

**Антенна техніка телекомунікаційних мереж**

**Випромінювання  
рівномірної лінійної решітки вібраторів**

**Аналіз множника решітки**  
**(синфазна система непрямованих випромінювачів)**

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Дослідимо тепер **основні властивості ДН лінійної системи, яка складається з  $N$  ізотропних синфазних випромінювачів.**

Використовуючи вираз (15) (див. лекцію “Теорема перемноження діаграм напрямленостей”), при  $\psi = 0$ , отримаємо:

$$f_N(\theta) = \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta - \psi)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta - \psi)\right]} \Bigg|_{\psi=0} = \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta)\right]}. \quad (1)$$

**При яких значеннях кута  $\theta$  ДН перетворюється у нуль?**

Вираз (1) перетвориться у нуль, коли

$$\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta)\right] = 0, \text{ а } \sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta)\right] \neq 0 \quad (2)$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

З першого виразу (2) випливає, що

$$\frac{N}{2}(kd \cos \theta) = m\pi, \text{ äå } m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$$

звідки

$$\cos \theta = \frac{m\pi}{(N/2)kd} = \frac{m\pi}{(N/2)(2\pi/\lambda)d} = \frac{m\lambda}{Nd}. \quad (3)$$

З виразу (3) випливає, що при  $m = 0$ ,  $\theta = 90^0$  і знаменник (1), так само, як і чисельник, перетворюється у нуль, що дає невизначеність типу 0/0. Розкриття цієї невизначеності дає такий результат:

$$f_N(\theta)|_{\theta=90^0} = N. \quad (4)$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

З виразу (4) випливає, що:

**значення  $N$  визначає максимум ДН, який орієнтовано у напрямі, перпендикулярному до лінії розташування випромінювачів.**

**Це значення у  $N$  разів більше за напруженість поля, створюваного одним випромінювачем у будь-якому напрямі, що випливає з (1) при  $n=1$ . У напрямі максимуму діаграми всі напруженості полів окремих випромінювачів складаються в одній фазі, тобто арифметично.**

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Максимуми такого ж типу будуть і у напрямках, які визначаються з умови рівності нулю знаменника виразу (1), коли

$$\frac{1}{2}kd \cos \theta = \pm\pi; \pm 2\pi; \dots \quad (5)$$

і т.д., тобто у напрямках, для яких

$$\cos \theta = \pm \frac{2\pi \lambda}{2\pi d} = \pm \frac{\lambda}{d}; \quad \cos \theta = \pm \frac{2\lambda}{d}; \dots \quad (6)$$

Для зручності аналізу виразу (1) доцільно ввести допоміжні величини:

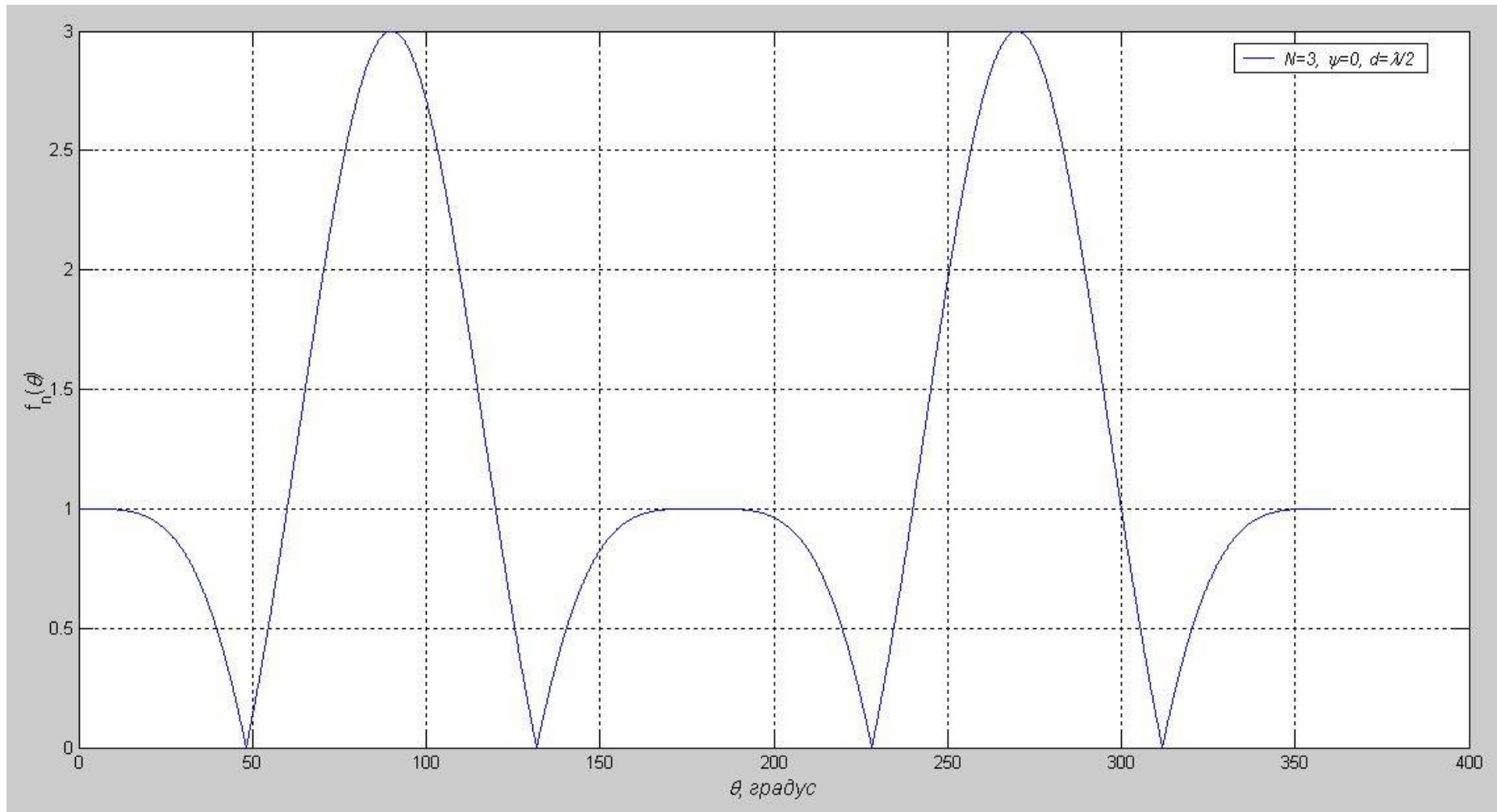
- **загальний зсув по фазі полів сусідніх випромінювачів:**

$$\psi' = kd \cos \theta - \psi; \quad (7)$$

- **узагальнена кутова змінна:**

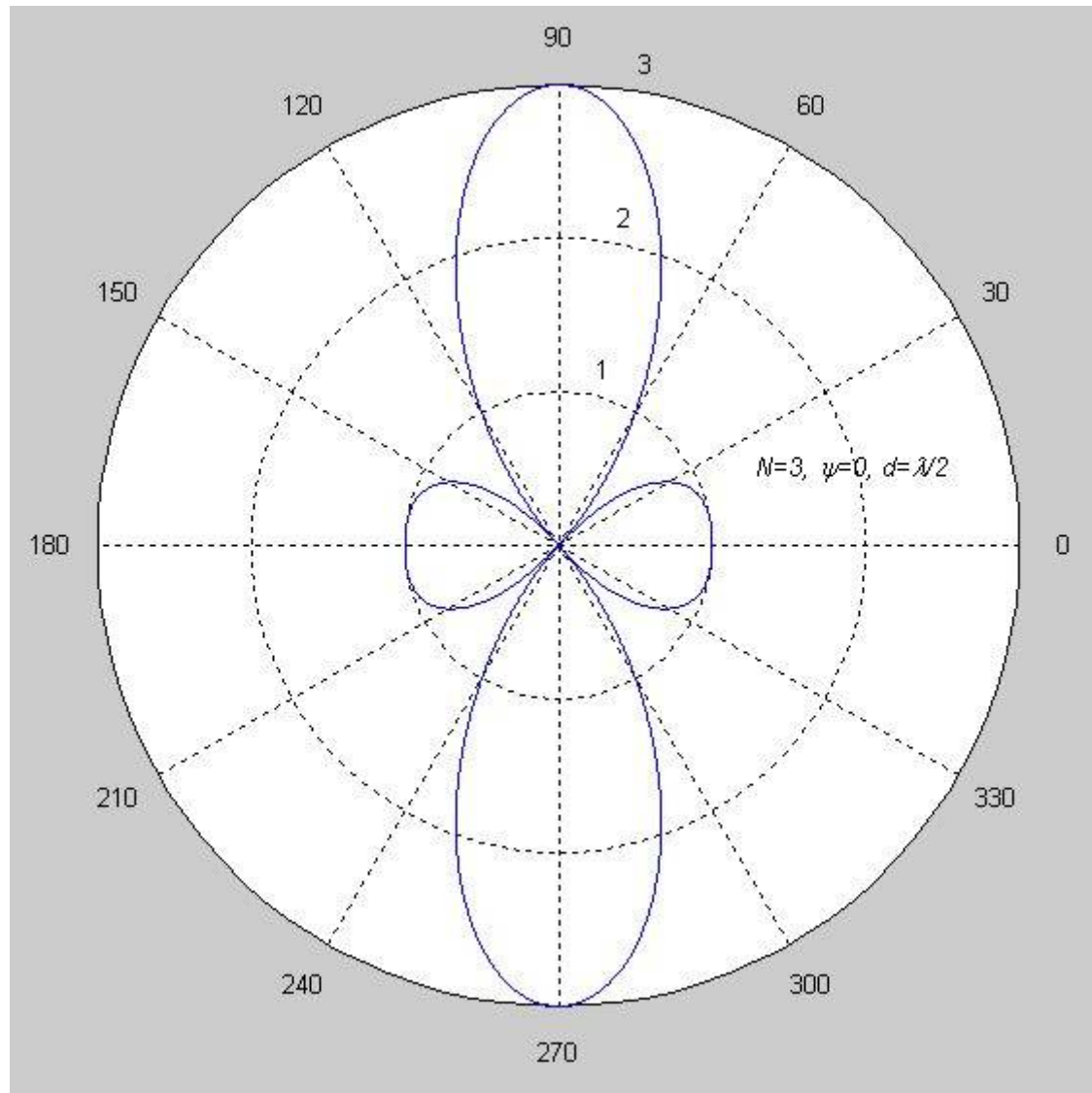
$$\Psi = N\psi'/2 = 0,5N(kd \cos \theta - \psi). \quad (8)$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 3; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 3; d = \lambda/2; \psi = 0$$



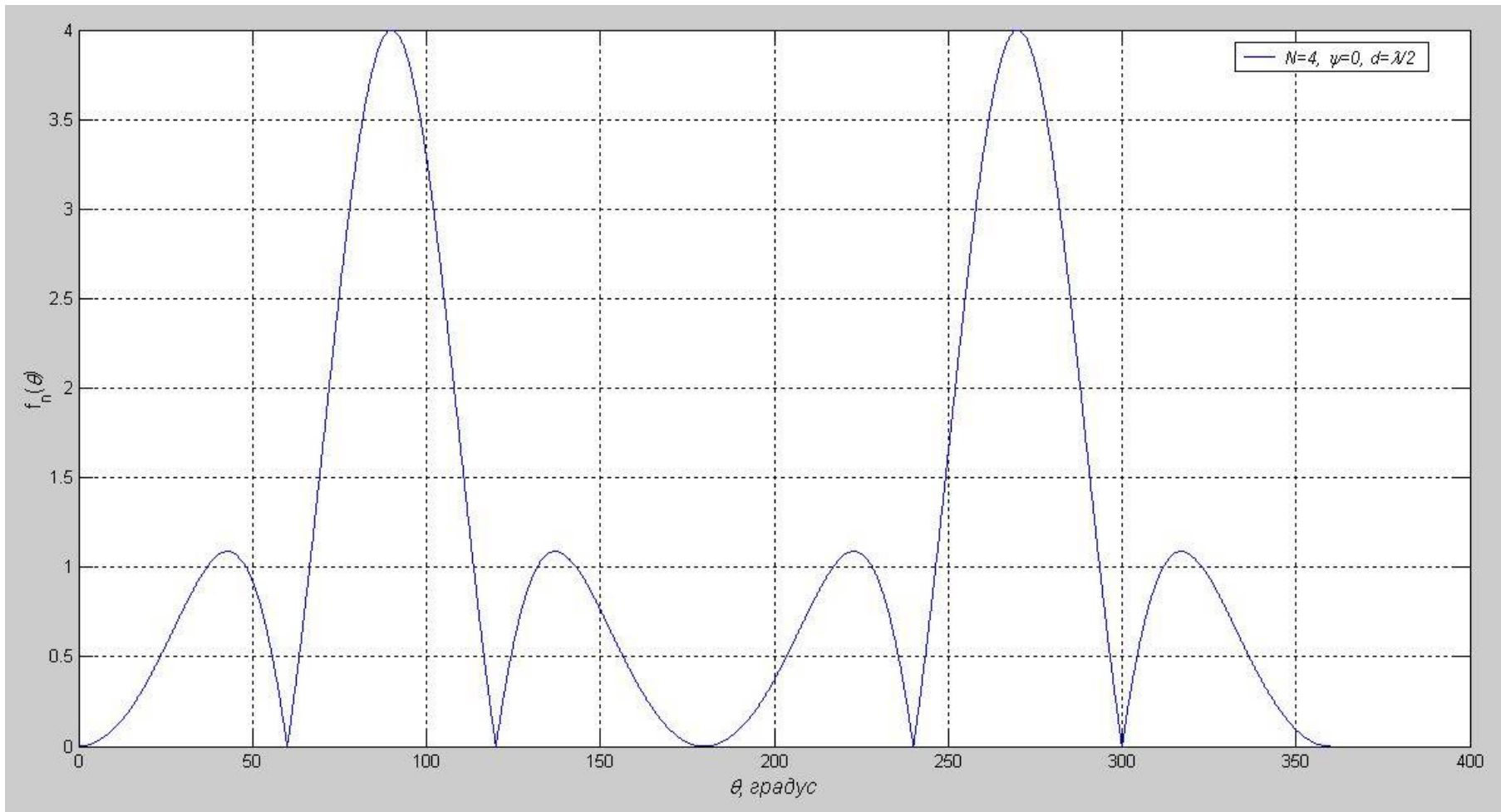
## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

**Аналіз результату:** маємо дві широкі бічні пелюстки, розташовані ортогонально до головної пелюстки ( $\theta = 90^\circ$ ,  $\theta = 270^\circ$ ), а рівень головної:

$$f_N(\theta)|_{\theta=90^\circ} = 3.$$

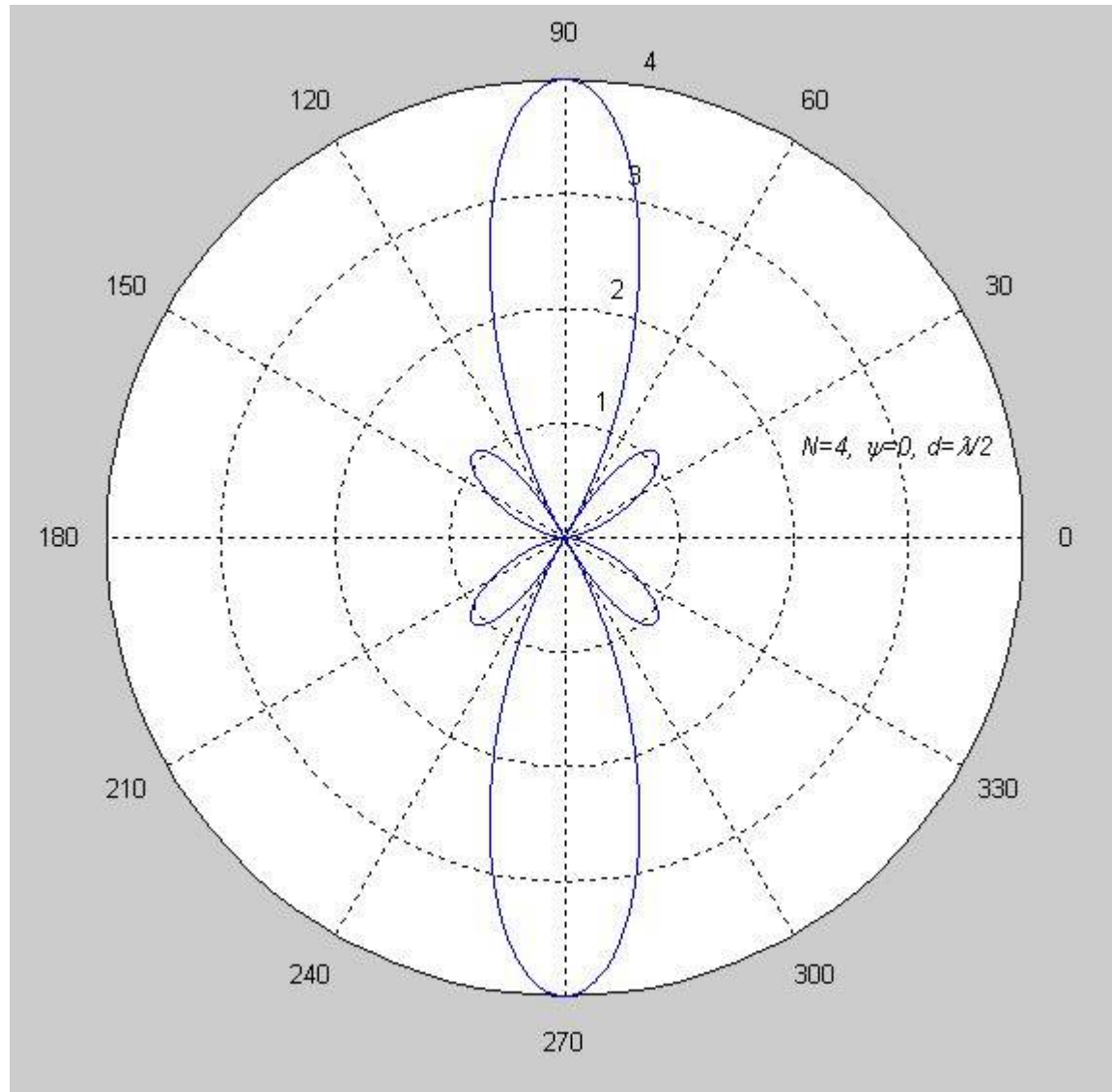
Тому побудуємо ДН для парної кількості випромінювачів.

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 4; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 4; d = \lambda/2; \psi = 0$$

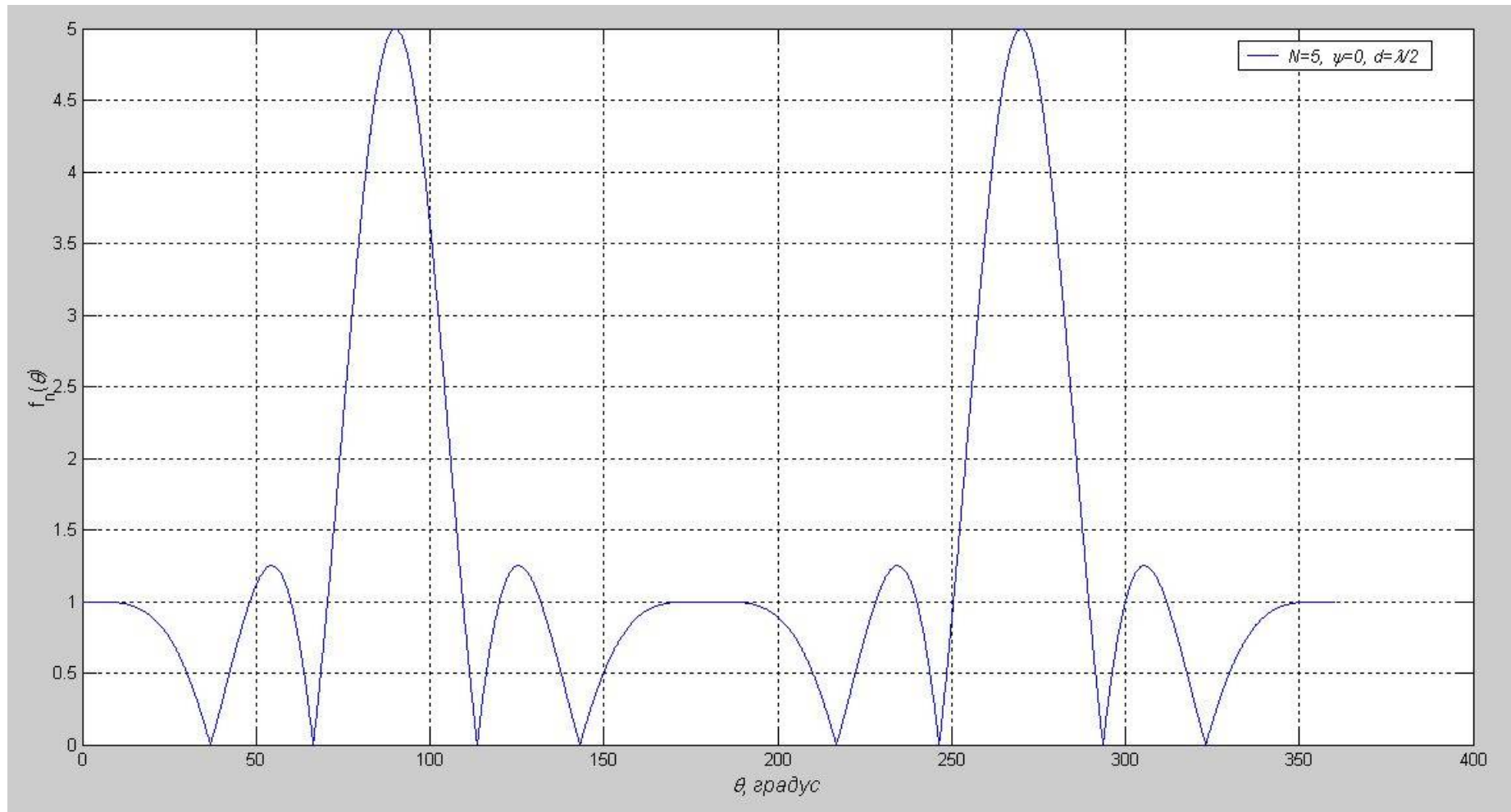
## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

**Аналіз результату:** маємо дві суттєво звужені бічні пелюстки, які “повернулись” до головної пелюстки, їхній рівень дещо збільшився, а рівень головної:

$$f_N(\theta)|_{\theta=90^\circ} = 4.$$

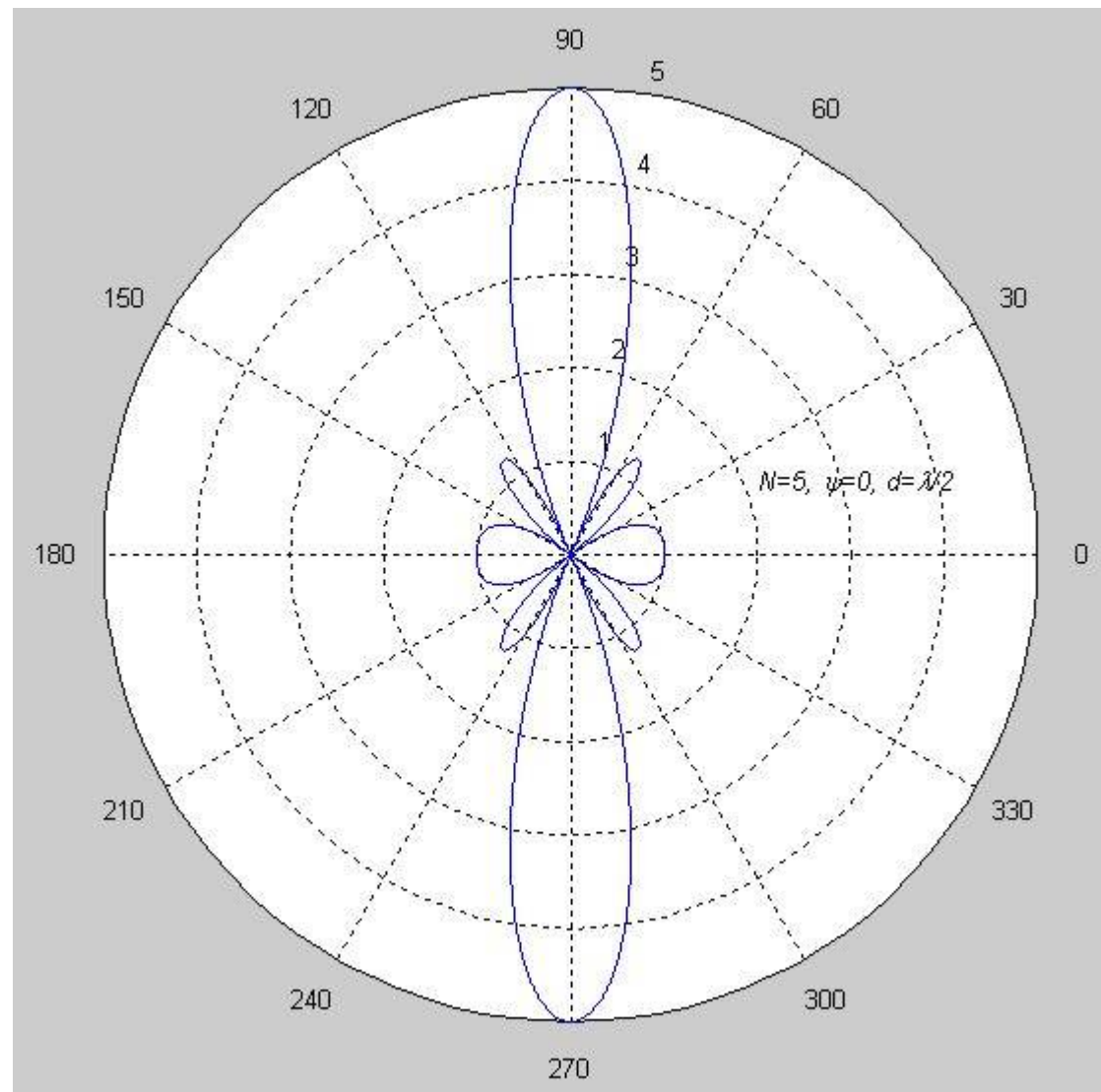
Головна пелюстка звузилась!

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



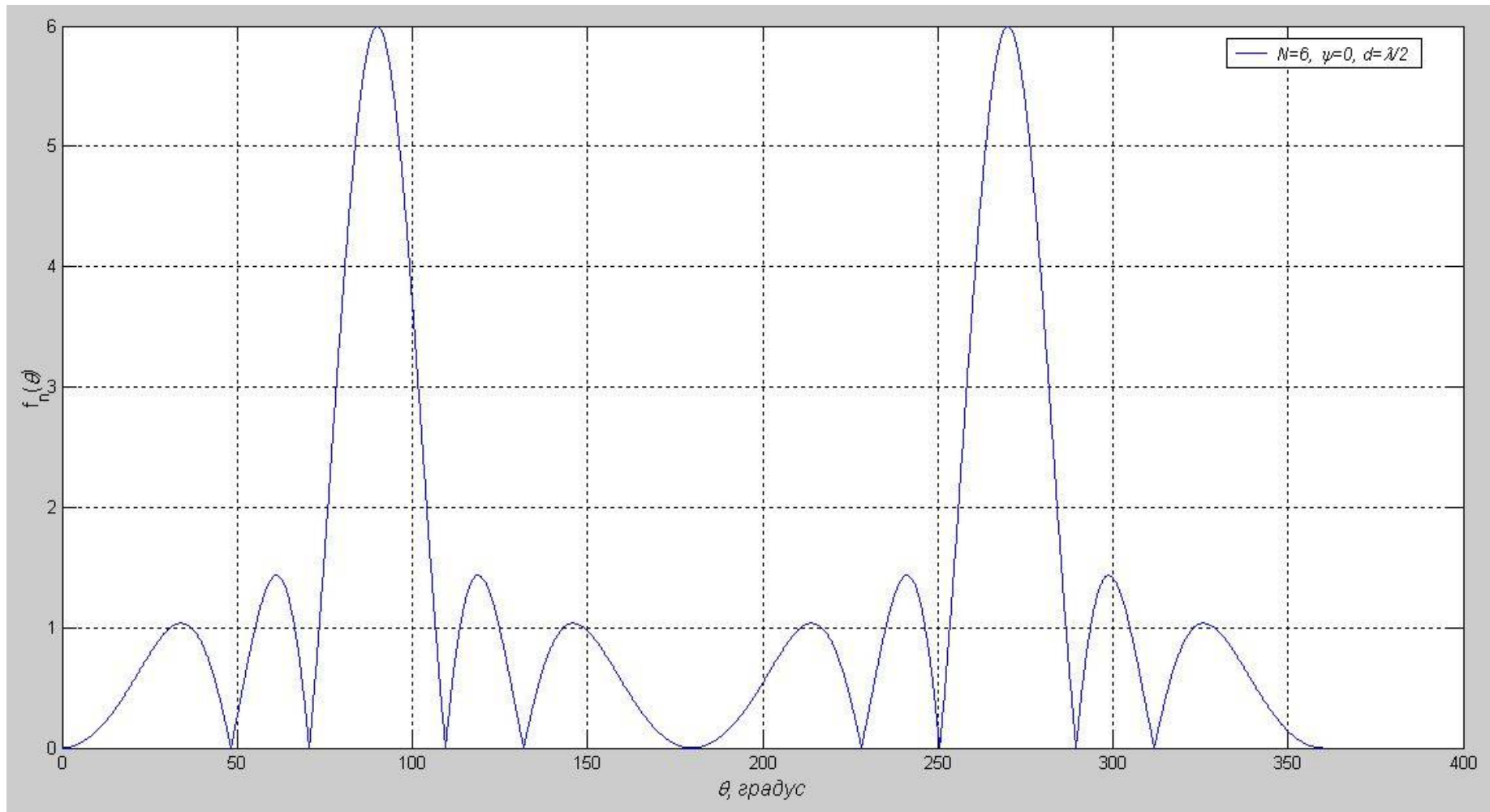
$$N = 5; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



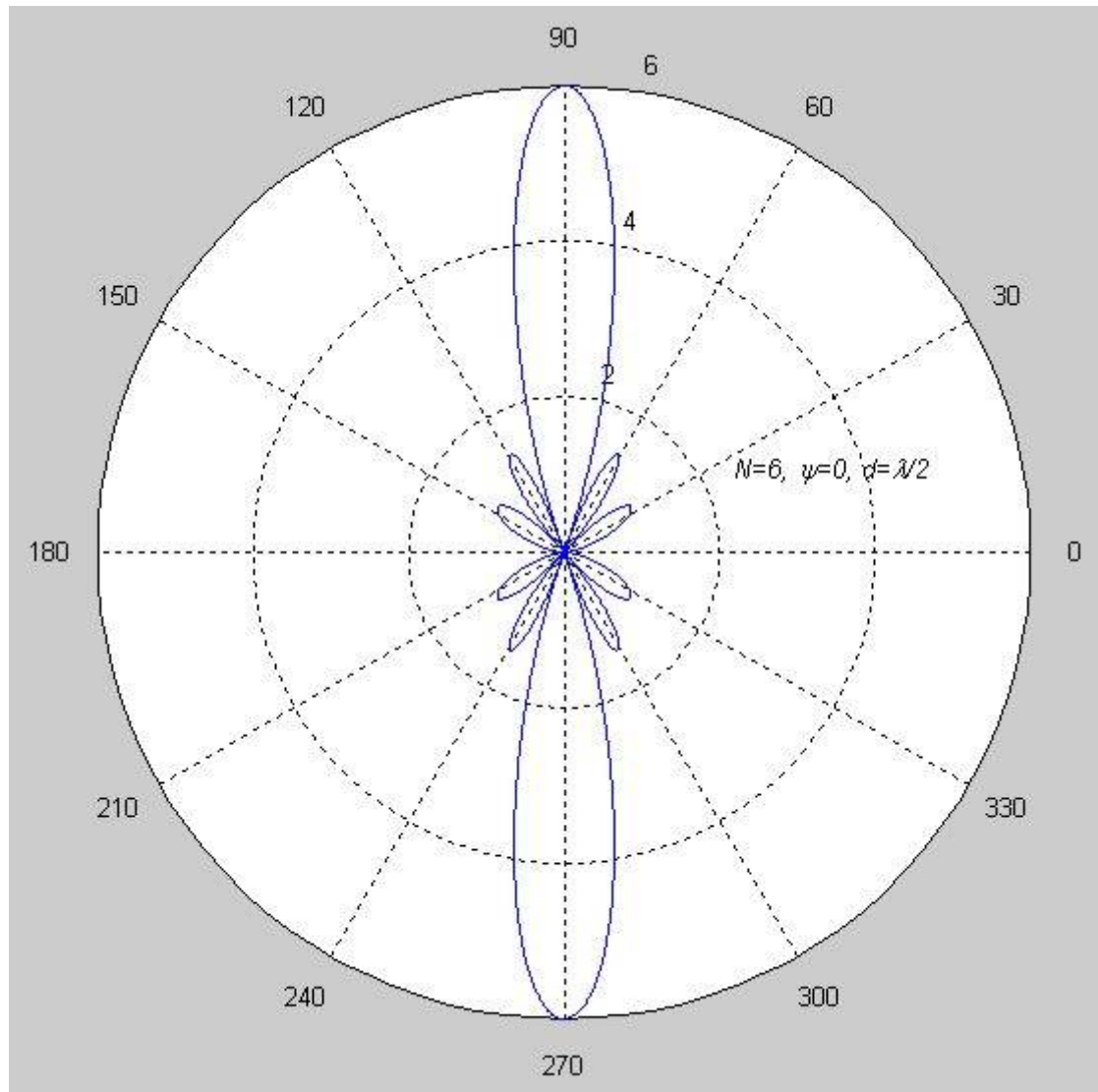
$$N = 5; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 6; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

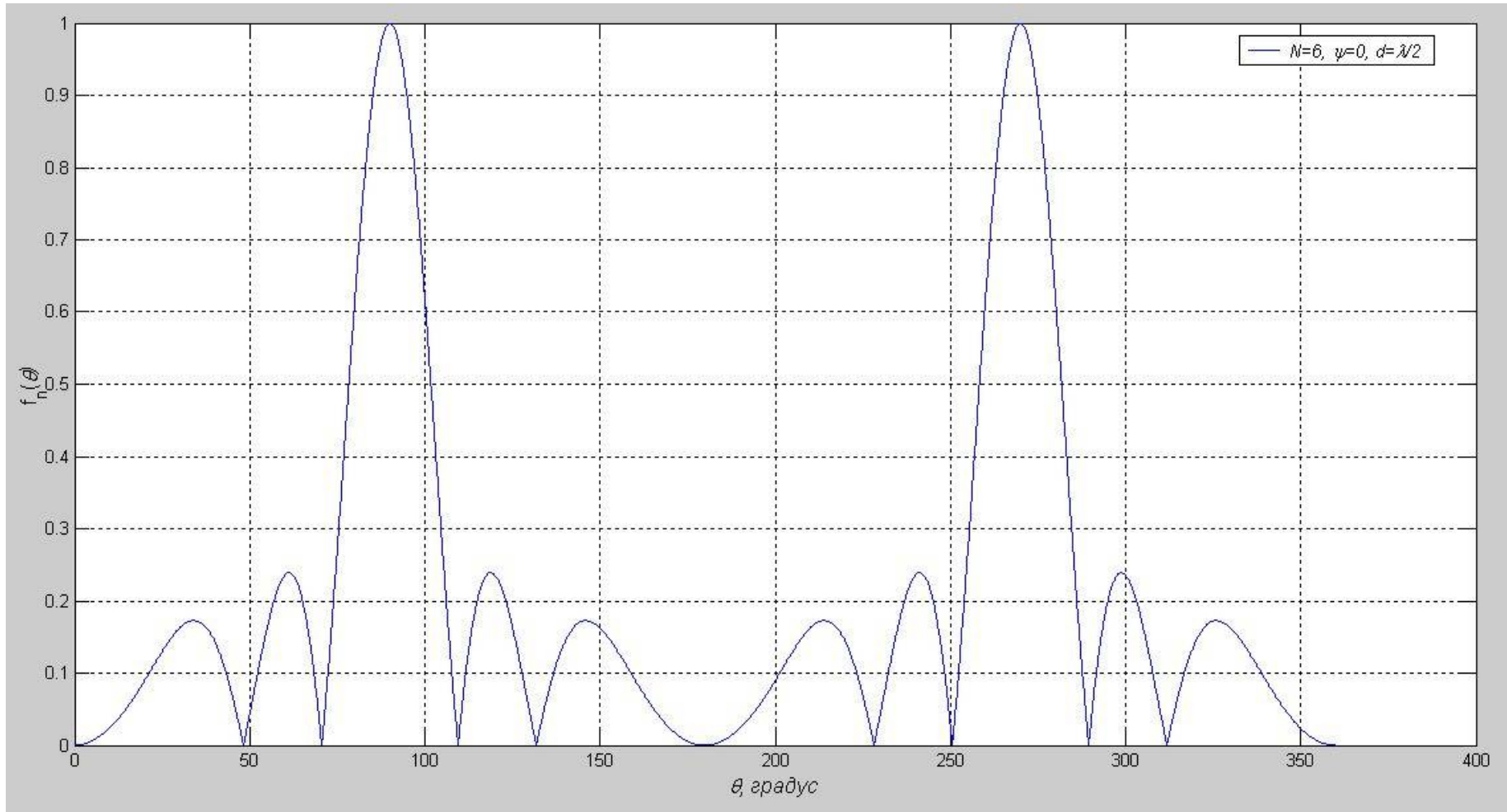


$$N = 6; d = \lambda/2; \psi = 0$$



# Синфазна система неспрямованих випромінювачів

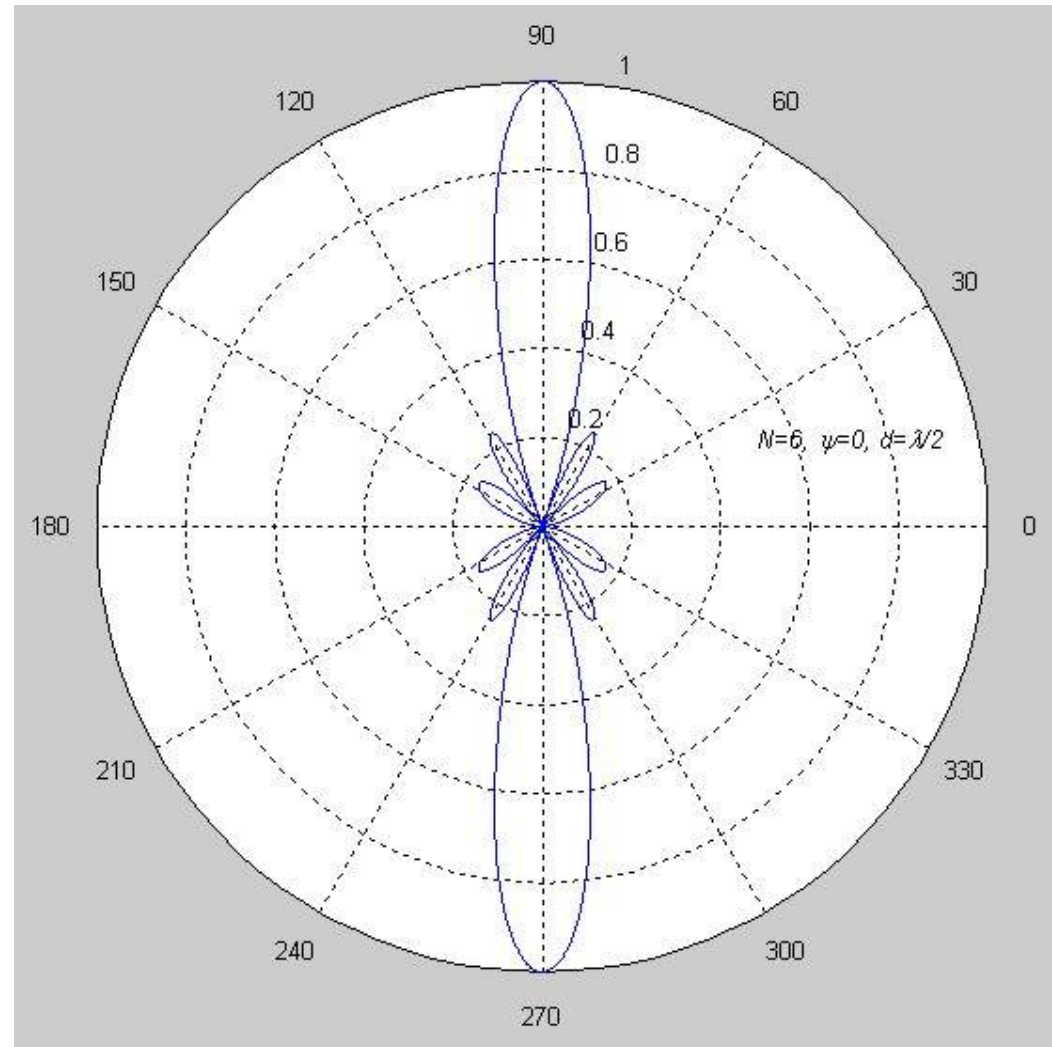
Нормована ДН (для порівняння)



$$N = 6; d = \lambda/2; \psi = 0$$

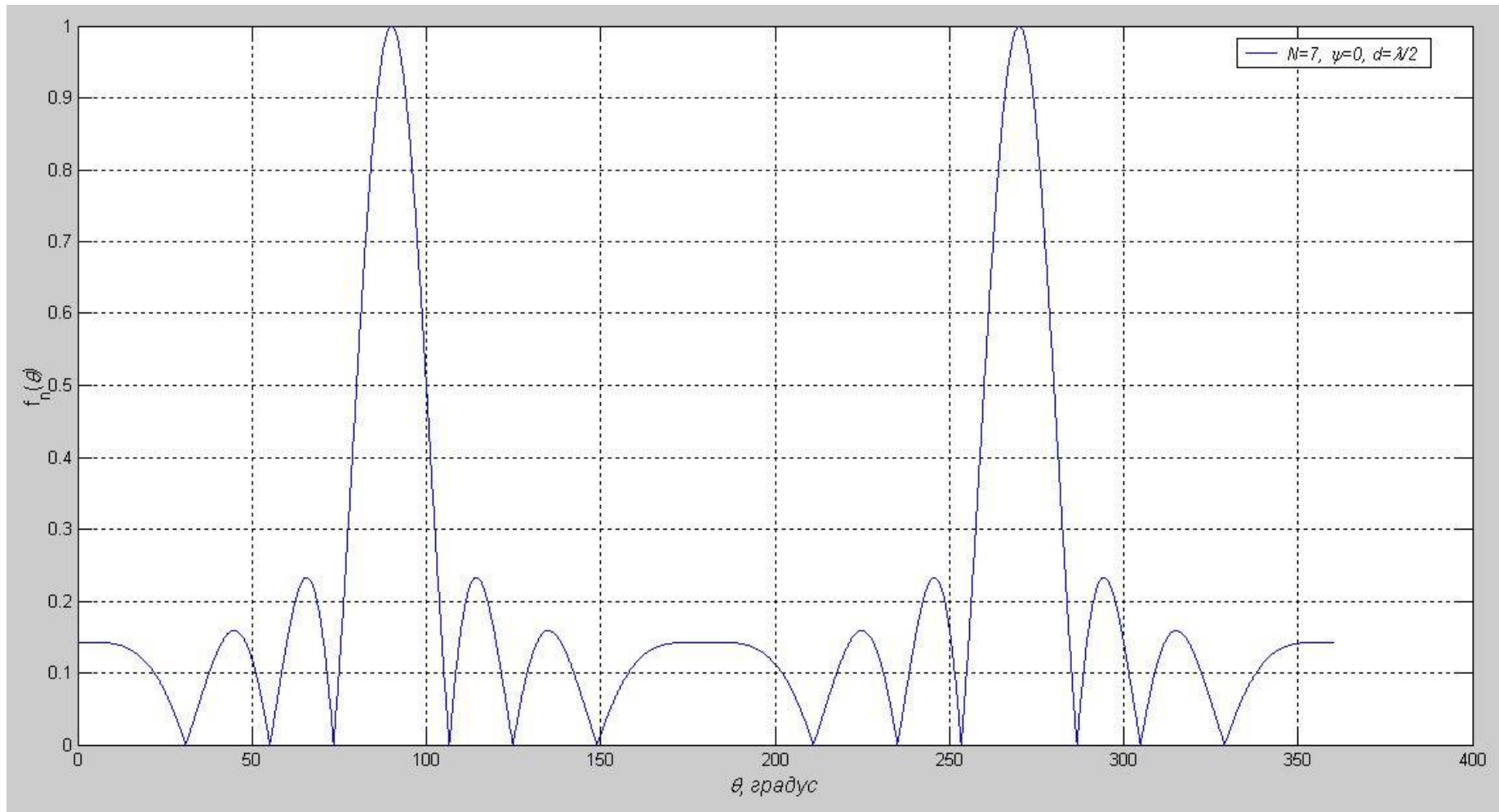
## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Нормована ДН (для порівняння)



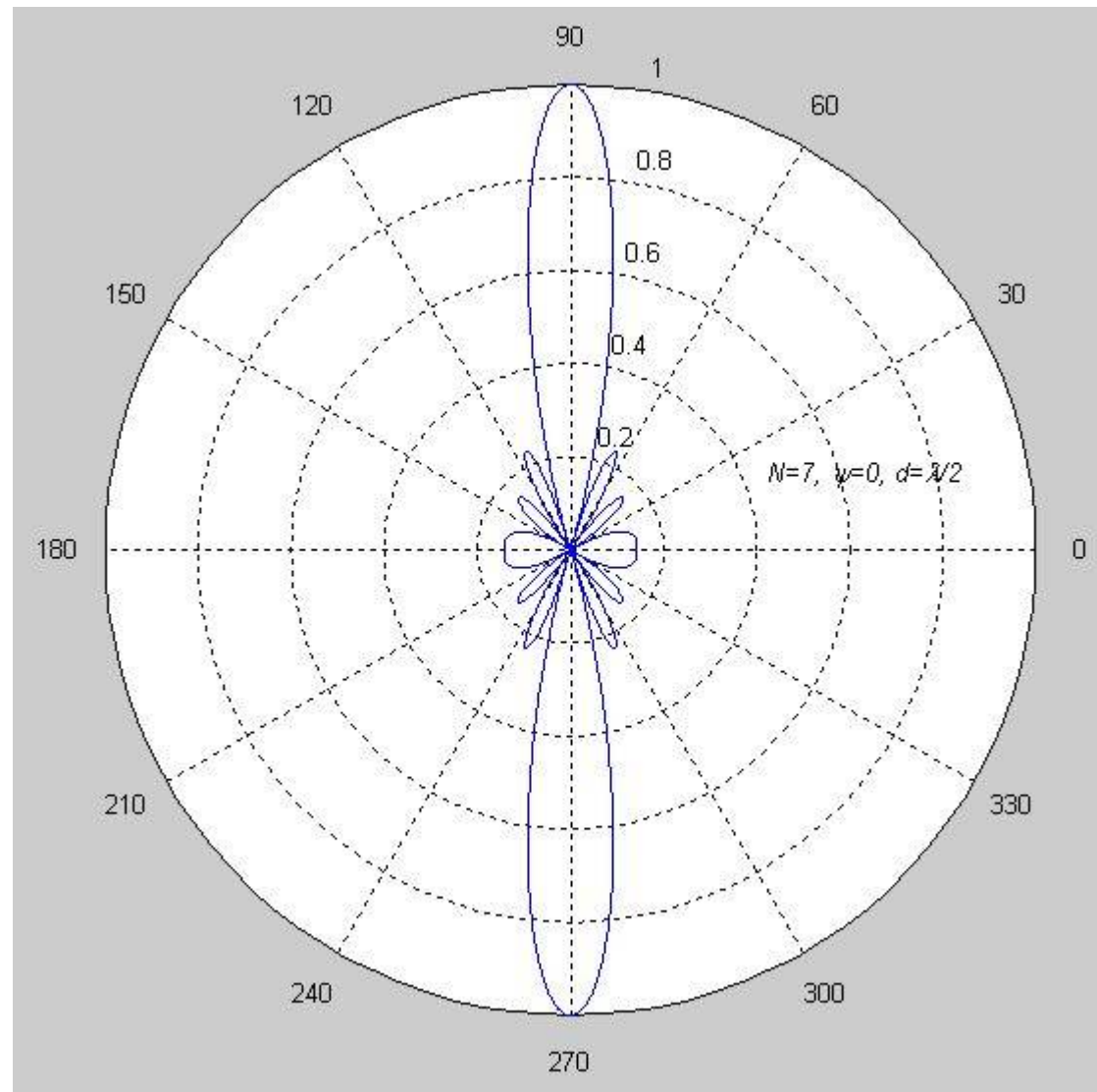
$$N = 6; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



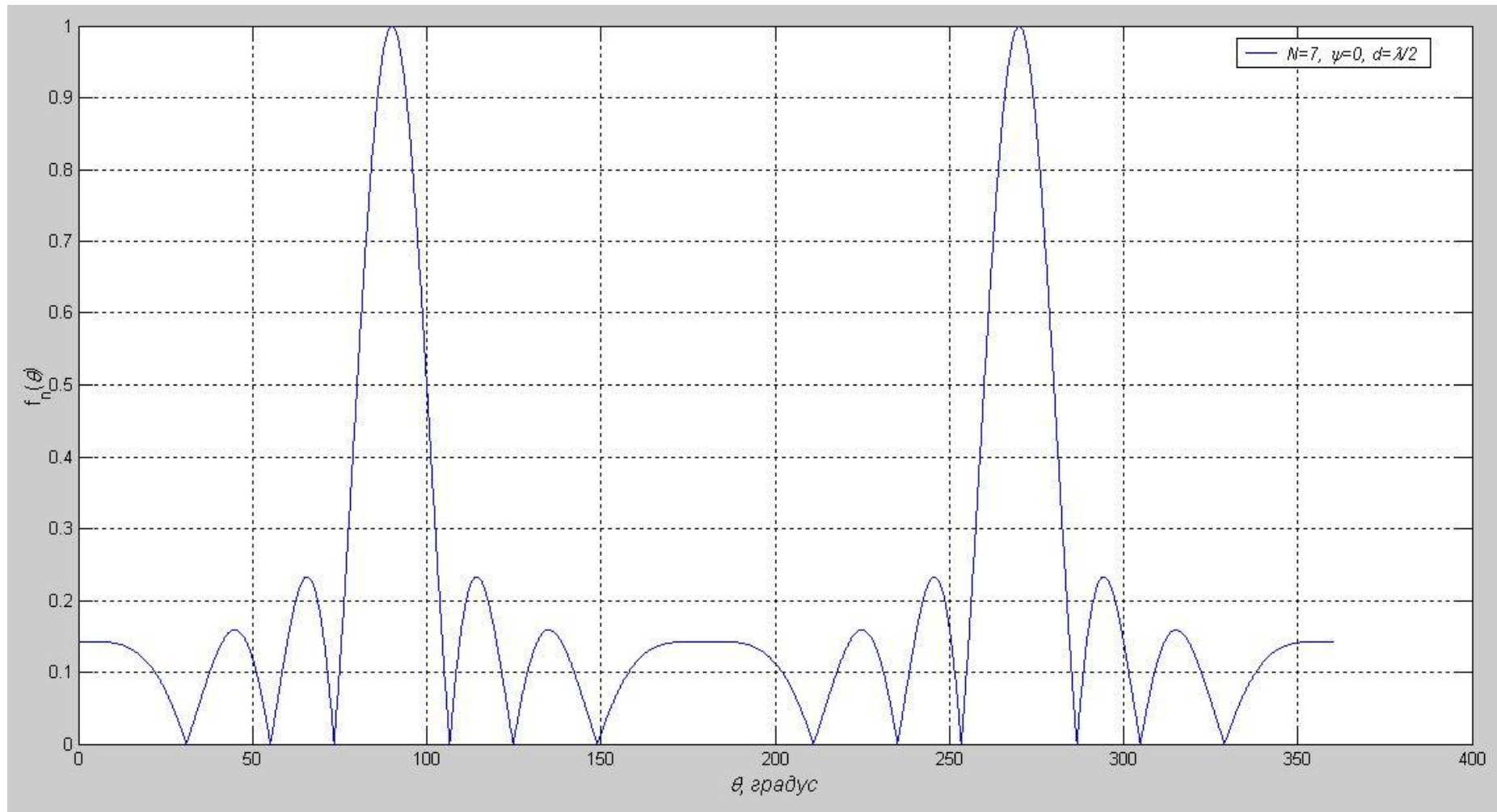
$$N = 7; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



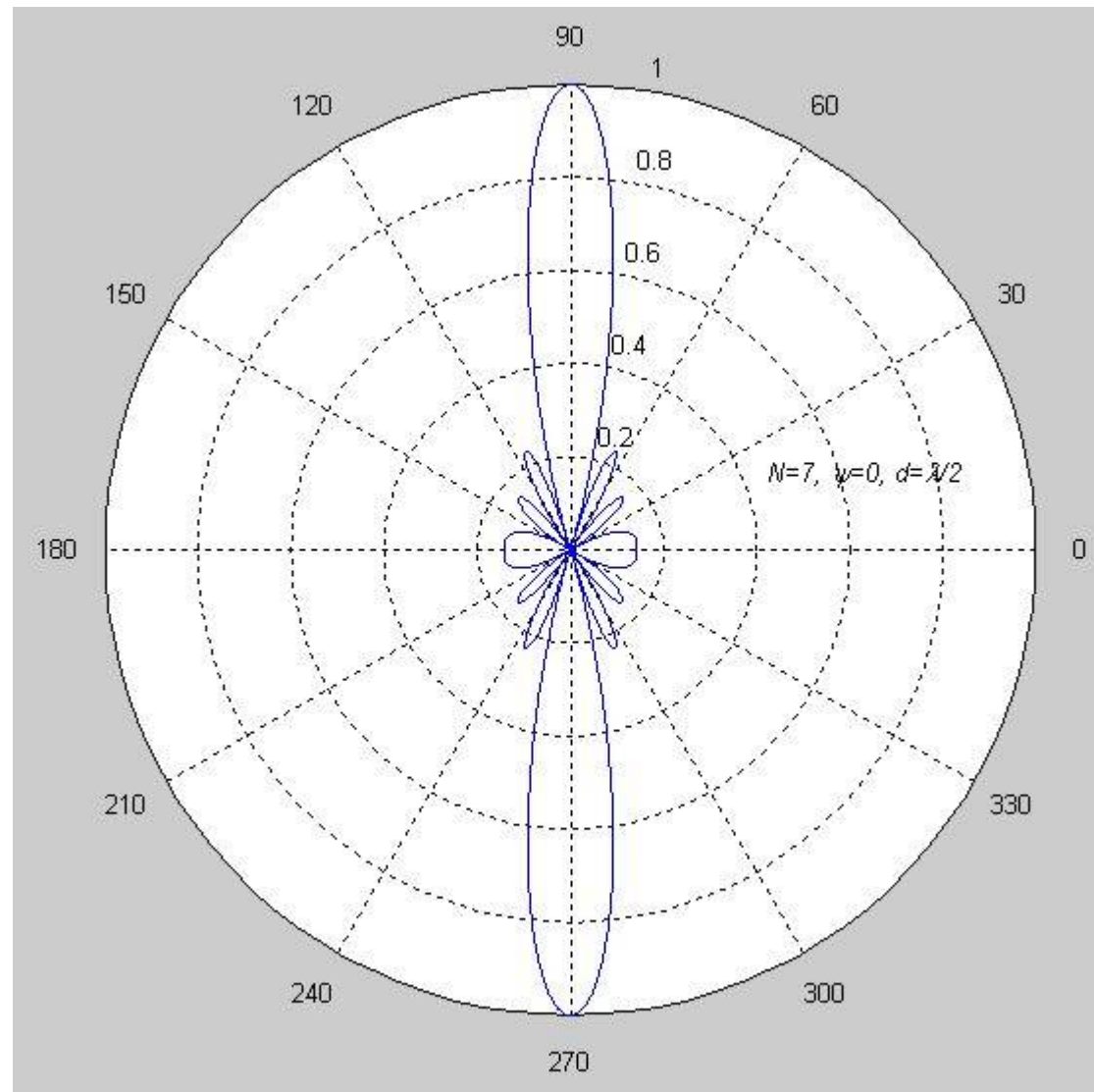
$$N = 7; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 7; d = \lambda/2; \psi = 0$$

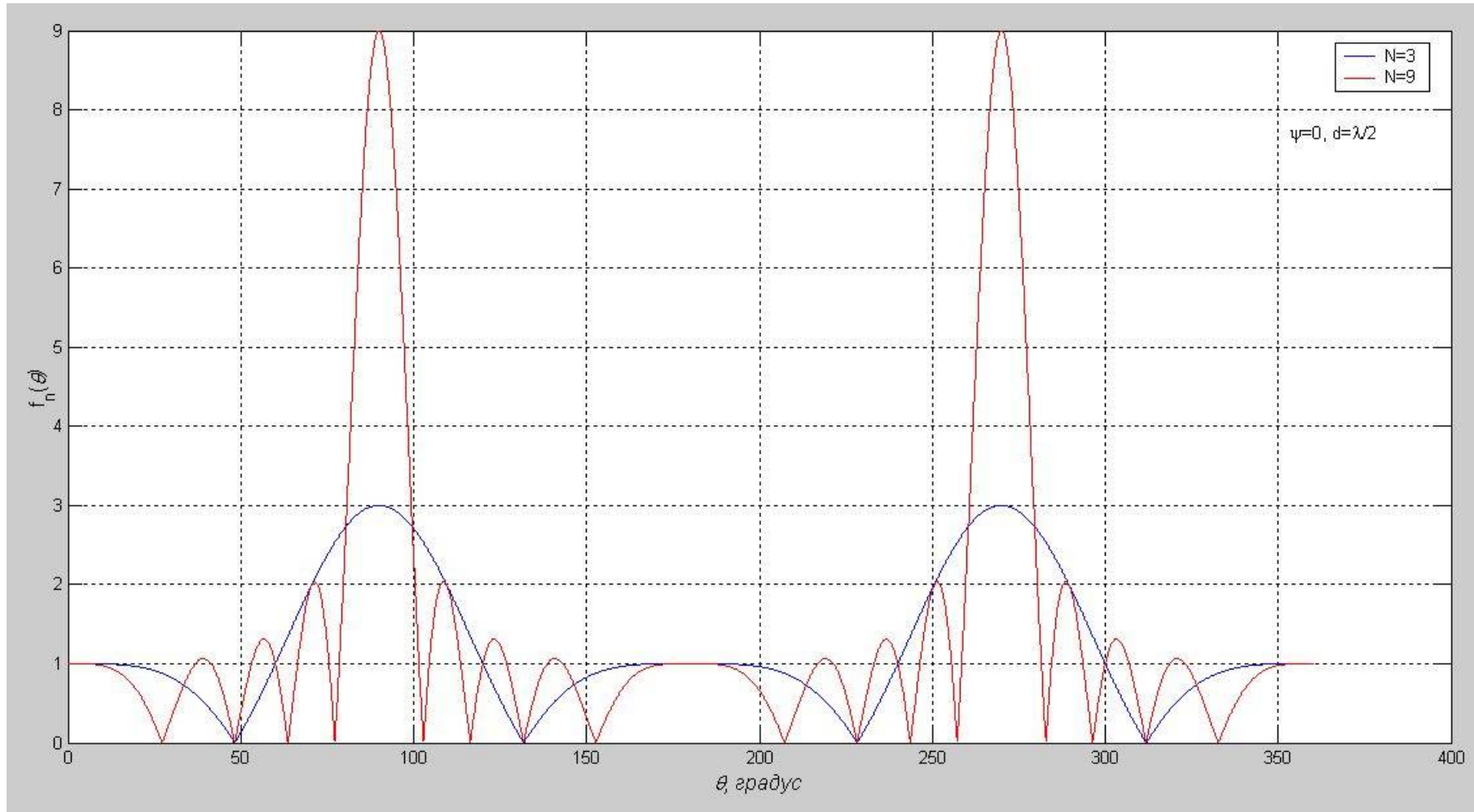
## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 7; d = \lambda/2; \psi = 0$$

# Синфазна система неспрямованих випромінювачів

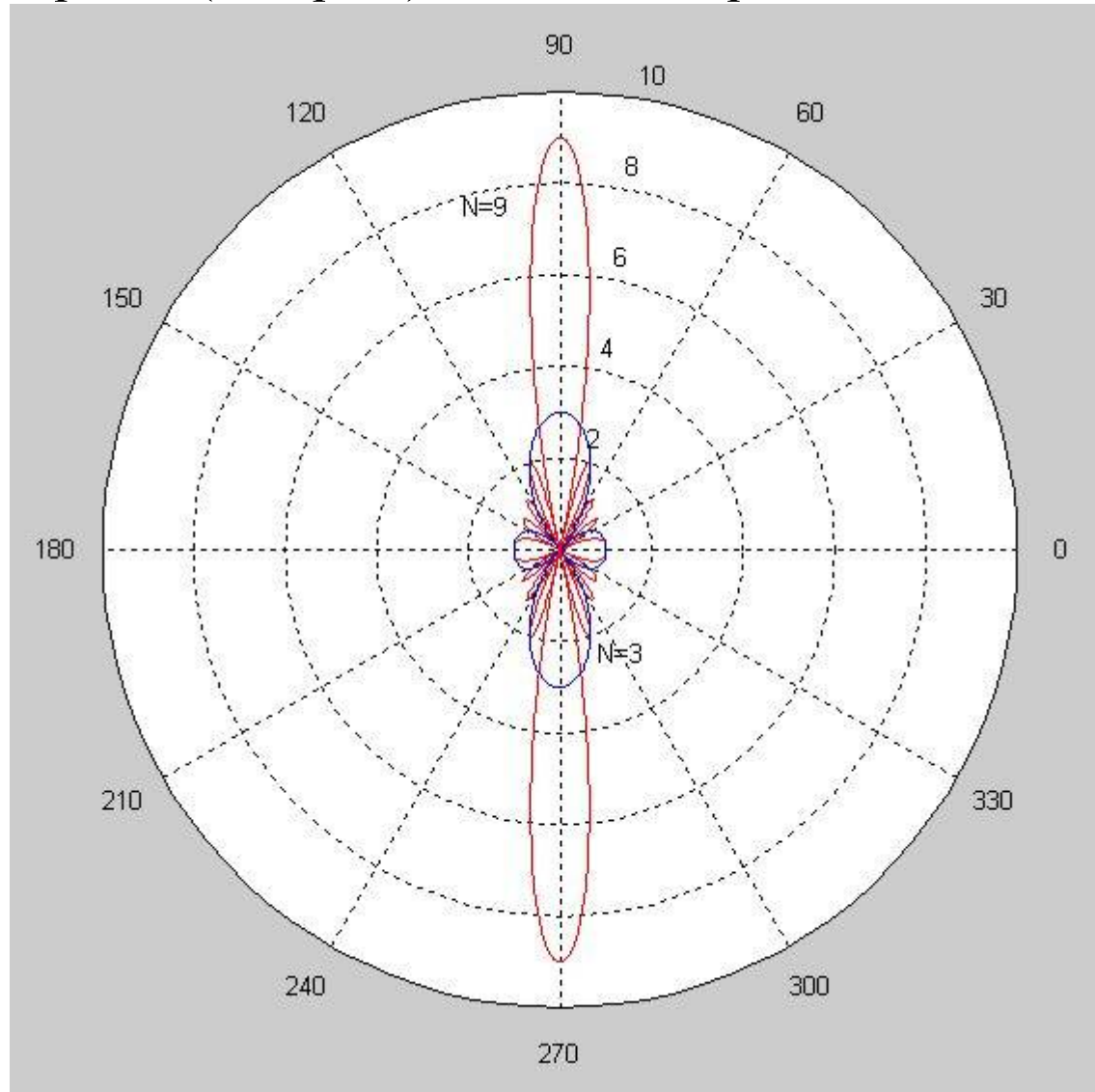
Порівняння ДН за різної (непарної) кількості випромінювачів



$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Порівняння ДН за різної (непарної) кількості випромінювачів

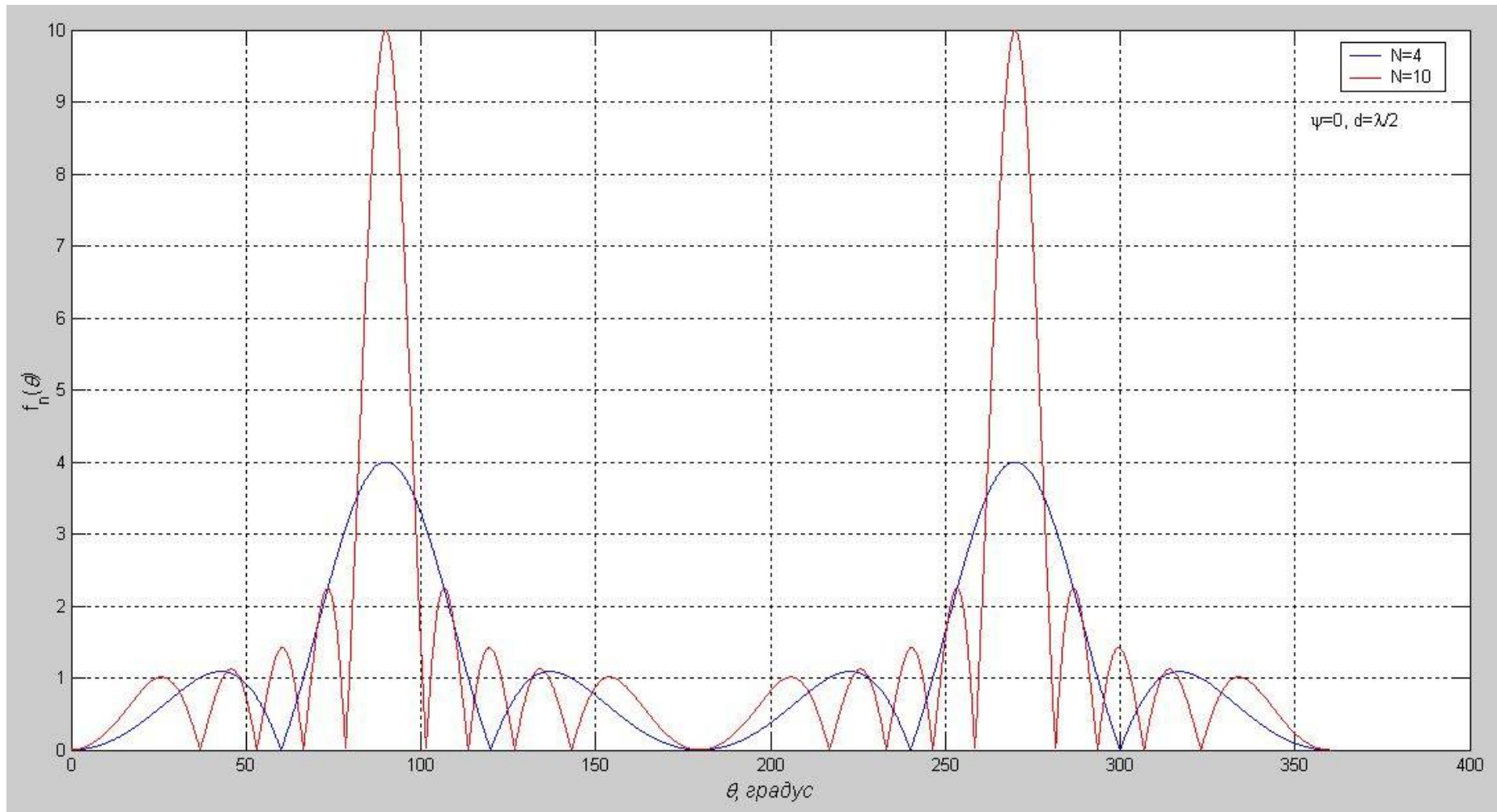


$$d = \lambda/2; \psi = 0$$



# Синфазна система неспрямованих випромінювачів

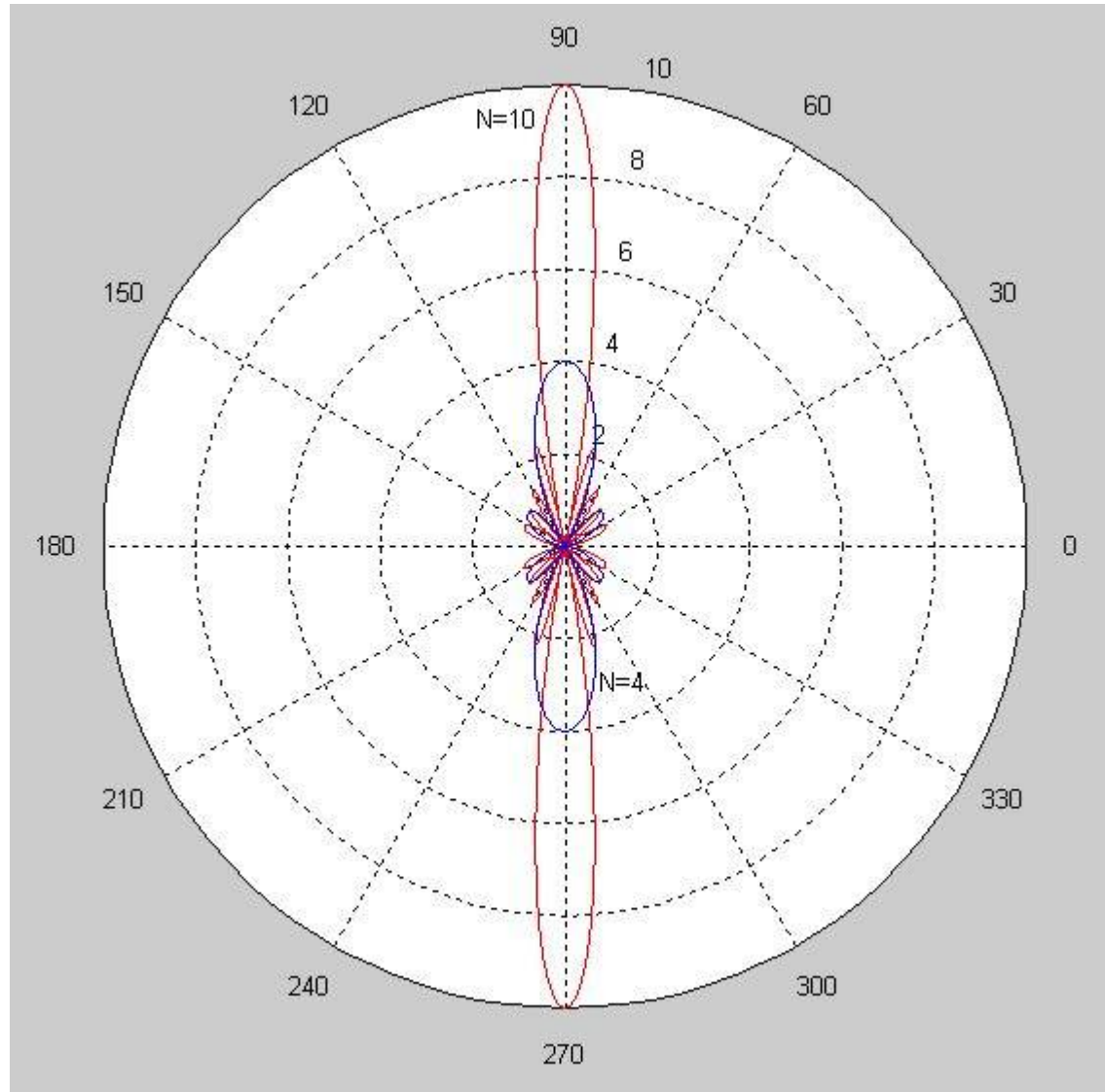
Порівняння ДН за різної (парної) кількості випромінювачів



$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

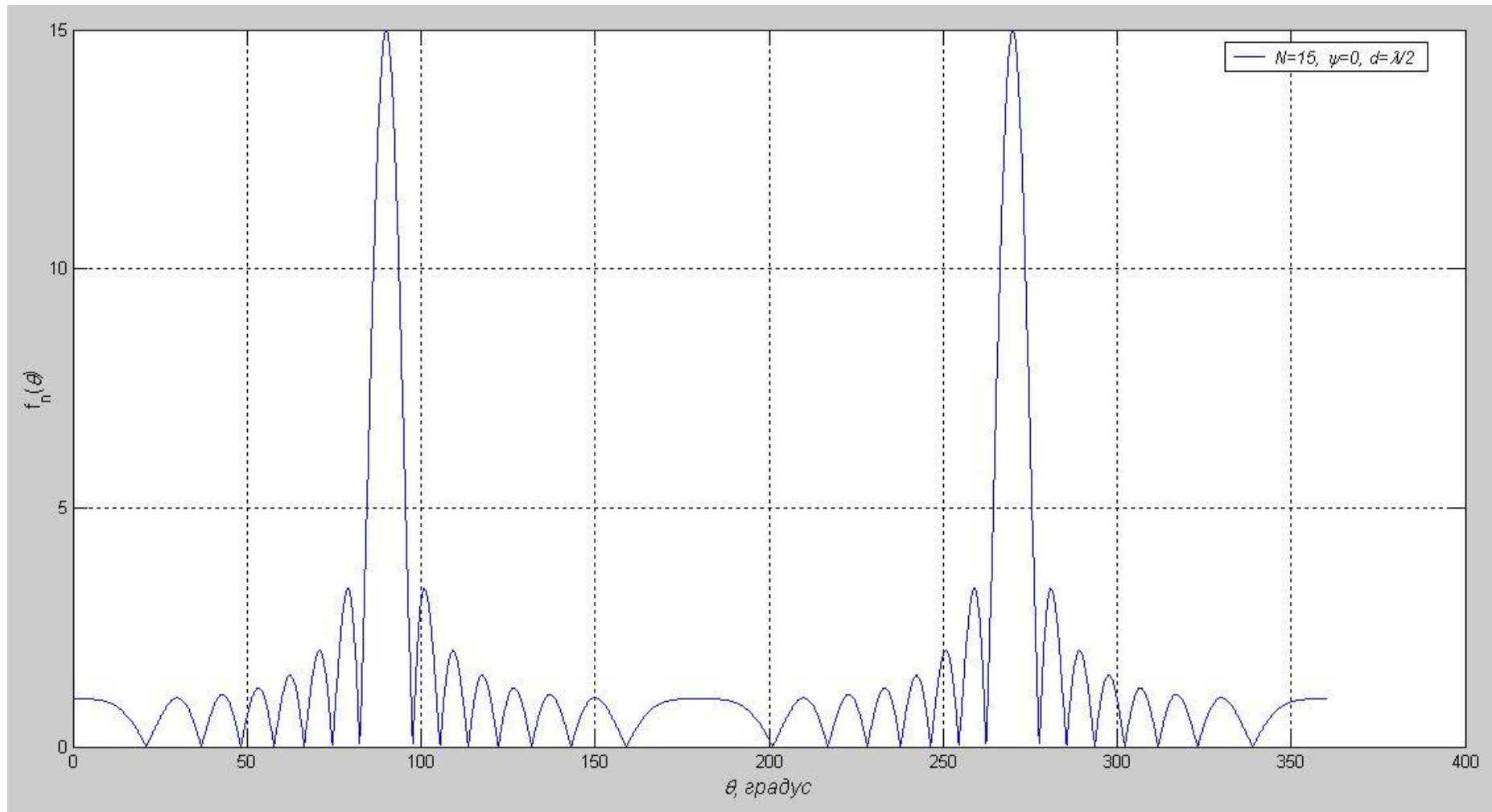
## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Порівняння ДН за різної (парної) кількості випромінювачів



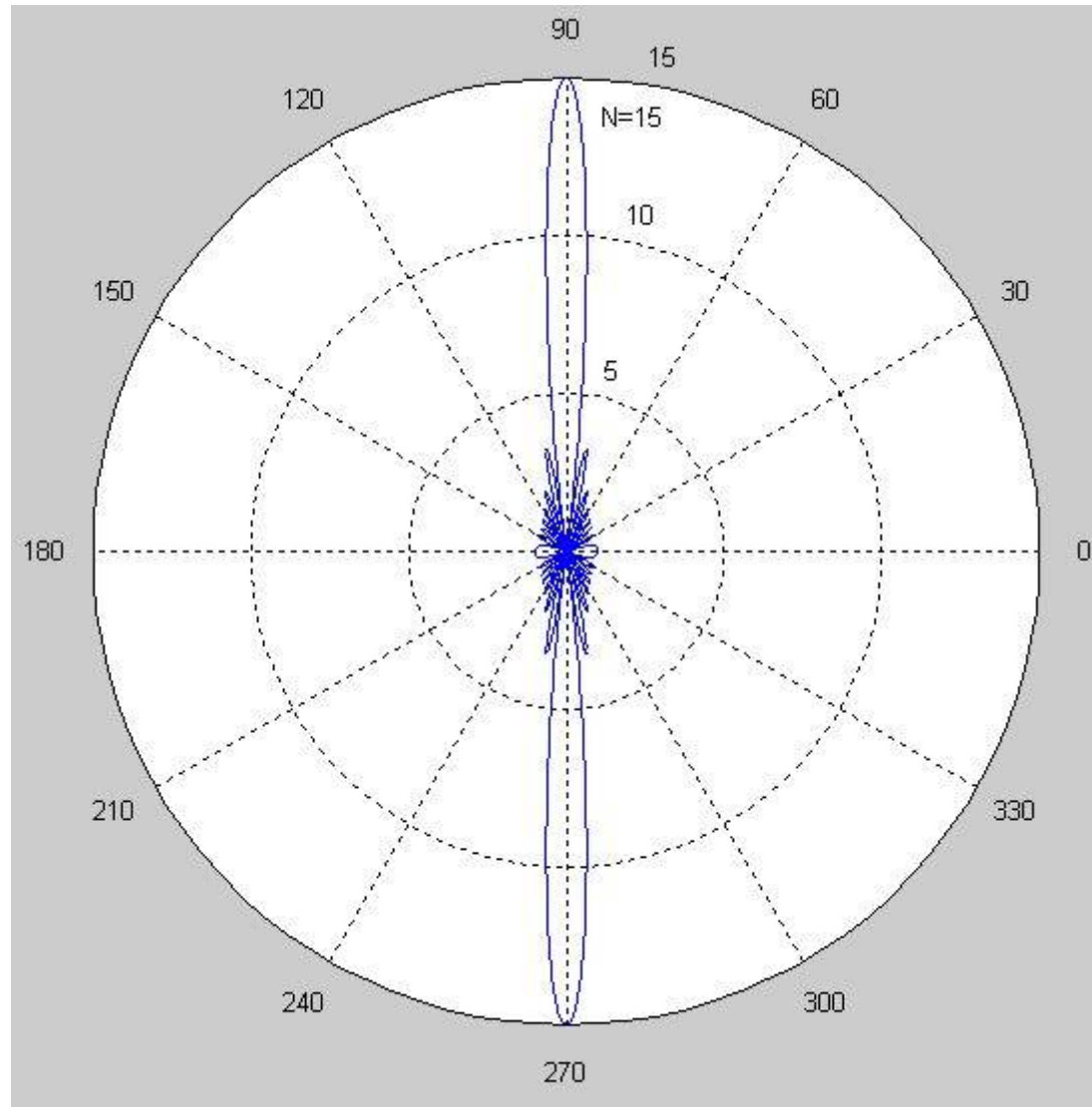
$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



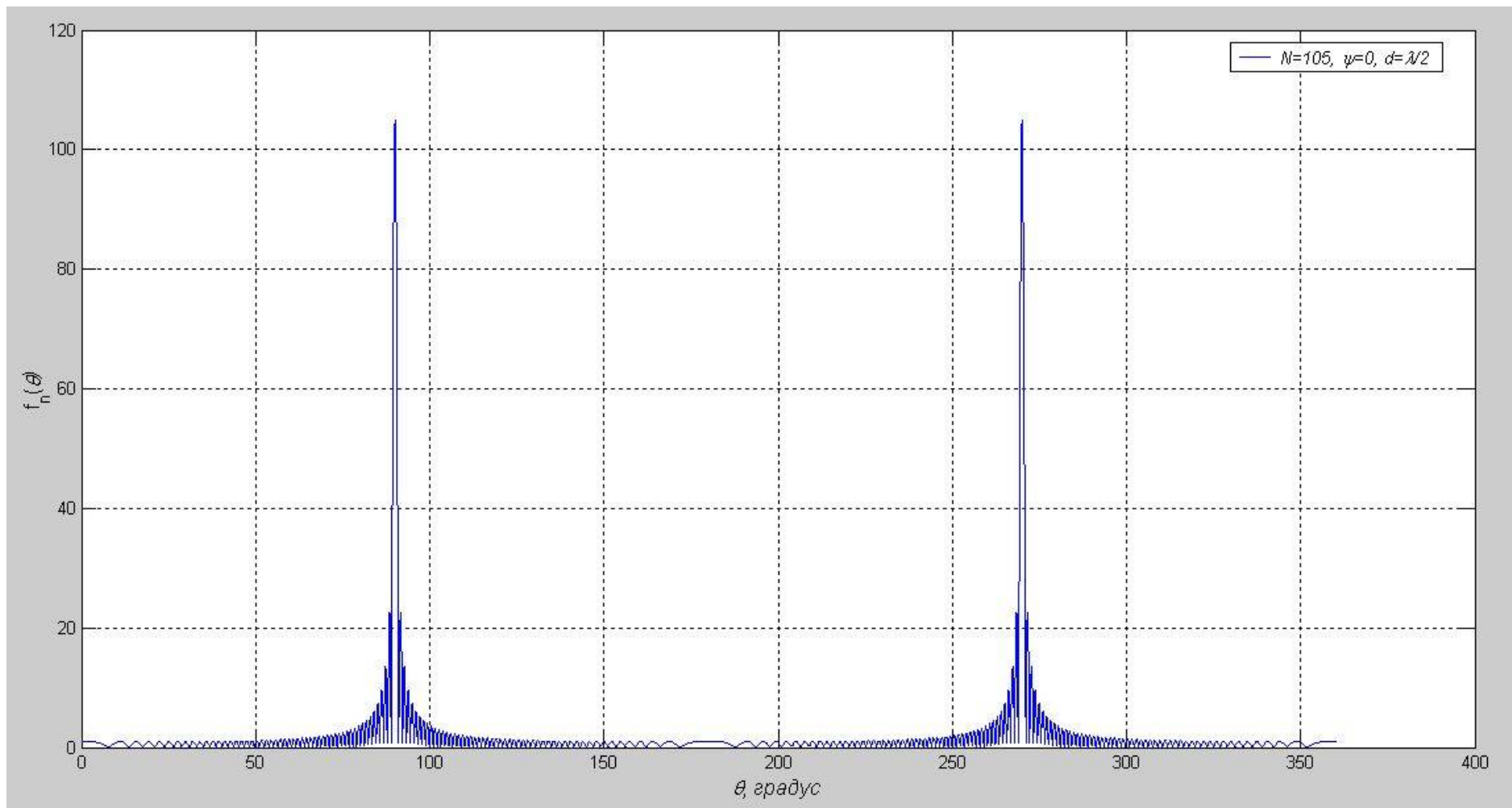
$$N = 15; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



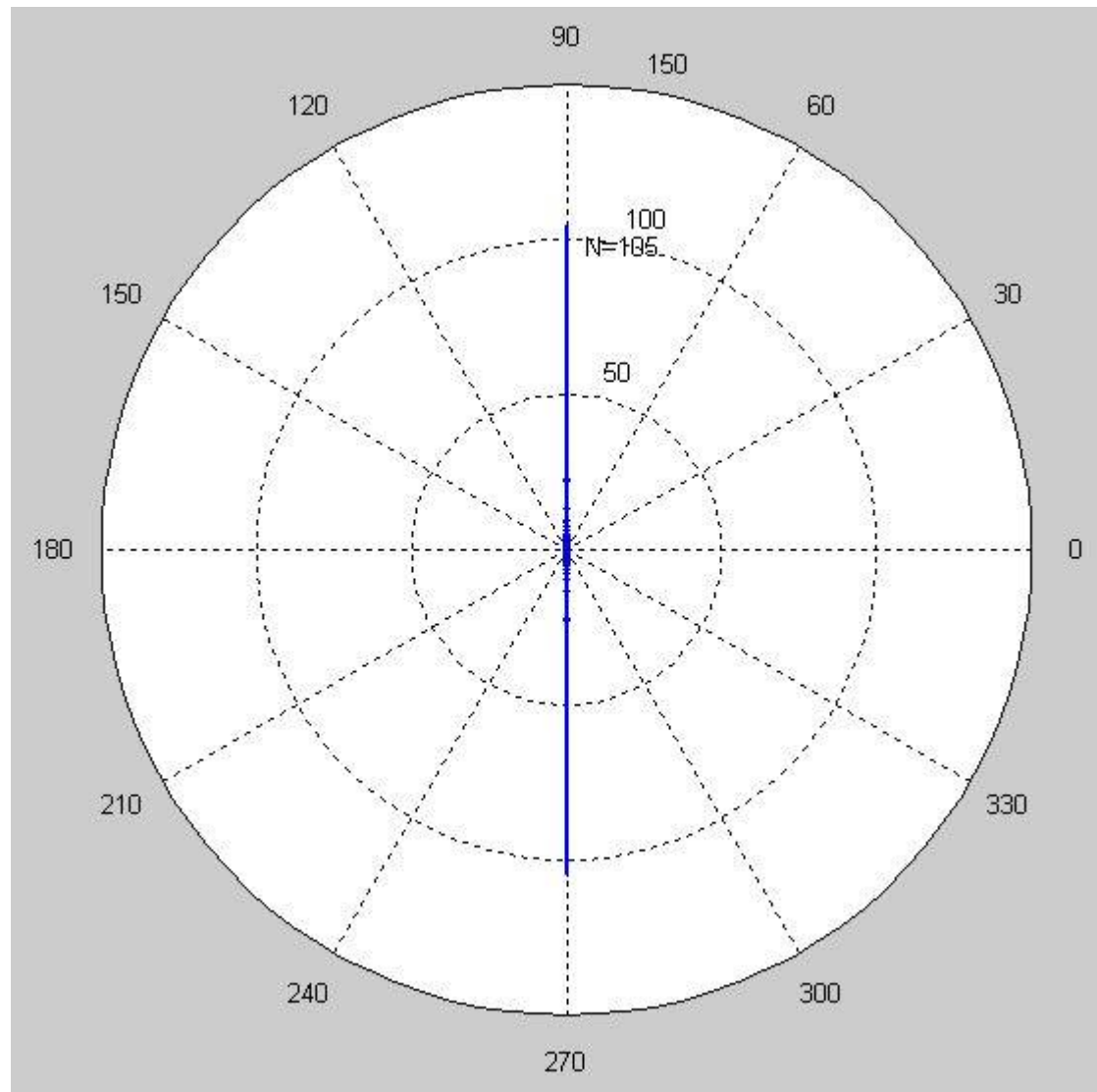
$$N = 15; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



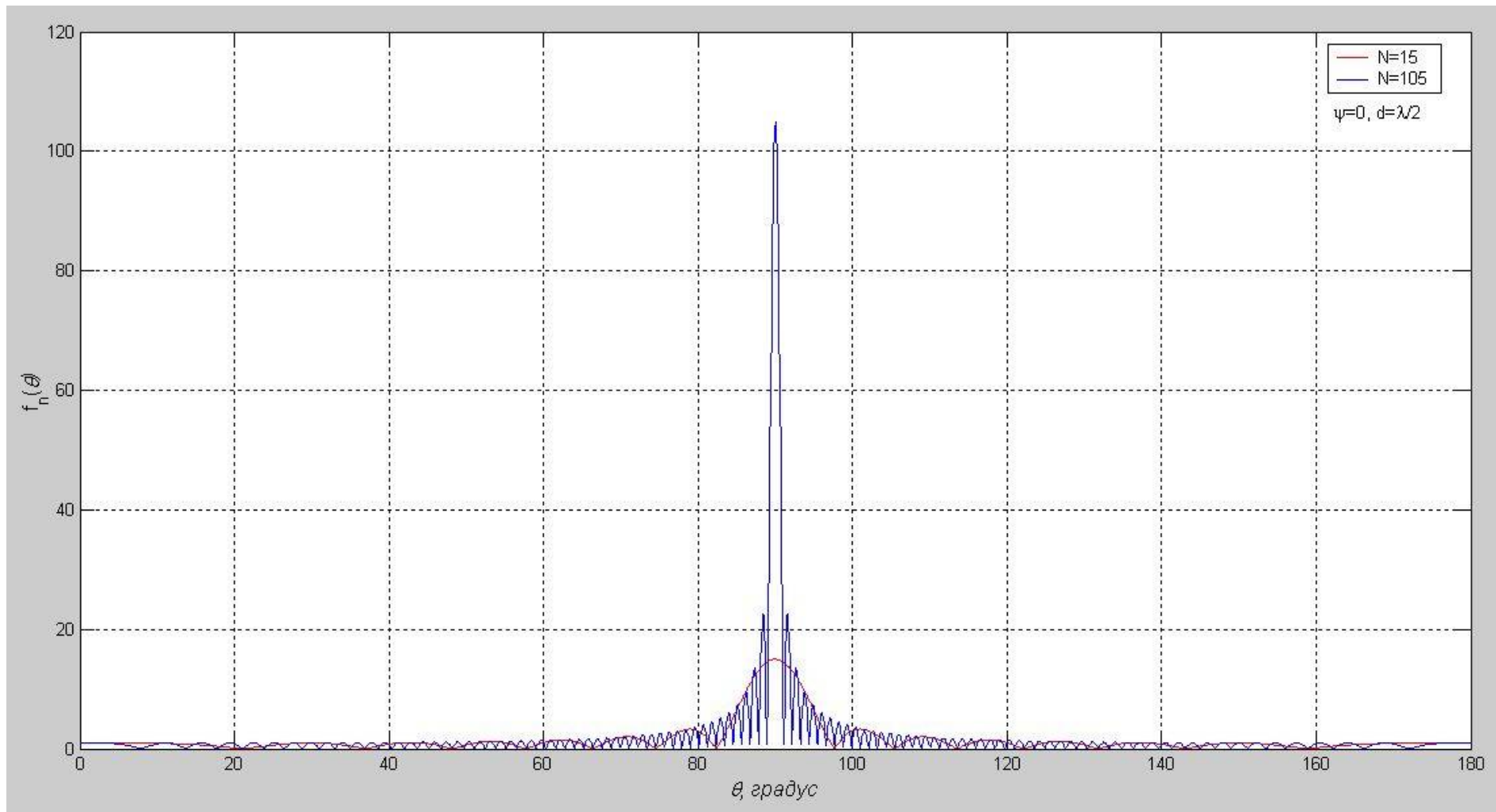
$$N = 105; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



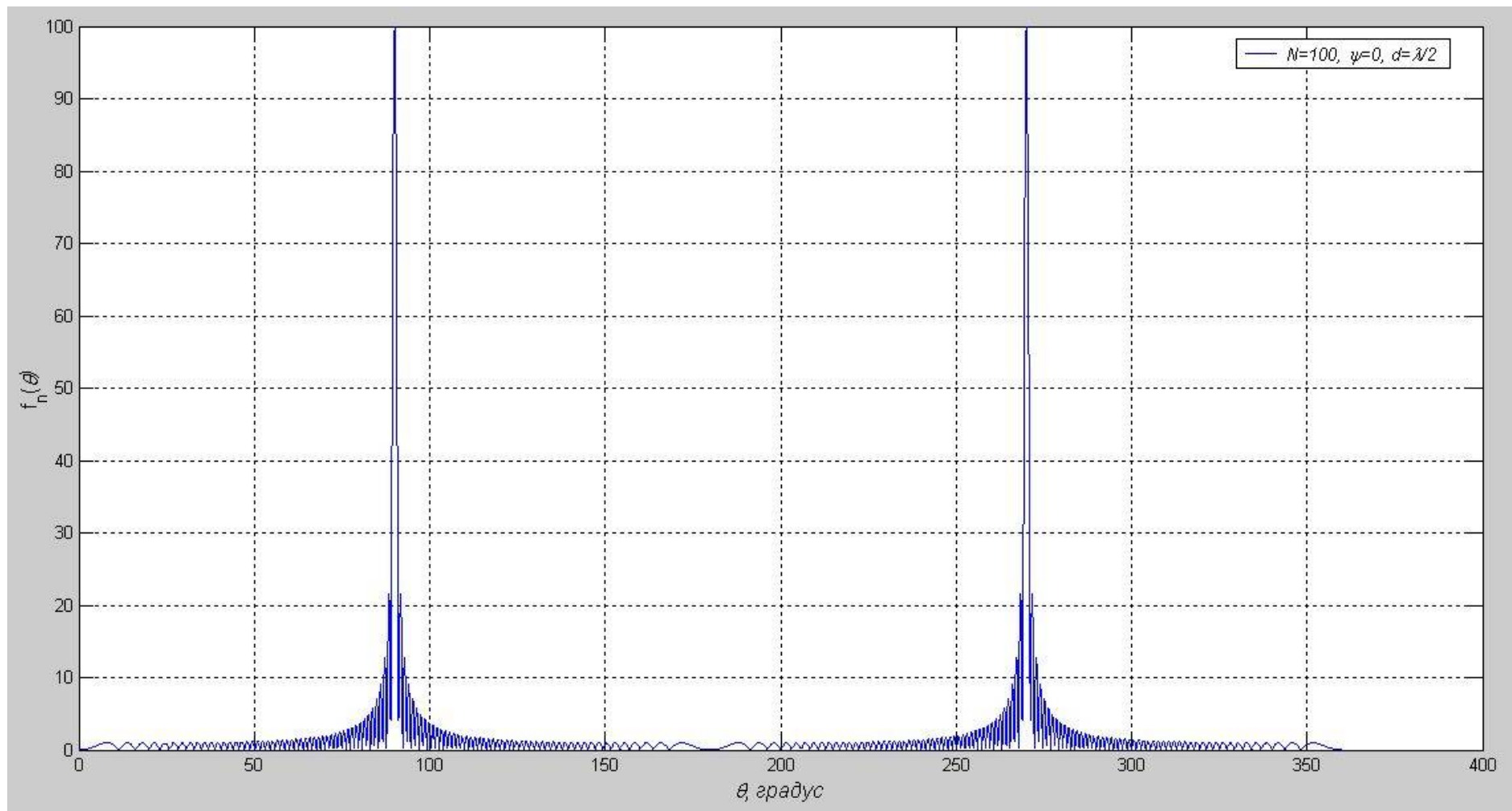
$$N = 105; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

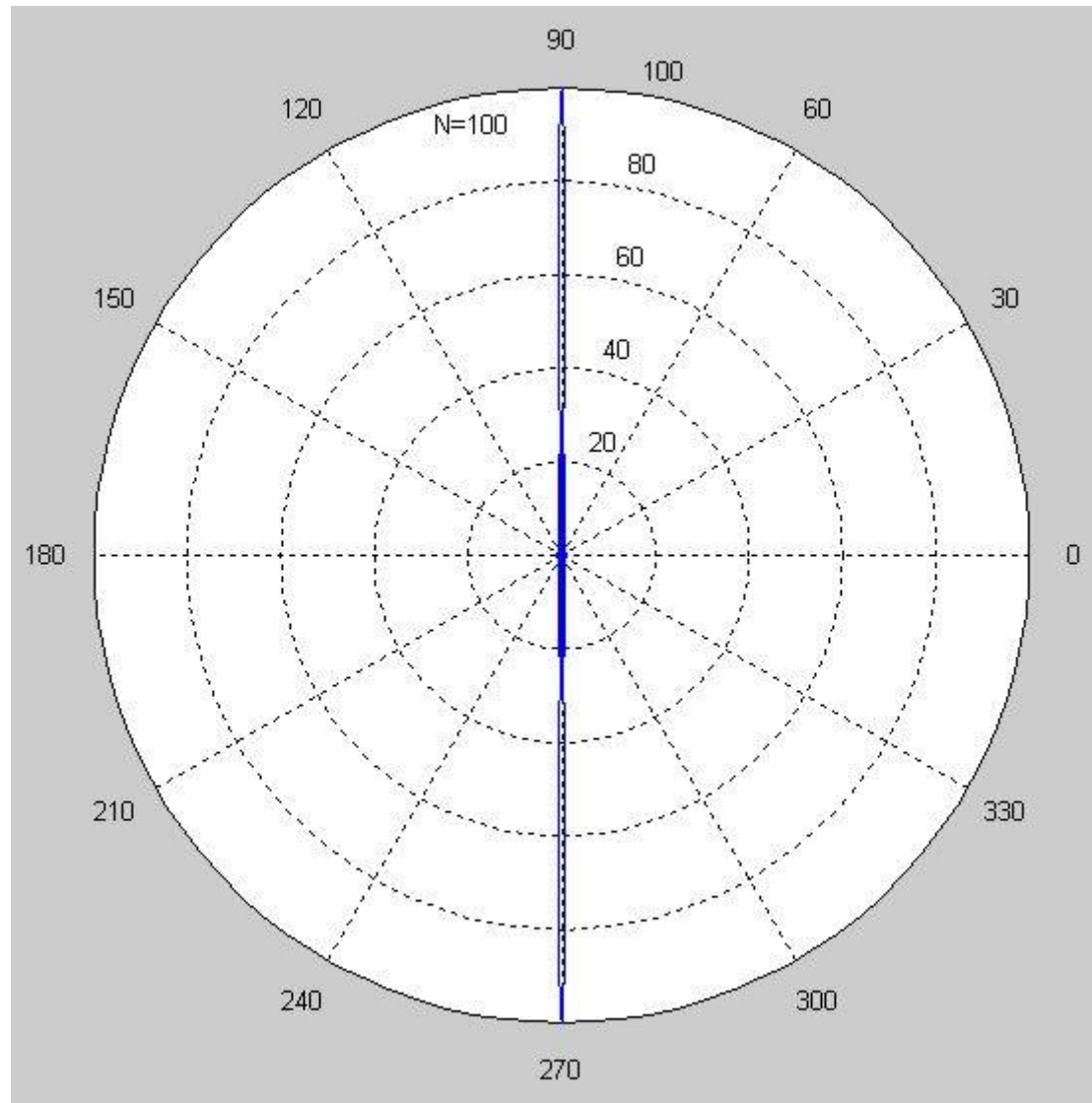
## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$N = 100; d = \lambda/2; \psi = 0$$

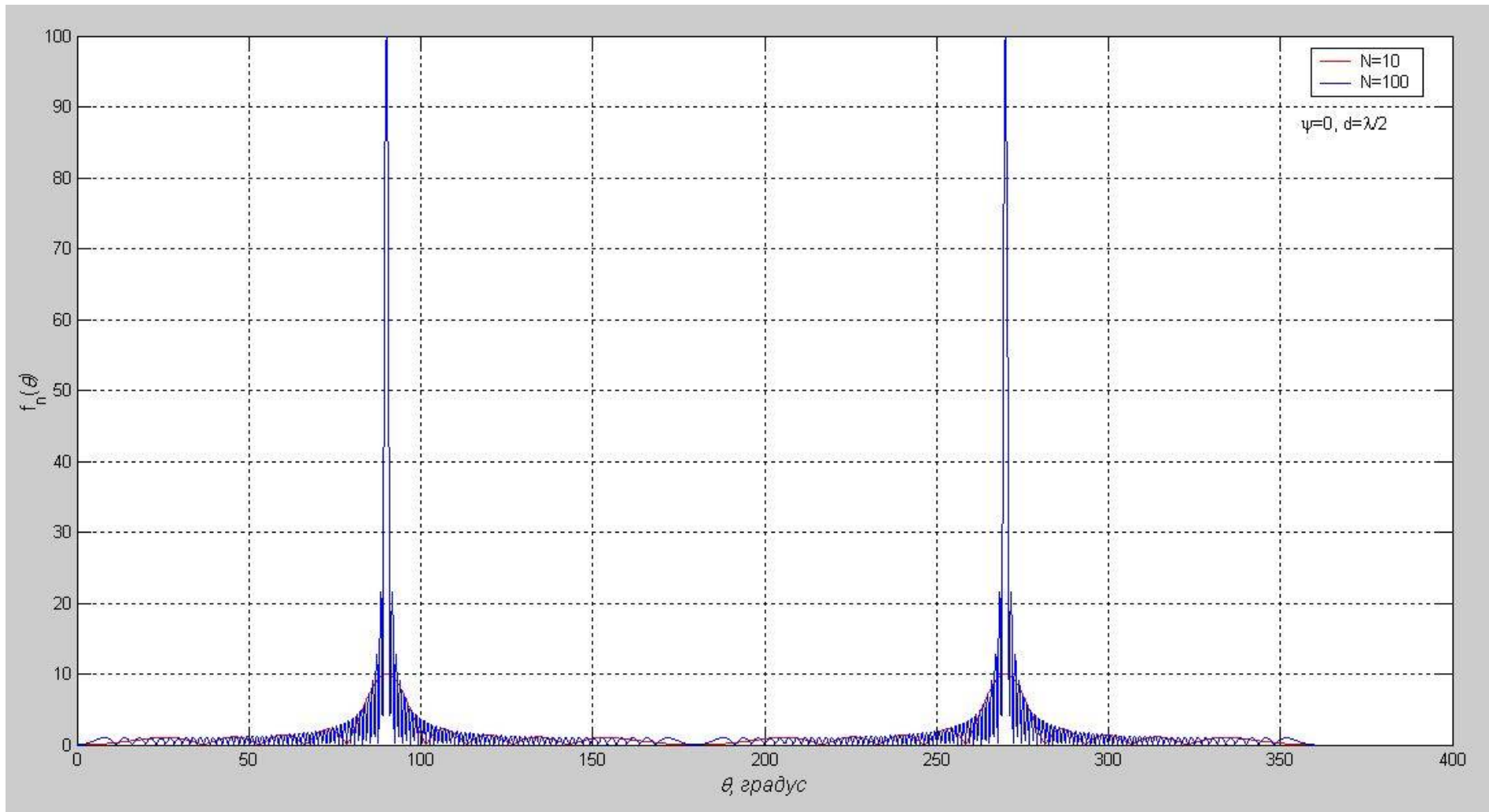


## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



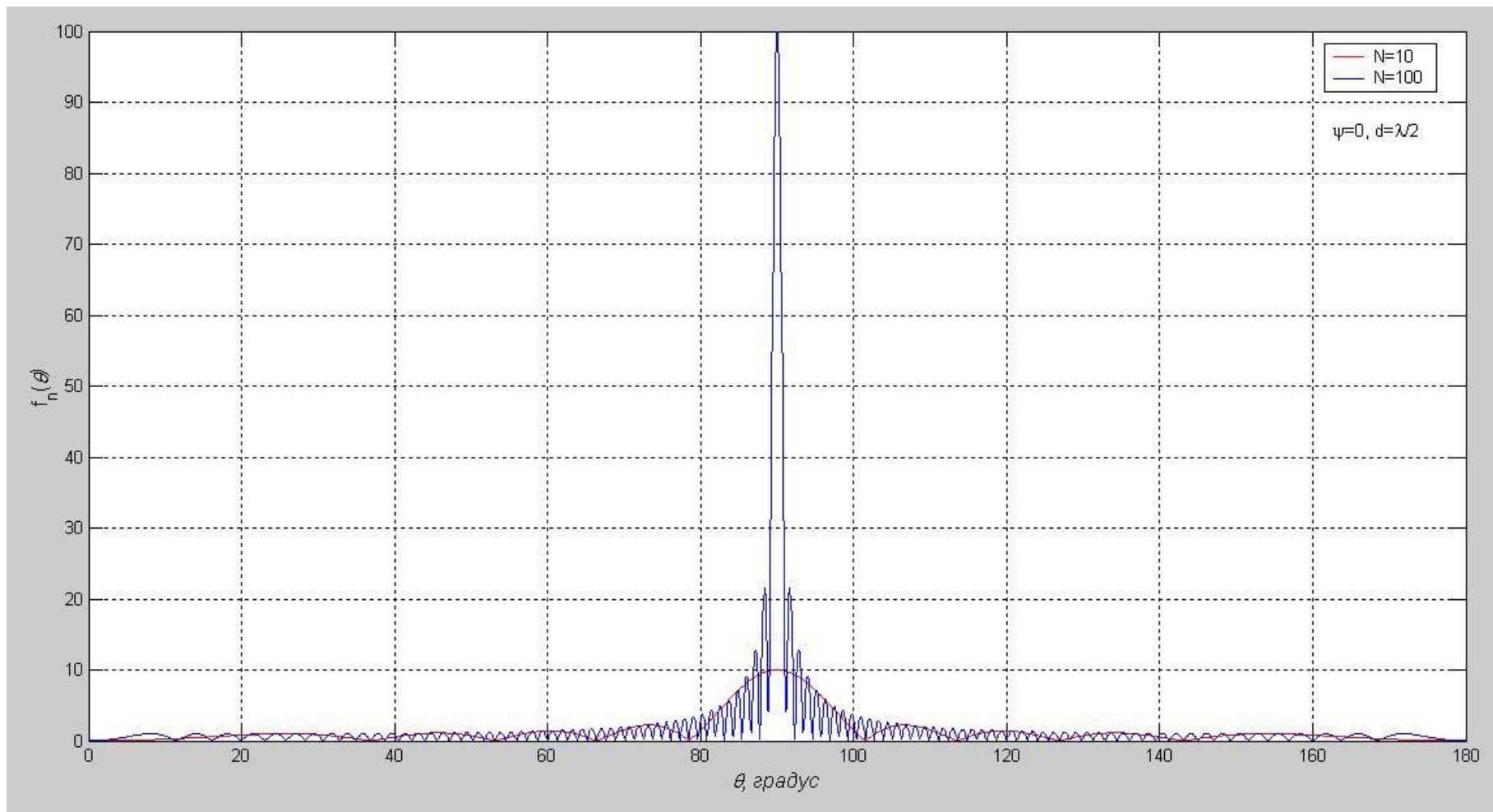
$$N = 100; d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



$$d = \lambda/2; \psi = 0$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

### Аналіз результатів:

1) на рисунках слайдів показано графіки модуля функції (1). За визначенням, поняття “модуль напрямленості решітки” є нормована ДН лінійної еквідистантної решітки, яка складається з  $N$  ізотропних випромінювачів;

2) для практики цінніші результати дає випадок парної кількості випромінювачів;

3) отримана ДН періодична та багатопелюсткова. У межах одного періоду, який дорівнює  $\pi N$ , є головна пелюстка з ненормованим максимумом  $f_N(\theta)|_{\theta=90^\circ} = N$  та нормованим максимумом  $F_N(\theta)|_{\theta=90^\circ} = 1$  і бічні пелюстки з послідовно спадними максимумами. В термінах узагальненої кутової змінної (8) ширина кожної головної пелюстки на нульовому рівні дорівнює  $2\pi$ , а кожної бічної пелюстки  $\pi$ , і оскільки головні пелюстки рознесено на  $\pi N$ , то між ними розміщується  $N-2$  бічних пелюсток;

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

4) Збільшення кількості випромінювачів спричиняє:

- збільшення рівня головної пелюстки;
- звуження головної пелюстки;
- зменшення рівня бічних пелюсток з одночасним збільшенням їхньої кількості;

5) головні максимуми спрямовано перпендикулярно до лінії розташування випромінювачів; ( $\theta = 90^\circ$ ).

6) чим більша протяжність системи випромінювачів ( $Nd$ ), порівняно з довжиною хвилі, тим більше мінімумів (напрямів нульового випромінювання), і тим більша кількість бічних пелюсток ДН;

7) ширину ДН визначимо на половинному рівні потужності як кут між напрямками, уздовж яких поле зменшується у  $\sqrt{2}$  раз, порівняно з полем у напрямі головного максимуму.

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Для цього пронормуємо вираз (1):

$$F_N(\theta) = \frac{1}{N} f_N(\theta) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta)\right]} \quad (9)$$

З іншого боку  $F_N(\theta)|_{\theta=90^\circ} = 1$ . У напрямі  $\theta = \pi/2 - \theta_{0,5}$ :

$$F_N(\theta_{0,5}) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta_{0,5})\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta_{0,5})\right]} \quad (10)$$

Для визначення ширини ДН потрібно розв'язати рівняння (10) відносно  $\theta_{0,5}$ .

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Це трансцендентне рівняння, розв'язати яке у даному випадку можна одним з наближених методів.

У деяких випадках рівняння (10) можна спростити, а розв'язок буде легко запам'ятовуватись. Це стосується гостроспрямованих антенних систем, для яких  $\sin(0,5Nkd \cos \theta)$  у межах головної пелюстки (де кути малі) можна замінити на аргумент. При цьому вираз (10) набуває вигляду:

$$F_N(\theta_{0,5}) \cong \frac{1}{N} \frac{\frac{N}{2} kd \cos \theta_{0,5}}{\frac{1}{2} kd \cos \theta_{0,5}} = \frac{\sin x}{x} = \text{sinc } x = 0,707, \quad (11)$$

де

$$x = \frac{N}{2} kd \cos \theta_{0,5}. \quad (12)$$

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Функція  $\text{sinc } x$  описує у декартових координатах узагальнену ДН лінійної системи синфазних випромінювачів зі струмами однакової амплітуди. Маємо

$\text{sinc } x = 0,707 \Rightarrow x = 1,394$  рад, тобто

$$x = \frac{N}{2} kd \cos \theta_{0,5} = 1,394 \Rightarrow \sin \theta_{0,5} = \frac{1,394 \cdot 2}{Nd \cdot 2\pi/\lambda} = 0,444 \frac{\lambda}{Nd}.$$

для гостроспрямованих антенних систем, які мають значну протяжність

$$L = (N - 1)d \approx Nd \Rightarrow \sin \theta_{0,5} \cong \theta_{0,5},$$

Маємо

$$\theta_{0,5} = 0,444 \frac{\lambda}{L}.$$



## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Звідси ширина ДН:

$$2\theta_{0,5} \cong 0,888 \frac{\lambda}{L}, \text{ рад}; \quad (13)$$

$$2\theta_{0,5} \cong 51 \frac{\lambda}{L} = \frac{51}{L/\lambda}, \text{ градусів}. \quad (14)$$

Зміст отриманого виразу: ширина ДН розглянутої антенної системи обернено пропорційна до довжини антени, вираженої у долях довжини хвилі  $(L/\lambda)$ .

**Аналіз множника решітки  
(система неспрямованих випромінювачів  
за наявності зсуву фаз між струмами)**

## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Розглянемо тепер основні властивості ДН лінійної системи з  $N$  ізотропних випромінювачів зі струмами, зсунутими за фазою на однаковий кут  $\psi$ .

Нормована ДН системи дискретних випромінювачів:

$$F_N(\theta) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(kd \cos \theta - \psi)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd \cos \theta - \psi)\right]}. \quad (15)$$

Цей вираз має максимум, який дорівнює одиниці, при виконанні умови

$$kd \cos \theta_{\max} - \psi = 0,$$

Звідки

$$\cos \theta_{\max} = \psi / kd = \psi \lambda / 2\pi d, \quad (16)$$

причому  $|\cos \theta_{\max}| = |\psi \lambda / 2\pi d| \leq 1$ .

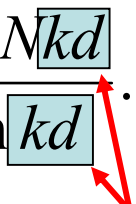
## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

Вираз (16) показує, що **напрямок максимуму випромінювання  $\theta_{\max}$  залежить від кута  $\psi$  – зсуву фаза між струмами сусідніх випромінювачів і може змінюватись у широких межах.**

При  $\psi = 0$  (раніше було розглянуто детально цю синфазну систему)

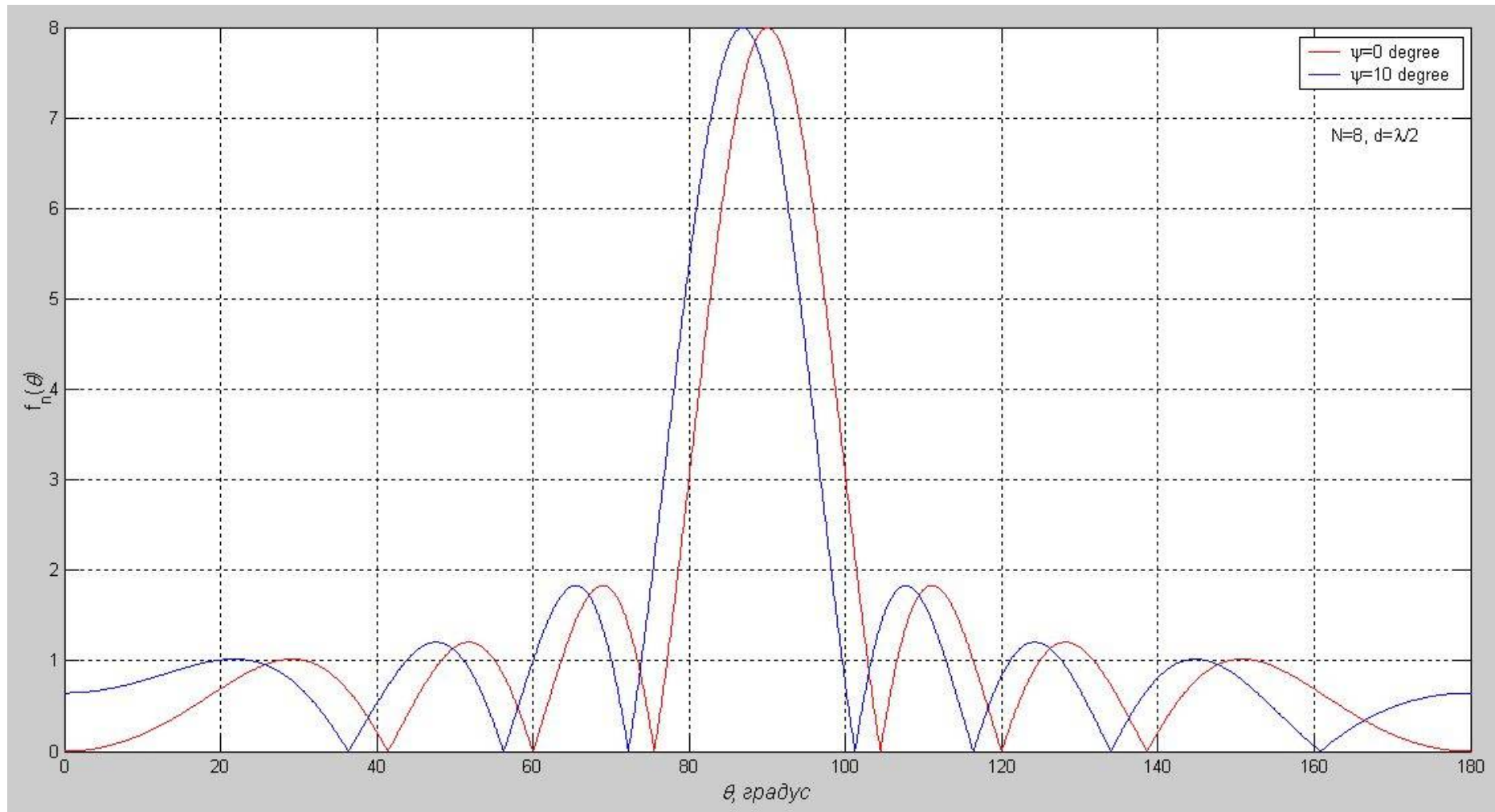
$\theta_{\max} = \pm 90^\circ$  максимуми будуть у напрямках, перпендикулярних до лінії розташування випромінювачів. При  $\psi = \pi d/\lambda$ ;  $\cos \theta_{\max} = 1$  та  $\theta_{\max} = 0$  максимум буде уздовж лінії розташування випромінювачів у тому напрямі, в якому зменшується фаза струмів.

У протилежному напрямі, тобто  $\theta = 180^\circ$ ,

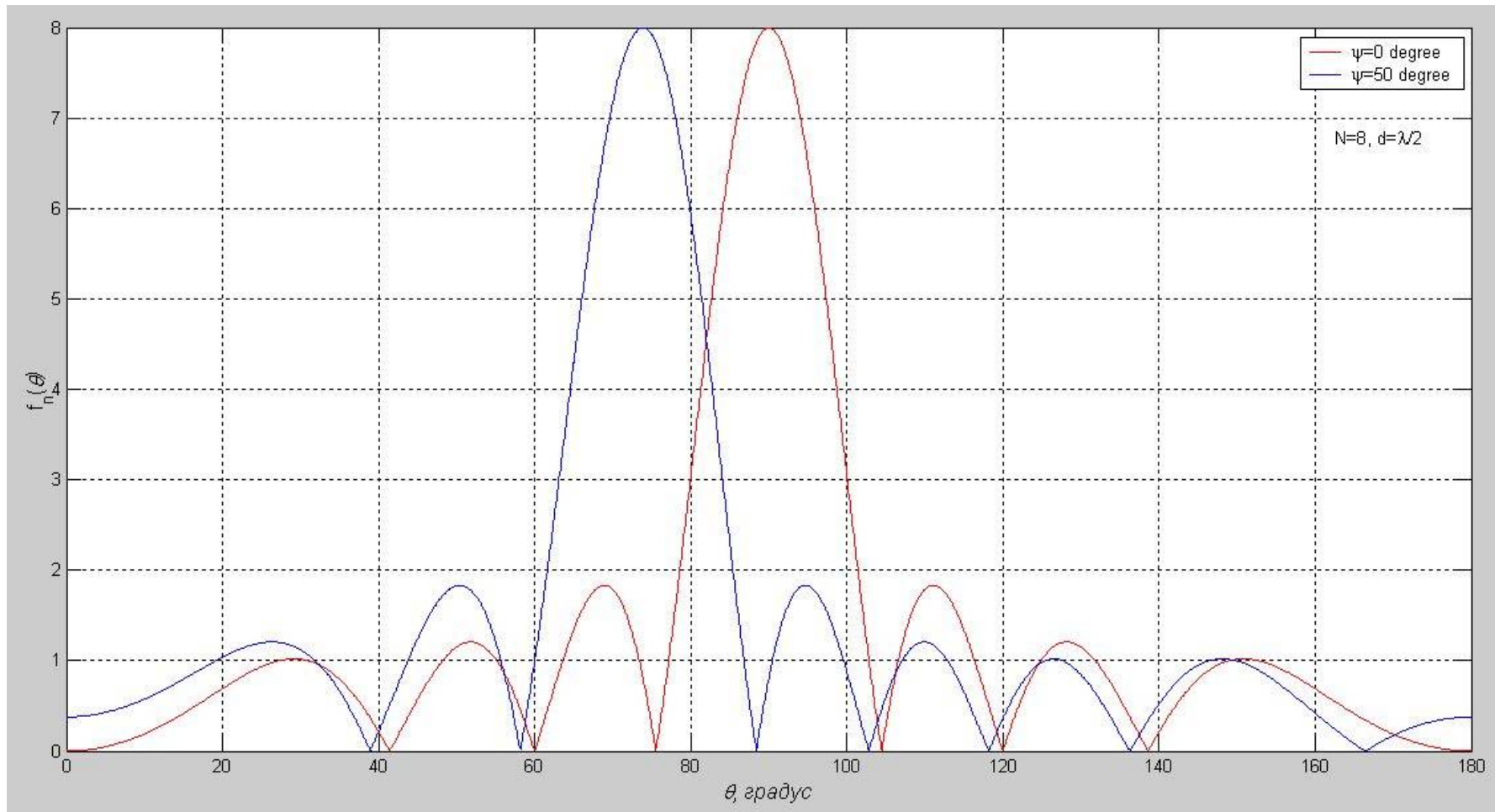
$$F_N(\theta) = \frac{1}{N} \frac{\sin Nkd}{\sin kd}$$


Зсув фаз який дорівнює запізненню за фазою біжучої хвилі при поширенні від одного випромінювача до іншого

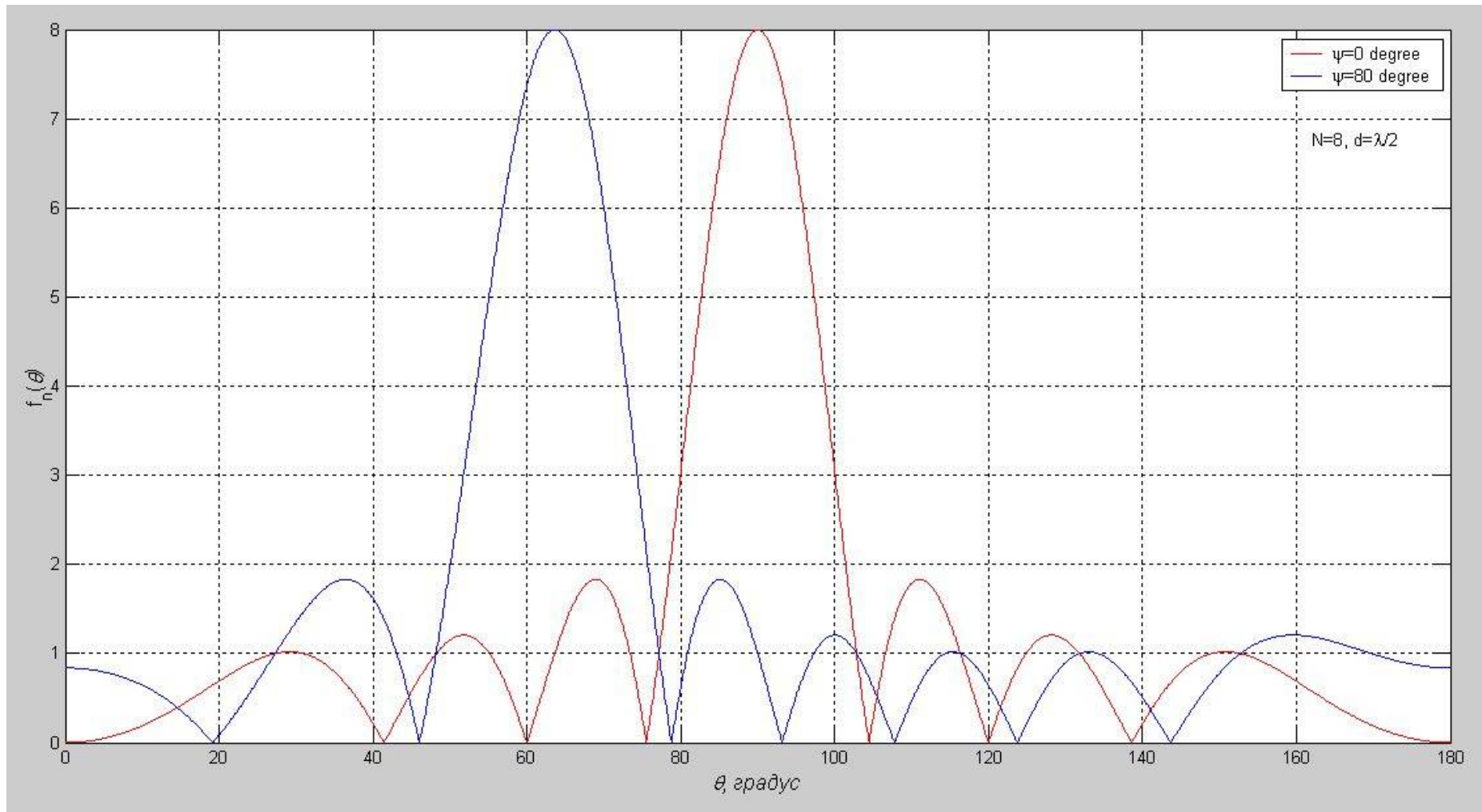
# Синфазна система неспрямованих випромінювачів



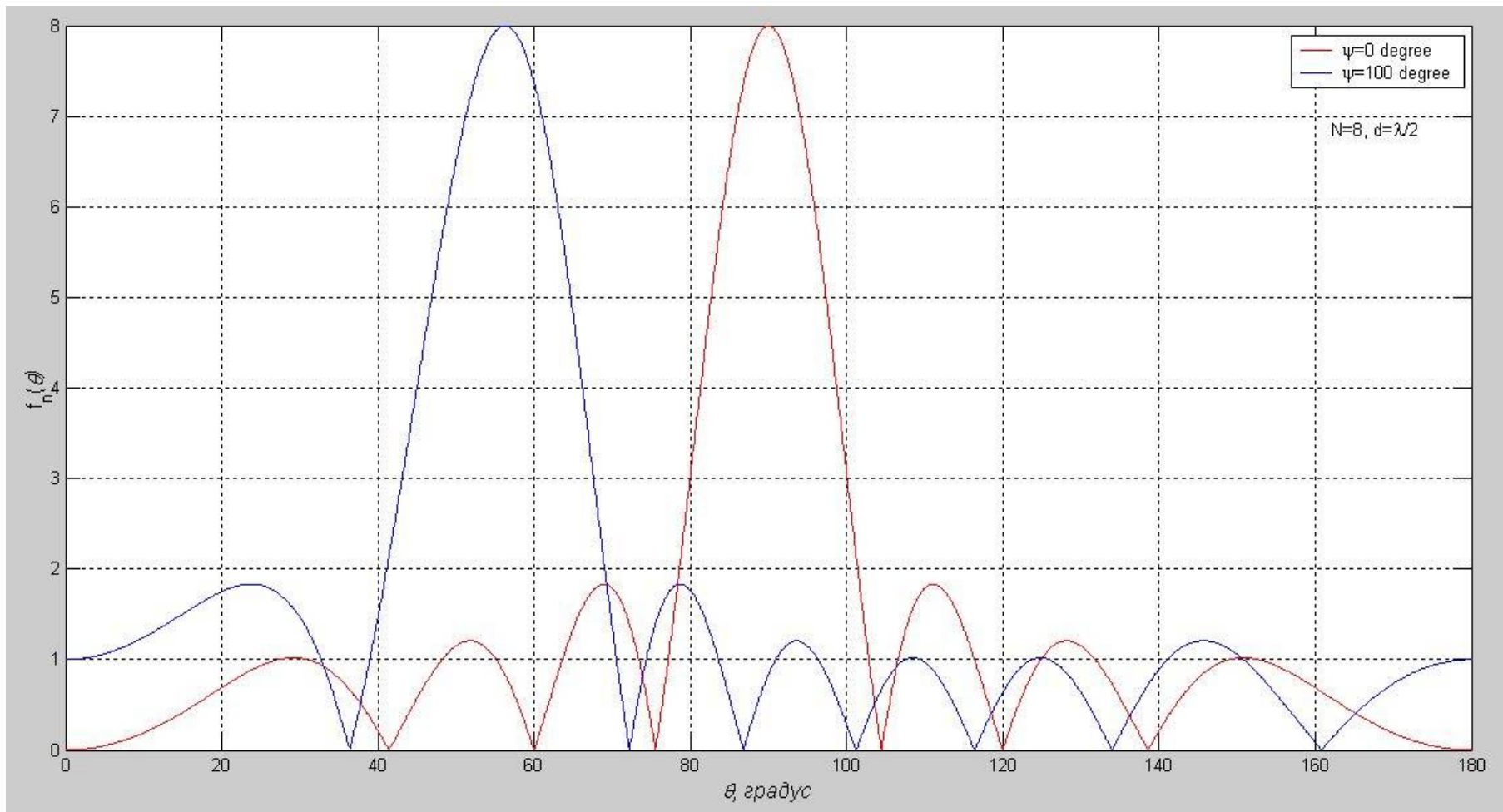
## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



# Синфазна система неспрямованих випромінювачів

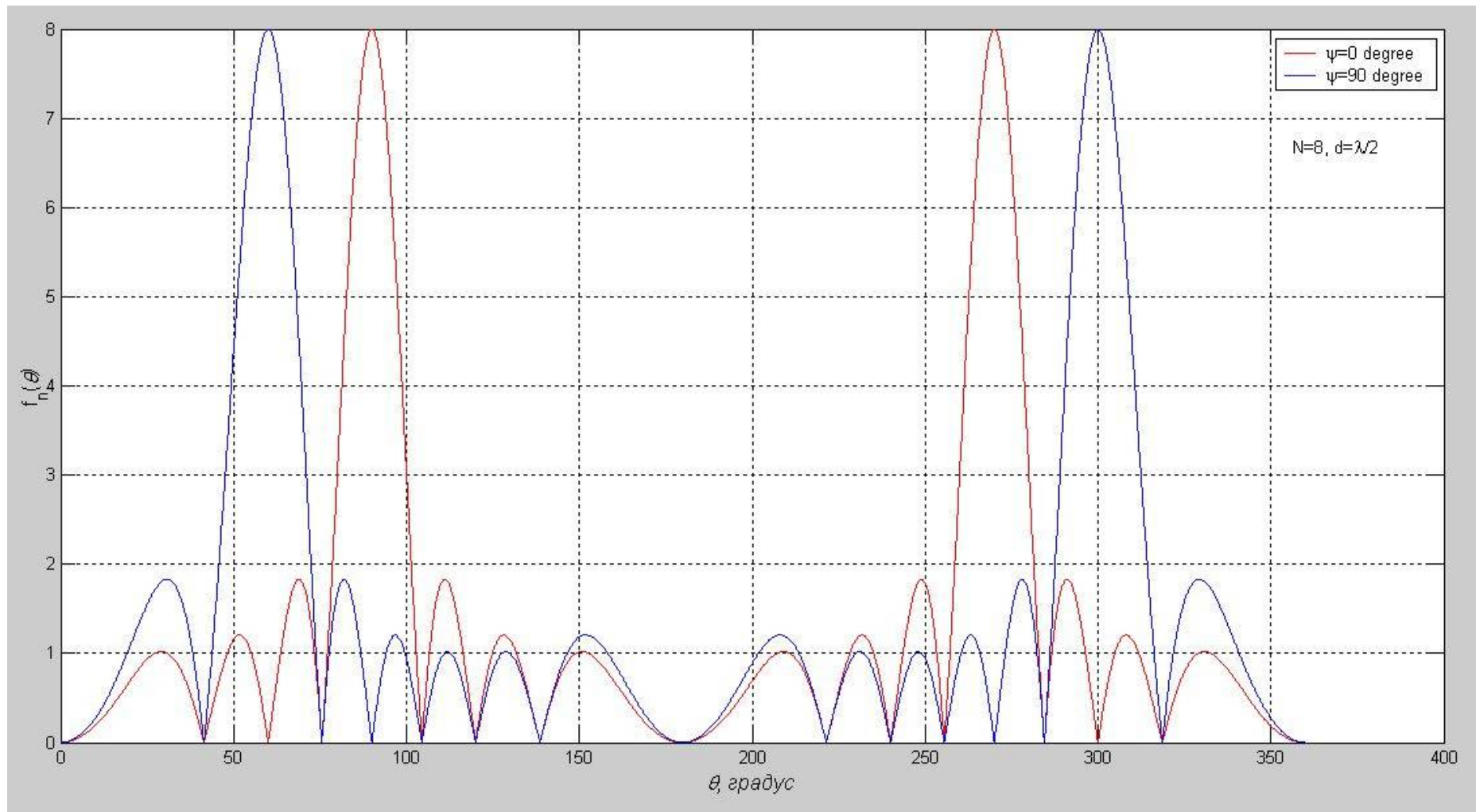


## Синфазна система неспрямованих випромінювачів

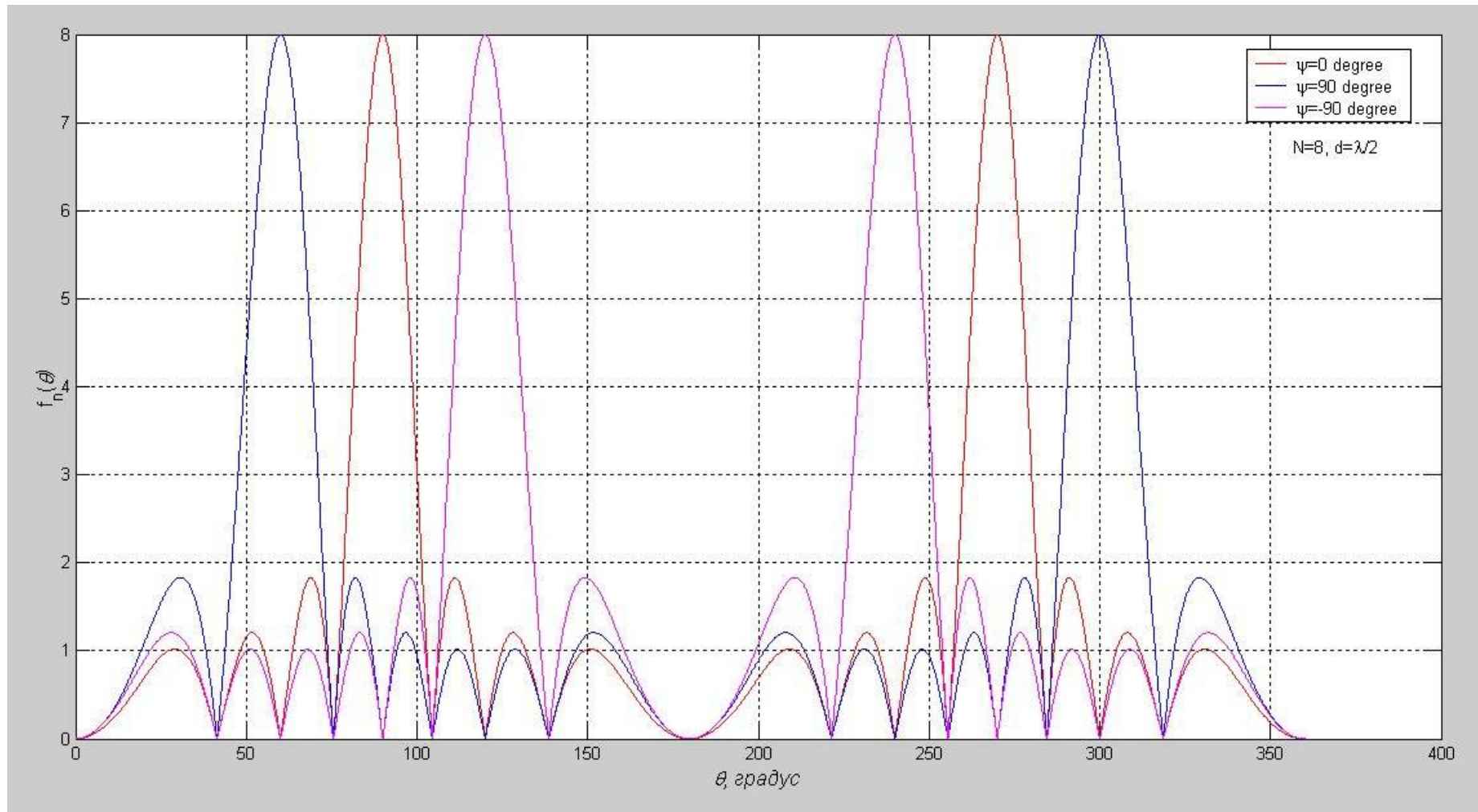




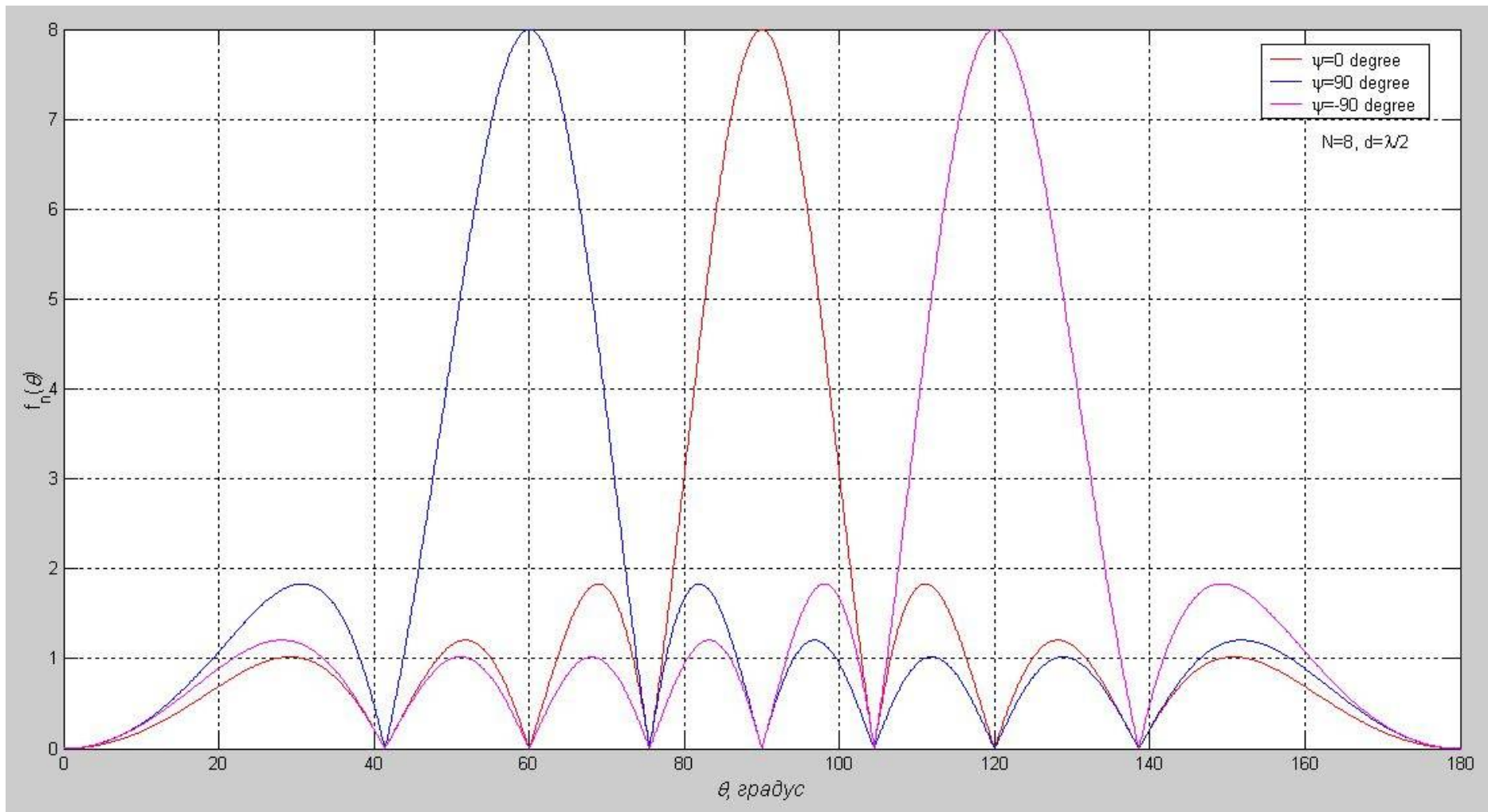
# Синфазна система неспрямованих випромінювачів



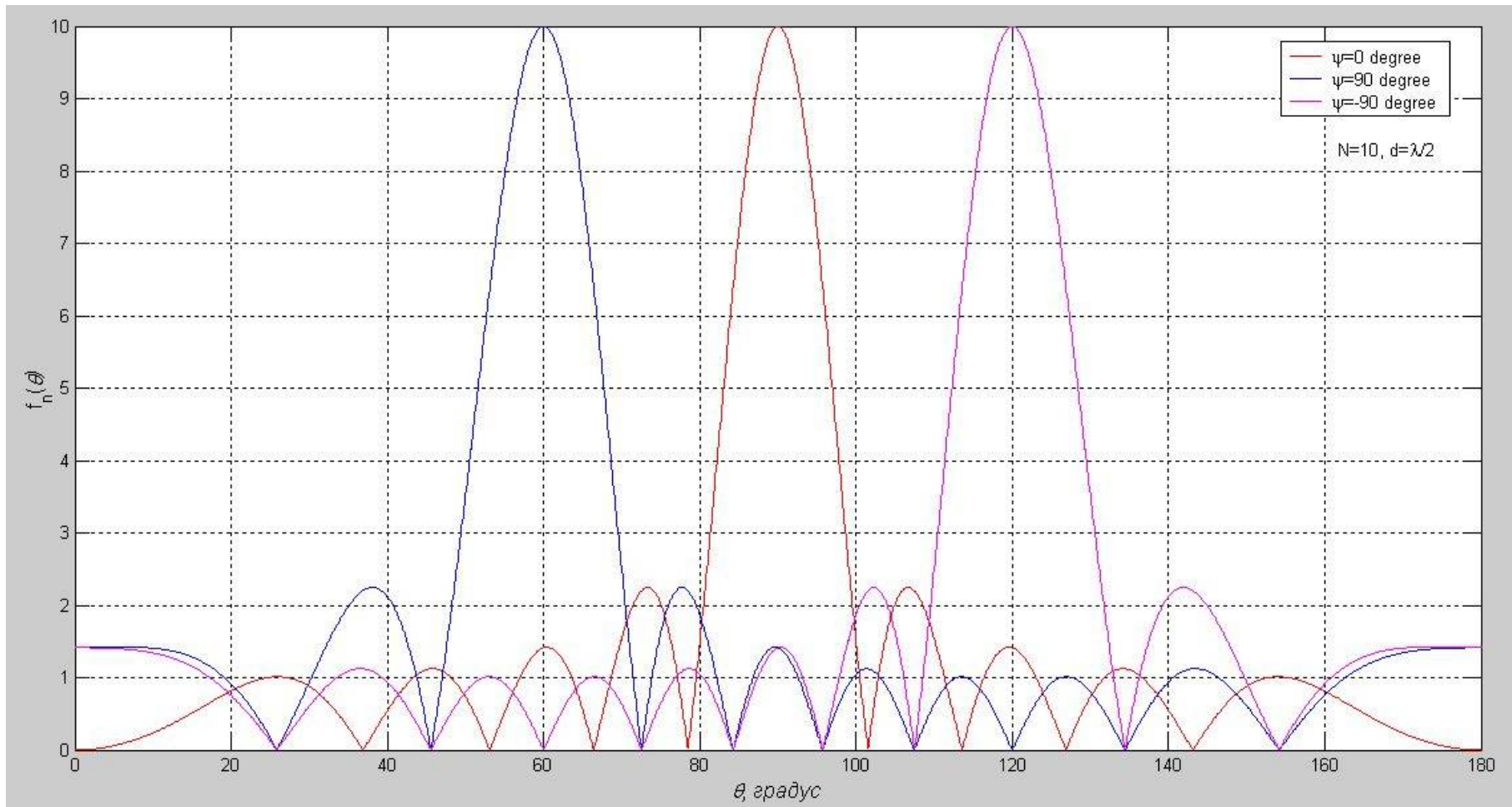
# Синфазна система неспрямованих випромінювачів



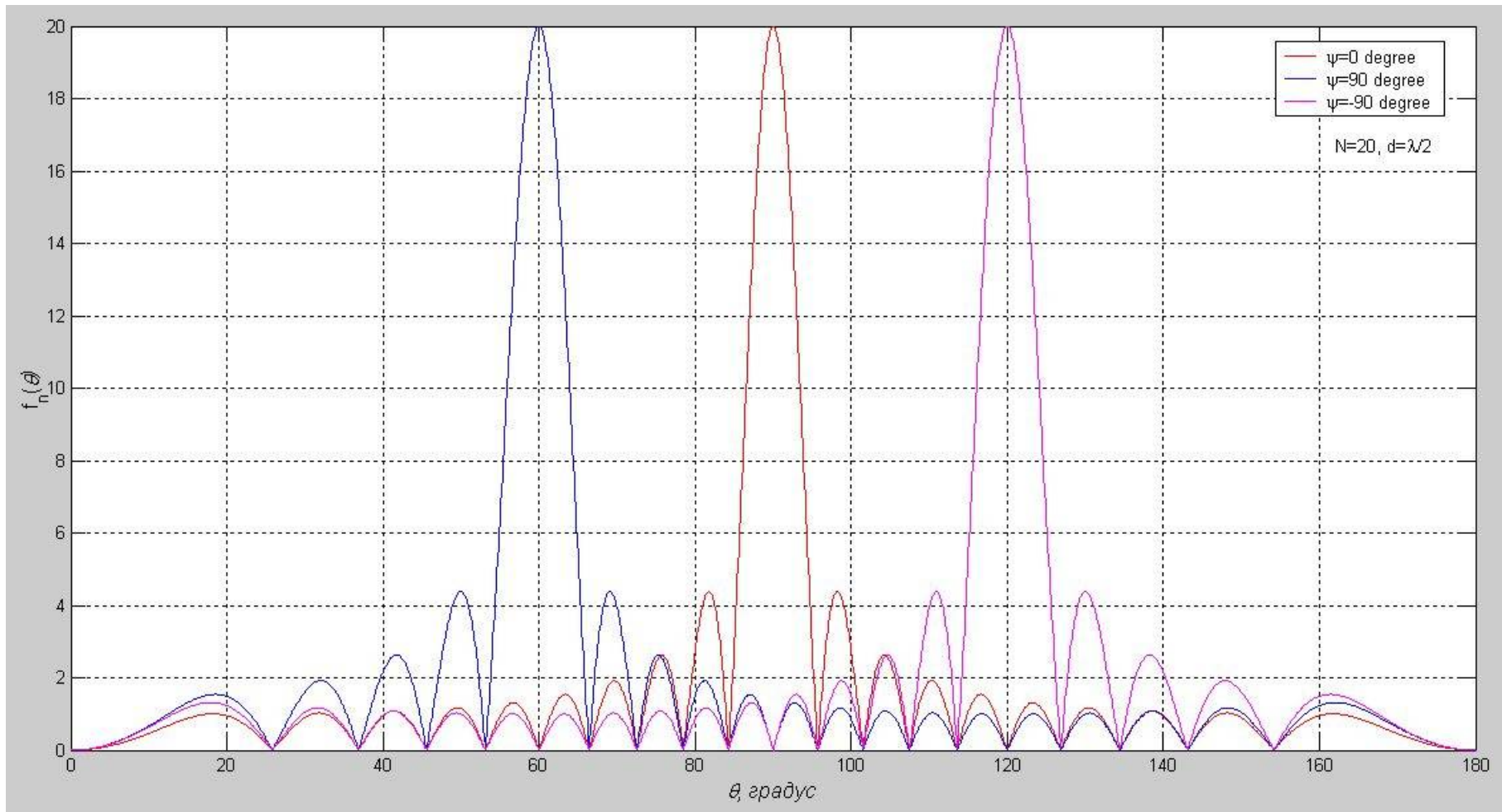
# Синфазна система неспрямованих випромінювачів



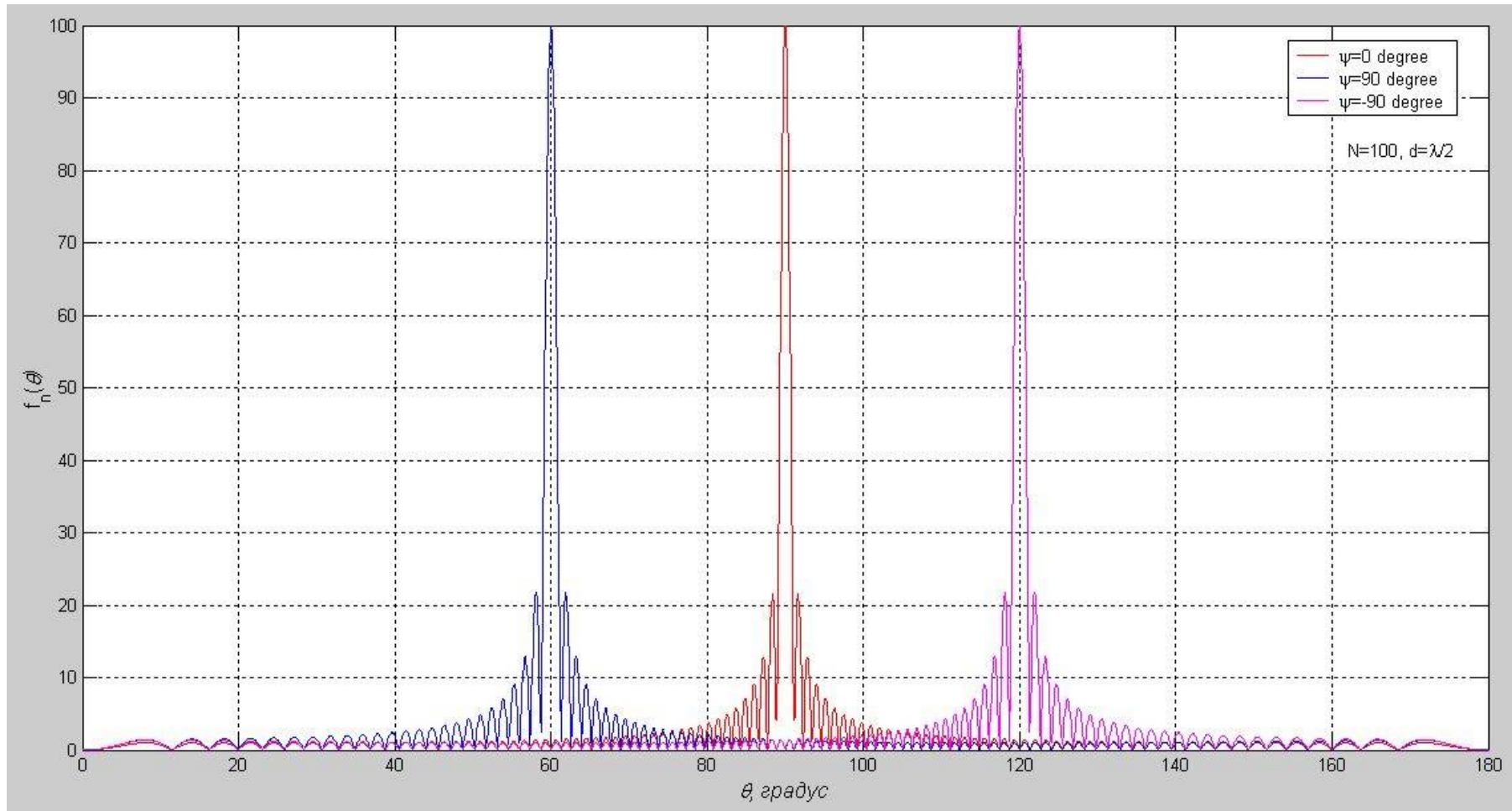
# Синфазна система неспрямованих випромінювачів



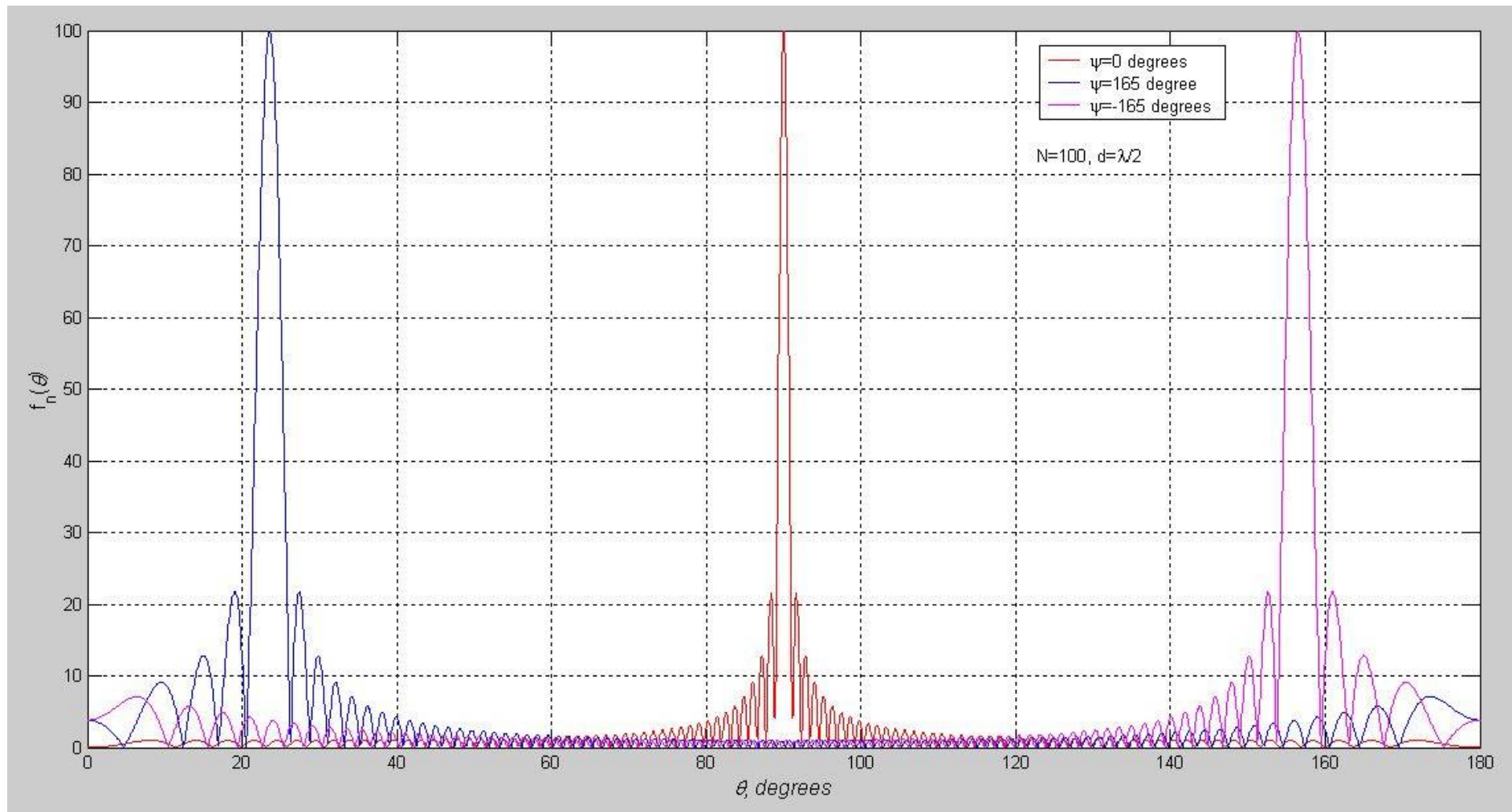
## Синфазна система неспрямованих випромінювачів



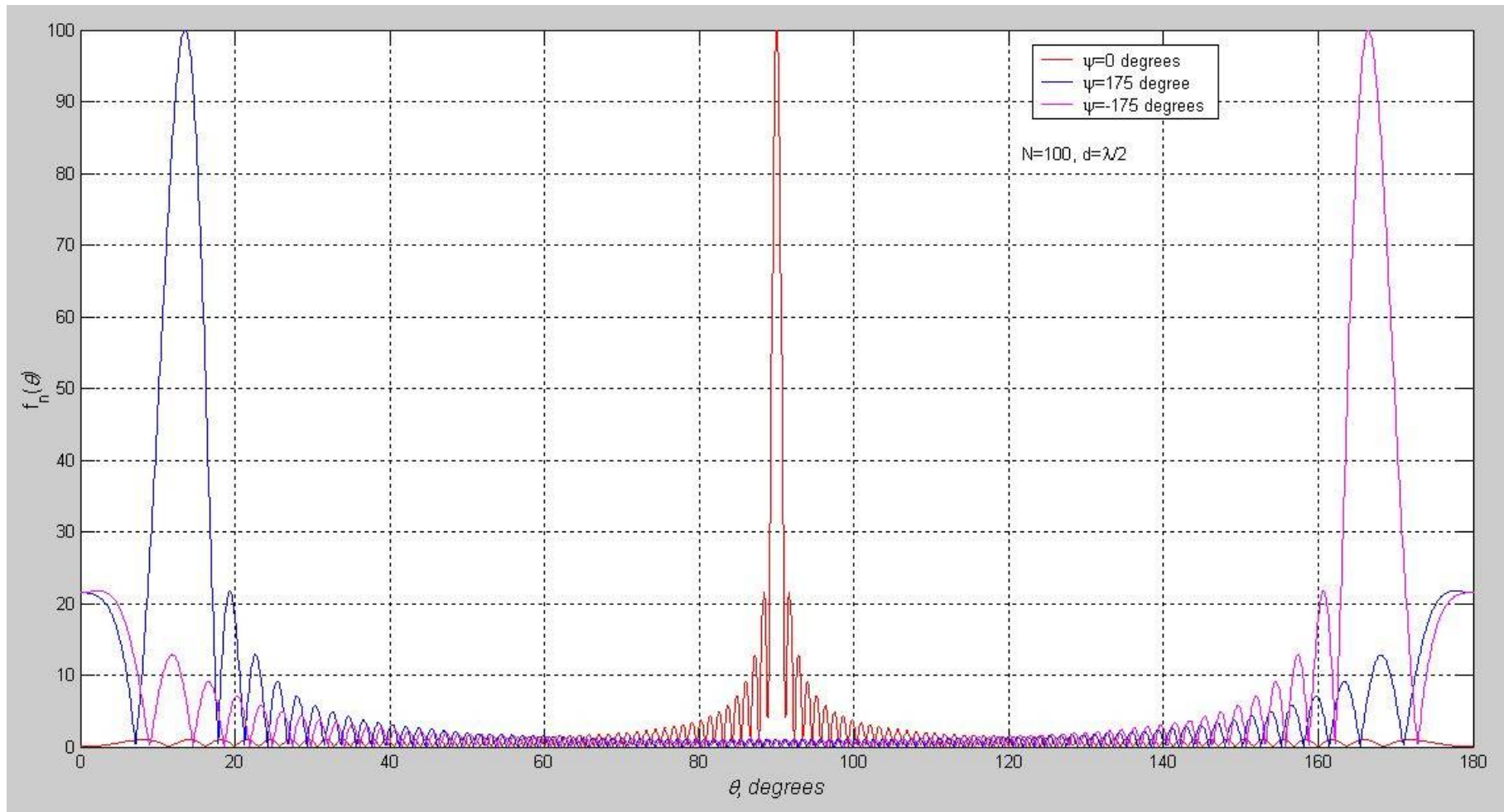
# Синфазна система неспрямованих випромінювачів



# Синфазна система неспрямованих випромінювачів

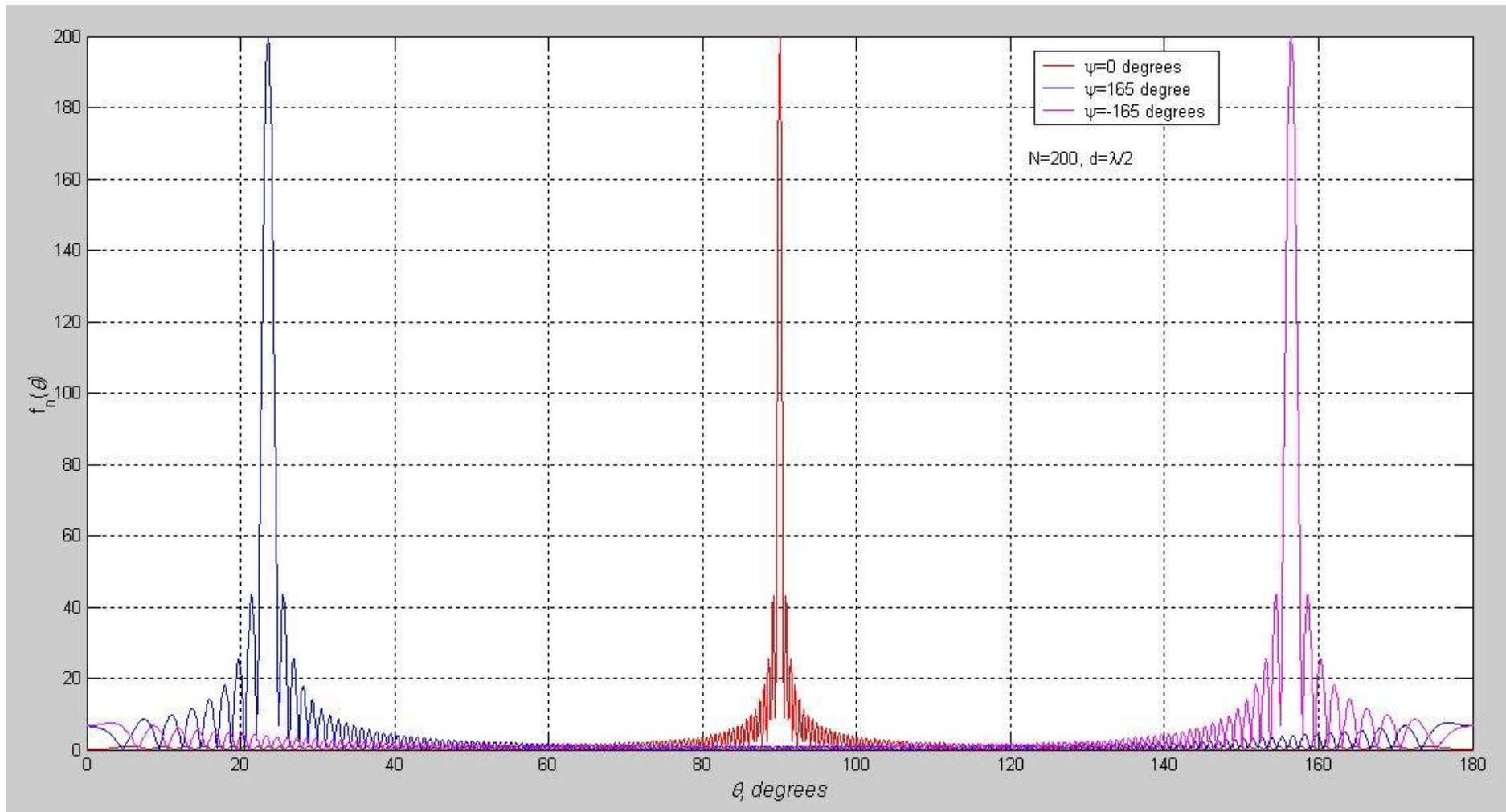


# Синфазна система неспрямованих випромінювачів

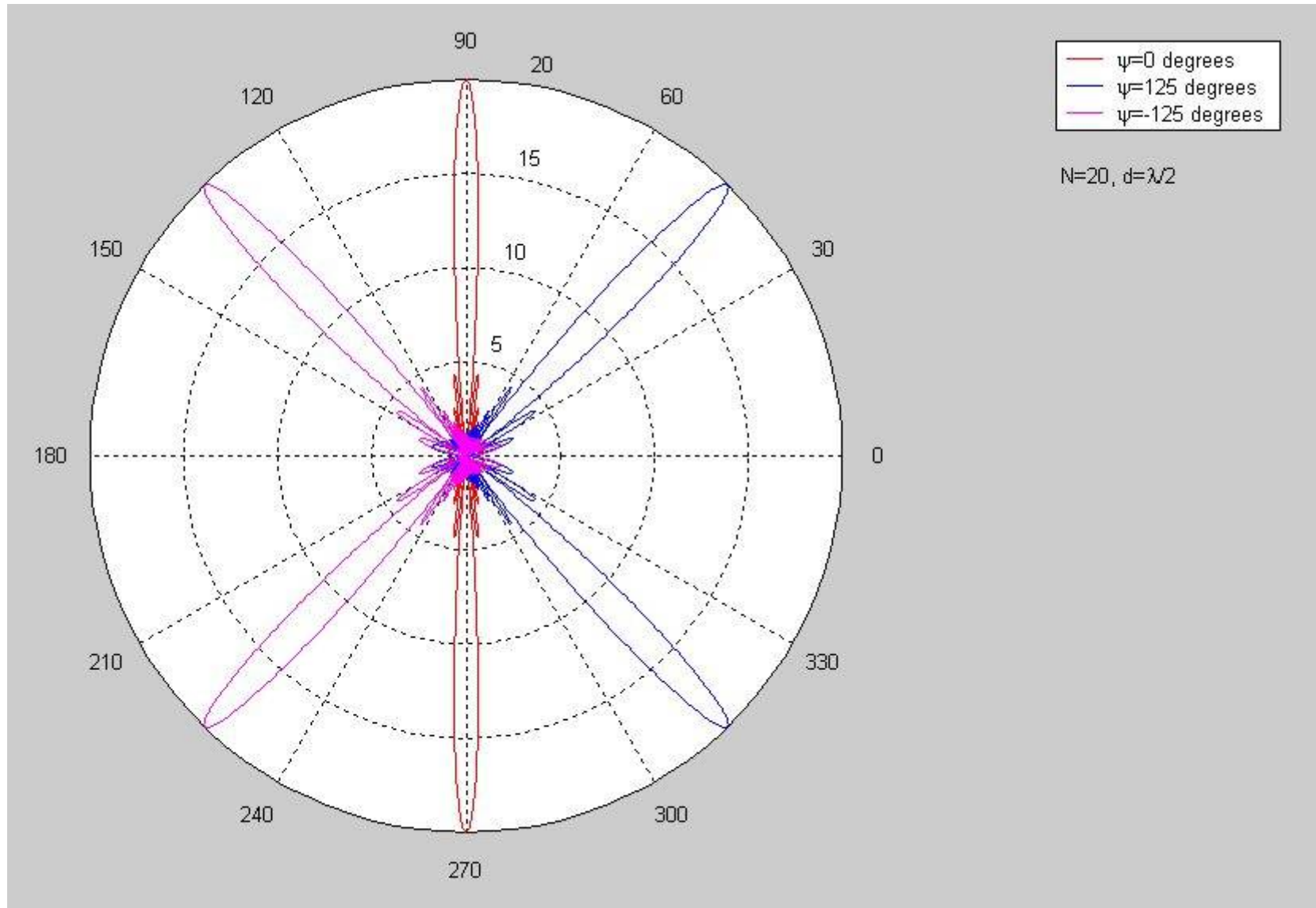




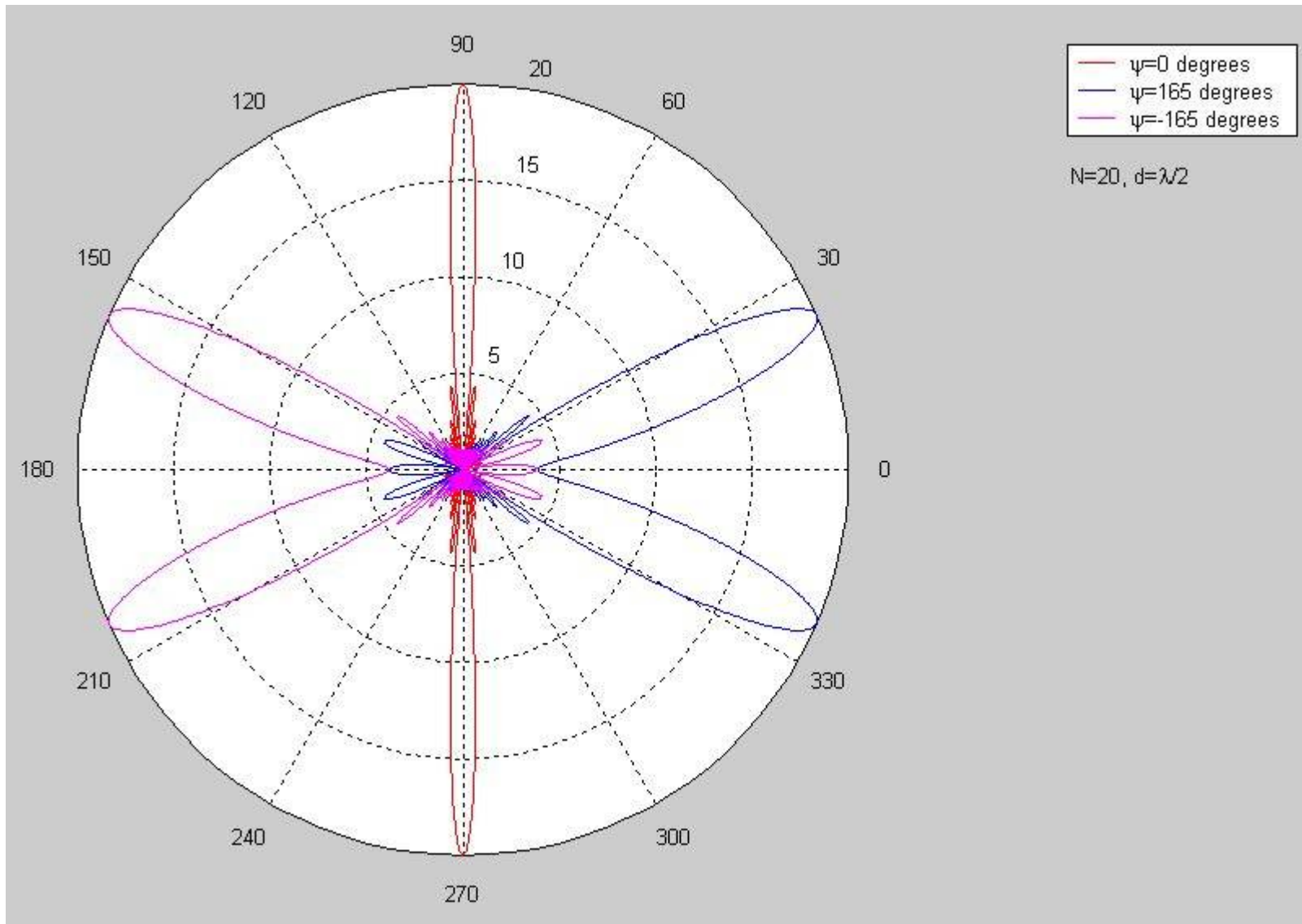
# Синфазна система неспрямованих випромінювачів



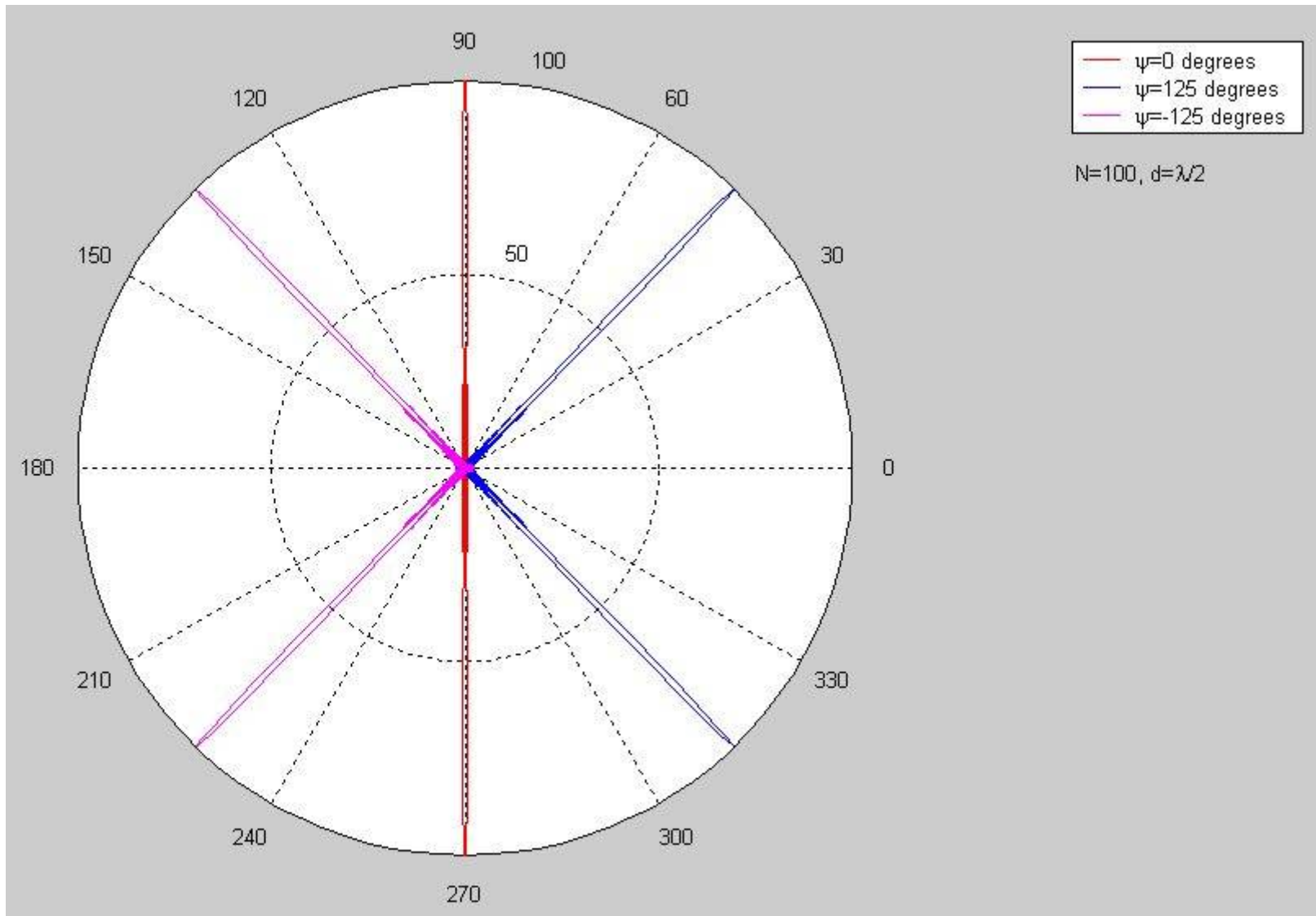
# Синфазна система неспрямованих випромінювачів



# Синфазна система неспрямованих випромінювачів



# Синфазна система неспрямованих випромінювачів



**Синфазна система неспрямованих випромінювачів**

**З наведених рисунків видно, що максимум випромінювання повертається**

**по мірі зсуву фаз**

**Цю зміну називають хитанням променя та використовують, наприклад, для огляду простору у радіолокаційних та радіонавігаційних системах, керування потоками даних у системах мобільного зв'язку.**

**Аналіз множника решітки**  
**(синфазна система спрямованих випромінювачів)**

# **Синфазна система неспрямованих випромінювачів**

# **Синфазна система неспрямованих випромінювачів**



# **Синфазна система неспрямованих випромінювачів**

# **Синфазна система неспрямованих випромінювачів**

# **Синфазна система неспрямованих випромінювачів**