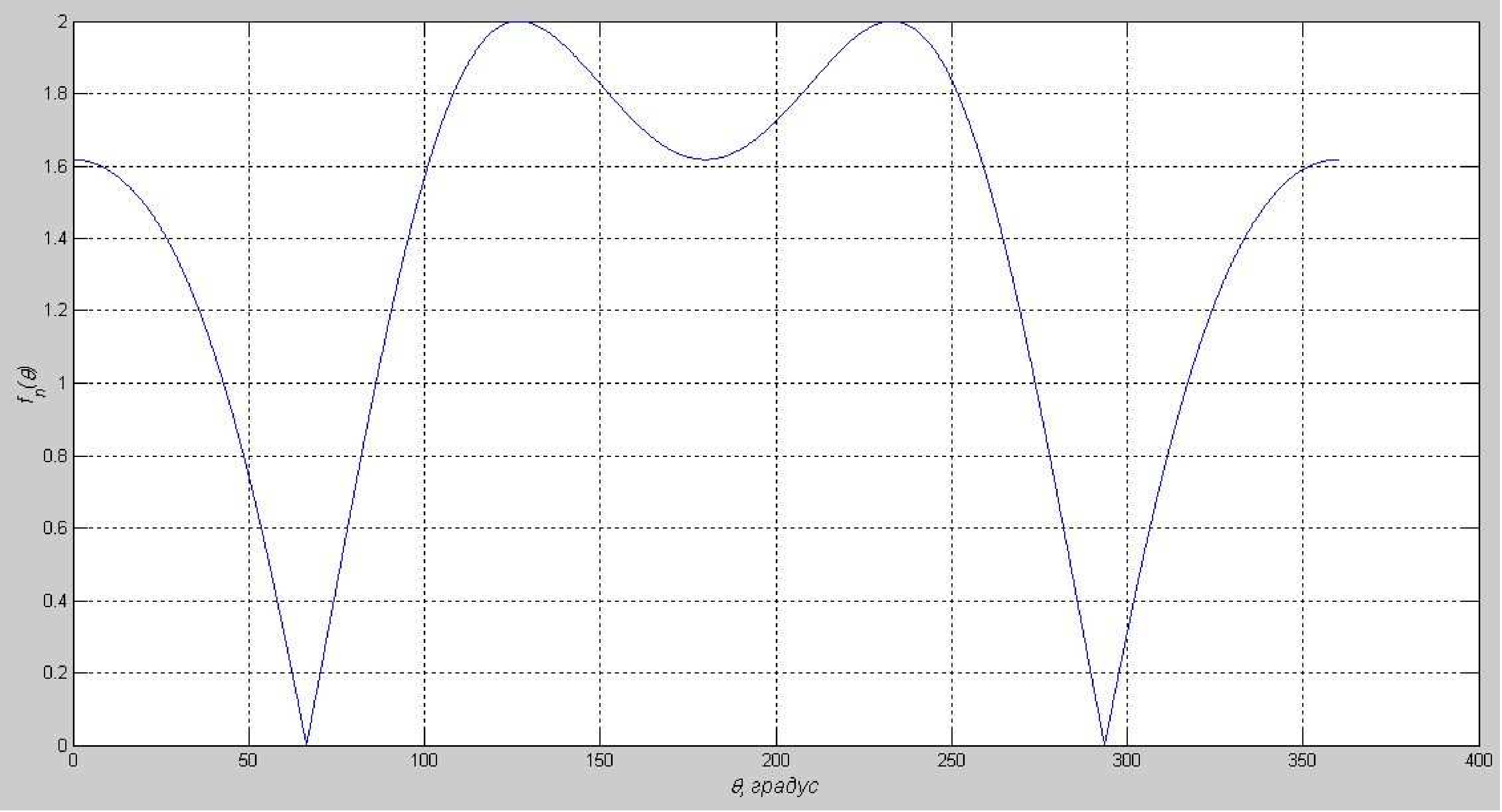
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 1{,}3\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



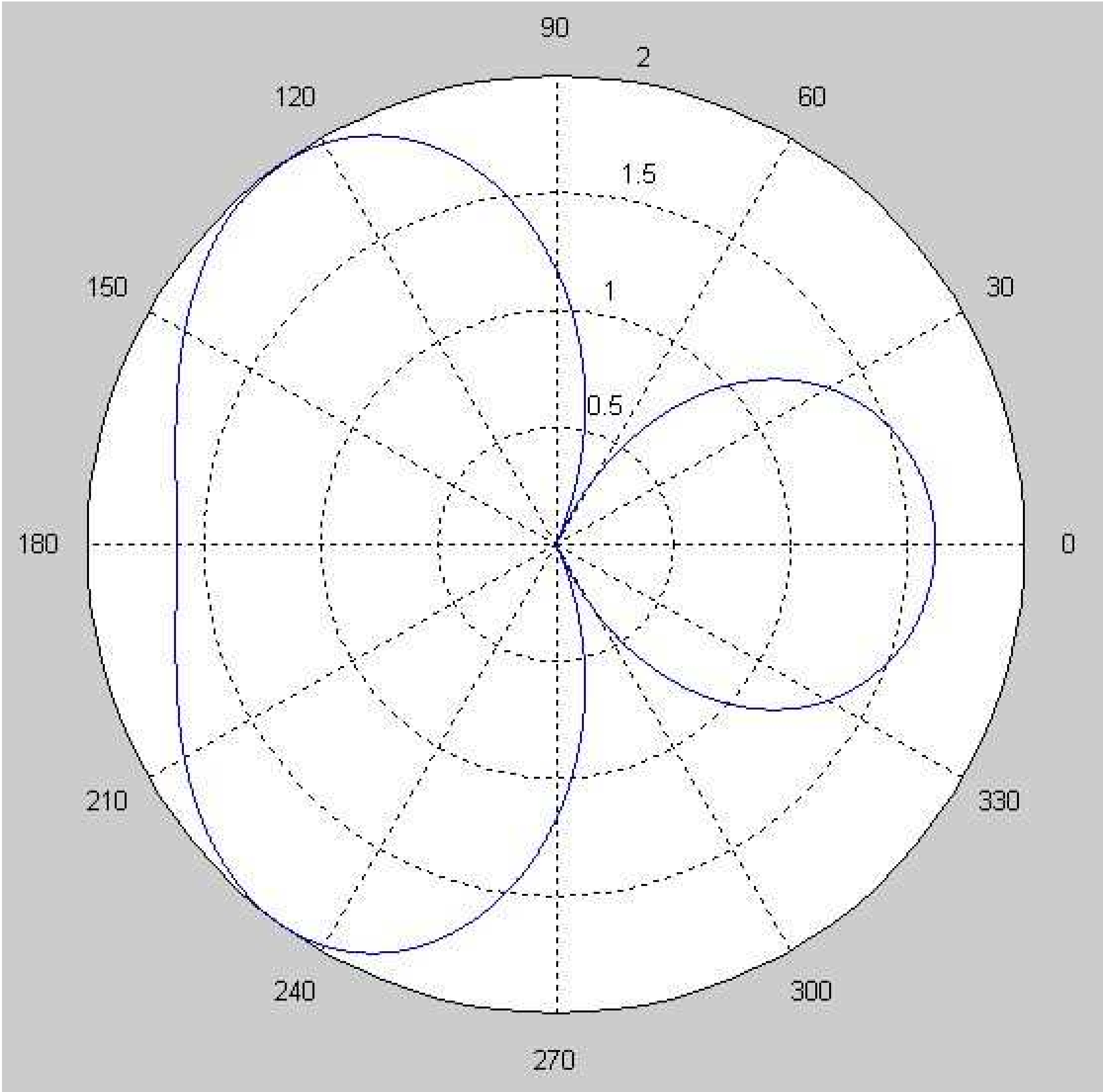
$$d = \lambda/2, \;\; \psi = 1{,}3\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



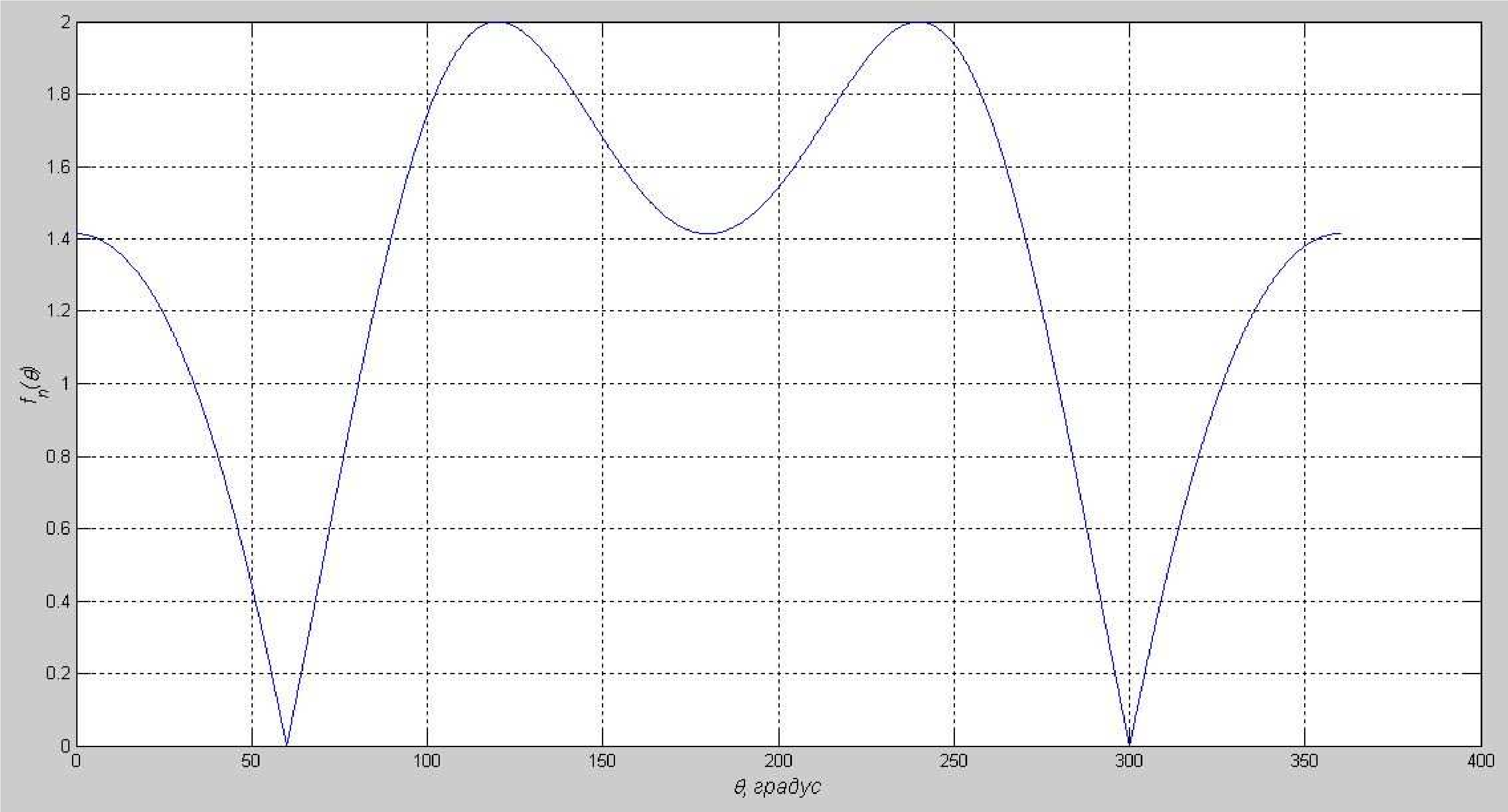
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 1{,}4\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



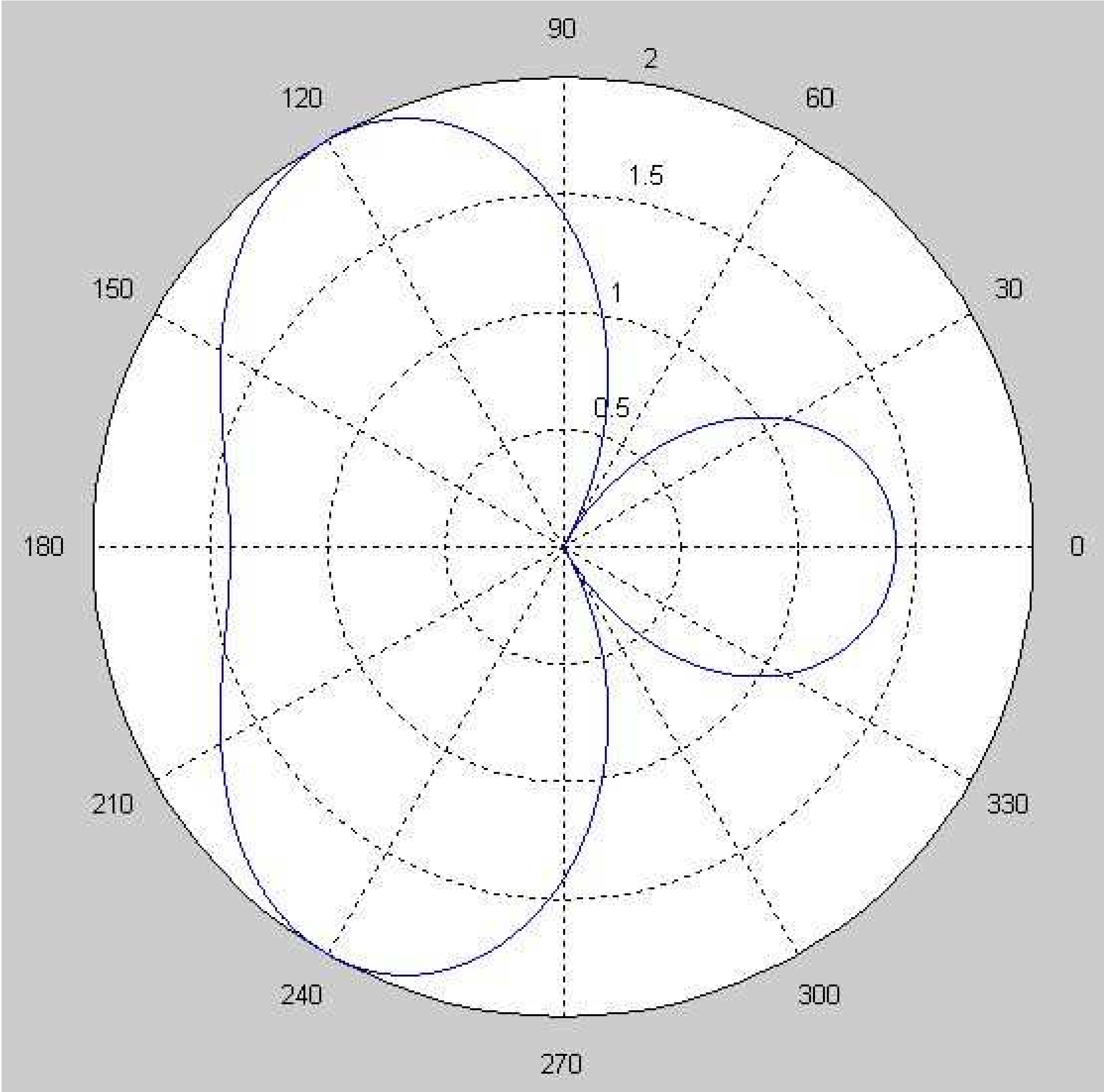
$$d = \lambda/2, \;\; \psi = 1{,}4\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



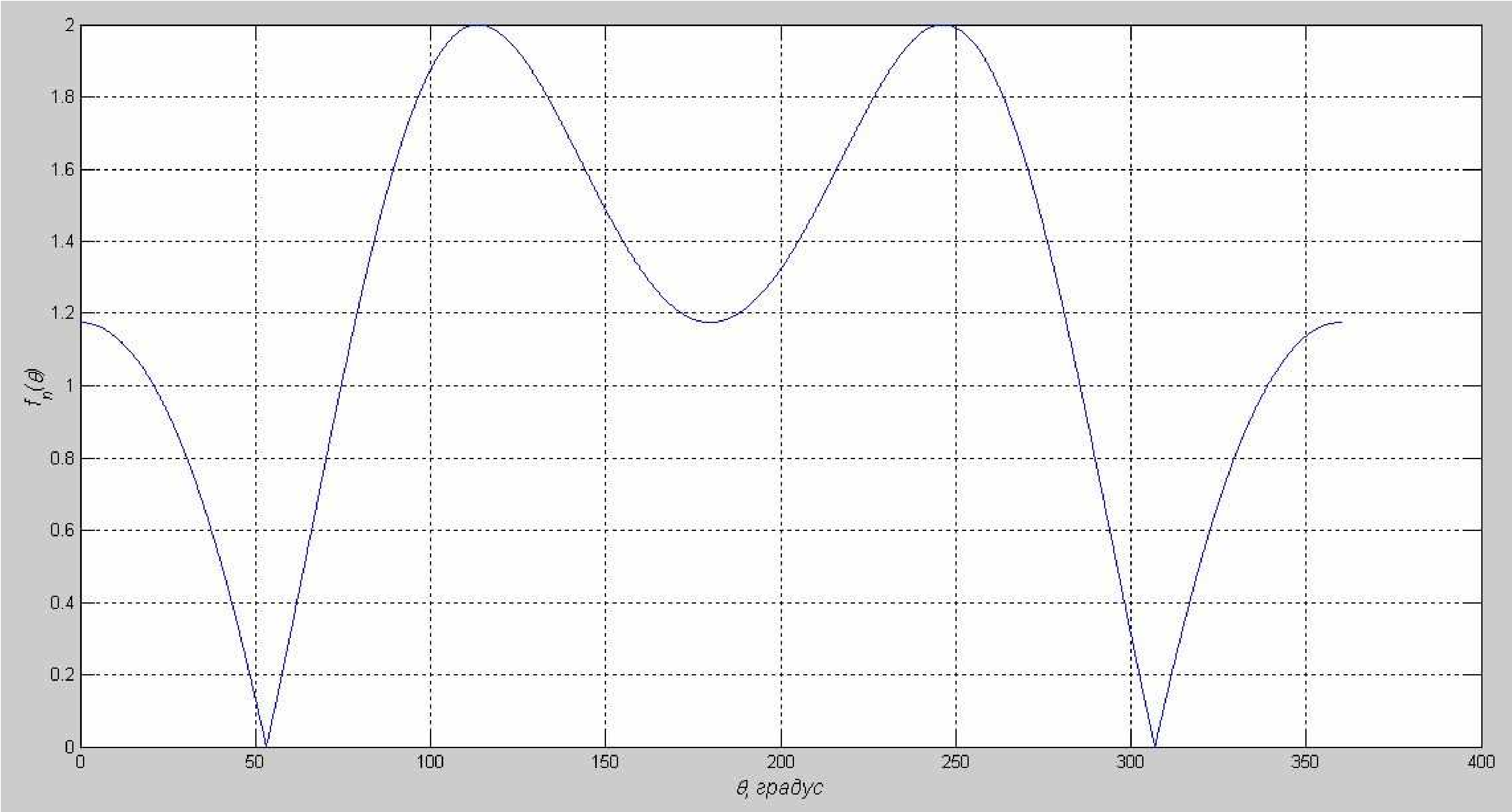
$$d = \lambda/2, \;\; \psi = 1{,}5\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



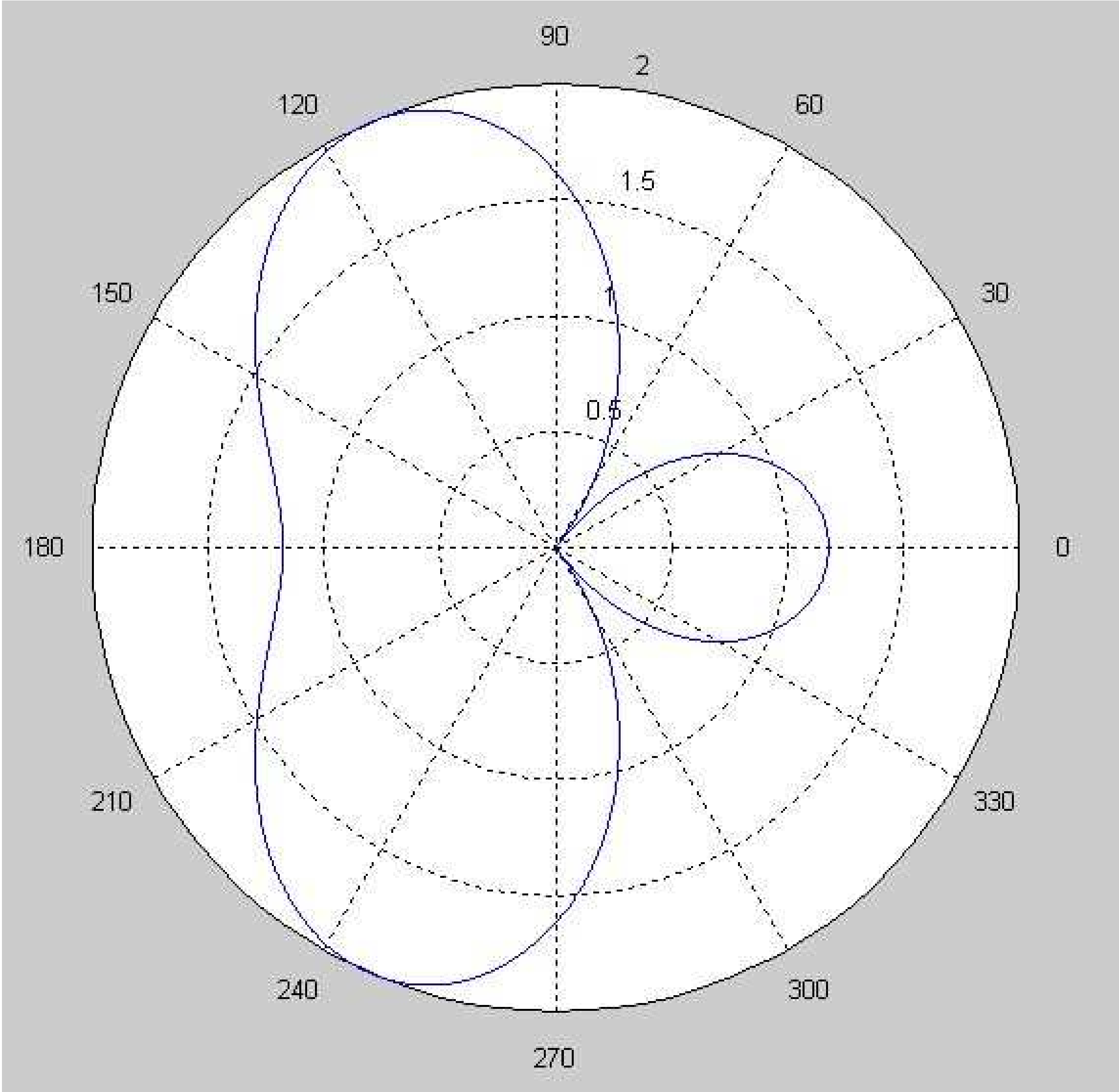
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 1{,}5\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



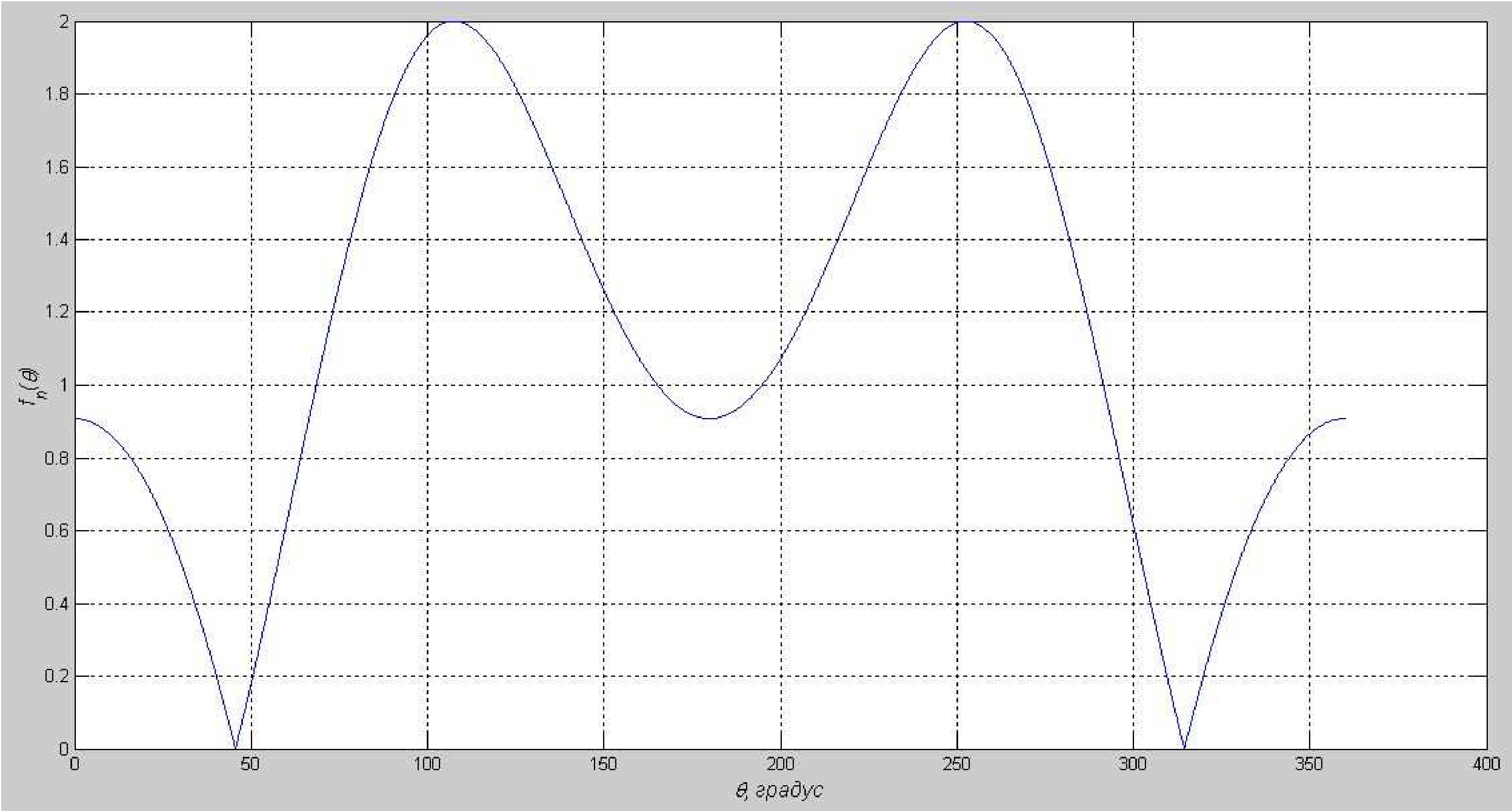
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 1{,}6\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



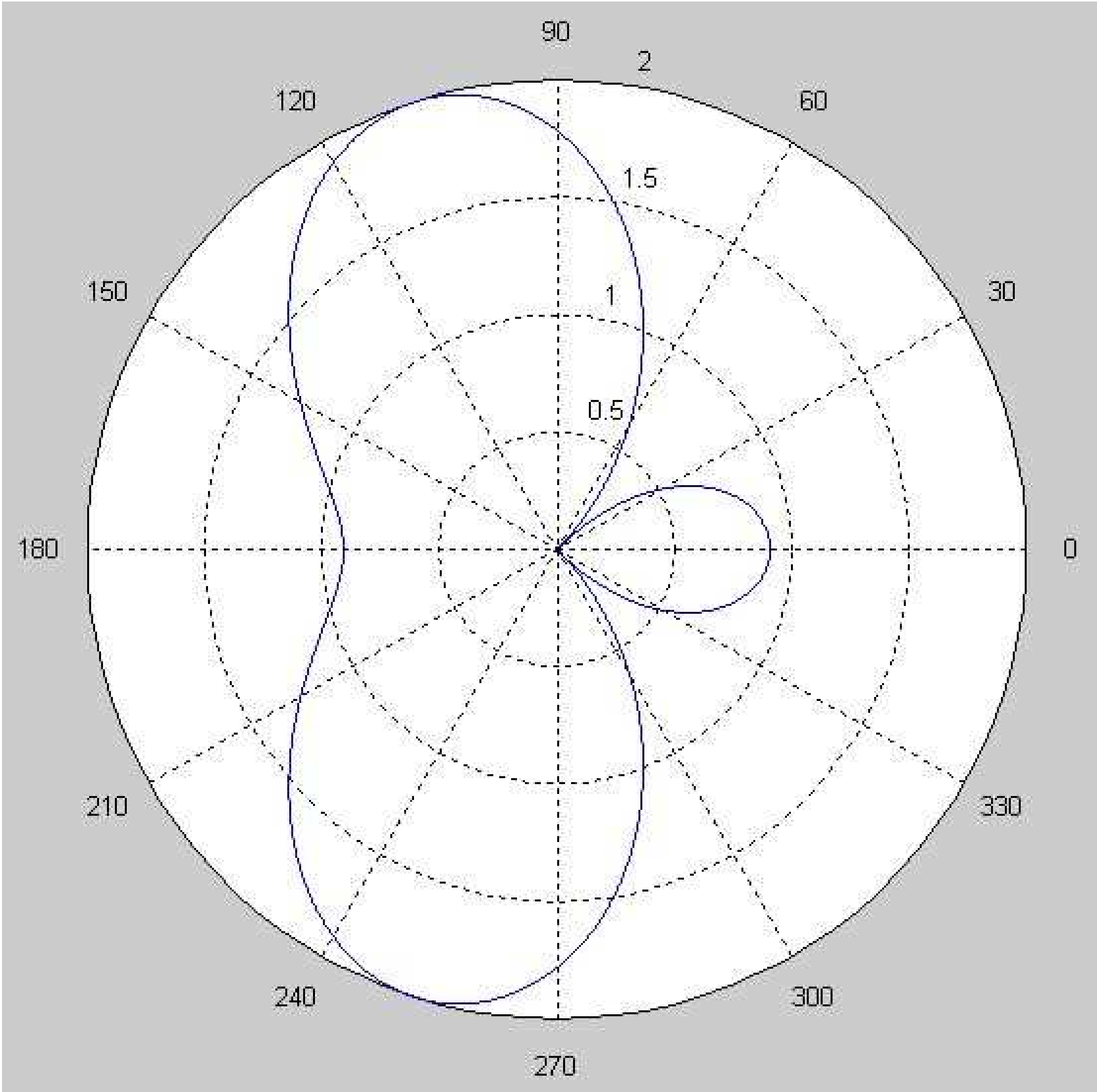
$$d = \lambda/2, \ \psi = 1{,}6\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



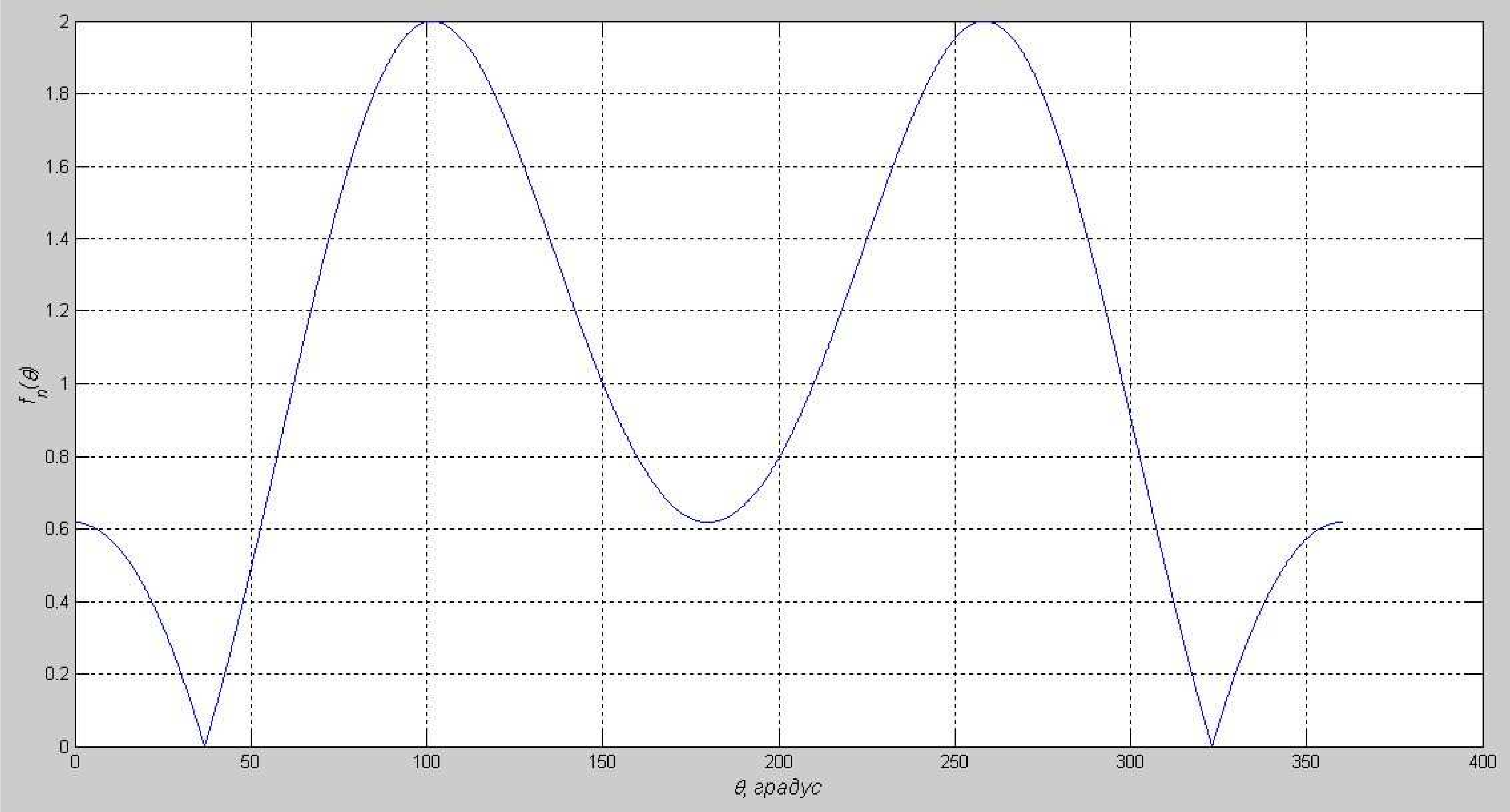
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 1{,}7\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



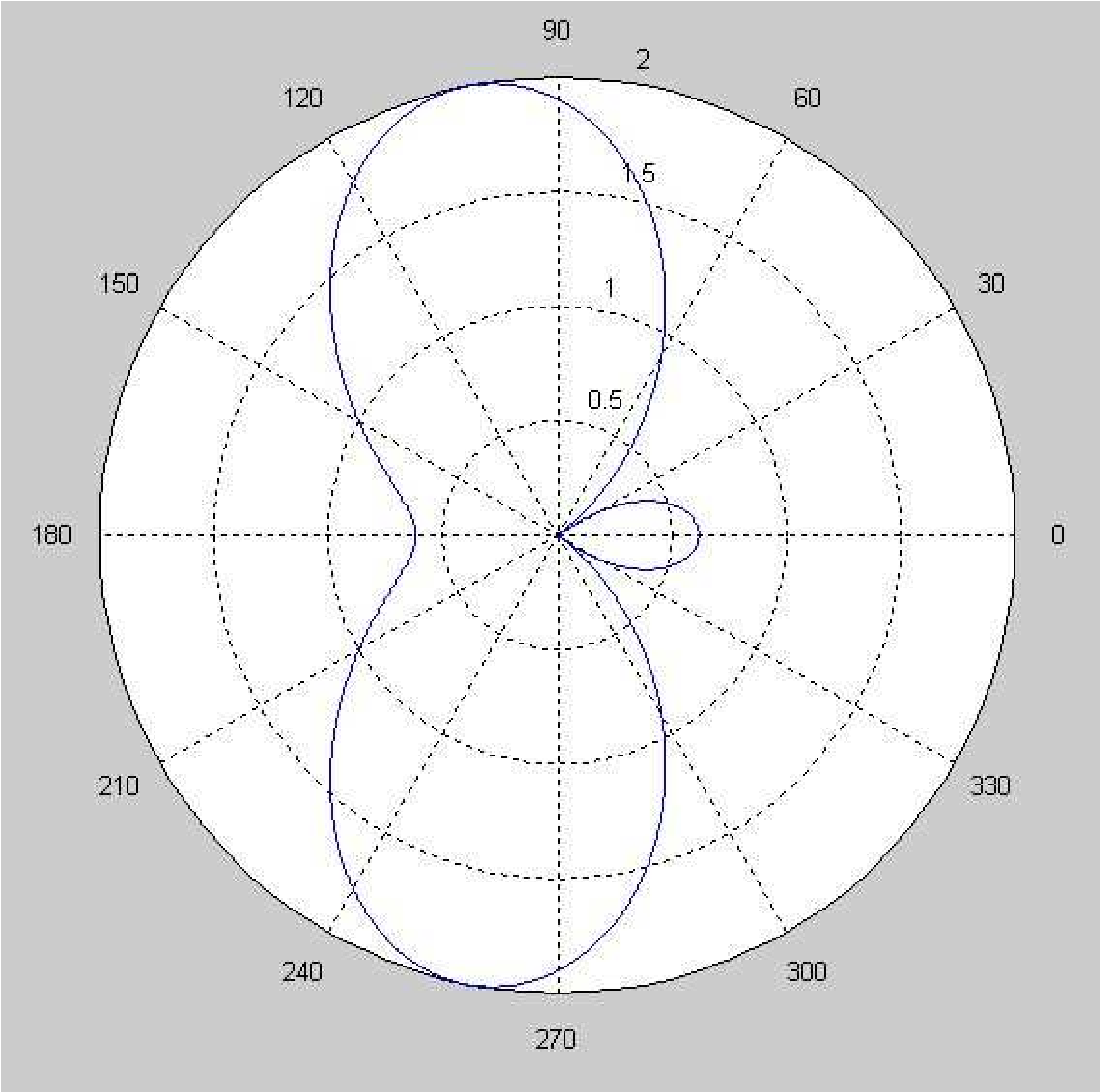
$$d = \lambda/2,\ \psi = 1{,}7\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



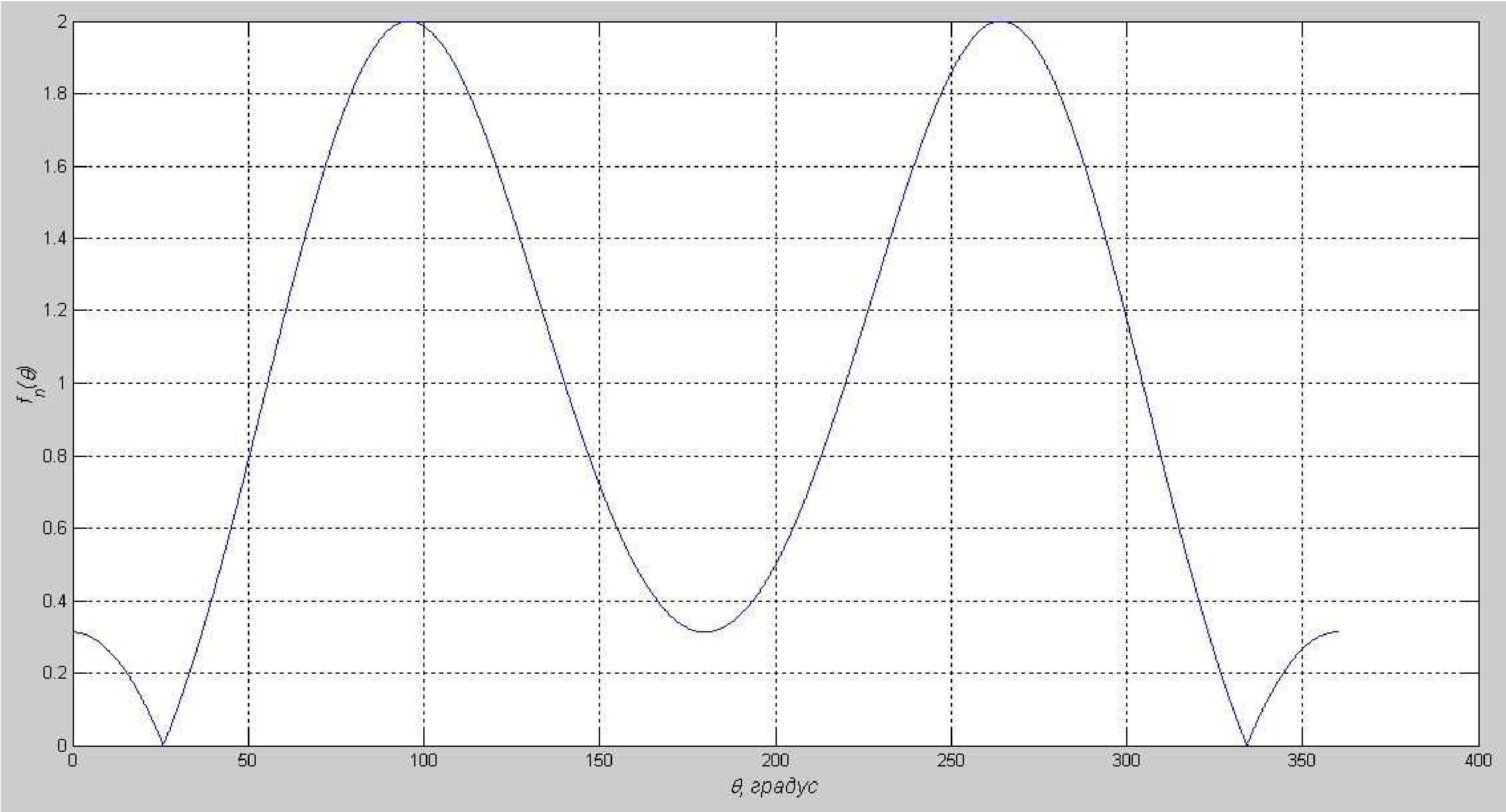
$$d = \lambda/2,\;\; \psi = 1{,}8\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



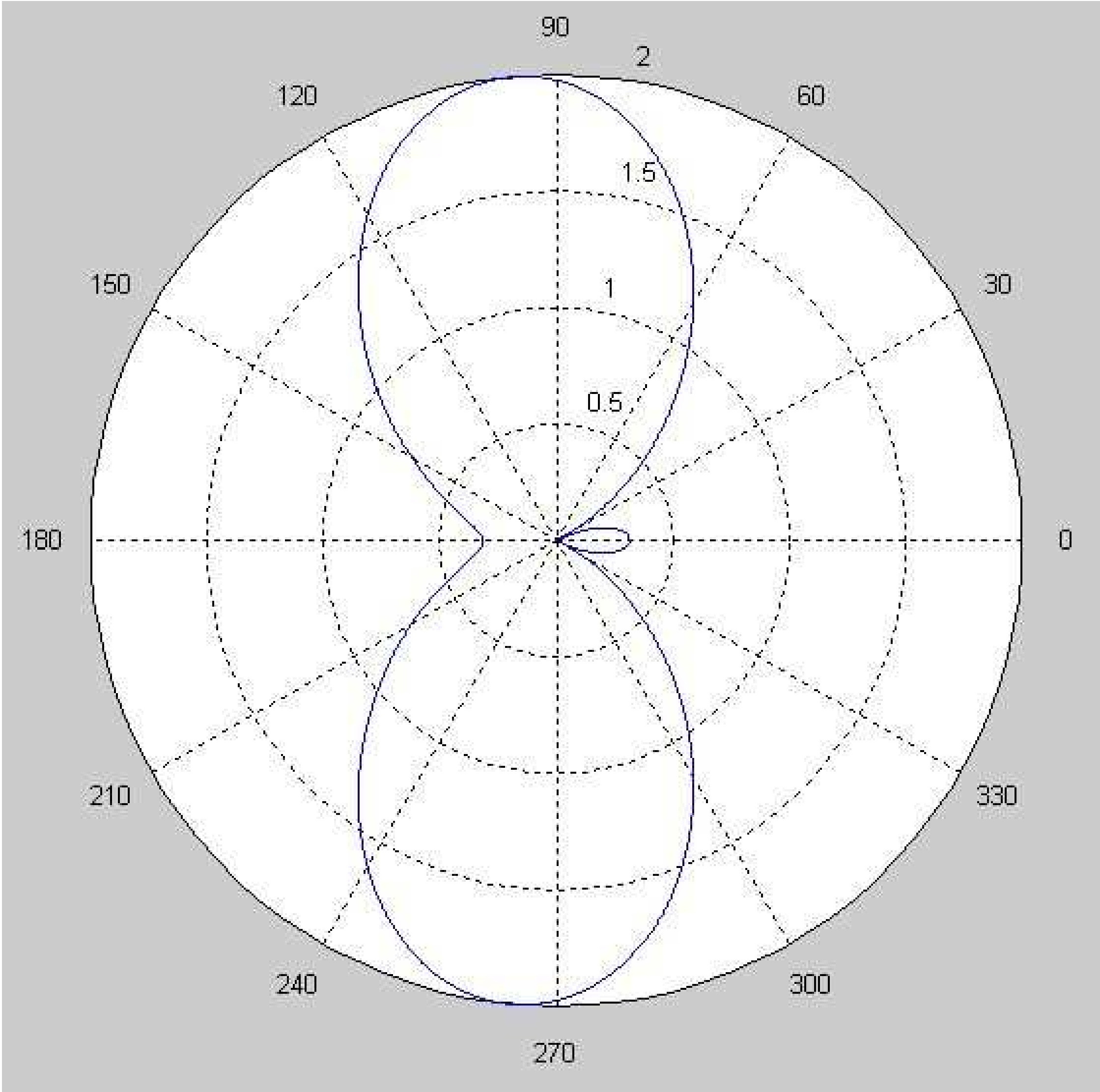
$$d = \lambda/2, \;\; \psi = 1{,}8\pi.$$

Два ізотропних випромінювача



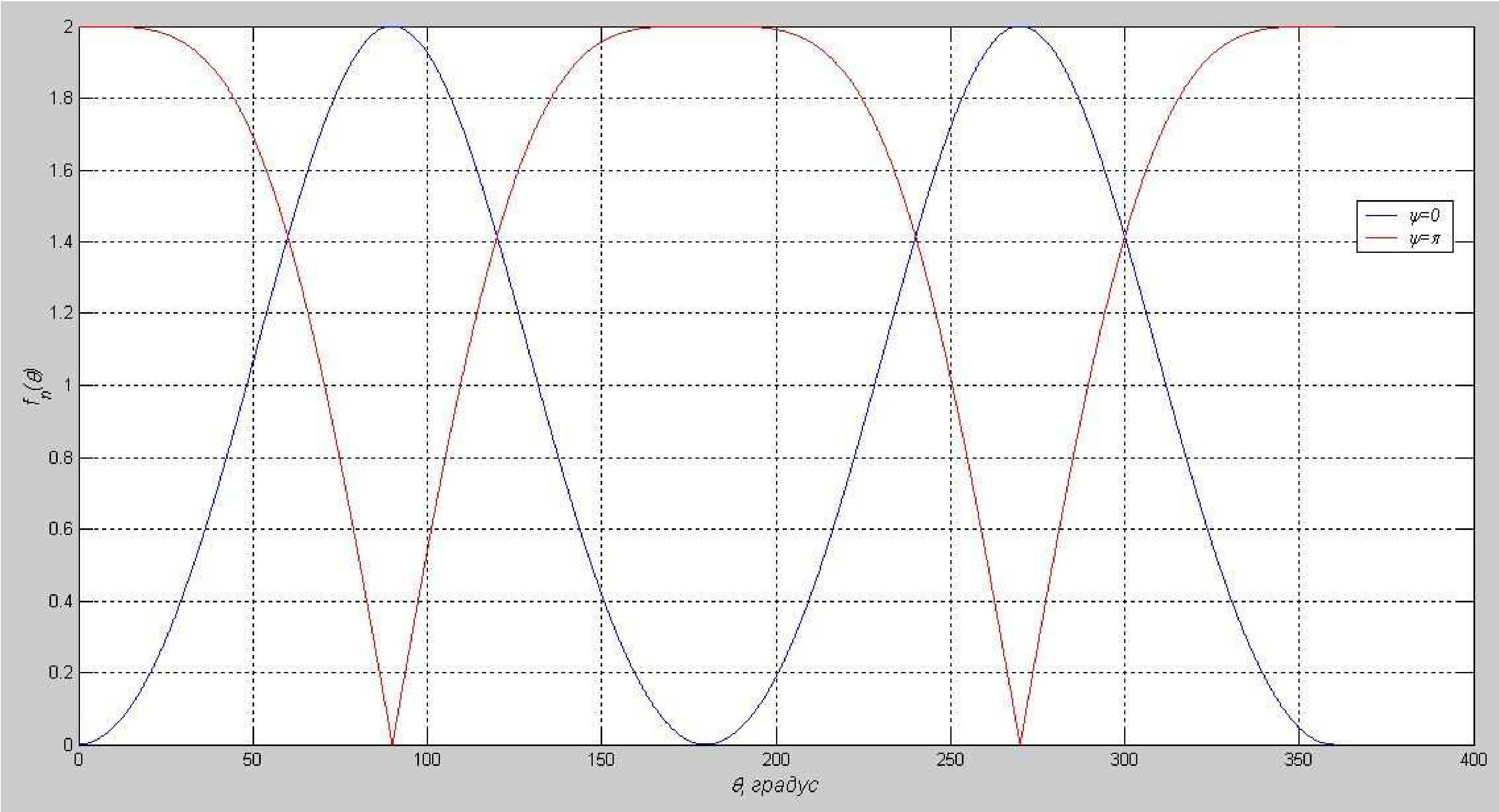
$$d = \lambda/2,\ \ \psi = 1{,}9\pi.$$

Два ізотропних випромінювача

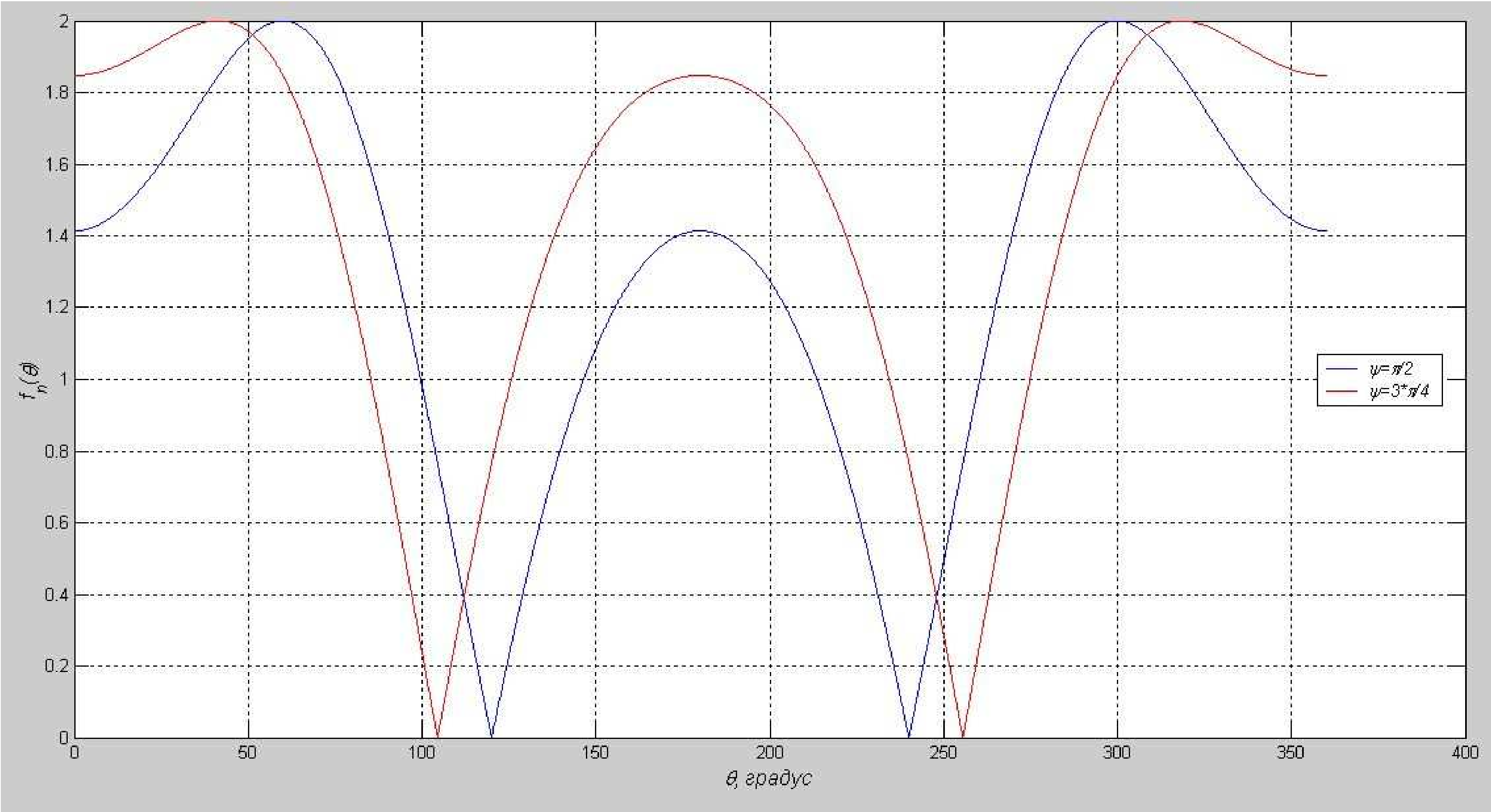


$$d = \lambda/2, \;\; \psi = 1{,}9\pi.$$

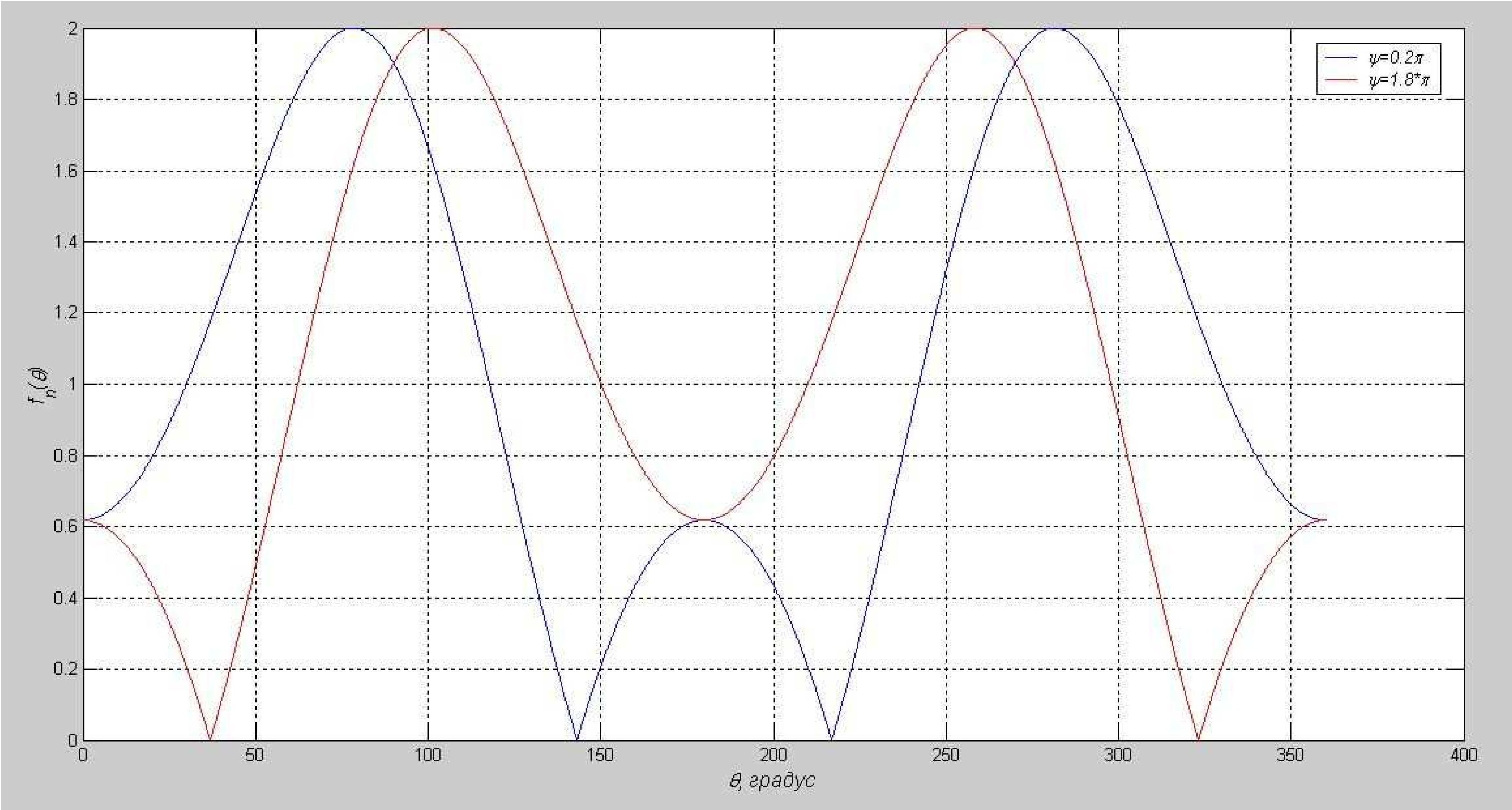
Два ізотропних випромінювача



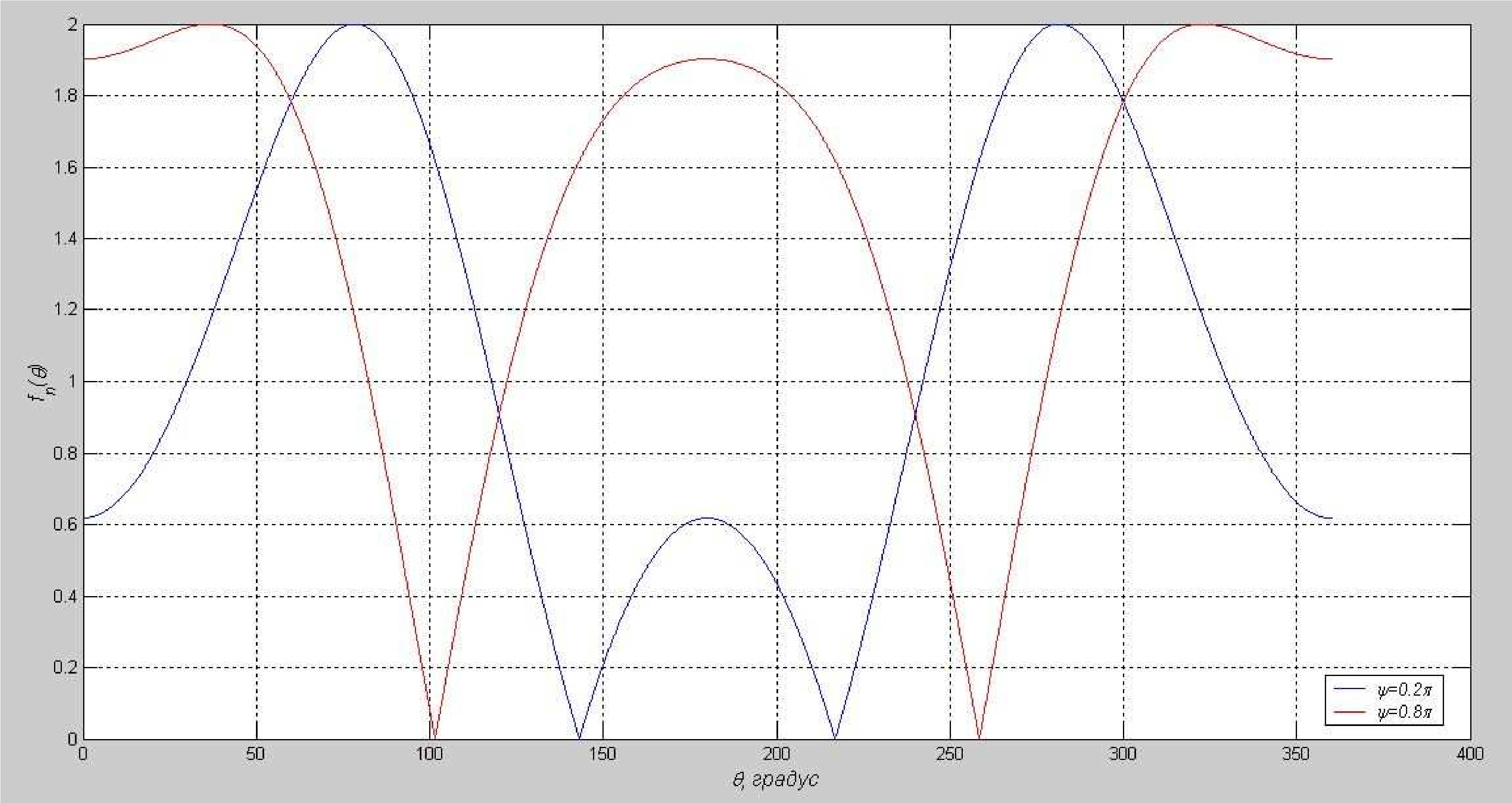
Два ізотропних випромінювача



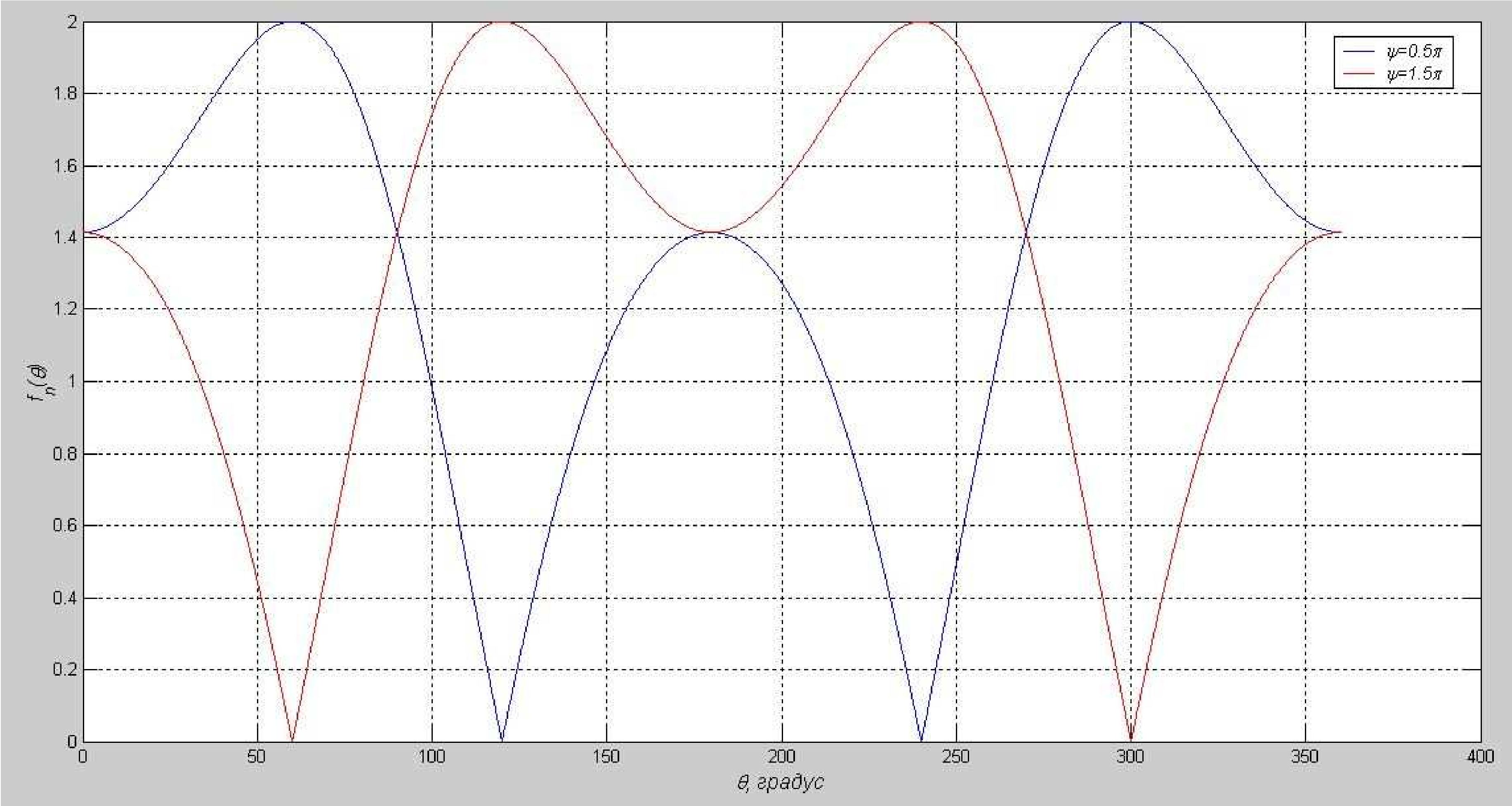
Два ізотропних випромінювача



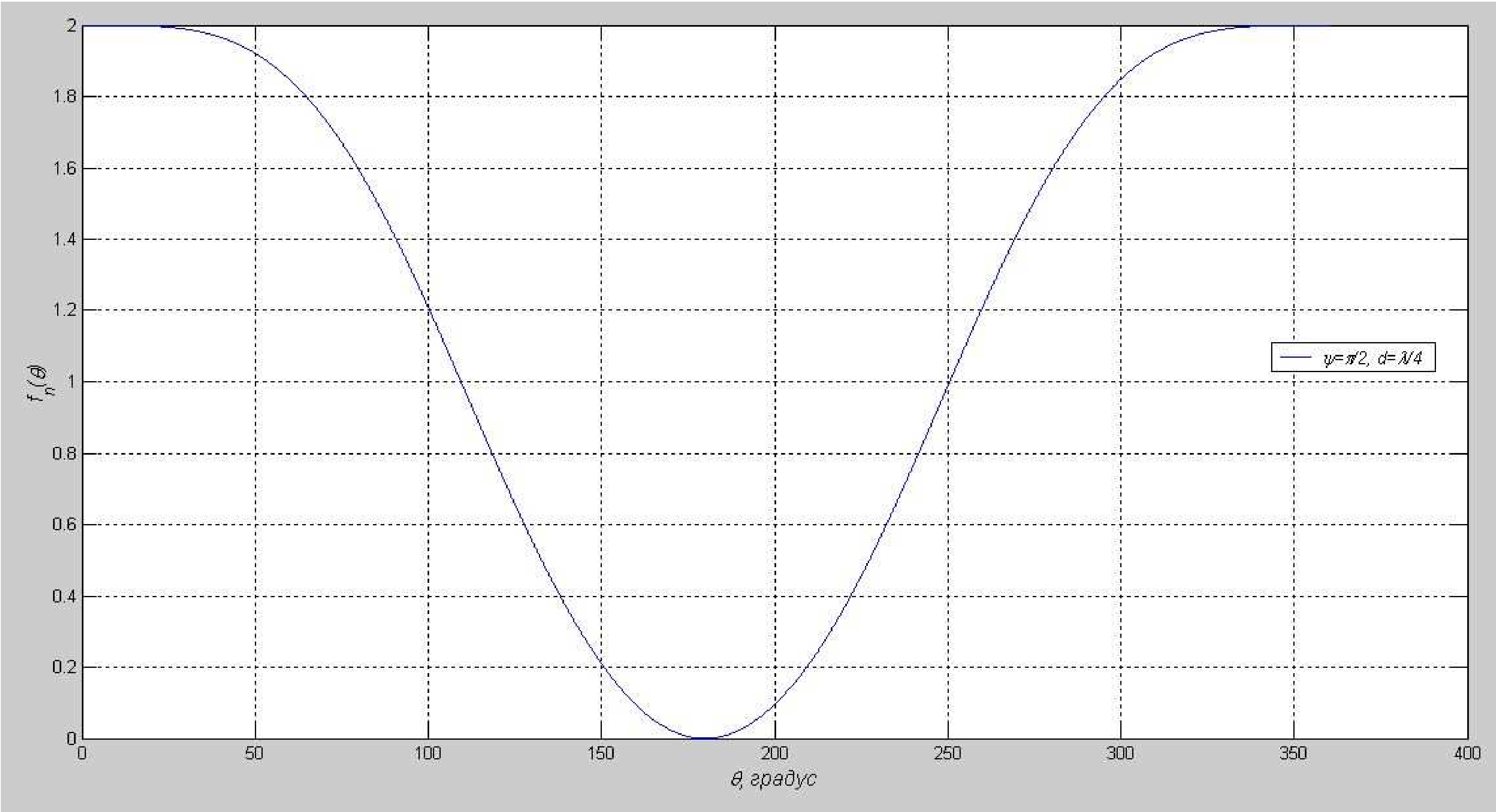
Два ізотропних випромінювача



Два ізотропних випромінювача

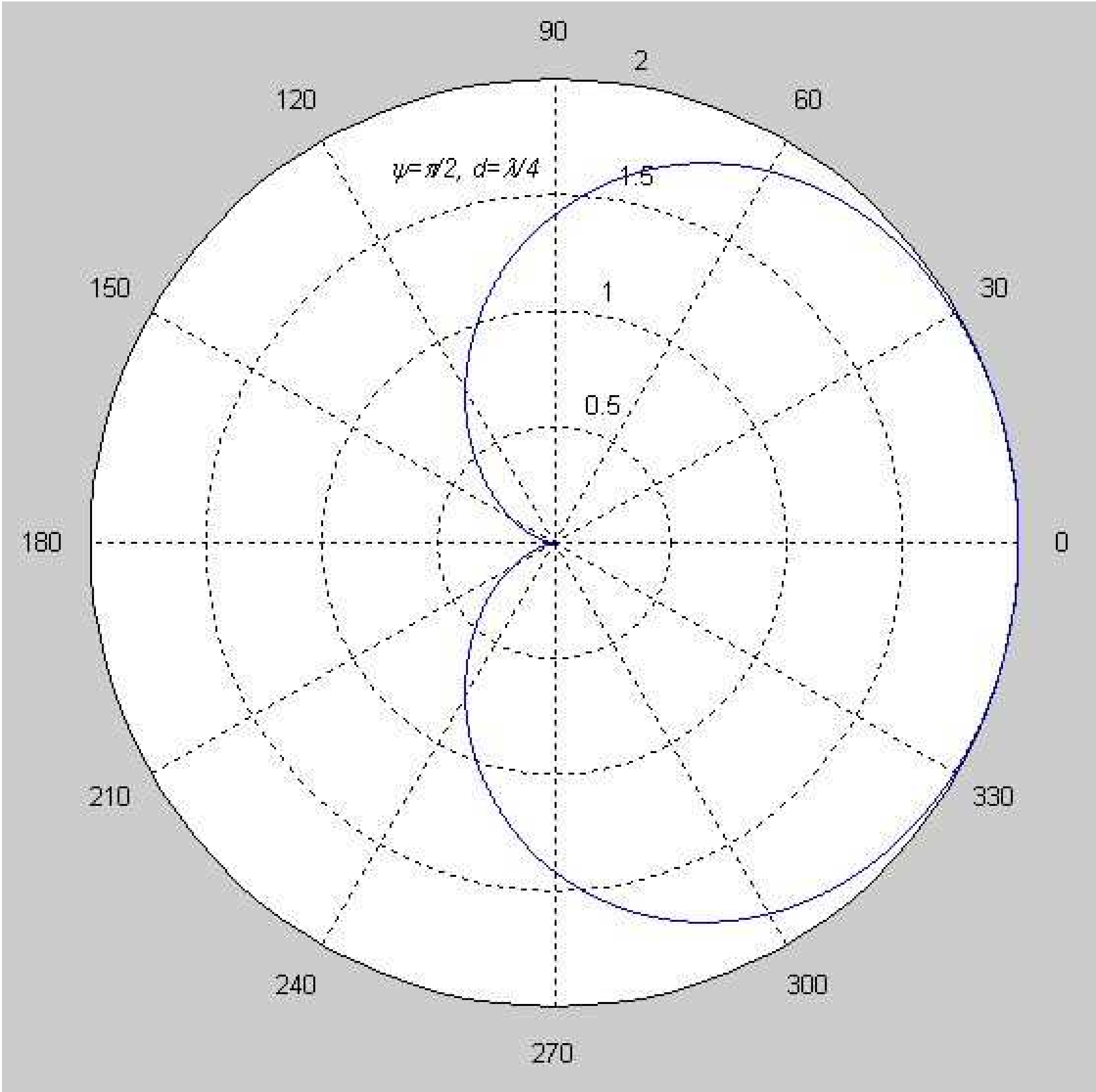


Два ізотропних випромінювача



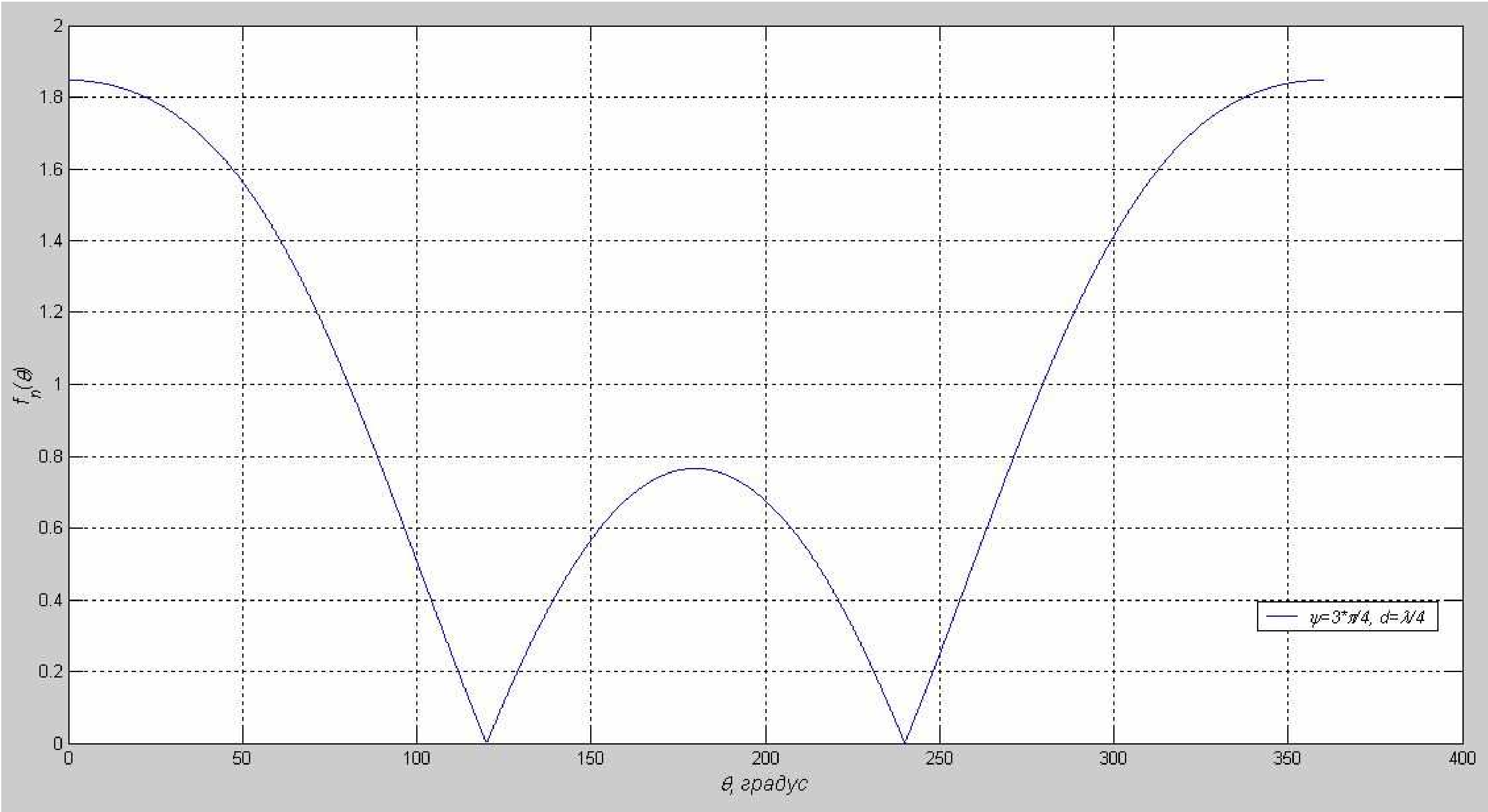
$$d = \lambda/4, \ \psi = \pi/2.$$

Два ізотропних випромінювача



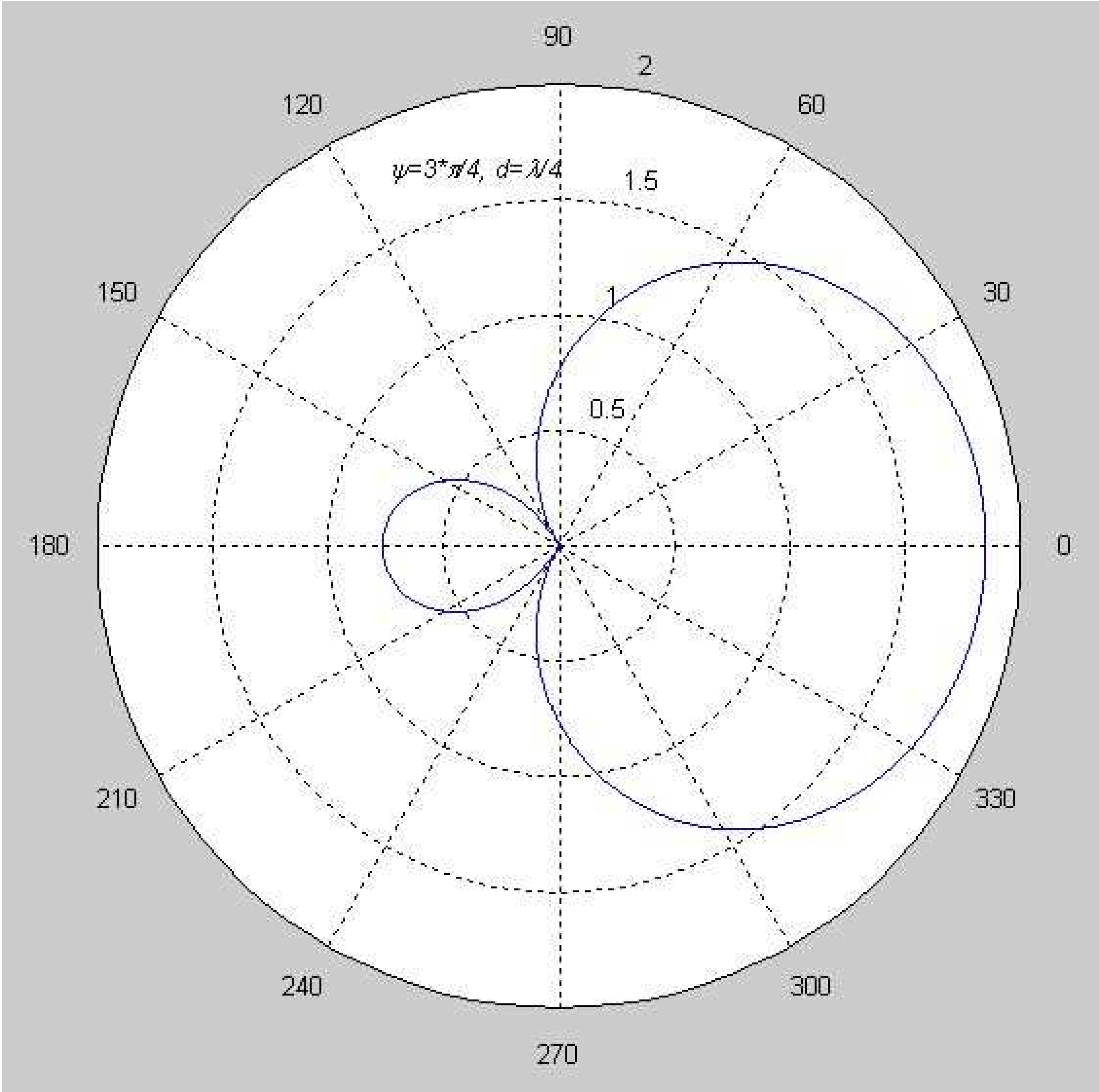
$$d = \lambda/4, \ \psi = \pi/2.$$

Два ізотропних випромінювача



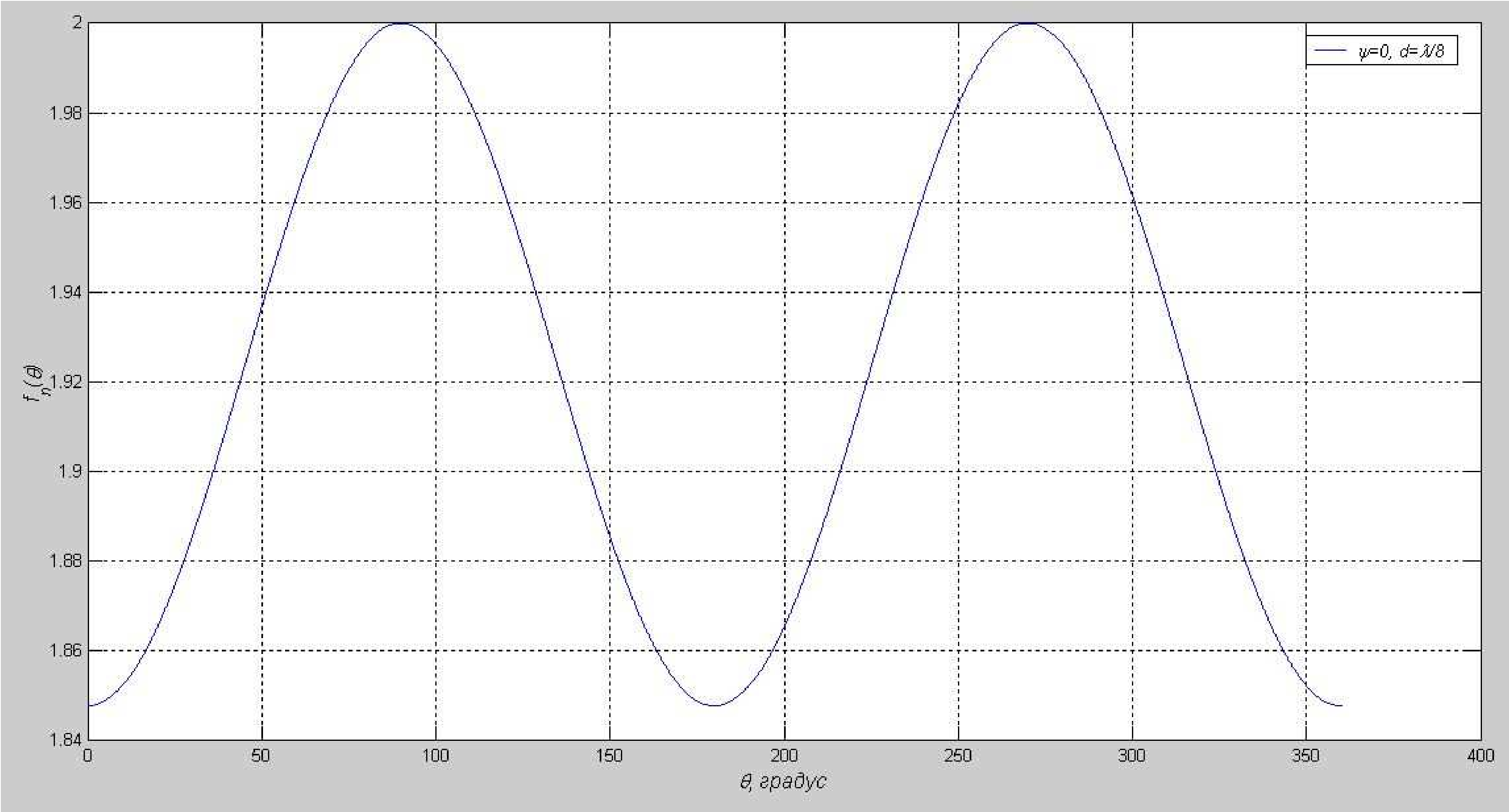
$$d = \lambda/4,\ \ \psi = 3\pi/4$$

Два ізотропних випромінювача



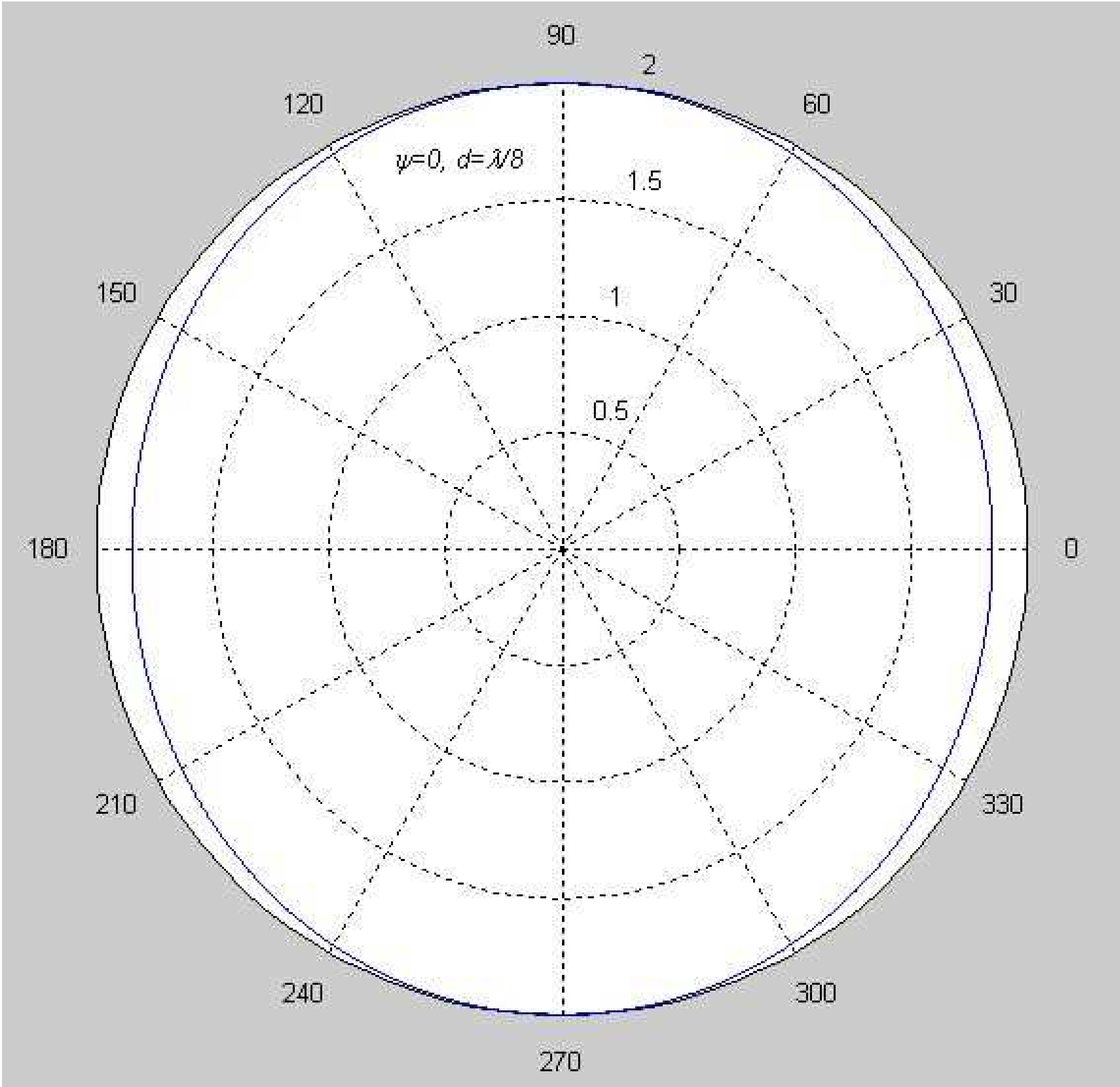
$$d = \lambda/4,\ \psi = 3\pi/4$$

Два ізотропних випромінювача



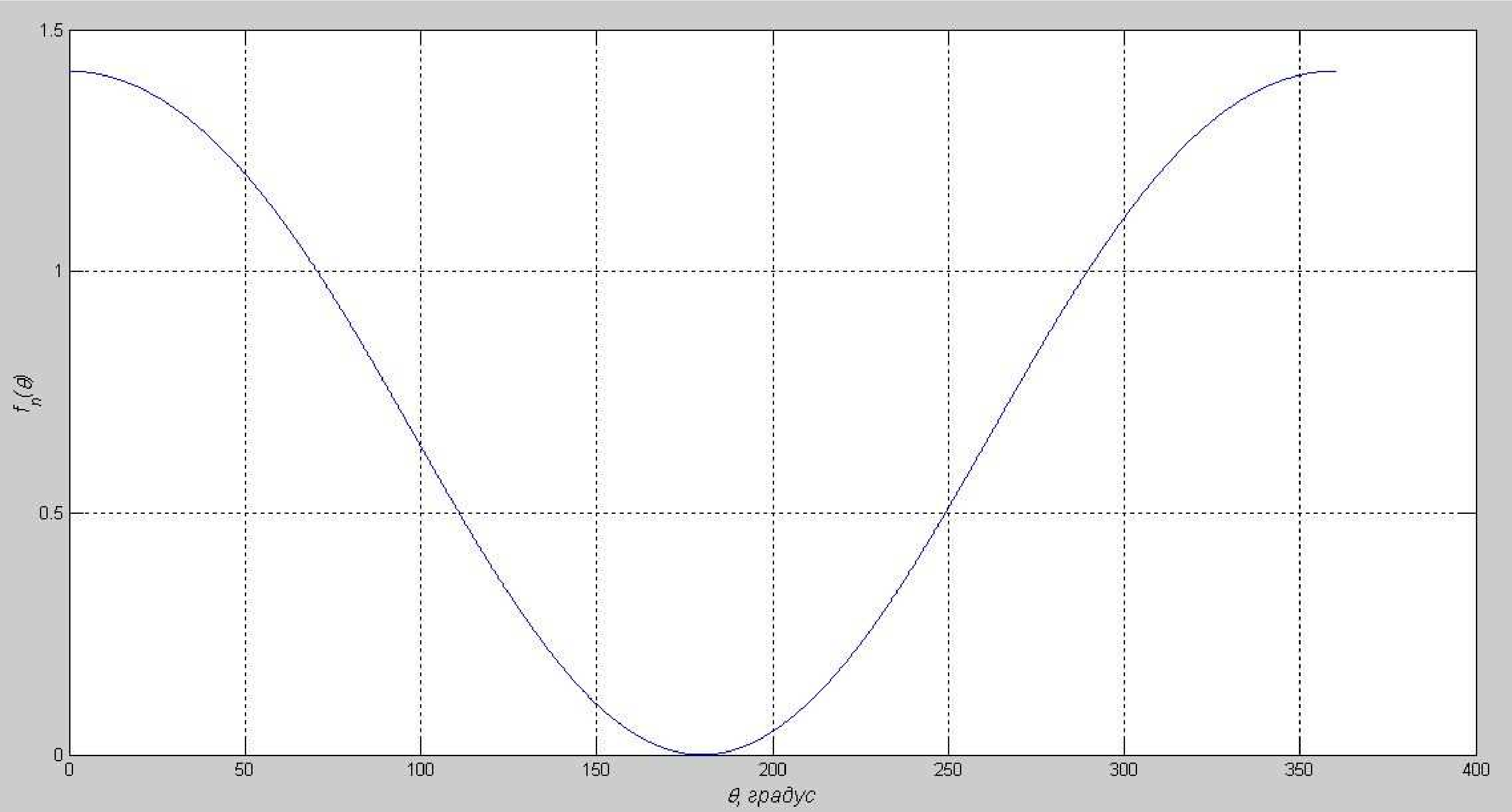
$$d = \lambda/8,\ \ \psi = 0$$

Два ізотропних випромінювача



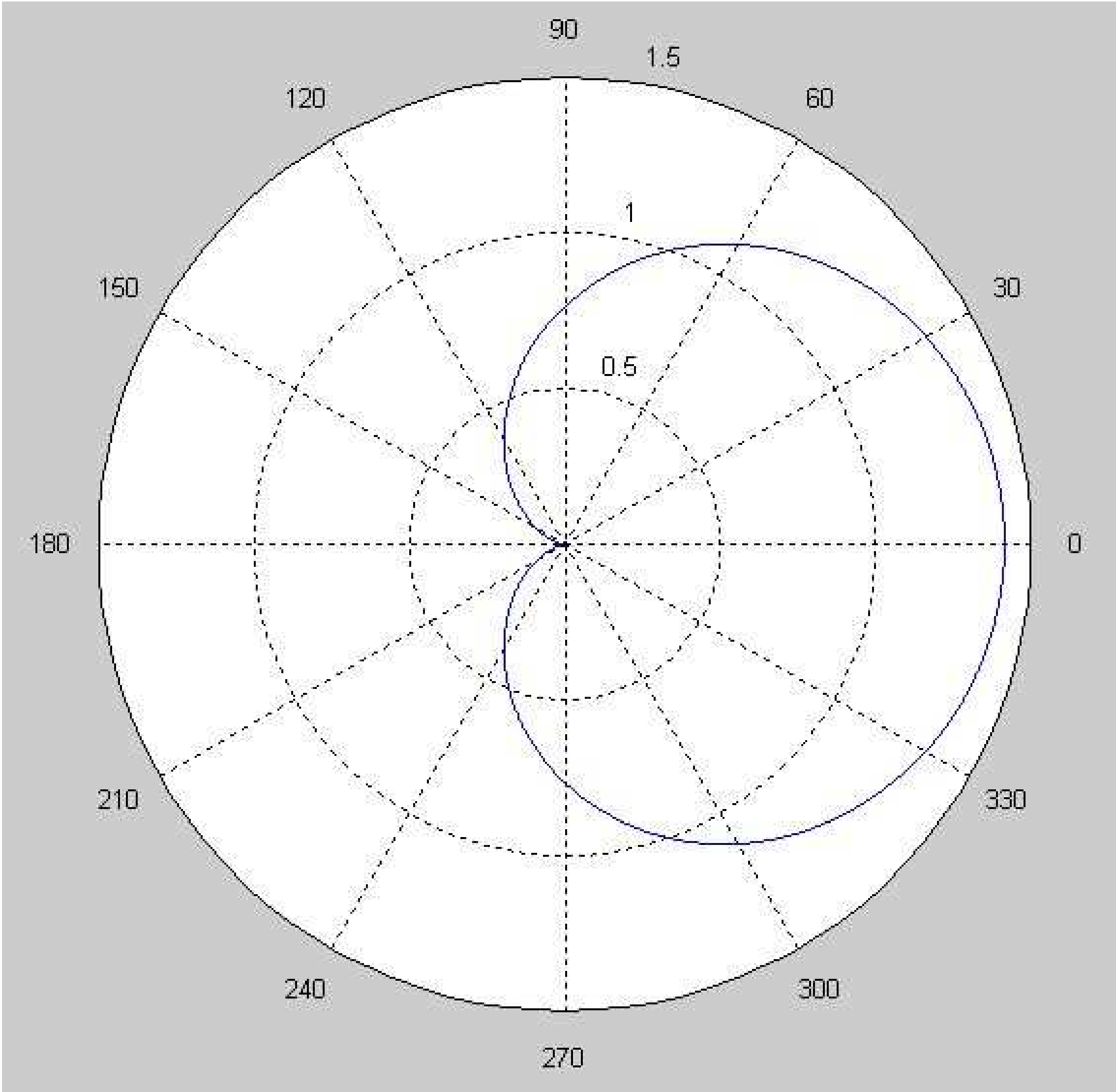
$$d = \lambda/8, \;\; \psi = 0$$

Два ізотропних випромінювача



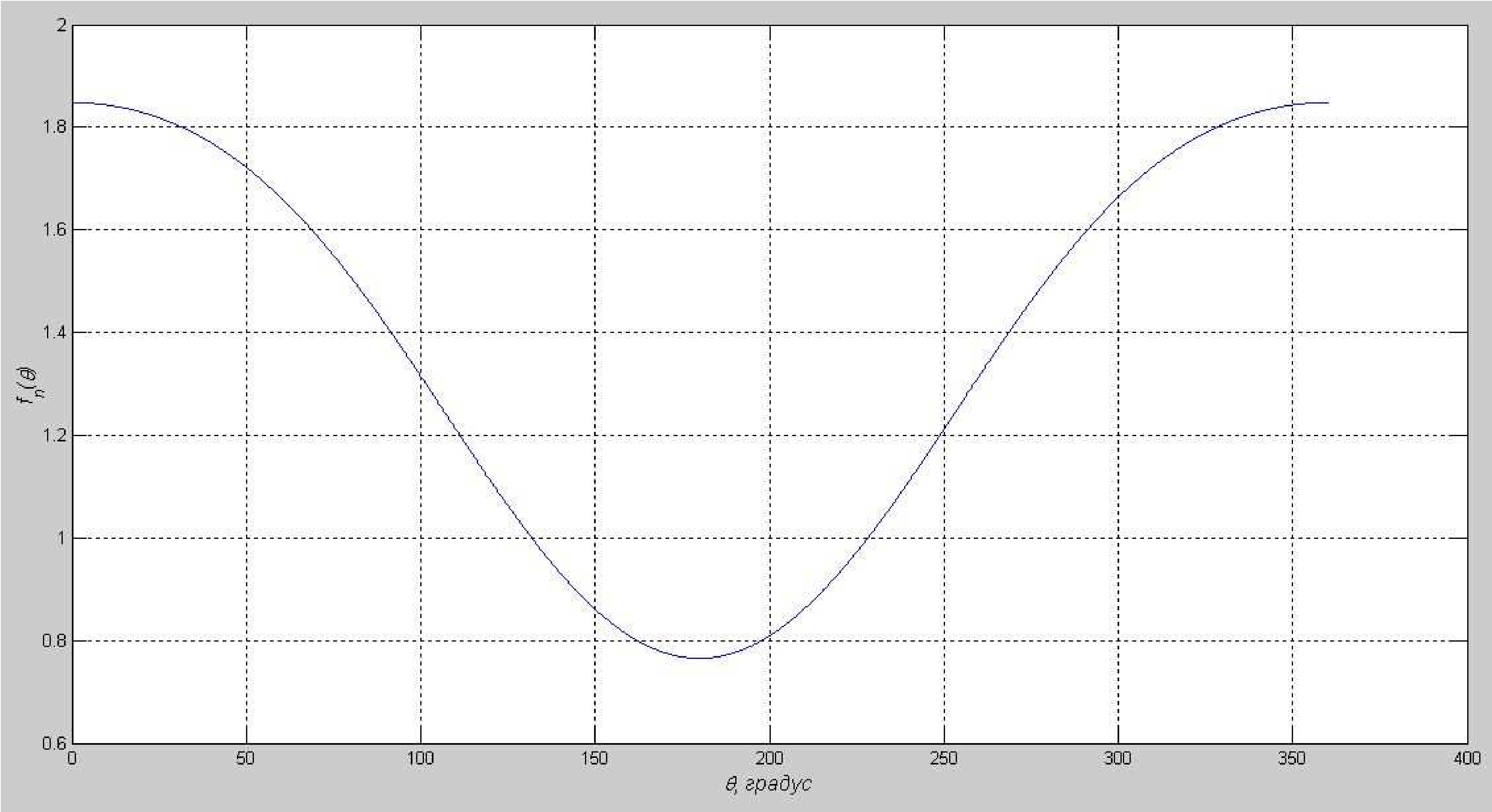
$$d = \lambda/8,\ \ \psi = 3\pi/4$$

Два ізотропних випромінювача



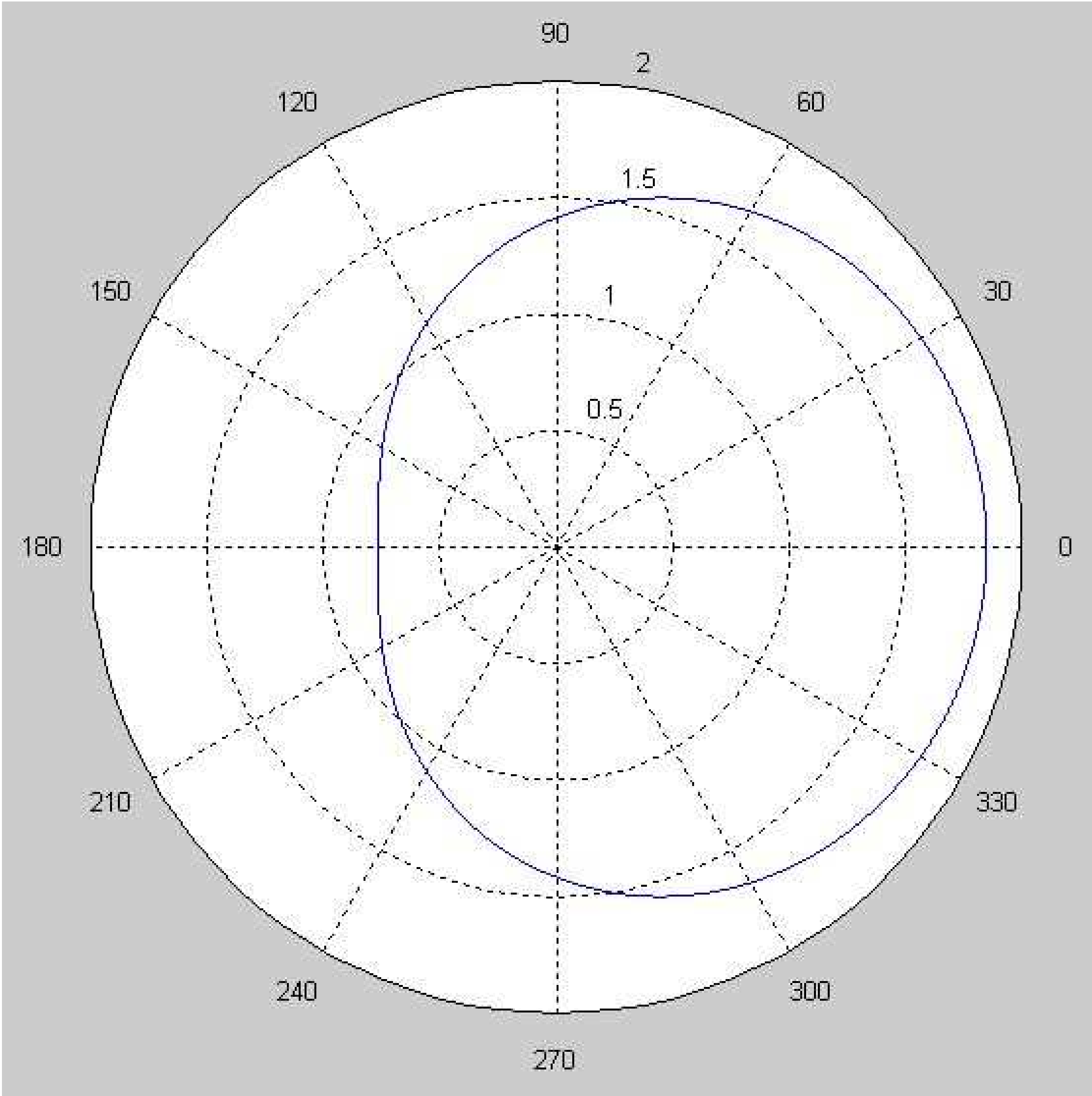
$$d = \lambda/8, \;\; \psi = 3\pi/4$$

Два ізотропних випромінювача



$$d = \lambda/8,\ \psi = \pi/2$$

Два ізотропних випромінювача



$$d = \lambda/8,\ \psi = \pi/2$$