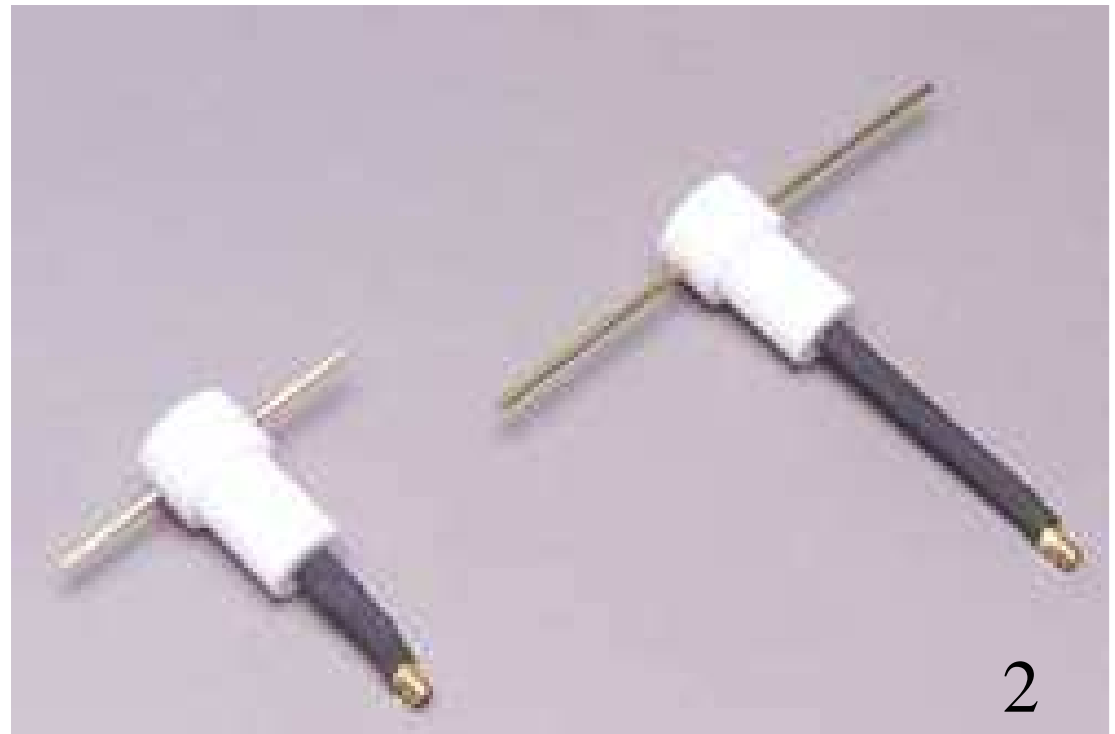


Антенна техніка телекомунікаційних мереж

Теорія симетричного вібратора

Загальні положення

Симетричний електричний вібратор (два набори таких антен показано на фото) належить до класу дротових антен.



Задача випромінювання ЕМХ дротовими антенами

Дротові антени складаються з відрізків провідників, найчастіше прямолінійних, які певним чином розташовано у просторі.

Поле, створене такою антеною, можна знайти шляхом додавання всіх полів, створюваних струмами, які протікають по усіх провідниках, які утворюють таку антену.

Задачу про випромінювання такої антени розв'язують у два етапи.

Задача випромінювання ЕМХ дрововими антенами

Етапи розв'язання цієї задачі:

- 1) визначення розподілу струму $\dot{j}_m^{cm} \equiv \dot{j}_m^{cm}(\vec{r})$ на провідниках, з яких складається антена;
- 2) розрахунок електричних характеристик за знайденим розподілом струму. Наприклад, за допомогою векторного потенціалу \dot{A}_m :

$$\dot{H}_m = \frac{1}{\dot{\mu}_a} \text{rot } \dot{A}_m, \quad \dot{E}_m = \frac{-ic^2}{\dot{\epsilon}_a \dot{\mu}_a} \left[\text{grad div } \dot{A}_m + \left(\frac{\omega}{c} \right) \dot{\epsilon}_a \dot{\mu}_a \dot{A}_m \right],$$

$$\dot{A}_m(\vec{r}) = \frac{\dot{\mu}_a}{4\pi} \int_V \dot{j}_m^{cm}(\vec{r}') \frac{e^{-ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dv',$$

\vec{r} - відстань “початок СК – точка спостереження”;

\vec{r}' - відстань “початок СК – точка інтегрування”;

V - об'єм, у якому розташовано струми.

Якщо (для спрощення) $|\vec{r}-\vec{r}'| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} = r$, то

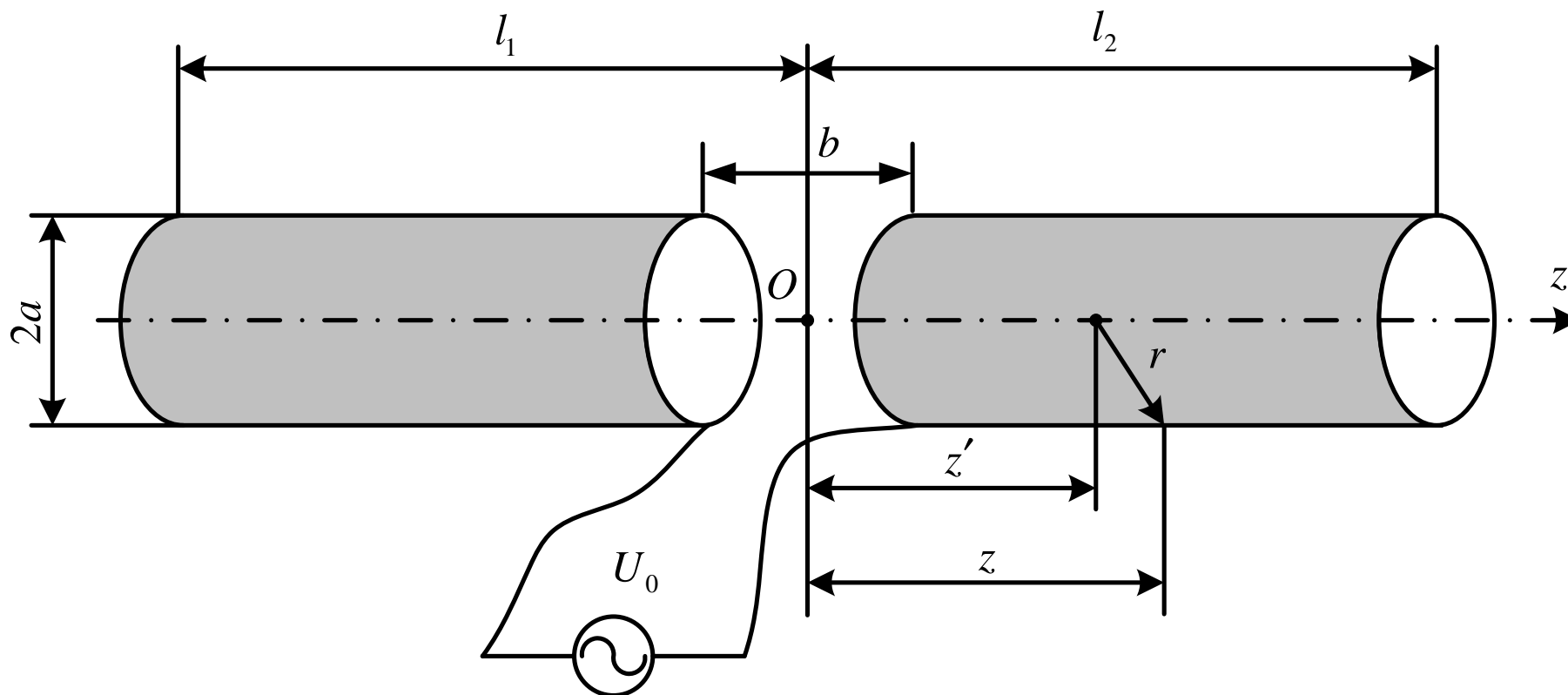
$$\dot{A}_m(\vec{r}) = \frac{\dot{\mu}_a}{4\pi} \int_V \dot{j}_m^{cm}(\vec{r}') \frac{e^{-ikr}}{r} dv'.$$

Задача випромінювання ЕМХ дротовими антенами

При розв'язуванні задачі про розподіл струмів потрібно враховувати граничні умови на поверхні антени.

**У такій постановці
ця задача зводиться
до розв'язання
деякого інтегрального рівняння.**

Симетричний вібратор: постановка задачі



l_1, l_2 - довжина плечей вібратора (ппр $l_1 = l_2 = l$ вібратор симетричний);

$2a$ - діаметр плеча;

b - ширина зазору між плечима.

Симетричний вібратор: постановка задачі

Розв'язок такої задачі суттєво залежить від діаметра плечей. Прийнято таку градацію:

$ka \approx 0,5$ - тонкий вібратор (розв'язок задачі відносно простий);

$ka \in 0,1 \dots 0,5$ - вібратор середньої товщини;

$ka > 0,5$ - товстий вібратор (найскладніший розв'язок задачі).

Крім цього, при розв'язуванні цієї задачі мають місце такі спрощення:

- плечі виготовлено з ідеального провідника;
- зазор b вважають зникаюче малим;
- не враховують струми на торцях плечей.

Не зважаючи на це, отриманий результат (для тонкого вібратора!) добре узгоджується з практикою.

Термінологія: при $l/\lambda = 0,25$ ($2l = 0,5\lambda$) вібратор називають **півхвилевим**,
при $l/\lambda = 0,5$ ($2l = \lambda$) вібратор називають **хвилевим**.

Симетричний вібратор: розподіл струму та заряду

Для тонкого симетричного вібратора, з урахуванням введених у розгляд спрощень (слайд 7), розподіл струму:

$$I(z) = \begin{cases} I \sin k(l - z), & z \geq 0 \\ I \sin k(l + z), & z \leq 0 \end{cases} \quad \text{або} \quad I(z) = I \sin k(l - |z|), \quad (1)$$

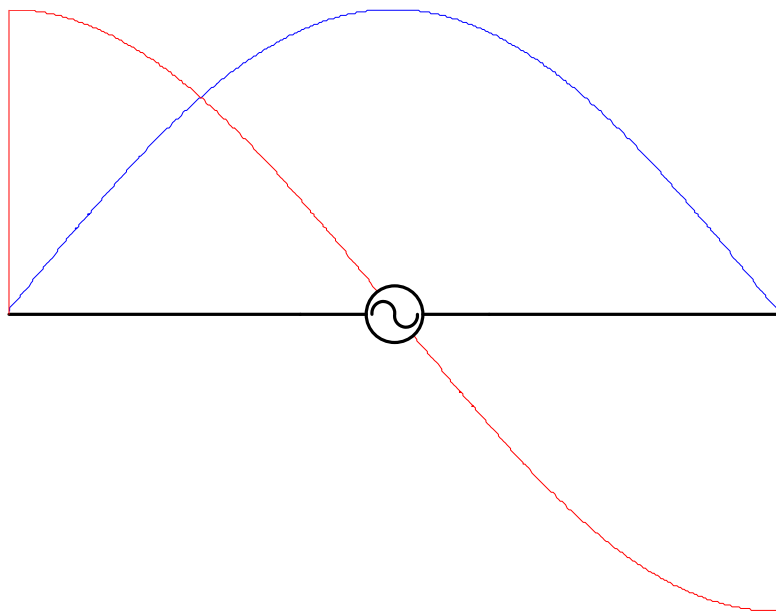
$I \equiv I_p$ - струм у пучності.

Розподіл заряду при цьому:

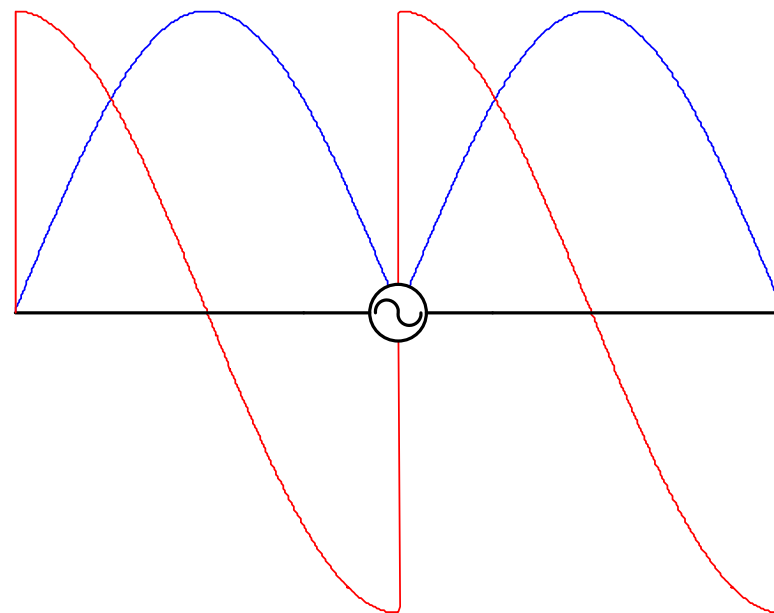
$$Q(z) = \begin{cases} -iQ_p \cos k(l - z), & z \geq 0 \\ iQ_p \cos k(l + z), & z \leq 0, \end{cases} \quad (2)$$

Приклади цих розподілів для вібраторів різних довжин – на наступному слайді.

Симетричний вібратор: розподіл струму та заряду



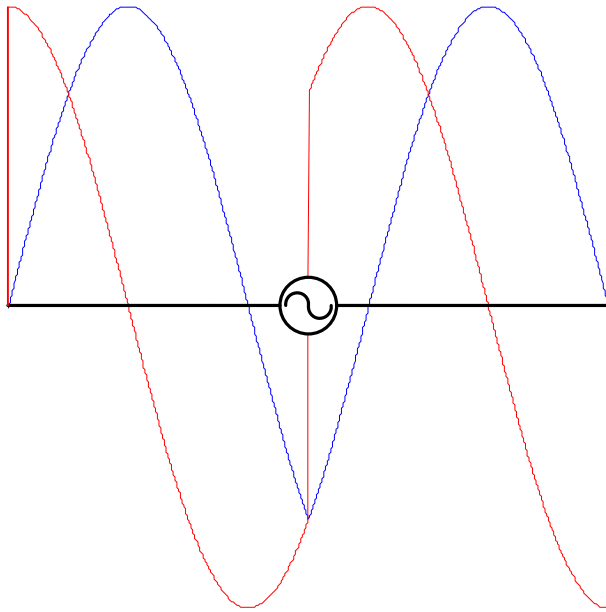
$$\frac{l}{\lambda} = 0,25$$



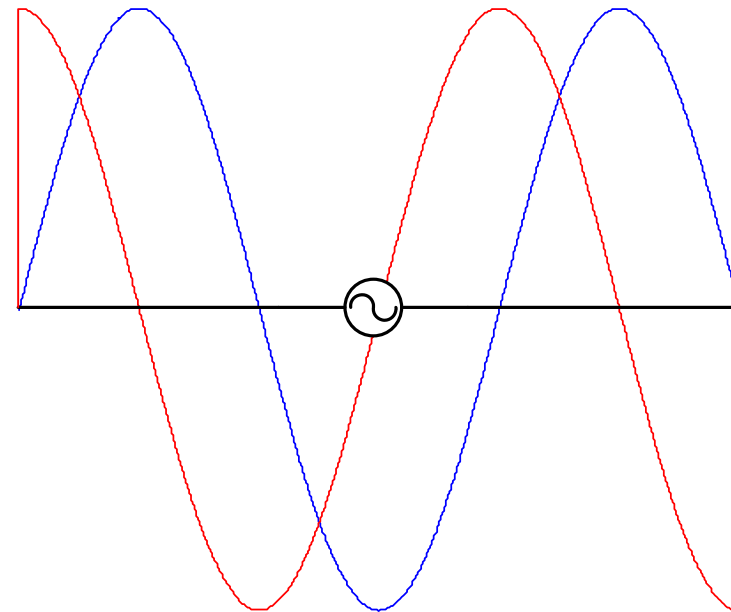
$$\frac{l}{\lambda} = 0,5$$

Лінія синього кольору – струм, червоного – заряд.

Симетричний вібратор: розподіл струму та заряду

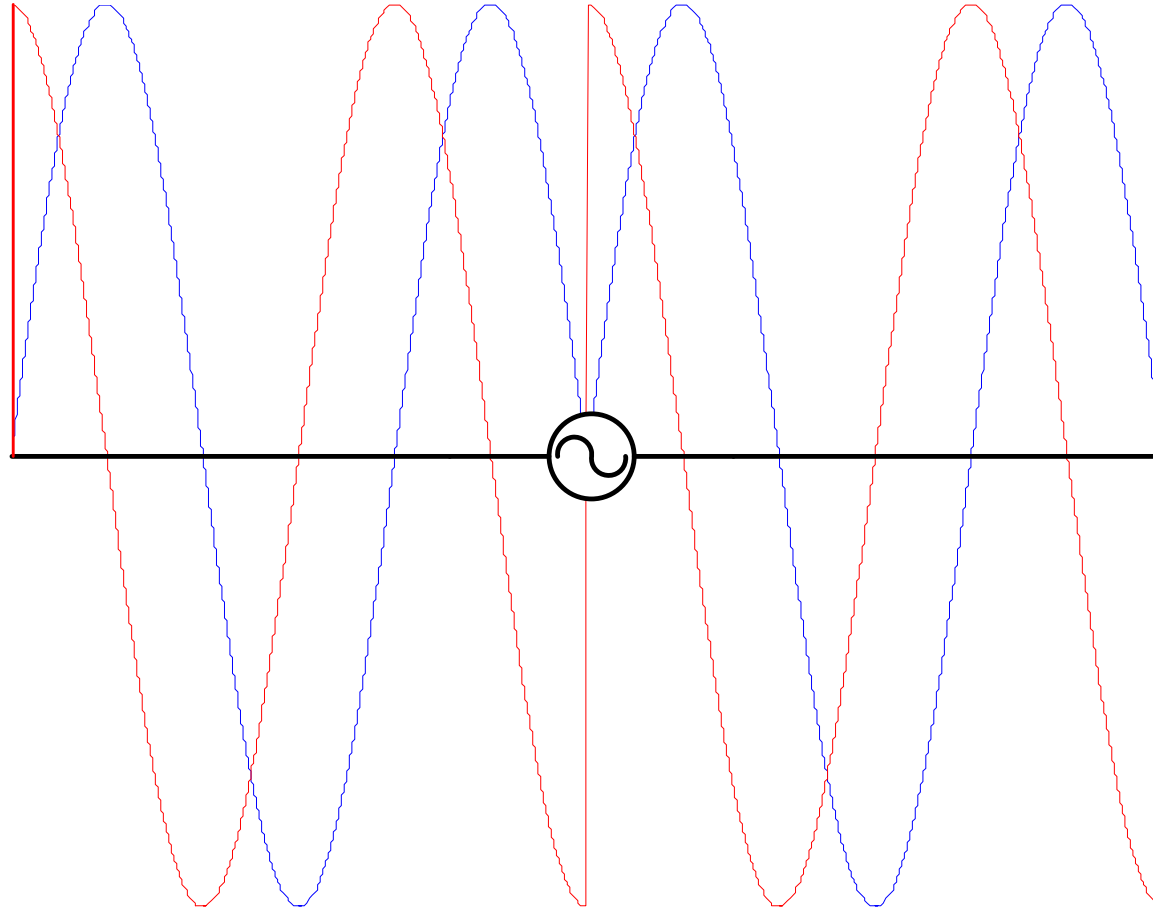


$$\frac{l}{\lambda} = 0,625$$



$$\frac{l}{\lambda} = 0,75$$

Симетричний вібратор: розподіл струму та заряду



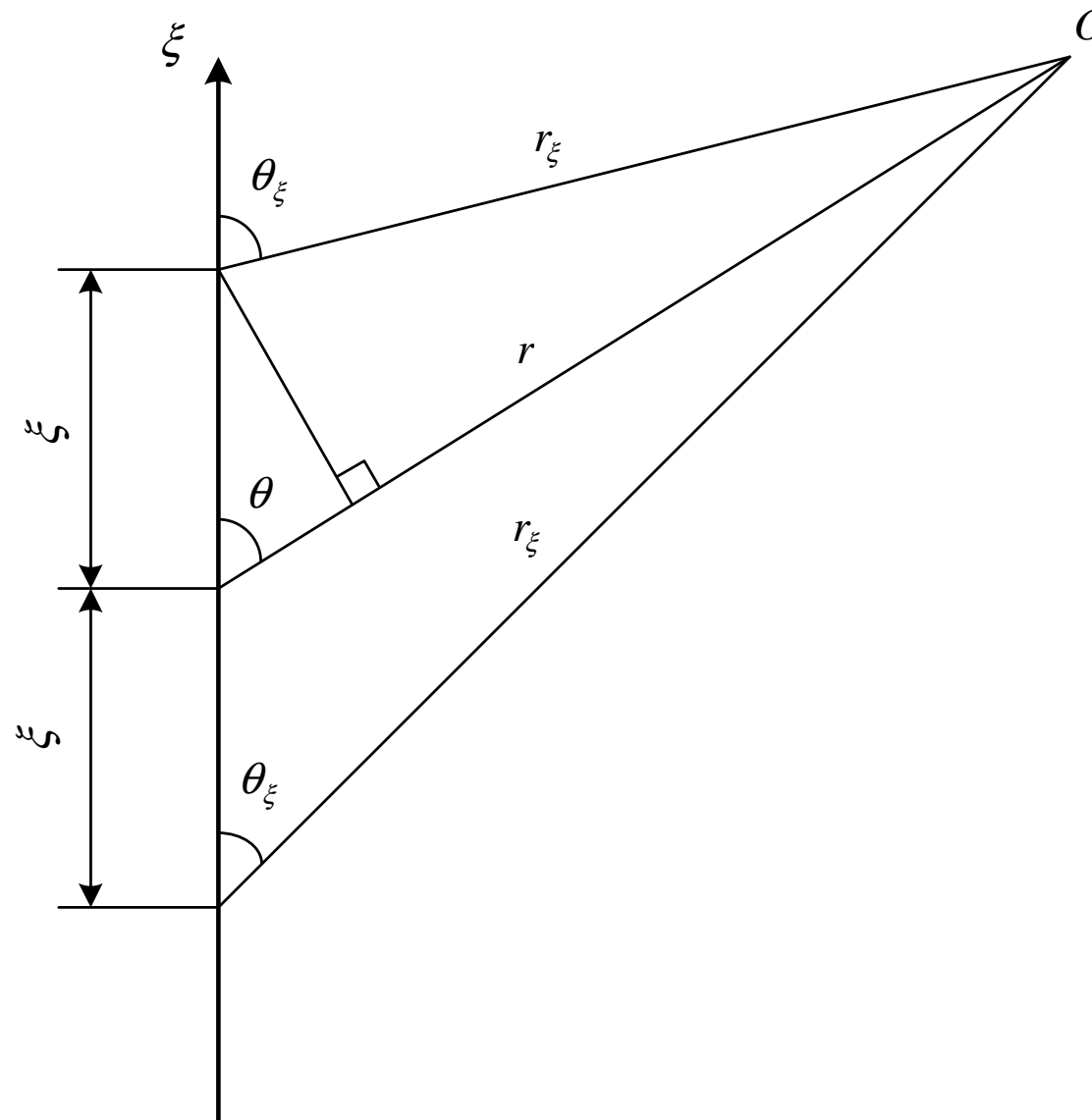
$$\frac{l}{\lambda} = 1,5$$

Симетричний вібратор: розподіл струму та заряду

Отримані результати вказують на те, що **у симетричних перерізах вібратора будь-якої довжини заряди однакові за значенням та протилежні за знаком, а струми однакові як за значенням, так і за знаком.**

Іншими словами, симетричним вібратором є такий прямолінійний провідник зі струмом, у симетричних точках якого струми однакові та співпадають за напрямком і фазою.

Симетричний вібратор: поле випромінювання



До розрахунку поля випромінювання вібратора
(тут координату z тимчасово позначено через ξ)

Симетричний вібратор: поле випромінювання

$$\dot{E}_\theta = \frac{30Id\xi}{k} \sin \theta \cdot \left(-i \frac{1}{r^3} + \frac{k}{r^2} \right) e^{-ikr} \Rightarrow \dot{E}_\theta = 60\pi i \frac{Id\xi}{\lambda} \sin \theta \cdot \frac{e^{-ikr}}{r}$$

$$E_r = E_\varphi = 0$$

Для визначення напруженості поля, створюваного у точці спостереження O всім вібратором, потрібно проінтегрувати даний вираз по довжині вібратора. Звідси:

$$\dot{E} = \dot{E}_\theta = \frac{60\pi i}{\lambda} \int_{-l}^l I(\xi) \sin \theta_\xi \cdot \frac{e^{-ikr_\xi}}{r_\xi} d\xi, \quad (3)$$

ξ - координата точок на дроті, яку відраховують від середини вібратора;

$I(\xi)$ - струм на елементі дроту з координатою ξ ;

$r_\xi = r - \xi \cos \theta$ - відстань від елемента струму до точок спостереження.

Симетричний вібратор: поле випромінювання

Обчислення (3) з підстановкою у нього (1) та деякими спрощеннями:

$$\begin{aligned}
 \dot{E} = \dot{E}_\theta &= \left[\text{при } r \gg l \Rightarrow \sin \theta_\xi = \sin \theta \right] = \frac{60\pi i \sin \theta}{\lambda r} \int_{-l}^l I(\xi) e^{-ik(r-\xi \cos \theta)} d\xi = \\
 &= \frac{60\pi i \sin \theta}{\lambda r} e^{-ikr} \int_{-l}^l I \sin k(l - |\xi|) e^{ik\xi \cos \theta} d\xi = \\
 &= \frac{60\pi i \sin \theta}{\lambda r} e^{-ikr} I \left[\int_{-l}^0 \sin k(l + \xi) e^{ik\xi \cos \theta} d\xi + \int_0^l \sin k(l - \xi) e^{ik\xi \cos \theta} d\xi + \right] = \\
 &= 60i \frac{I}{r} \frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos kl}{\sin \theta} e^{-ikr} \tag{4}
 \end{aligned}$$

Симетричний вібратор: поле випромінювання

В отриманому виразі є три множники (як і для елементарного вібратора):

$$\dot{E} = 60 \frac{I}{r} \frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos kl}{\sin \theta} i e^{-ikr} \quad (5)$$

Амплитудний множник,
який визначає
напруженість поля і не
залежить від напрямку

Характеристика
напрявленості
антени

Фазовий
множник

Симетричний вібратор: поле випромінювання

В екваторіальній площині ($\theta = 90^\circ$):

$$E = i60 \frac{I}{r} (1 - \cos kl) e^{-ikr}$$

При $l \ll \lambda \Rightarrow \cos kl \approx 1 - \frac{(kl)^2}{2}$, $\cos(kl \cos \theta) \approx 1 - \frac{(kl \cos \theta)^2}{2}$, звідки

$$E = i \frac{60I}{r \sin \theta} \left(1 - \frac{(\cos kl)^2}{2} - 1 + \frac{(kl)^2}{2} \right) e^{-ikr} = i \frac{30I}{r} kl \sin \theta \cdot e^{-ikr}$$

Для півхвильового вібратора $\frac{l}{\lambda} = 0,25$:

$$E = iA \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} e^{-ikr} \Rightarrow f(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta}.$$

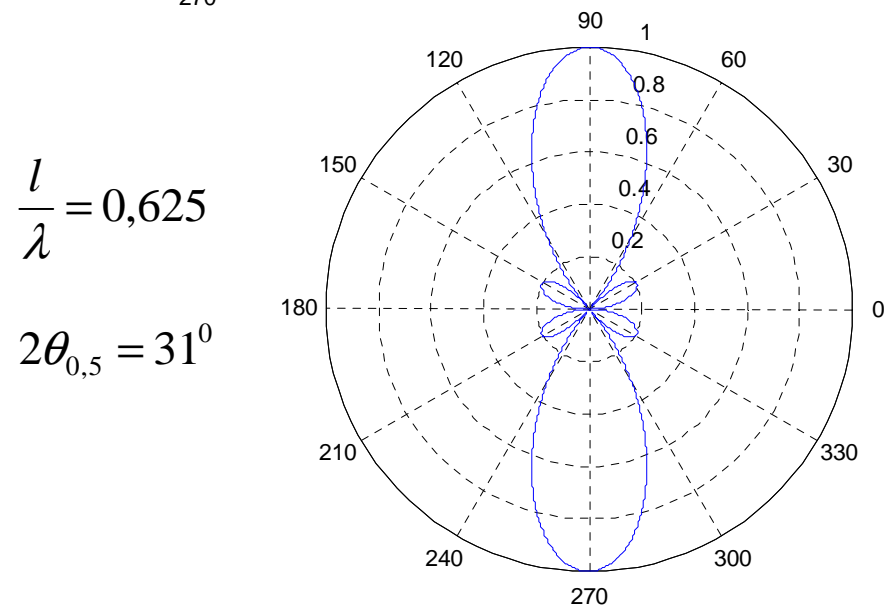
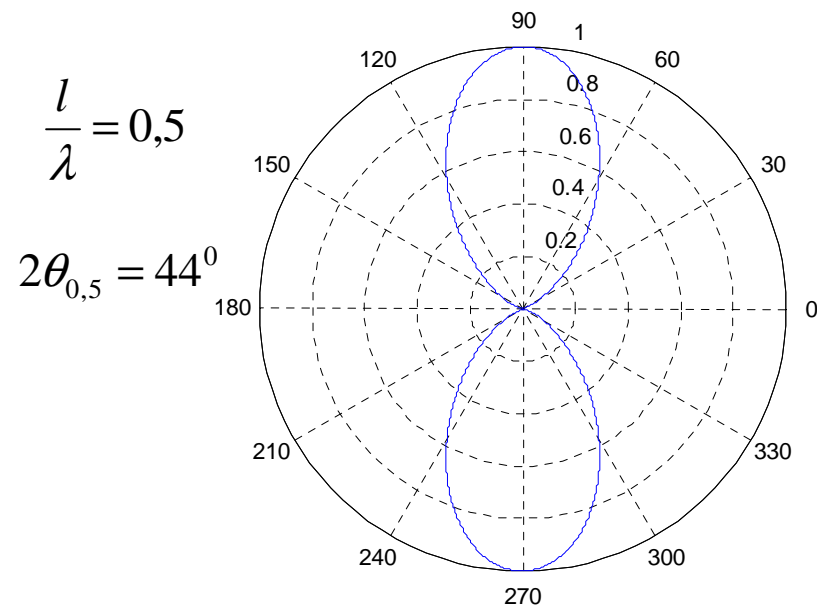
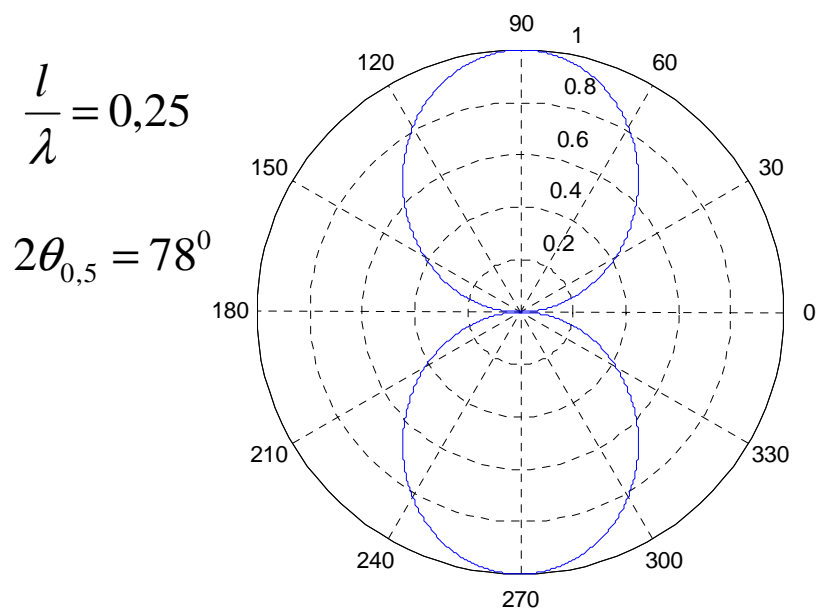
Симетричний вібратор: поле випромінювання

Тоді нормована характеристика напрямленості:

$$F(\theta) = \frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos kl}{\sin \theta} \quad (6)$$

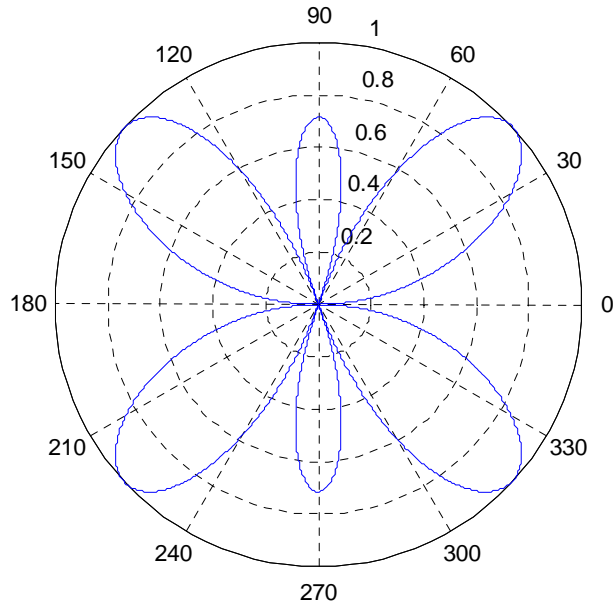
Приклади ДН для вібраторів різних довжин, отримані за допомогою цього виразу – на наступних слайдах. Там же прописано ширину цієї ДН.

Симетричний вібратор: поле випромінювання

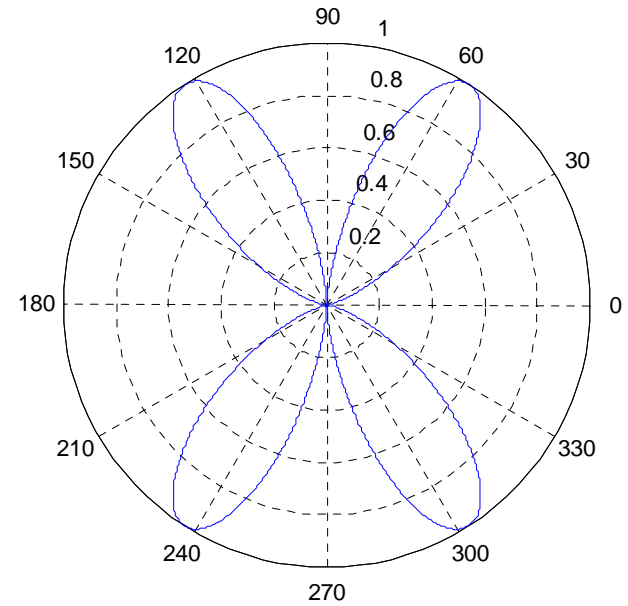


Симетричний вібратор: поле випромінювання

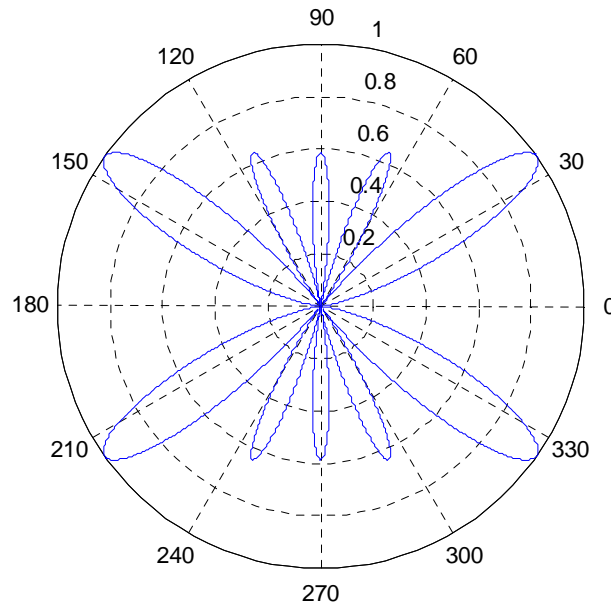
$$\frac{l}{\lambda} = 0,75$$



$$\frac{l}{\lambda} = 1$$



$$\frac{l}{\lambda} = 5$$



Симетричний вібратор: поле випромінювання

Аналіз отриманих ДНА:

- 1) Для будь-яких співвідношень l/λ симетричний вібратор не випромінює уздовж своєї осі.
- 2) При $l/\lambda \leq 0,5$ у напрямках $\theta = 90^\circ$ і $\theta = 270^\circ$ (екваторіальна площина) поля всіх елементарних вібраторів максимальні, синфазні та складаються арифметично. Тому поле у цих напрямках максимальне. ДН при $l/\lambda = 0,5$ має дві (головних) пелюстки.
- 3) При збільшенні співвідношення l/λ до 0,5 ДН звужується, а при значенні цього співвідношення 0,625 на ДН з'являються бічні пелюстки.
- 4) Збільшення співвідношення l/λ супроводжується зменшенням рівня випромінювання в екваторіальній площині внаслідок появи ділянок із зустрічним напрямком струму. Максимум КСД буде при $l/\lambda \leq 0,625$, оскільки збільшення довжини вібратора супроводжується появою бічних пелюсток та звуженням головної пелюстки.

Симетричний вібратор: поле випромінювання

- 5) $\frac{l}{\lambda} = \begin{cases} 1; 3; 5; \dots \Rightarrow \text{випромінювання у екваторіальній площині } (f(90^\circ), f(270^\circ)) \\ \text{є, хоча його рівень зменшується при збільшенні } l/\lambda \\ \\ 2; 4; 6; \dots \Rightarrow \text{випромінювання у екваторіальній площині відсутнє в} \\ \text{силу рівності довжин ділянок з протилежним} \\ \text{напрямком струму} \end{cases}$
- 6) При $l/\lambda = 1; 2; 3; 4; 5; \dots$ кількість пелюсток ДН у кожній півсфері дорівнює кількості довжин хвиль, які вкладаються уздовж вібратора. Тому на практиці використовують вібратори, у яких $l/\lambda \leq 0,7$.
- 7) По мірі збільшення співвідношення l/λ напрямок головної пелюстки все більше віддаляється від екваторіальної площини та наближається до осі вібратора.

**Теорія симетричного вібратора: діюча
висота, вхідний опір,
опір випромінювання, КСД.**

Симетричний вібратор: діюча висота

Визначення діючої висоти антени через розподіл струму:

$$h_{\text{д}} = \frac{1}{I_A} \int_{-l}^l I(\xi) d\xi, \quad (7)$$

де I_A – струм у точках живлення.

Використовуючи вираз (1), отримаємо з (7) для симетричного вібратора:

$$h_{\text{д}} = \frac{2I}{kI_A} (1 - \cos kl) = \frac{2(1 - \cos kl)}{k \sin kl} = \frac{2}{k} \operatorname{tg} \frac{kl}{2} = \frac{\lambda}{\pi} \operatorname{tg} \frac{kl}{2}.$$

Якщо ж співвідносити діючу висоту до струму у пучності:

$$h_{\text{д}} = \frac{1}{I} \int_{-l}^l I(\xi) d\xi = \frac{2}{k} (1 - \cos kl) = \frac{2\lambda}{\pi} \sin^2 \frac{kl}{2}.$$

Частинні випадки:

$$\frac{l}{\lambda} = 0,25 \Rightarrow h_{\text{д}} = \frac{\lambda}{\pi}; \quad l \ll \lambda \Rightarrow h_{\text{д}} = l.$$

Симетричний вібратор: опір випромінювання

Точну формулу опору випромінювання (віднесеного до струму у пучності) симетричного вібратора отримав Ван дер Поль:

$$R_{\Sigma\Pi} = 30\{[Si(4kl) - 2Si(2kl)]\sin 2kl + [C + \ln(kl) + Ci(4kl) - 2Ci(2kl)]\cos 2kl + 2[C + \ln(2kl) - Ci(2kl)]\}, \quad (8)$$

$Si(x)$ – інтегральний синус від аргументу x ;

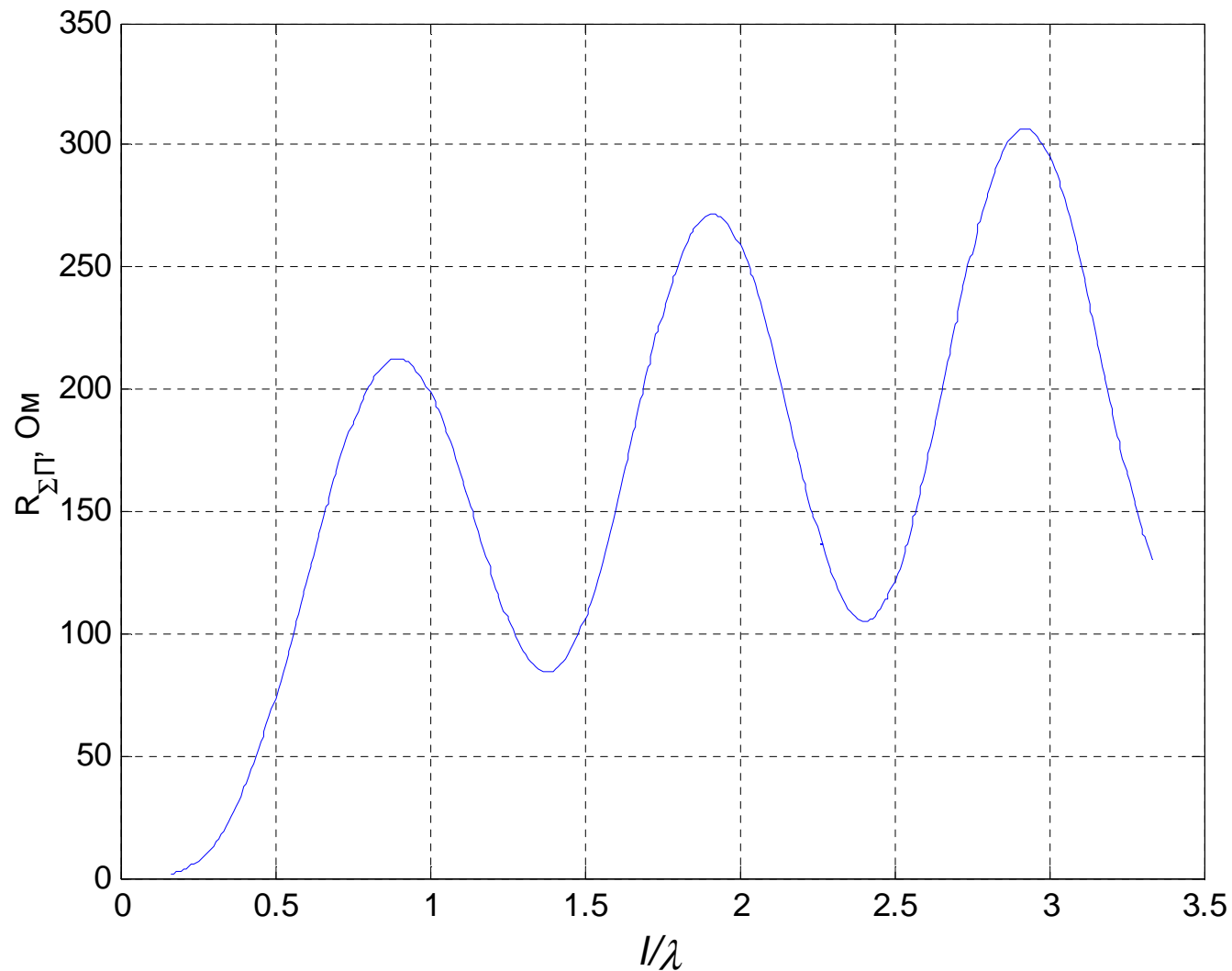
$Ci(x)$ – інтегральний косинус від аргументу x ;

$C = 0,577$ – стала Ейлера.

Цей опір залежить від відносної довжини симетричного вібратора l/λ (наступний слайд). Зі збільшенням l/λ від 0 до 1 опір збільшується, причому

$$\frac{l}{\lambda} = 0,25 : R_{\Sigma\Pi} = 73,1 \text{ Ом}; \quad \frac{l}{\lambda} = 0,5 : R_{\Sigma\Pi} = 200 \text{ Ом}; \quad \frac{l}{\lambda} = 0,625 : R_{\Sigma\Pi} = 110 \text{ Ом}.$$

Симетричний вібратор: опір випромінювання



Залежність опору випромінювання вібратора (віднесеного до струму у пучності)
від його відносної довжини

Симетричний вібратор: опір випромінювання

Подальше збільшення l/λ до 1,5 спричиняє зменшення опору випромінювання до 100 Ом, яке змінюється його збільшенням до 250 Ом при зміні l/λ від 1,5 до 2, після чого мають місце коливання опору випромінювання, які супроводжуються деяким збільшенням його максимуму і мінімуму.

Такий характер зміни опору випромінювання можна пояснити тим, що збільшення довжини вібратора збільшує кількість елементарних вібраторів, які беруть участь у випромінюванні ЕМХ. З іншої сторони, зміна l/λ (наприклад, від 1 до 1,5) супроводжується появою ділянок вібратора з зустрічним напрямом струму, який і спричиняє зменшення опору випромінювання.

Опір випромінювання несиметричних вібраторів також можна визначити за цим графіком/формулою, проте отримані при цьому значення опору випромінювання слід ділити навпіл.

Наприклад, чвертьхвильовий несиметричний вібратор має $R_{\Sigma\Pi} = 73,1/2 = 36,5$ Ом.

Для коротких (порівняно з довжиною хвилі) симетричних вібраторів можна використовувати наближений вираз:

$$R_{\Sigma\Pi} \cong 80\pi^2 \left(\frac{h_d}{\lambda} \right)^2 \text{ при } l \leq \lambda/2.$$

Симетричний вібратор: вхідний опір

Активна та реактивна складові вхідного опору вібратора $\dot{Z}_{ex A} = R_{ex A} + iX_{ex A}$ дорівнюють, відповідно, активному та реактивному опорам, віднесеним до вхідних клем вібратора.

Приблизно вхідний опір такого вібратора можна обчислити так: якщо $l/\lambda \leq 0,5$ ($l \leq \lambda/2$):

$$\dot{Z}_A \cong 80\pi^2 \left(\frac{h_0}{\lambda} \right)^2 - iW_A \operatorname{ctg} \left(\frac{kl}{2} \right), \quad (9)$$

а при $l/\lambda > 0,5$ ($l > \lambda/2$):

$$\dot{Z}_A \cong \frac{R_{\Sigma\Pi}}{\sin^2 \left(\frac{kl}{2} \right)} - iW_A \operatorname{ctg} \left(\frac{kl}{2} \right), \quad (10)$$

$W_A = 2761g \frac{l}{a} - 120$ – хвилевий опір вібратора;

a – радіус вібратора.

Симетричний вібратор: вхідний опір

Вирази (9), (10) дуже приблизні. Точніший вираз такий:

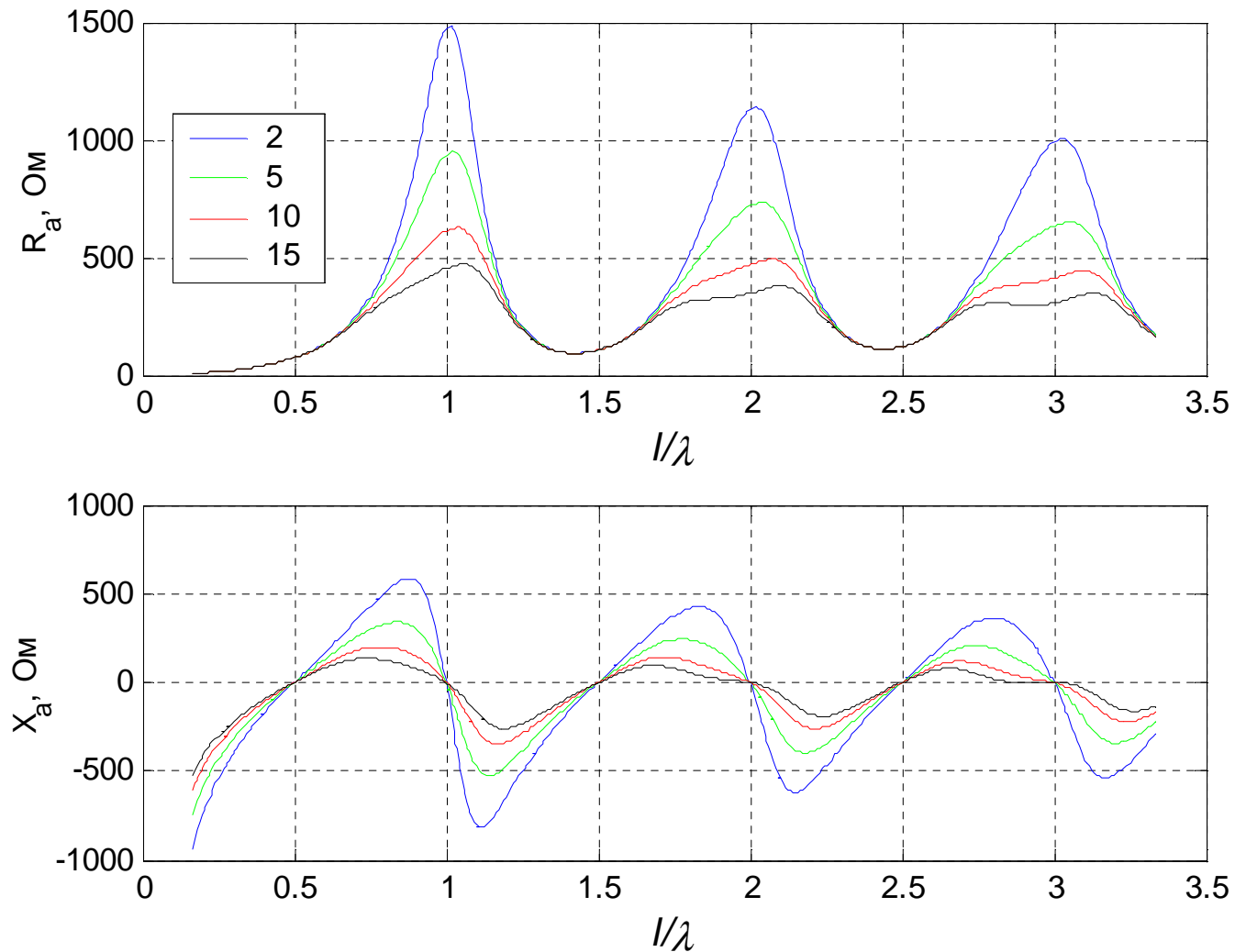
$$\dot{Z}_A = W_A \frac{\sin \frac{kl}{2} - i \frac{W_A}{R_{\Sigma\Pi}} \cos \frac{kl}{2}}{\frac{W_A}{R_{\Sigma\Pi}} \sin \frac{kl}{2} - i \cos \frac{kl}{2}}. \quad (11)$$

Розбиття (11) на активну та реактивну складові дає такий результат:

$$\dot{Z}_A = R_A + iX_A = \frac{R_{\Sigma\Pi} - i \frac{W_A}{2} \left[1 - \left(\frac{R_{\Sigma\Pi}}{W_A} \right)^2 \right] \sin kl}{\sin^2 \frac{kl}{2} + \left(\frac{R_{\Sigma\Pi}}{W_A} \right)^2 \cos^2 \frac{kl}{2}}, \quad (12)$$

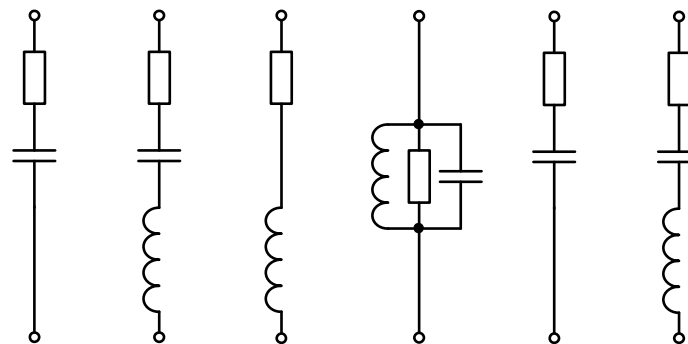
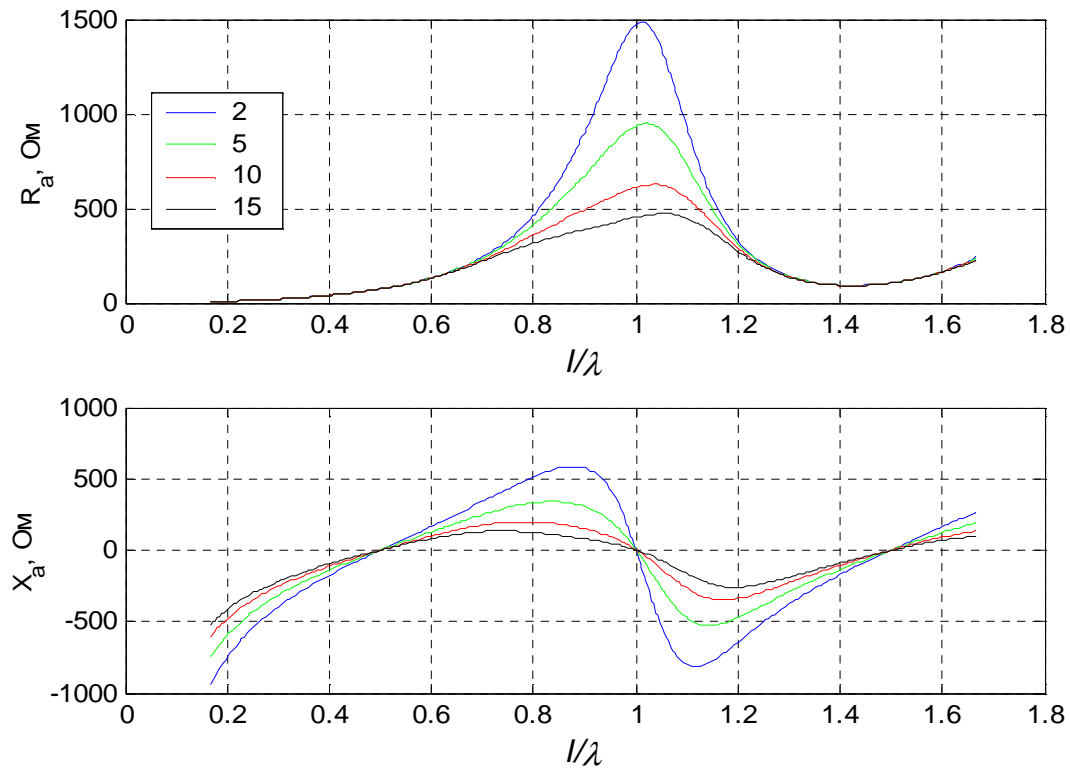
$$R_A = \frac{R_{\Sigma\Pi}}{\sin^2 \frac{kl}{2} + \left(\frac{R_{\Sigma\Pi}}{W_A} \right)^2 \cos^2 \frac{kl}{2}}, \quad X_A = - \frac{\frac{W_A}{2} \left[1 - \left(\frac{R_{\Sigma\Pi}}{W_A} \right)^2 \right] \sin kl}{\sin^2 \frac{kl}{2} + \left(\frac{R_{\Sigma\Pi}}{W_A} \right)^2 \cos^2 \frac{kl}{2}}.$$

Симетричний вібратор: вхідний опір



Залежність вхідного опору вібратора від його відносної довжини та радіуса ($a = 2$ мм; $a = 5$ мм; $a = 10$ мм; $a = 15$ мм).

Симетричний вібратор: вхідний опір



Залежність вхідного опору вібратора від його відносної довжини та радіуса ($a = 2$ мм; $a = 5$ мм; $a = 10$ мм; $a = 15$ мм).

Симетричний вібратор: вхідний опір

При $l/\lambda < 0,5$ вхідний опір вібратора має ємнісний характер та невелику активну складову. Для наочності відповідний відрізок значень опору показано як коло з активного опору та конденсатора (див. рисунок на наступному слайді).

При $l/\lambda = 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; \dots$ має місце резонанс. Тоді $X_{exA} = 0$, $Z_{exA} = R_{exA}$, причому значення R_{exA} залежать від того, який саме резонанс: послідовний чи паралельний.

Поблизу точок $l/\lambda = 0,5; 1,5; 2,5; \dots$ має місце послідовний резонанс (для цього на рисунку показано послідовний коливальний контур): активна складова вхідного опору мінімальна і дорівнює повному активному опору антени, віднесеному до пучності.

З невеликою похибкою можна вважати, що для таких вібраторів $R_{exA} = R_{\Sigma\Pi}$

При подальшому збільшенні l/λ приблизно в межах від 0,5 до 1 вхідний опір вібратора має індуктивний характер, що проілюстровано послідовним колом з активним опором та котушкою індуктивності.

Поблизу точок $l/\lambda = 1; 2; 3; \dots$ має місце паралельний резонанс: активна складова вхідного опору максимальна і становить $R_{exA} = W_A^2 / R_{\Sigma\Pi}$

Симетричний вібратор: вхідний опір

При подальшому збільшенні l/λ опір вібратора знову набуває ємнісного характеру і хід кривої повторюється з тією лише різницею, що максимальні значення R_A і X_A будуть поступово зменшуватись (див. рисунок на слайді 30).

При деяких значеннях l/λ реактивна складова опору вібратора вібратора дорівнює нулю. Ці точки при заданій довжині вібратора відповідають резонансним хвилям антени. Найбільшу з резонансних хвиль називають основною резонансною хвилею чи першою гармонікою. Для симетричного вібратора вона приблизно дорівнює подвоєному значенню повної довжини вібратора $\lambda_0 \cong 2l$.

Вхідний опір та хвильовий опір вібратора удвічі менший, порівняно з симетричним вібратором, а перша гармоніка несиметричного вібратора $\lambda_0 \cong 4h_e$ (h_e – висота несиметричного вібратора).

Симетричний вібратор: КСД і коефіцієнт підсилення

$$\left. \begin{aligned}
 D &= \frac{r^2 E^2(\theta_1, \varphi_1)}{60 P_\Sigma} \\
 \dot{E} &= 60i \frac{I \cos(kl \cos \theta) - \cos kl}{r \sin \theta} e^{-ikr} \Big|_{\theta=90^\circ}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow D_{\max} = \frac{120}{R_\Sigma} (1 - \cos kl)^2 \quad (13)$$

Залежність КСД у головному напрямі, оскільки в інших напрямках КСД буде значно менший, а то і дорівнюватиме нулю.

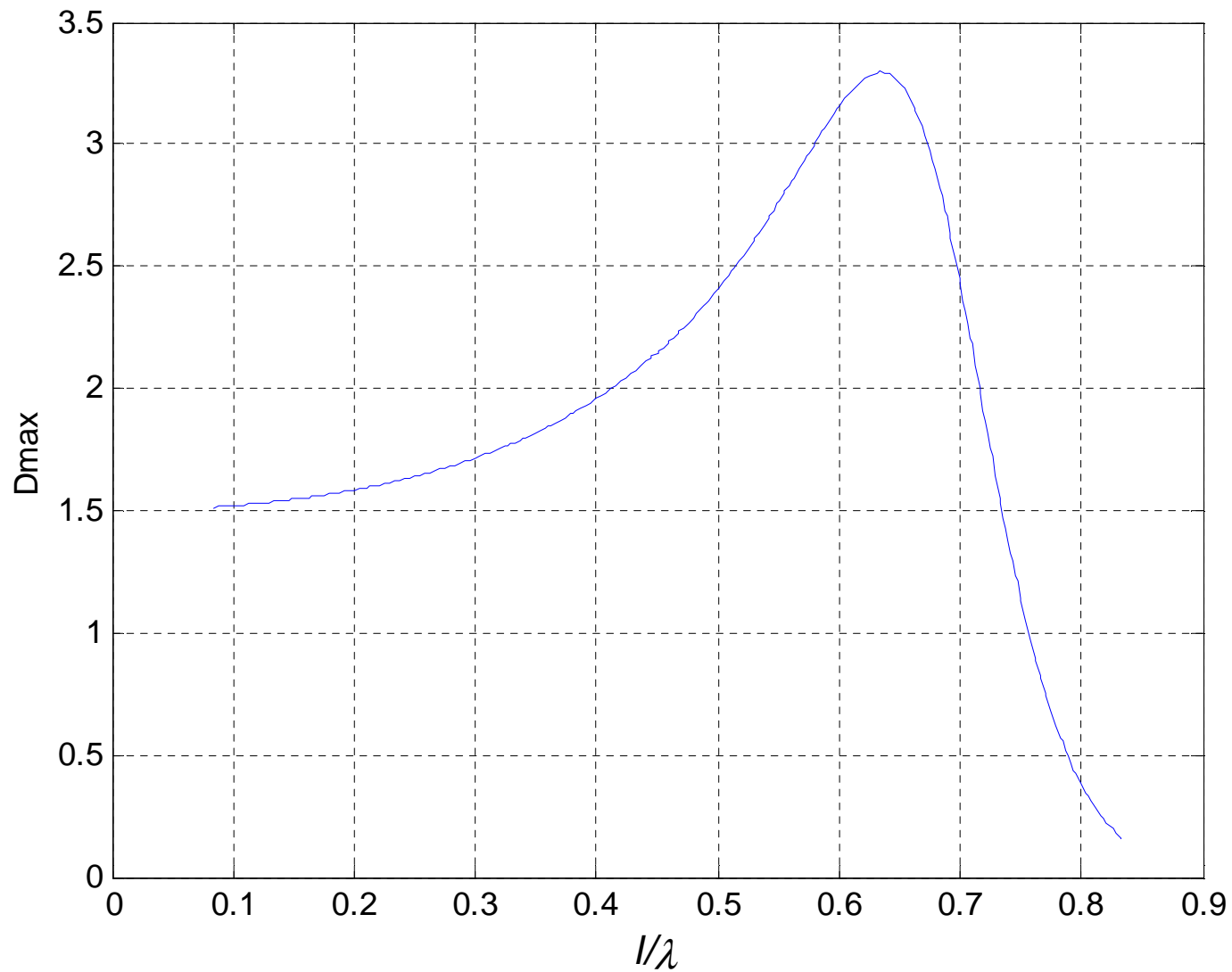
Частинні випадки:

$$\frac{l}{\lambda} = 0,25 : R_\Sigma = 73 \text{ Ом}, kl = 90, D_{\max} = 1,64;$$

$$\frac{l}{\lambda} = 0,625 : R_\Sigma = 110 \text{ Ом}, kl = 225, D_{\max} \cong 3,3.$$

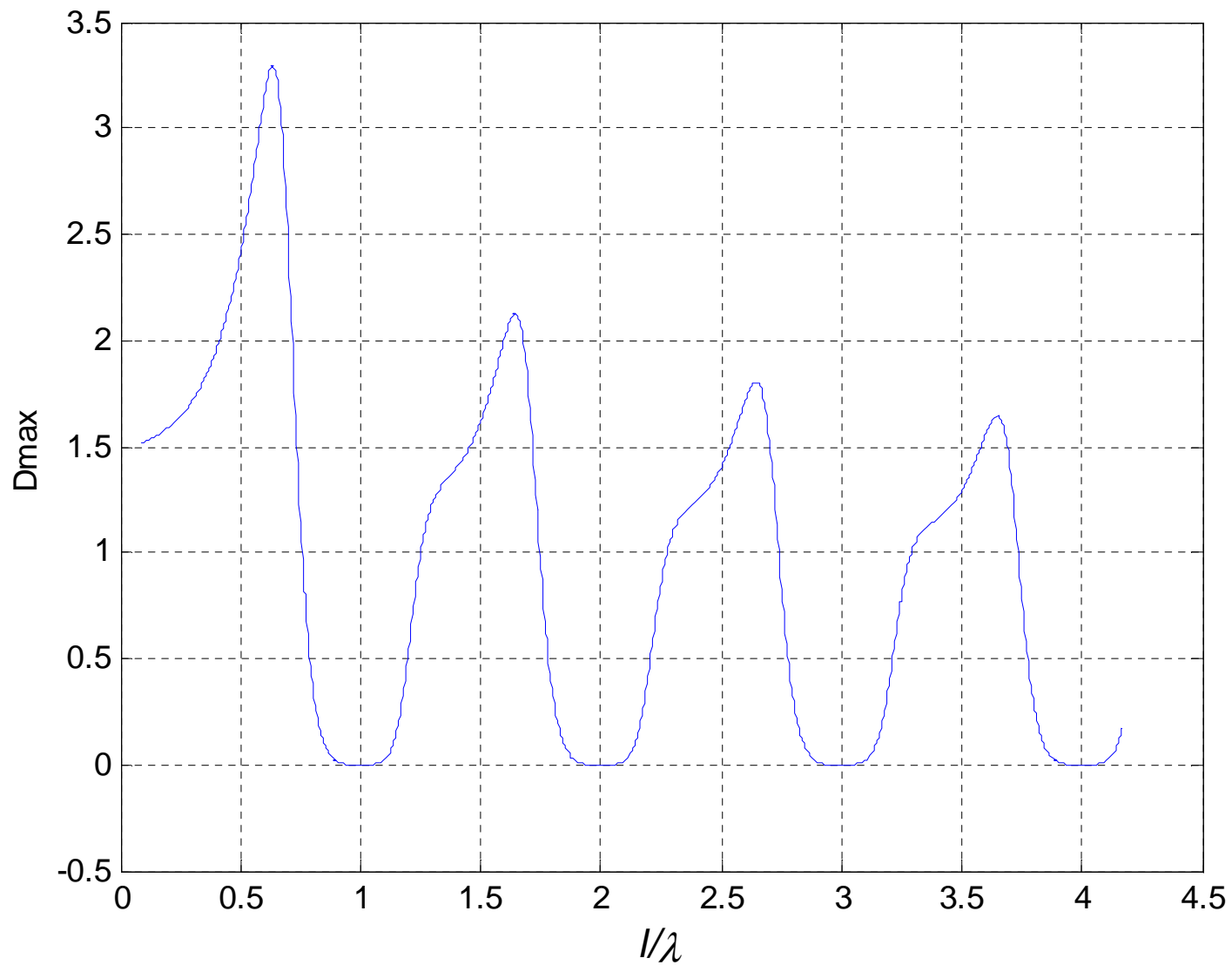
При $l/\lambda = 0,625$ досягається максимальне значення КСД симетричного вібратора. Тому у попередніх випадках серед інших значень відносної довжини вібратора l/λ було присутнє “дивне” значення 0,625.

Симетричний вібратор: КСД і коефіцієнт підсилення



Залежність КСД у головному напрямі (залежність (13))

Симетричний вібратор: КСД і коефіцієнт підсилення



Залежність КСД у головному напрямі (залежність (13))

Симетричний вібратор: КСД і коефіцієнт підсилення

Для будь-якої вібраторної антени значення КСД у головному напрямі:

$$D_{\max} = \frac{120}{R_{\Sigma}} f_{\max}^2 (\theta, \varphi), \quad (14)$$

де $f_{\max}(\theta, \varphi)$ – максимальне значення ненормованої ХНА.

Оскільки для півхвильового симетричного вібратора КСД дорівнює 1,64 (див. слайд 34), між коефіцієнтом підсилення G , віднесеному до ізотропного (неспрямованого) випромінювача, і коефіцієнтом, віднесеним до півхвильового вібратора G_{hlv} , є залежність:

$$G_{hlv} = \frac{G}{1,64},$$

тобто півхвильовий вібратор як самий короткий з резонансних симетричних вібраторів та такий, у якого відсутні бічні пелюстки ДН, використовують найчастіше.

Цьому і буде присвячено наступний огляд.