



ЖИТОМИРСЬКА  
ПОЛІТЕХНІКА

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

100  
РОКІВ

## Лекція 2

# ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА ПОКАЗНИКИ ЯКОСТІ ЛІНІЙНИХ ІНФОРМАЦІЙНО- ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ



ЖИТОМИРСЬКА  
ПОЛІТЕХНІКА

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

100  
РОКІВ

- 2.1. Поняття стійкості ІВС.
- 2.2. Часові характеристики ІВС.
- 2.3. Частотні характеристики ІВС.
- 2.4. Показники якості лінійних ІВС.
- 2.5. Методи моделювання ІВС в Matlab.

## 2.1. Поняття стійкості ІВС

Фізичний сенс поняття стійкості. **Стійкість автоматичної системи** - це властивість системи повертатися в початковий стан рівноваги після припинення впливу, що вивів систему з цього стану рівноваги. **Нестійка система** не повертається в початковий стан, а безперервно віддаляється від нього.

+



- Стійкість є дуже важливою характеристикою якості систем і пристроїв, що використовуються в різних галузях техніки. ІВС є замкнутими системами, в яких вихідна величина через основний зворотний зв'язок подається на вхід системи, де порівнюється з заданим впливом. Система, що нормально функціонує, бажає зменшити різницю між значеннями задаючого впливу і керуючої величини. Але інколи виходить так, що ця різниця буде не зменшуватись, а зростати з плином часу, тобто система буде нестійкою. Характерно, що нестійкою може бути система, яка складається тільки зі стійких елементів, як це часто буває на практиці.
- Через складність автоматичних систем для оцінки їх стійкості тільки фізичних уявлень недостатньо. Для цього необхідне використання математичного апарата. Тому розглянемо, в чому полягає особливість математичного трактування стійкості ІВС.

Існує багато критеріїв стійкості ІВС, як аналітичних, так і графічних:

- Критерій Найквіста;
- Критерій стійкості Рауса;
- Критерій стійкості Гурвиця;
- Критерій стійкості Найквіста;
- Критерій стійкості Михайлова;
- Критерій абсолютної стійкості В.М.Попова.

## 2.2. Часові характеристики ІВС

- Амплітудна частотна характеристика (АЧХ) – залежність відношення амплітуд вихідного та вхідного сигналів від частоти. АЧХ показує, як елемент пропускає сигнали різної частоти (приклад АЧХ наведено на рис.2.1,а);
- Фазова частотна характеристика (ФЧХ) – залежність зсуву фаз між гармонічними вхідними та вихідними системи (ланки). ФЧХ показує, яке запізнення або випередження вихідного сигналу по фазі створює ланка при різних частотах (приклад ФЧХ наведено на рис.2.1,б).
- Амплітудну і фазову характеристики можна об'єднати в одну загальну - амплітудно-фазову частотну характеристику (АФЧХ). АФЧХ являє собою функцію комплексного змінного  $j\omega$ :

$$W(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (\text{показникова форма}),$$

де  $A(\omega)$  – модуль функції;  $\varphi(\omega)$  – аргумент функції.

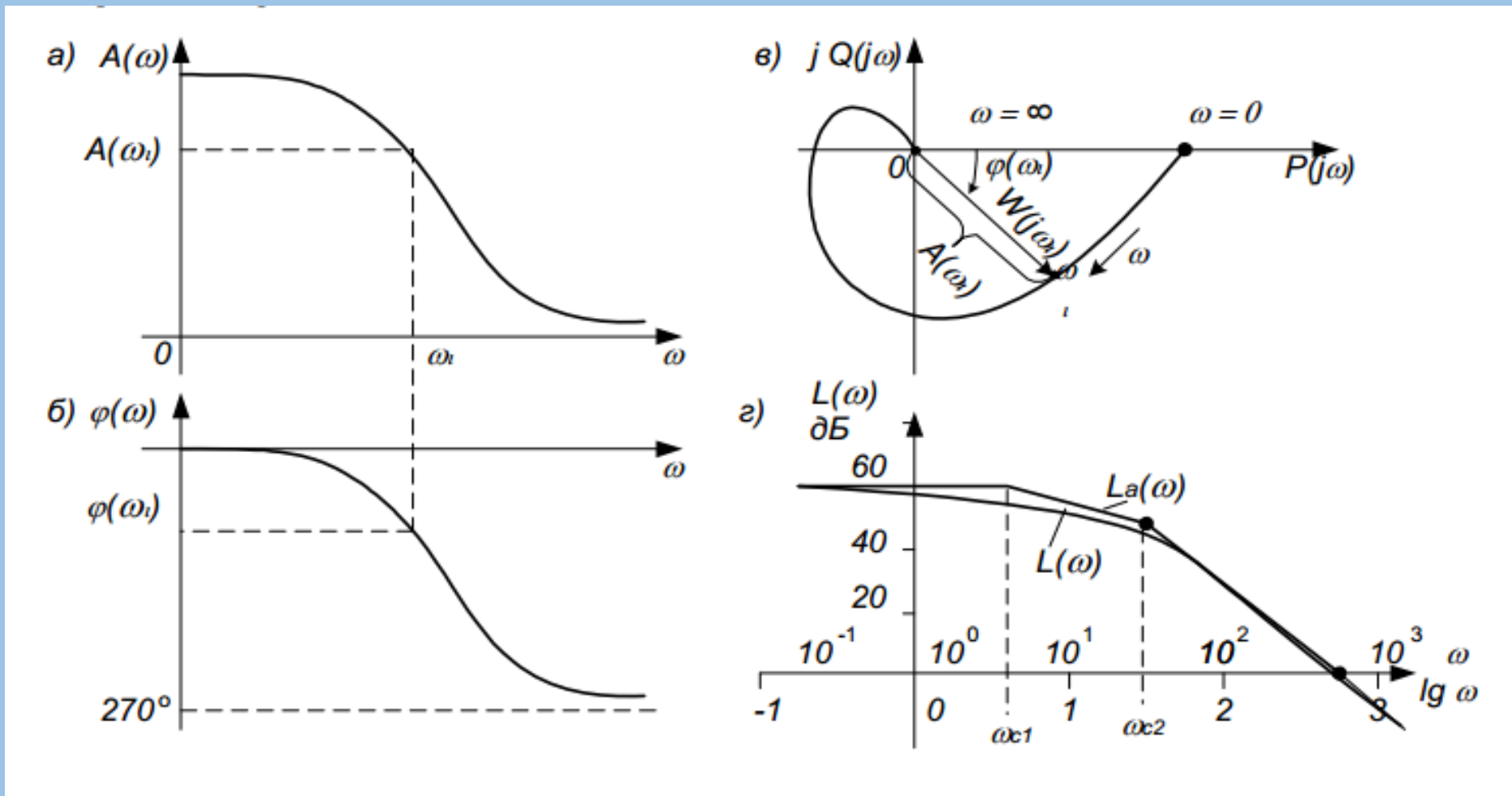


Рис.2.1. Частотні характеристики:  
*а* – амплітудна; *б* – фазова; *в* – амплітудно-фазова; *г* –  
 логарифмічна

Для аналітичного визначення всіх частотних функцій системи достатньо знайти передаточну функцію на основі перетворення Лапласа  $W(p)$ . У переважній більшості практичних випадків перехід від  $W(p)$  до передатної функції на основі перетворення Фур'є  $W(j\omega)$ , тобто в частотну область, виконується заміною  $s$  на  $j\omega$ :

$$W(s)_{s=j\omega} \rightarrow W(j\omega),$$

де:  $W(j\omega)$  – ампліудно-фазова частотна характеристики (АФЧХ):

$P(\omega) = \operatorname{Re}[W(j\omega)]$  – дійсна частотна характеристика;

$Q(\omega) = \operatorname{Im}[W(j\omega)]$  – уявна частотна характеристика;

$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$  – ампліудно-частотна характеристика (АЧХ);

$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} \pm k\pi$  – фазочастотна характеристика (ФЧХ),  $k=0,1,2,\dots$

На практиці часто використовують логарифмічні частотні характеристики (ЛАХ) – логарифмічну ампліудно-частотну характеристику (ЛАЧХ) та логарифмічну фазочастотну характеристику (ЛФЧХ). Особливість цих характеристик полягає в тому, що по осі абсцис відкладається частота у логарифмічному масштабі, тобто величина  $\Omega = \lg \omega$ . ЛАЧХ (рис.1.2, г) будують в координатах  $\Omega$ ;  $[L(\omega) = 20 \lg A(\omega)]$ , а ЛФЧХ – в координатах  $\Omega$ ;  $\varphi(\omega)$ .



## 2.3. Частотні характеристики ІВС.

- При проектуванні систем автоматичного управління, крім забезпечення стійкості, доводиться вирішувати проблеми забезпечення потрібних показників якості перехідного процесу (швидкодії, коливальності, перерегулювання, плавності та інших) і точності в усталеному стані.
- Розрізняють дві групи показників якості: перша група – показники якості перехідного процесу; друга – показники, що характеризують вимушену (усталену) складову, з якої визначають точність системи.
- Показники якості, що визначають безпосередньо за кривою перехідного процесу, називають прямими оцінками якості. У випадках, коли побудова кривої перехідного процесу пов'язана з великими труднощами, використовують непрямі оцінки якості. До непрямих оцінок можна віднести запас стійкості системи по фазі та амплітуді.

Оцінку якості перехідного процесу в системі та її швидкодії можна провести за кривою перехідного процесу при наступних типових вхідних діях: одинична ступінчаста функція  $1(t)$ , одинична імпульсна функція  $\delta(t)$ .

До часових характеристик відносять перехідну  $h(t)$  і вагову (імпульсну) характеристику  $w(t)$ .

Перехідною функцією системи називають функцію  $h(t)$ , що описує зміну вихідної координати системи, коли на її вхід при нульових початкових умовах подається одинична ступінчаста дія.

Графік перехідної функції  $h(t)$  від часу  $t$  називають перехідною характеристикою.

Імпульсною перехідною або ваговою функцією системи називають функцію, що описує реакцію системи на одиничну імпульсну дію при нульових початкових умовах; позначають цю функцію  $w(t)$ . Графік імпульсної перехідної функції називають імпульсною перехідною характеристикою.

**Зв'язок між часовими характеристиками:**

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt}, \quad h(t) = \int_0^t w(t)dt.$$

Існує кілька методів аналітичного і графо-аналітичного визначення часових характеристик. Найбільш поширені – метод безпосереднього розв'язування диференціального рівняння та метод зворотного перетворення Лапласа – легко реалізуються на ЕОМ. Якщо в диференційне рівняння підставити в якості вхідного сигналу одиничну ступінчасту функцію  $u(t)=1(t)$  і знайти його розв'язок за нульових початкових умов, то одержимо перехідну функцію, тобто  $h(t)=x(t)$ . Аналогічно, при підстановці  $u(t)=\delta(t)$  ( $\delta(t)$  – дельта-функція) одержимо  $w(t)$ . Якщо задана передаточна функція ланки  $W(p)$ , то часові характеристики найпростіше визначити методом зворотного перетворення Лапласа:

$$[h(t)] = L^{-1} \left[ \frac{1}{s} W(p) \right],$$

$$w(t) = L^{-1} [W(p)].$$

Вагова та перехідна функції, як і передаточна функція, є вичерпними характеристиками системи при нульових початкових умовах.

## 2.4. Показники якості лінійних ІВС.

- Якість роботи лінійних САУ оцінюють за допомогою кількох видів показників. Використовують прямі, частотні, кореневі, інтегральні показники якості. Прямі показники якості прийнято визначати за графіком перехідного процесу; такий спосіб є простим, наглядним і має достатню точність.
- На рис.2.2 представлений типовий коливальний перехідний процес і виконано додаткові побудови для визначення прямих показників якості.

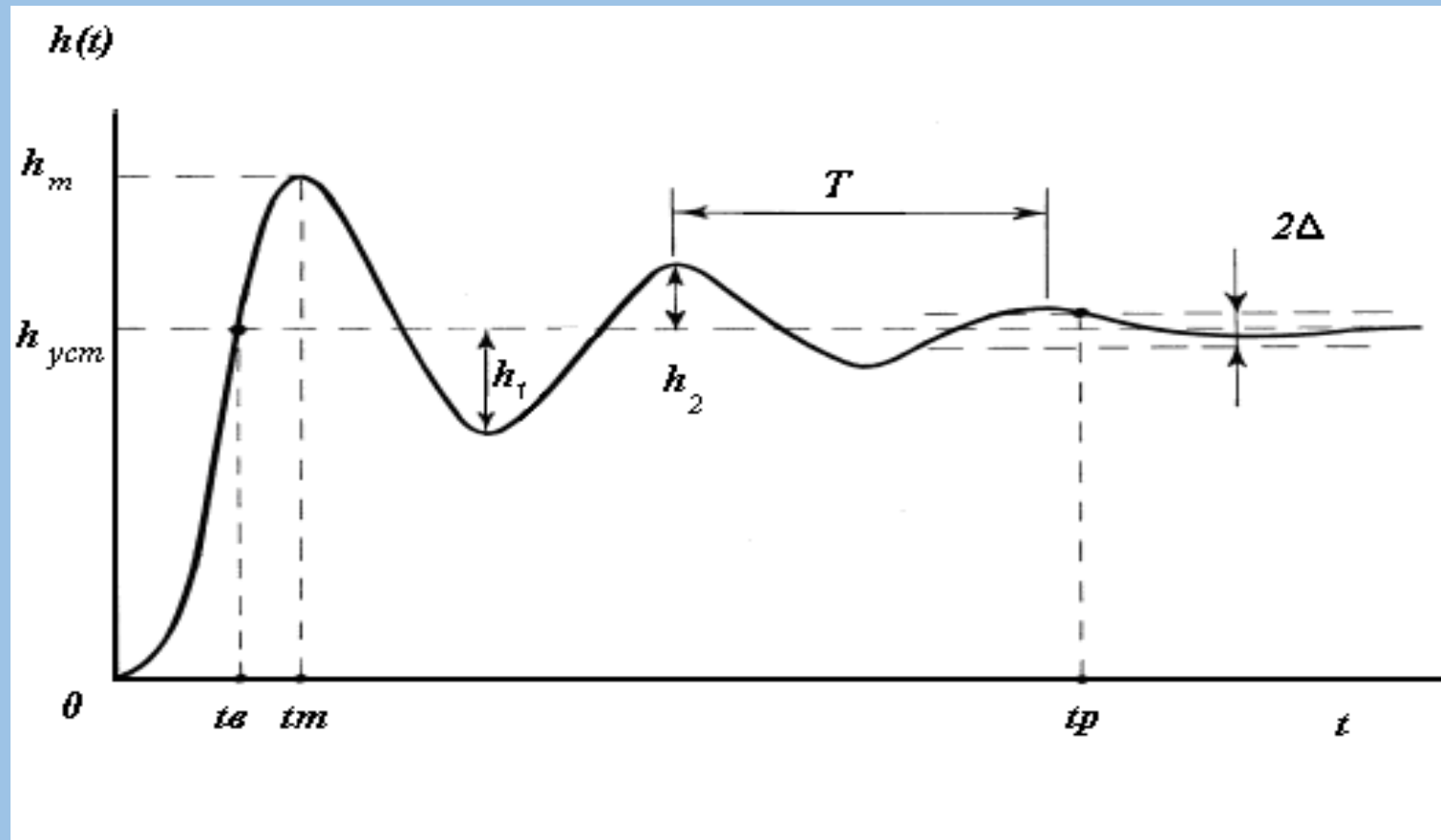


Рис.2.2. Визначення прямих показників якості лінійних ІВС

1. Час регулювання (тривалість перехідного процесу)  $t_p$  визначається як час від початку процесу до моменту, після якого функція  $h(t)$  вже не буде відхилятися від усталеного значення  $h_{уст}$  на величину, більшу ніж задана похибка  $\Delta$ . Якщо  $\Delta$  не задана, то її приймають  $\Delta = 0,05h_{уст}$ .

2. Перерегулювання  $\sigma$  характеризує максимальне відхилення  $h(t)$  від усталеного режиму, що визначається у відсотках:

$$\sigma = \frac{h_m - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\% \quad (2.1)$$

3. Час виходу на режим  $t_s$  – час від початку перехідного процесу до першого досягнення ним значення  $h_{уст}$ .

4. Час досягнення першого максимуму  $t_m$ .

5.Період коливань  $T_x$  та відповідно, частота коливань  $w_x = 2\pi / T_x$

6. Кількість коливань  $N$  за час регулювання.

7.Декремент згасання  $\chi$  характеризує інтенсивність зменшення амплітуди коливань:

$$\chi = \frac{h_1}{h_2} \quad (2.2)$$

Іноді також визначають логарифмічну міру згасання  $d = \ln \chi$ .

Для перехідних процесів, які не мають усталеного значення ( $h(\infty) \rightarrow \infty$ ), як правило, прямі показники якості не визначають. Якщо  $h(0) = 0$  і  $h(\infty) \rightarrow 0$ , то  $\Delta$  не визначають, а похибку приймають  $\Delta = 0,05h_{max}$ .

## 2.5.Методи моделювання ІВС в Matlab.

- Реальні ІВС складаються із з'єднаних поміж собою окремих блоків (динамічних ланок), рівняння поведінки яких досить прості. Тому в практиці проектування ІВС традиційними є структурні методи, коли ІВС задається певною схемою з'єднань окремих простих динамічних ланок. В ході проектування необхідно додати до ІВС одну або декілька нових еланок таким чином, щоб забезпечити бажану якість динаміки всієї системи. Ці додаткові ланки називаються коригуючими ланками або лінійними регуляторами. Тому в програмі MATLAB передбачена можливість “набору” схеми моделі САУ шляхом попереднього введення моделей ланок, із яких складається система, та наступного з'єднання цих ланок в єдину структуру. Такий метод створення моделі називається **“алгебра ланок та кіл”**.

## До процедур, які виконують з'єднання ланок, відносяться:

- **plus (minus)** – виконує паралельне з'єднання ланок, тобто визначає характеристики моделі системи, що складається з паралельно з'єднаних ланок;
- **parallel** – виконує паралельне з'єднання ланок. На відміну від попередньої процедури може використовуватися для багатовимірних систем та реалізації паралельного з'єднання лише за деякими входами та виходами;
- **mtimes** (або знак “\*” поміж ланками) – виконує послідовне з'єднання ланок. Використовується лише для одновимірних систем;
- **series** – послідовне часткове з'єднання багатовимірних систем;
- **feedback** – з'єднання двох ланок, коли другий елемент складає коло від'ємного зворотного зв'язку для першої ланки;



- **append** – формальне об'єднання незалежних поміж собою систем (додавання виходів та входів другої системи до виходів та входів першої);
- **connect** – встановлення з'єднань виходів та входів багатовимірної системи, створеної попередньо процедурою `append`. Схема з'єднань задається матрицею з'єднань  $Q$ , що використовується як один із вхідних параметрів процедури;
- **inv** – створює САК, зворотну даній, тобто таку, в якій виходи та входи переставлені місцями;
- **vertcat** – виконує так звану вертикальну конкатенацію (зчеплення) систем (ланок), тобто таке їх з'єднання, коли входи цих систем стають загальними, а виходи залишаються незалежними. Для такого з'єднання необхідно, щоб число входів результуючої системи залишалось таким, як і у кожної із з'єднуємих систем, а число виходів буде дорівнювати сумі числа виходів з'єднуємих систем;
- **horzcat** – виконує “горизонтальне зчеплення” визначених систем, при якому виходи стають загальними, а входи додаються.

## Пакет Control System Toolbox в складі Matlab має ряд функцій, які виконують аналіз ІВС

Відгуки за часом визначаються за допомогою таких функцій:

- **impulse** – обчислення реакції системи на одиничний імпульсний вплив;
- **step** – обчислення реакції системи на одиничний ступеневий вплив;
- **initial** – визначення власного руху системи при довільних початкових умовах;
- **lsim** – обчислення реакції системи на вхідний вплив довільної форми, який задається в формі вектору його значень за часом.

Друга група функцій забезпечує отримання реакції системи в частотній області на зовнішній гармонійний вплив. Це такі функції:

- **bode** – побудова графіка ЛАХ (діаграми Боде) системи;
- **nyquist** – побудова на комплексній площині графіка АФХ системи в полярних координатах;
- **nichols** – побудова графіка АФХ розімкнутої системи в декартових координатах;
- **sigma** – побудова графіка АЧХ системи;
- **margin** – побудова графіка ЛАХ з відображенням запасів за фазою та амплітудою.