

Аналіз і синтез випромінюючих систем

**Зони Френеля.
Домінантна область простору**

Принцип Гюйгенса-Френеля

Основними наближеними методами розв'язання задач електродинаміки у квазіоптичній області

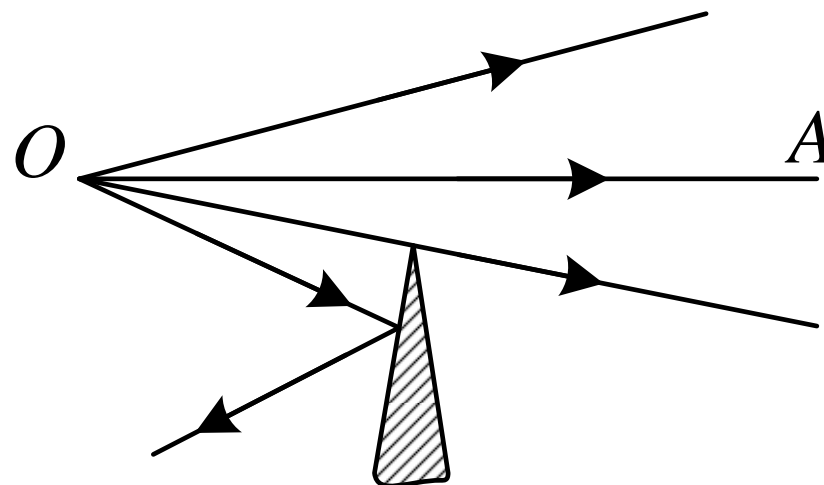
$\lambda \ll L$, де L – характерний розмір електродинамічної системи.

є **метод геометричної (променевої) оптики та метод фізичної (хвильової) оптики.**

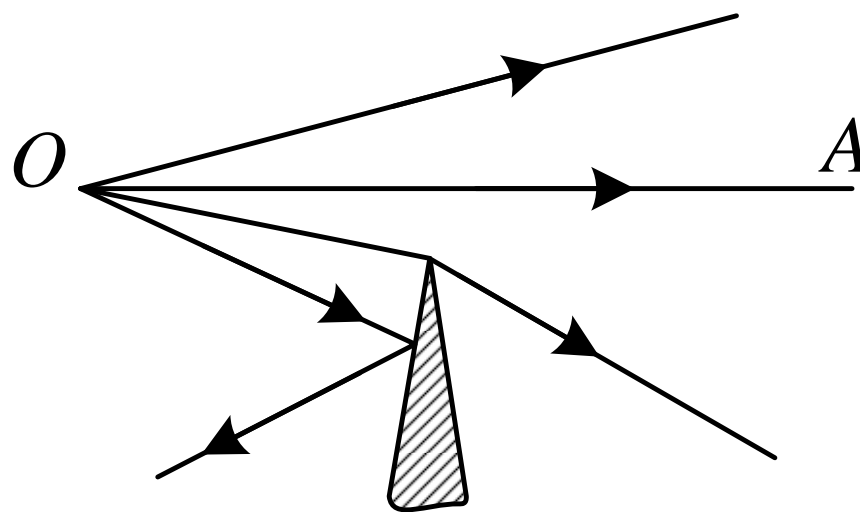
У методі геометричної оптики вважають, що електромагнітна енергія поширюється всередині хвильових трубок, і що між різними хвильовими трубками відсутній обмін енергією. Таким чином, задача зводиться до визначення напрямку променів у середовищі з заданими параметрами. Метод геометричної оптики використовують при розв'язанні задач в однорідному просторі, або у просторі, розподіленому незкінченною плоскою границею розподілу двох середовищ.

При падінні електромагнітної хвилі на обмежену чи криволинійну поверхню методами геометричної оптики розв'язок задачі можна знайти для освітленої ділянки за умови, що кривизна поверхні і фронт падаючої хвилі мало змінюються на відстані, рівній довжині хвилі. В області геометричної тіні наближення геометричної оптики дає нульове значення поля – рисунок. На границі між освітленою ділянкою та областю тіні поле буде розривним.

Принцип Гюйгенса-Френеля

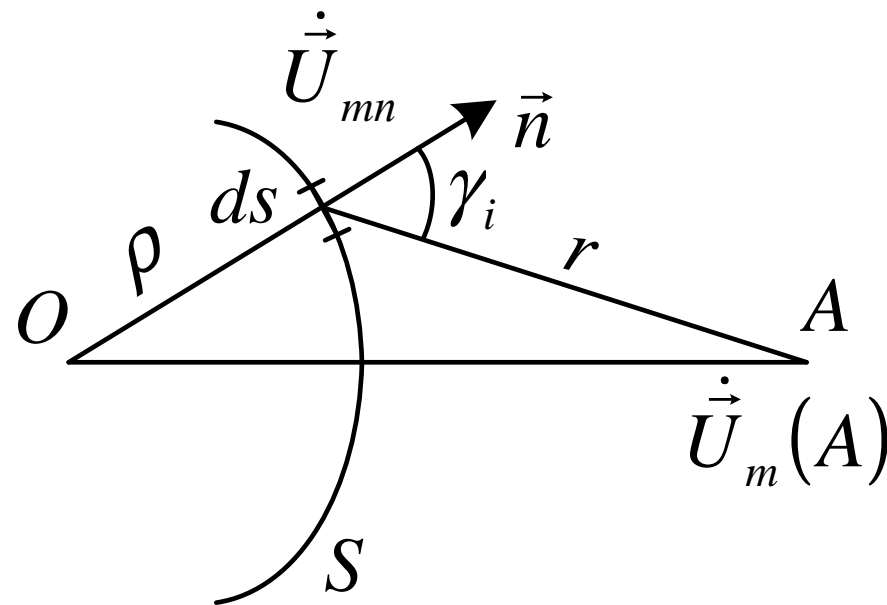


Таким чином, *метод геометричної оптики* не враховує явище дифракції, за якого поле існує і в області тіні – рисунок.



Принцип Гюйгенса-Френеля

Метод фізичної оптики використовує принцип Гюйгенса-Френеля, за яким кожну точку фронту хвилі можна розглядати як джерело вторинної сферичної хвилі, а повне вторинне поле є результатом інтерференції хвиль, які виходять з усіх точок фронту. Іншими словами, ЕМП у будь-якій точці простору А (рисунок) можна представити як поле первинних джерел безпосередньо, або як сумарне поле вторинних джерел, неперервно розподілених по замкненій хвилевій поверхні S , яка охоплює первинні джерела.



Принцип Гюйгенса-Френеля

Останнє можливе завдяки принципу, згідно якого поле на хвильовому фронті приймається в якості джерела, яке створює поле у точці спостереження. Цей принцип запропоновано Гюйгенсом, а математично його описує формула Кірхгофа:

$$\dot{U}_m(A) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{\partial \dot{U}_{mi}}{\partial n} \frac{e^{-ikr}}{r} + \dot{U}_{mi} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) \right] ds, \quad (1)$$

$\dot{U}_m(A)$ - комплексна амплітуда поля у точці спостереження;

\dot{U}_{mi} - комплексна амплітуда поля на хвильовій поверхні у точці розташування елементарного вторинного джерела ds ;

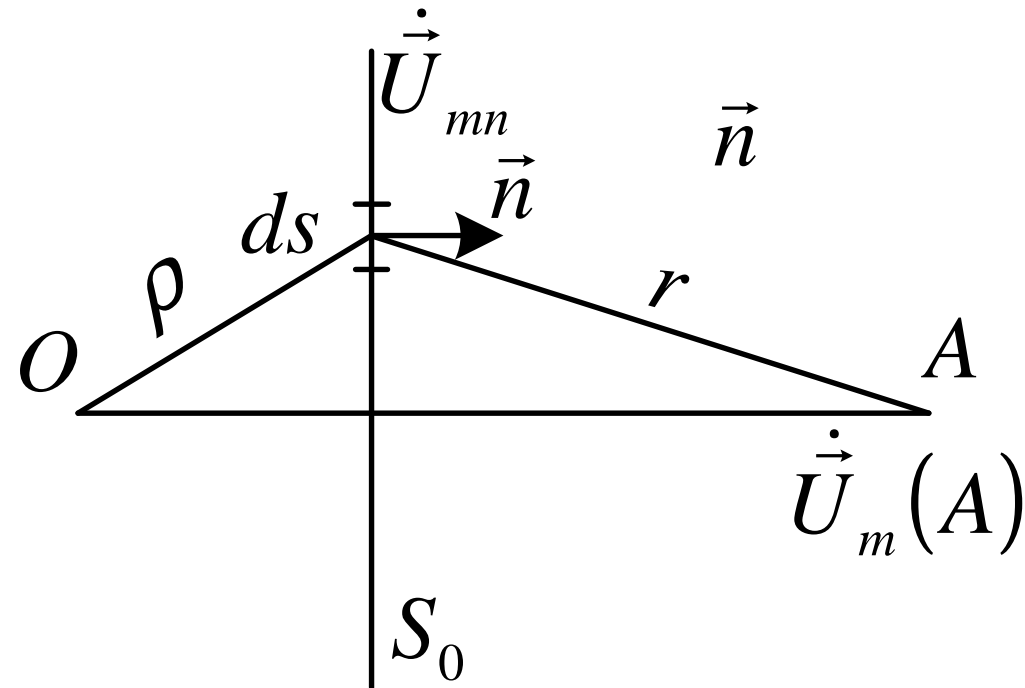
n - нормаль до поверхні;

S - замкнута поверхня, яка охоплює джерело випромінювання;

r - відстань від хвильової поверхні до точок спостереження.

Принцип Гюйгенса-Френеля

Можна показати, що інтеграл в (1) можна обчислити не по замкненій поверхні S , яка охоплює джерело випромінювання, а по плоскій незкінченній поверхні S_0 , яка віддалена від джерела на відстань ρ_0 . При цьому розташування вторинних джерел матиме вигляд, як показано на рисунку.



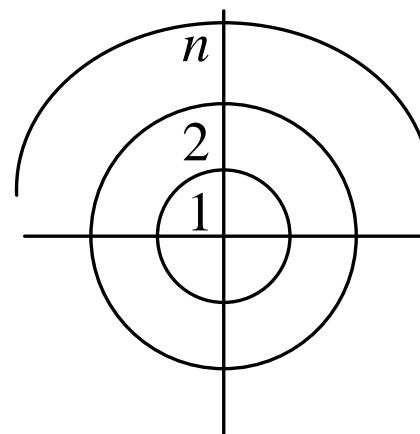
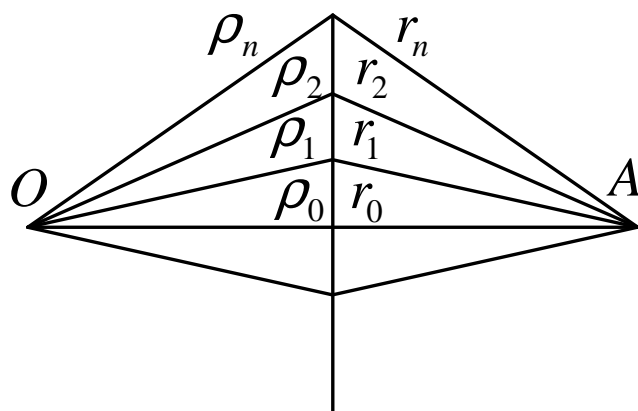
Принцип Гюйгенса-Френеля

Принцип Гюйгенса забезпечує можливість визначення результуючого поля у точці спостереження. Проте його недостатньо для пояснення дифракційних явищ. Френель розширив можливості принципу Гюйгенса, запропонувавши спосіб “маркування” вторинних джерел, завдяки чому можна визначити амплітуди та фази цих полів.

Для маркування вторинних джерел Френель розбив хвилеву поверхню на зони, які з часом назвали на його честь.

Зони Френеля

Розподіл поверхні S_0 , на зони Френеля здійснюється таким чином, що **відстань від джерела випромінювання до відповідної точки зони і від цієї точки до точки спостереження, взяті для двох сусідніх зон, відрізняються на половину довжини хвилі** (рисунок), тобто



$$\rho_1 + r_1 - (\rho_0 + r_0) = \frac{\lambda}{2};$$

$$\rho_2 + r_2 - (\rho_0 + r_0) = 2 \frac{\lambda}{2};$$

...

$$\rho_n + r_n - (\rho_0 + r_0) = n \frac{\lambda}{2}.$$

Зони Френеля

При цьому фази полів сусідніх джерел, розташованих у сусідніх зонах, відрізняються на 180 градусів, а амплітуди мають такі значення:

$$2 \frac{kcds_0}{4\pi\rho_0 r_0} = B_1 - \text{для першої зони;}$$

$$\frac{kcds_1}{4\pi\rho_1 r_1} (1 + \cos \gamma_1) = B_2 - \text{для другої зони і т.д}$$

Тут γ - кут між нормаллю \vec{n} тт напрямком \vec{r} .

З цих співвідношень видно, що амплітуда поля зменшується зі збільшенням номера зони, оскільки має місце збільшення кута γ тт добутку ρr .

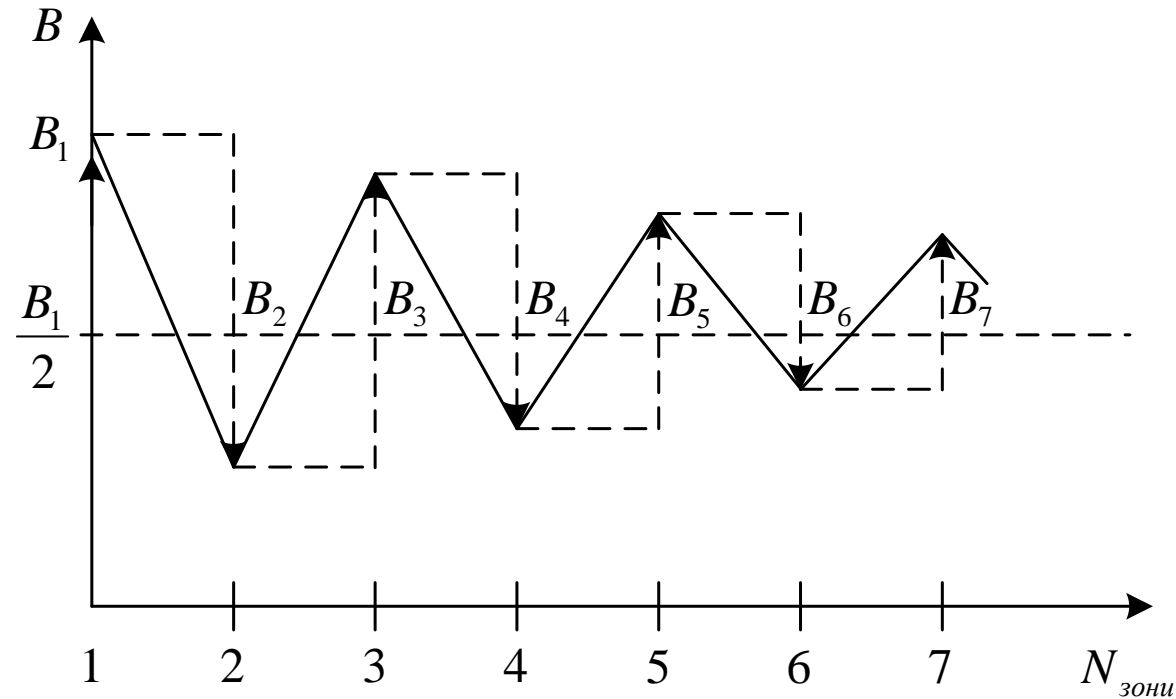
Тому, чим більший номер зони, тим менший її внесок у результуюче поле у точці спостереження. Найбільший внесок у результуюче поле роблять зони з малими номерами. Результуючу амплітуду поля від сторонніх джерел, розташованих у всіх зонах Френеля, можна записати як знакозмінний ряд:

$$B = B_1 - B_2 + B_3 - B_4 + B_5 - B_6 + \dots$$

(2)

Зони Френеля

чи зобразити графічно – рисунок.



Суму членів ряду (2) можна переписати так:

$$B = \frac{B_1}{2} + \left(\frac{B_1}{2} - B_2 + \frac{B_3}{2} \right) + \left(\frac{B_3}{2} - B_4 + \frac{B_5}{2} \right) + \dots \cong \frac{B_1}{2}. \quad (3)$$

Зони Френеля

Площі всіх зон ds_i однакові, а кути γ_i у сусідніх зонах незначно відрізняються. Тому сума членів ряду, які у дужках, приблизно дорівнює нулю. **Результюча сума (3) збігається до значення $B_1/2$, тобто результуюча амплітуда поля всіх вторинних джерел становить половину амплітуди поля джерел, розташованих у першій зоні.**

Домінантна область простору (область, суттєва для поширення)

Амплітуда результуючого поля, створеного вторинними джерелами, не дуже відрізняється від $B_1/2$, якщо взяти декілька перших зон Френеля. Як наслідок, ці зони роблять основний внесок у створення результуючого поля. Внесок решти областей незначний. З цього випливає, що перенесення електромагнітної енергії хвилею від джерела до точки спостереження здійснюється у деякій просторовій області. Інакше кажучи, між джерелом випромінювання і точкою спостереження є певна область, яка суттєво впливає на поширення радіохвиль. Вона охоплює декілька перших просторових зон Френеля.

При визначенні форми цієї суттєвої області вважають, що площа S_0 переміщується уздовж лінії спостереження ОА від джерела до точки спостереження.

Плоским перерізом доміантної області є еліпс, а просторовою фігурою – еліпсоїд обертання. Він охоплює вторинні джерела, які роблять найбільший внесок у результуюче поле, тобто декілька перших зон Френеля. Фокусами цього еліпсоїда є точки О та А.

Домінантна область простору (область, суттєва для поширення)

Радіус кола перерізу n -го еліпсоїда, тобто радіус n -ї зони становить

$$R_n = \sqrt{\frac{n\lambda\rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}}.$$

Площі всіх зон однакові та становлять $\frac{n\lambda\rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}$.

У частинному випадку, коли поверхню S розташовано посередині між точкою випромінювання та точкою спостереження, радіус n -ї зони Френеля становить

$$R_n \cong \sqrt{n\lambda\rho_0}.$$

При $\lambda \rightarrow 0$ всі еліпсоїди витягаються у лінію, оскільки $R_n \rightarrow 0$.

Звідси випливає доведення прямолінійного поширення хвиль оптичного діапазону, оскільки довжини хвиль дуже малі порівняно з відстанню ОА.

Метод визначення амплітуди результуючого поля

У попередніх лекціях йшла мова про те, що врахувати вплив Землі можна шляхом введення до рівняння ідеальної радіолінії відповідного множника. Покажемо це.

По перше, нас цікавить поле у дальній зоні. З урахуванням цього формула Кірхгофа (1)

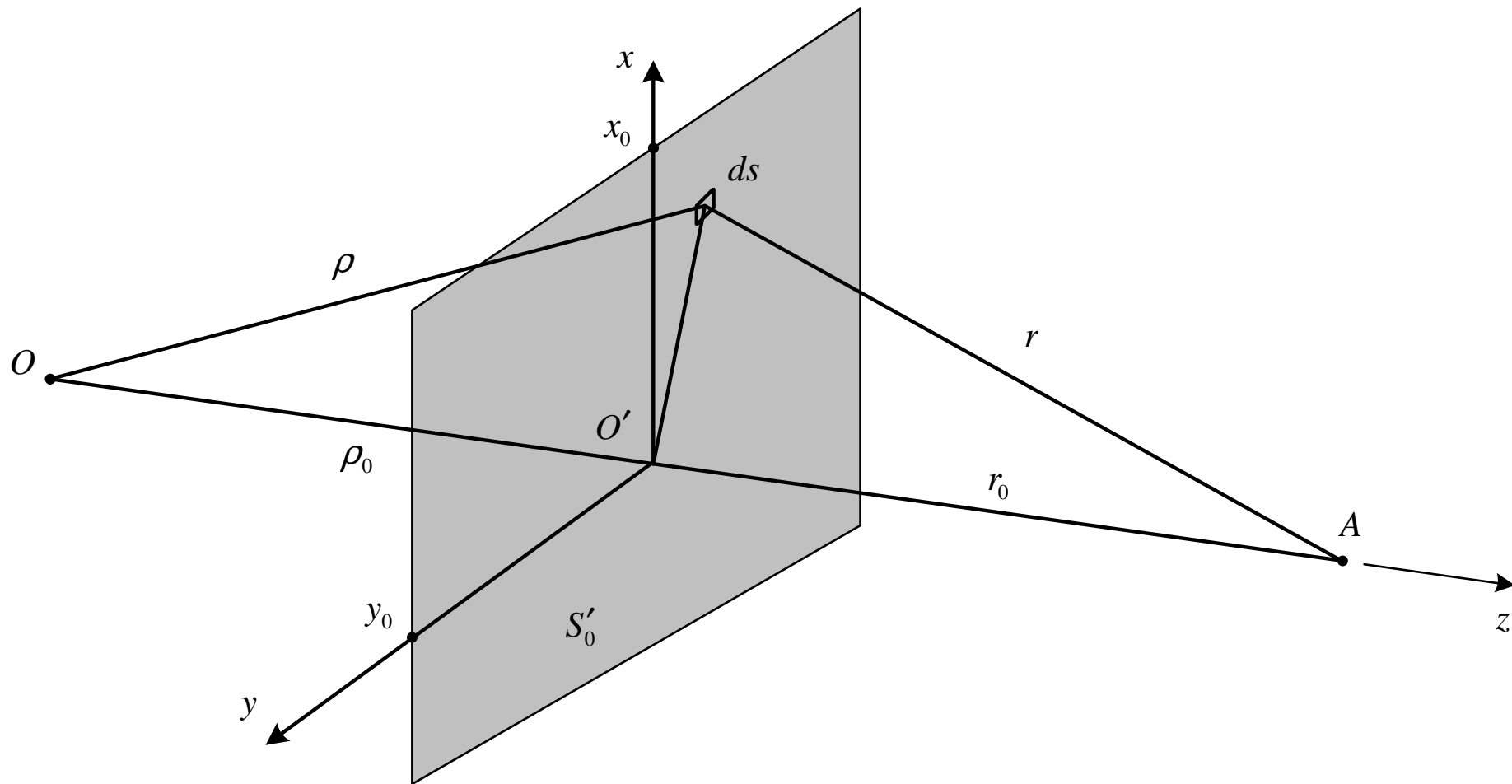
$$\dot{U}_m(A) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{\partial \dot{U}_{mi}}{\partial n} \frac{e^{-ikr}}{r} + \dot{U}_{mi} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) \right] ds$$

набуває вигляду:

$$\dot{U}_m(A) \cong \frac{ikc}{4\pi} \int_S \frac{e^{-ik(\rho+r)}}{\rho r} (1 + \cos \gamma) ds. \quad (4)$$

Використаємо прямокутну систему координат – рисунок на наступному слайді.

Метод визначення амплітуди результуючого поля



Метод визначення амплітуди результуючого поля

Площину S'_0 , вважаємо напівнескінченною, обмеженою лише координатою $x = x_0$.

Вважаємо також, що поверхню S'_0 , достатньо віддалено від джерела випромінювання та точки спостереження. Тому можна записати такі нерівності:

$$x^2 + y^2 \ll r_0^2;$$

$$x^2 + y^2 \ll \rho_0^2.$$

Завдяки цьому можна приблизно виразити ρ та r через x і y :

$$\rho = \sqrt{\rho_0^2 + (x^2 + y^2)}; \quad \rho \approx \rho_0 \sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{\rho_0^2}} \approx \rho_0 + \frac{x^2 + y^2}{2\rho_0};$$

$$r = \sqrt{r_0^2 + (x^2 + y^2)}; \quad r \approx r_0 \sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{r_0^2}} \approx r_0 + \frac{x^2 + y^2}{2r_0}.$$

Метод визначення амплітуди результуючого поля

Маємо:

$$\rho + r \cong (\rho_0 + r_0) + \frac{x^2 + y^2}{2} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right).$$

Після підстановки цих величин до виразу (4), визначаємо під інтегралом сталі та повільно змінювані множники. До останніх можна зарахувати добуток ρr , замість якого можна взяти добуток $\rho_0 r_0$, в також суму $1 + \cos \gamma$, замість якої можна приблизно взяти 2. Обидва ці припущення правомірні в силу наявності домінантної області.

З урахуванням цих припущень, вираз (4) набуває вигляду:

$$\dot{U}_m(A) \cong \frac{ikc}{2\pi} \cdot \frac{e^{-ik(\rho_0+r_0)}}{\rho_0 r_0} \int_{S'_0} e^{-ik \left(\frac{x^2+y^2}{2} \right) \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{\rho_0} \right)} dx dy. \quad (4)$$

Метод визначення амплітуди результуючого поля

$$\dot{U}_m(A) \cong \frac{ikc}{2\pi} \cdot \frac{e^{-ik(\rho_0+r_0)}}{\rho_0 r_0} \int_{S'_0} e^{-ik\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)\left(\frac{1}{r_0}+\frac{1}{\rho_0}\right)} dx dy.$$

\dot{B}_1 \dot{F}

Тут перед інтегралом стоїть величина, пропорційна комплексній амплітуді поля від першої зони (\dot{B}_1). А сам інтеграл є множником, який враховує інтерференцію полів усіх зон (\dot{F}).

Метод визначення амплітуди результуючого поля

Таким чином, **амплітуда результуючого поля визначається як добуток амплітуди поля від першої зони Френеля (\dot{B}_1) та множника, який враховує інтерференцію полів усіх зон (\dot{F}):**

$$\dot{U}_m(A) = \dot{B}_1 \cdot \dot{F}.$$

Цей метод широко використовують не лише у теорії поширення радіохвиль, але й у антенній техніці.

Амплітуда поля за дифракційним екраном

На практиці досить часто зустрічається дифракційна задача такого типу: на шляху поширення радіохвиль стоїть непрозора перепона типу провідного екрану, наприклад, неметалевий екран, покритий металом, кузов автомобіля чи земляний вал з крутими відкосами. Іноді до таких перепон, з певними обмеженнями, можна віднести будівлі. Потрібно визначити поле за екраном.

Екран певною мірою закриває домінуючу область. За екран ЕМП може проникати від вторинних джерел, розташованих на неекранованих ділянках хвилевої поверхні. Якщо використовувати хвилеву оптику, то це проникнення доводиться тлумачити як огинання хвилею перепони, тобто як дифракцію.

Поле за екраном буде ним спотворено. Значення його комплексної амплітуди можна записати

$$\dot{U}_m(A) = \dot{U}_{m0}(A) \dot{F}(u_0),$$

$\dot{F}(u_0)$ - множник дифракційного екрану, який має фізичний зміст зм'якшення затування.

Амплітуда поля за дифракційним екраном

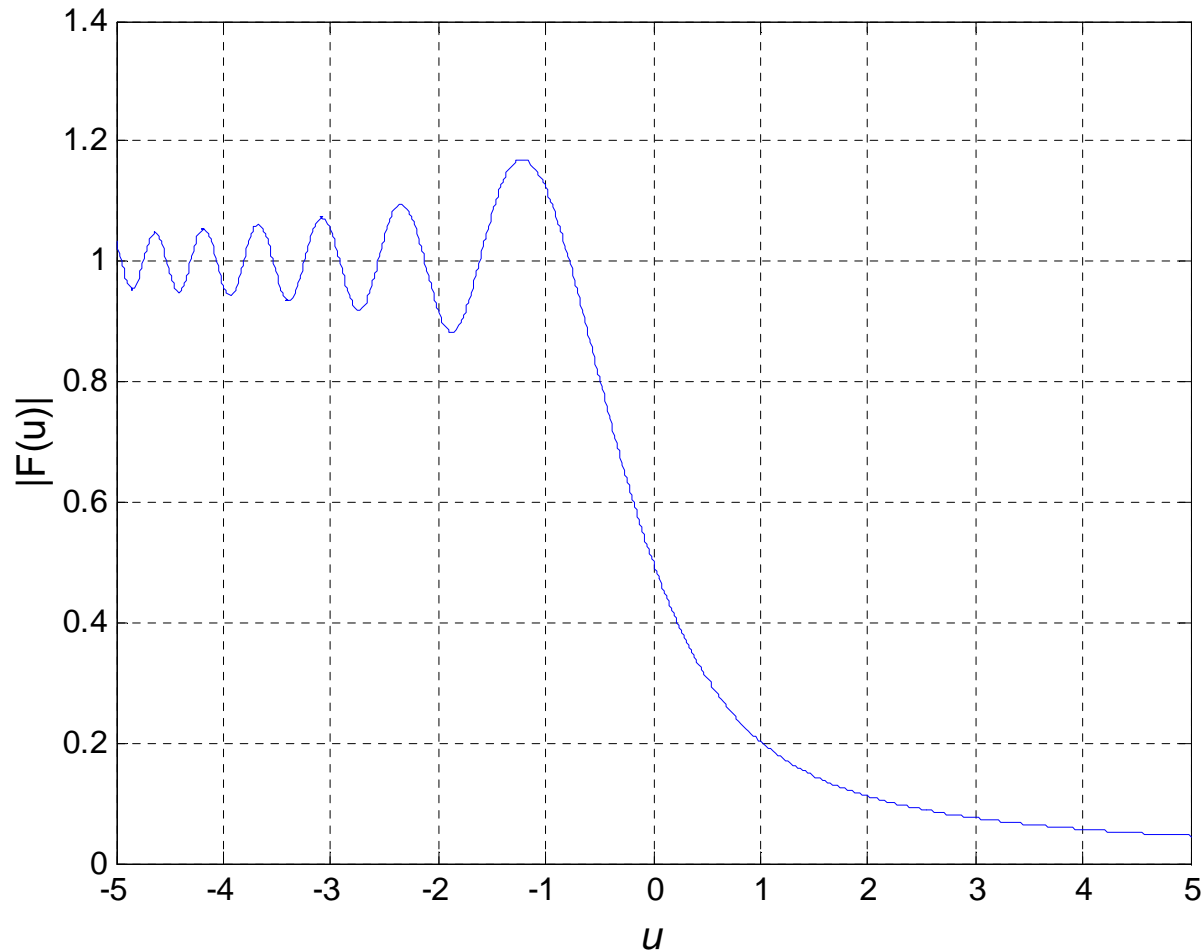
Визначають його таким чином:

$$\dot{F}(u_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[\frac{1}{2} - C(u_0) \right] - i \left[\frac{1}{2} - S(u_0) \right] \right\},$$

$$C(u_0) = \int_0^{u_0} \cos \frac{\pi u^2}{2} du, \quad S(u_0) = \int_0^{u_0} \sin \frac{\pi u^2}{2} du - \text{інтеграли Френеля};$$

$$\frac{\pi u^2}{2} = \frac{kx^2}{2} \left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0} \right).$$

Амплітуда поля за дифракційним екраном



Графік множника дифракційного екрану

Додатній знак аргументу відповідає випадку, коли екран перекриває лінію спостереження OA , а від'ємний – випадку, коли це перекриття відсутнє.

Амплітуда поля за дифракційним екраном

З графіка видно, що послаблення збільшується у міру збільшення ступеня перекриття суттєвої області. Осциляції множника послаблення при невеликому перекритті цієї області відображають інтерференційну картину складання полів зон Френеля, оскільки поля у сусідніх зонах відрізняються на 180 градусів.