

ЗАСТОСУВАННЯ ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОГО ЗГЛАДЖУВАННЯ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ПОТОЧНИХ КООРДИНАТ ОБ'ЄКТІВ УПРАВЛІННЯ

Мета роботи: ознайомитися з можливостями підвищення точності визначення поточних координат та параметрів руху об'єктів управління

1 Теоретичні відомості

1.1 Основні відомості з теорії експоненційного згладжування

Метод експоненційного згладжування – це метод послідовного згладжування параметрів траєкторії руху ОУ за допомогою фільтра с постійною пам'яттю. Принцип роботи цього методу полягає в наступному: попередні значення параметрів враховуються зі спадаючим по експоненційному закону вагами.

Для довільного скалярного параметра θ формула експоненційного згладжування має вид:

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi)\theta_n + \xi f[\hat{\theta}_{n-1}, \hat{\theta}_{n-2}, \dots, \hat{\theta}_{n-s}] \quad (8.1)$$

де θ_n – вимірне значення параметра на n -кроці; $\hat{\theta}_n$ - згладжене значення параметра в n -м огляді; $f[\dots]$ - деяка функція попередніх згладжених значень параметрів; ξ – стала величина, що має сенс коефіцієнта згладжування.

У найпростішому вигляді для знаходження наступного загладжуваного значення параметру використовується тільки поточне вимірне значення та попереднє згладжене значення. Тоді, формула (8.1) приймає наступний вид:

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi)\theta_n + \xi\hat{\theta}_{n-1}. \quad (8.2)$$

Якщо формулу (2) записати у вигляді:

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi)\theta_n + \xi(1 - \xi)\theta_{n-1} + \xi^2(1 - \xi)\theta_{n-2} + \dots + \xi^n(1 - \xi)\theta_0 = \sum_{i=0}^n \eta_i \theta_{n-i}, \quad (8.3)$$

де $\eta_i = \xi^i(1 - \xi)$ - вагова функція, що враховує поточне та попередні вимірні значення параметрів руху ОУ.

На рис.8.1 зображені графіки вагової функції η_i при різних значеннях $\xi = 0,9; 0,5; 0,1$. З рисунку бачимо: чим менше ξ , тим в менший ступені враховуються результати попередніх вимірювань (менше згладжування), та навпаки, чим більше ξ , тим більше згладжування, тобто більше результати попередніх вимірювань параметра враховуються в більшій мірі при обчисленні згладженого поточного значення. Тому коефіцієнт ξ отримав назву експоненційного коефіцієнта згладжування.

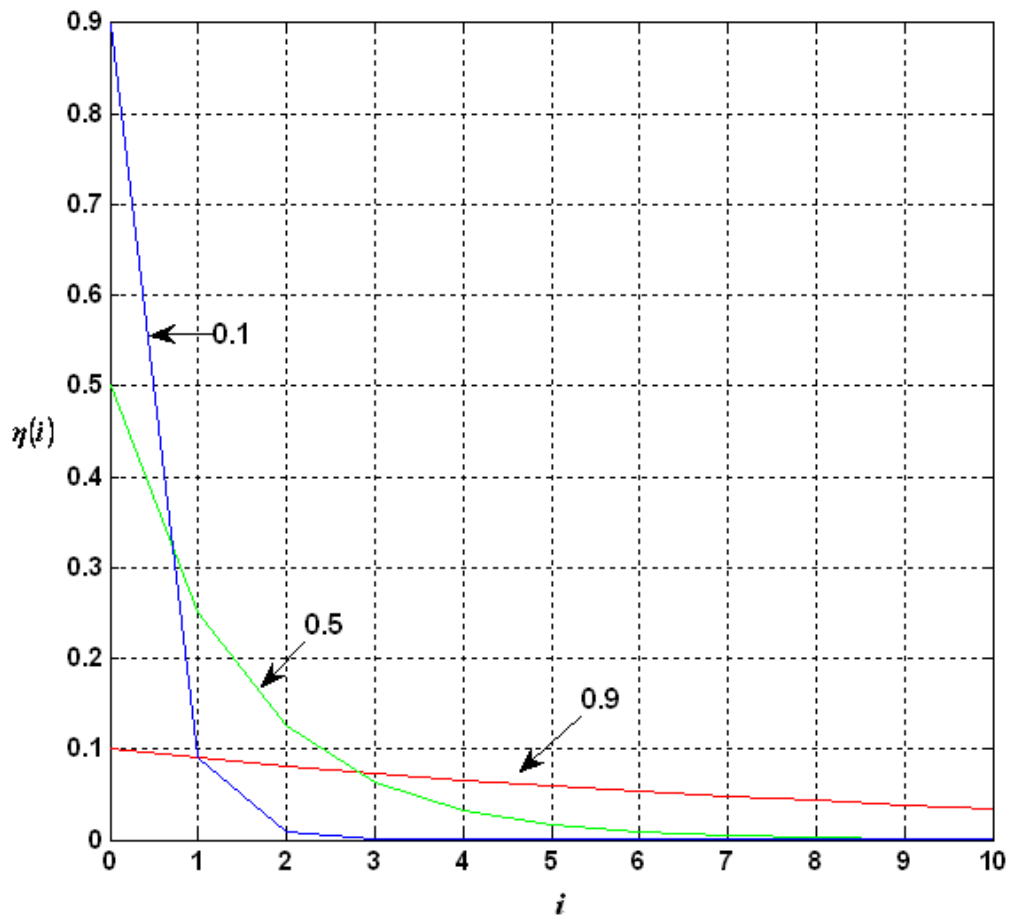


Рис.8.1. Графіки вагової функції η_i при різних значеннях ξ

При згладжування параметру, що змінюється за лінійним законом формула експоненційного згладжування набуває вигляду:

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi)\theta_n + \xi f[\hat{\theta}_{n-1}, \hat{\theta}_{n-2}]. \quad (8.4)$$

Операція $f[...]$ над попередніми згладженими значеннями параметру повинна в цьому випадку забезпечити знаходження екстрапольованого значення параметра на момент t_n останнього вимірювання.

1.2 Помилки експоненційного згладжування параметрів руху ОБ. Вибір оптимального значення ξ .

Якість експоненційного згладжування оцінюється за величиною випадкових та динамічних помилок згладжування. Миттєве значення сумарної помилки згладжування параметра запишемо у вигляді

$$\Delta \hat{\theta}_{\Sigma_n} = \hat{\theta}_n - \theta_n^{(0)}, \quad (8.5)$$

де $\theta_n^{(0)}$ – істинне значення параметра у момент часу t_n ;

$$\hat{\theta}_n = \sum_{i=0}^n \eta_i \theta_{n-i}, \quad (8.6)$$

де θ_{n-i} – результати вимірювання (розрахунку) параметрів, які представляють собою адитивну суміш дійсних значень $\theta_{n-i}^{(0)}$ і помилок вимірювання θ_{n-i} , тобто

$$\theta_{n-i} = \theta_{n-i}^{(0)} + \Delta \theta_{n-i}. \quad (8.7)$$

Використовуючи вирази (6) і (7), сумарну помилку згладжування параметра можна представити в наступному вигляді:

$$\Delta\theta_{n\Sigma} = \sum_{i=0}^n \eta_i (\theta_{n-i}^{(0)} + \Delta\theta_{n-i}) - \theta_n^{(0)} = \left(\sum_{i=0}^n \eta_i \theta_{n-i}^{(0)} + \Delta\theta_{n-i} \right) + \sum_{i=0}^n \eta_i \theta_{n-i}^{(0)}. \quad (8.8)$$

Перший доданок у виразі (10.8), що розміщений в дужках, являє собою динамічну складову $\Delta_{\theta} \hat{\theta}_n$ сумарної помилки згладжування, а другий – випадкову складову $\Delta_{\theta} \hat{\theta}_{\hat{n}}$ цієї помилки.

Так як випадкова і динамічна складові не корельовані між собою, дисперсія сумарної помилки буде дорівнювати

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \sigma_{\hat{\theta}_n}^2 + \left(\Delta_{\theta} \hat{\theta}_n \right)^2. \quad (8.9)$$

Обчислимо дисперсію випадкової і квадрат динамічної складових похибки визначення параметрів руху ОУ.

Так як математичне сподівання випадкової помилки дорівнює нулю, то дисперсію цієї помилки можна записати у вигляді

$$\sigma_{\hat{\theta}_n}^2 = M \left[\left(\sum_{i=0}^n \eta_i \Delta\theta_{n-1} \right)^2 \right]. \quad (8.10)$$

Після елементарних перетворень одержимо

$$\sigma_{\hat{\theta}_n}^2 = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \eta_i \eta_j R_{\theta}(i-j), \quad (8.11)$$

де $R_{\theta}(i-j)$ – кореляційний момент випадкових помилок вимірювання параметра.

Припустимо, що згладжування параметр обчислюється за двома вимірними значеннями координат, причому кожне вимірне значення бере участь у розрахунку параметра двічі. Тоді, за умови відсутності кореляції між похибками вимірювання, обчислені значення параметра будуть корельовані на двох сусідніх кроках. Безпосереднім підрахунком можна показати, що коефіцієнт кореляції в цьому випадку від'ємний та дорівнює 0,5.

Отже

$$R_{\theta}(i-j) = \begin{cases} \sigma_{\theta}^2 & \text{іде } i-j=0, \\ -0,5\sigma_{\theta}^2 & \text{іде } |i-j|=1, \\ 0 & \text{іде } |i-j|>0, \end{cases} \quad (8.12)$$

де σ_{θ}^2 – дисперсія розрахунку параметра по двом вимірним значенням координат.

З урахуванням (12) вираз для дисперсії випадкової помилки можна записати у вигляді

$$\sigma_{\hat{\theta}_n}^2 = \sigma_{\theta}^2 \left[\sum_{i=0}^n \eta_i^2 - \sum_{i=0}^n \eta_i \eta_{i+1} \right]. \quad (8.13)$$

Маючи на увазі, що при $n \rightarrow \infty$ (сталій режим роботи)

$$\sum_{i=0}^{\infty} \eta_i^2 = \sum_{i=0}^n [(1-\xi)\xi^i]^2 = \sum_{i=0}^{\infty} (1-\xi)^2 \xi^{2i} = (1-\xi)^2 (1 + \xi^2 + \xi^4 + \dots), \quad (8.14)$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \eta_i \eta_{i+1} = \sum_{i=0}^{\infty} (1-\xi)^2 \xi^{2i+1} = (1-\xi)^2 (\xi + \xi^3 + \xi^5 \dots), \quad (8.15)$$

остаточно отримаємо

$$\sigma_{\hat{\theta}_n}^2 = \sigma_{\theta}^2 \frac{(1-\xi)^2}{1+\xi}. \quad (8.16)$$

Формула (10.16) показує, що дисперсія випадкової помилки експоненціального згладжування параметра тим менше, чим більше коефіцієнт згладжування ξ .

Обчислимо тепер квадрат динамічної помилки згладжування параметра для випадку усталеного руху ОУ за цим параметром.

Коефіцієнти динамічної помилки визначаються з виразу

$$\tilde{N}_i = \frac{(-1)^i}{i!} \mu_i - a_i, \quad (8.17)$$

де

$$\mu_i = \sum_{j=0}^{\infty} j^j \eta_j \quad (i = 0, 1, 2, \dots, l), \quad (8.18)$$

l – ступінь полінома, що описує функцію $\theta^{(0)}(t)$.

Коефіцієнти a_i приймають значення $a_0 = 1, a_1 = p, \dots, a_i = p^i / i!$.

де p – число періодів екстраполяції вхідного сигналу; при згладжуванні $p = 0$, тому $a_0 = 1$.

Для випадку лінійної зміни параметра руху ($j = 1$), обчислення коефіцієнтів динамічної помилки дають

$$\mu_0 = \sum_{j=0}^{\infty} j^0 \eta_j = (1-\xi) \sum_{j=1}^{\infty} \xi^j = 1, \quad (8.19)$$

тому $C_0 = 0$;

$$\mu_1 = \sum_{j=0}^{\infty} j \eta_j = (1-\xi) \sum_{j=0}^{\infty} j \xi^j = \frac{\xi}{1-\xi} \quad (8.20)$$

тому $\tilde{N}_1 = \frac{\xi}{1-\xi}$.

Таким чином,

$$\Delta_{\sigma} \hat{\theta}_n = \frac{\xi}{1-\xi} \Delta^{(1)} \theta_n, \quad (8.21)$$

а квадрат цієї помилки визначається за формулою

$$(\Delta_{\sigma} \hat{\theta}_n)^2 = \frac{\xi^2}{(1-\xi)^2} (\Delta^{(1)} \theta_n)^2. \quad (8.22)$$

З урахуванням виразів (8.16) і (8.22) дисперсія відносної сумарної помилки згладжувань дорівнює

$$\frac{\sigma_{\Sigma}^2}{\sigma_{\theta}^2} = \frac{(1 + \xi)^2}{(1 - \xi)^2} + \frac{\xi^2}{(1 - \xi)^2} s^2, \quad (8.23)$$

де $s^2 = \frac{(\Delta^{(1)} \theta_n)^2}{\sigma_{\theta}^2}$ - відносна інтенсивність можливих змін параметрів руху.

На рис. 8.2 побудовані графіки залежності дисперсії відносної сумарної помилки згладжування параметра від коефіцієнта згладжування ξ при різних інтенсивностях змін цього параметра.

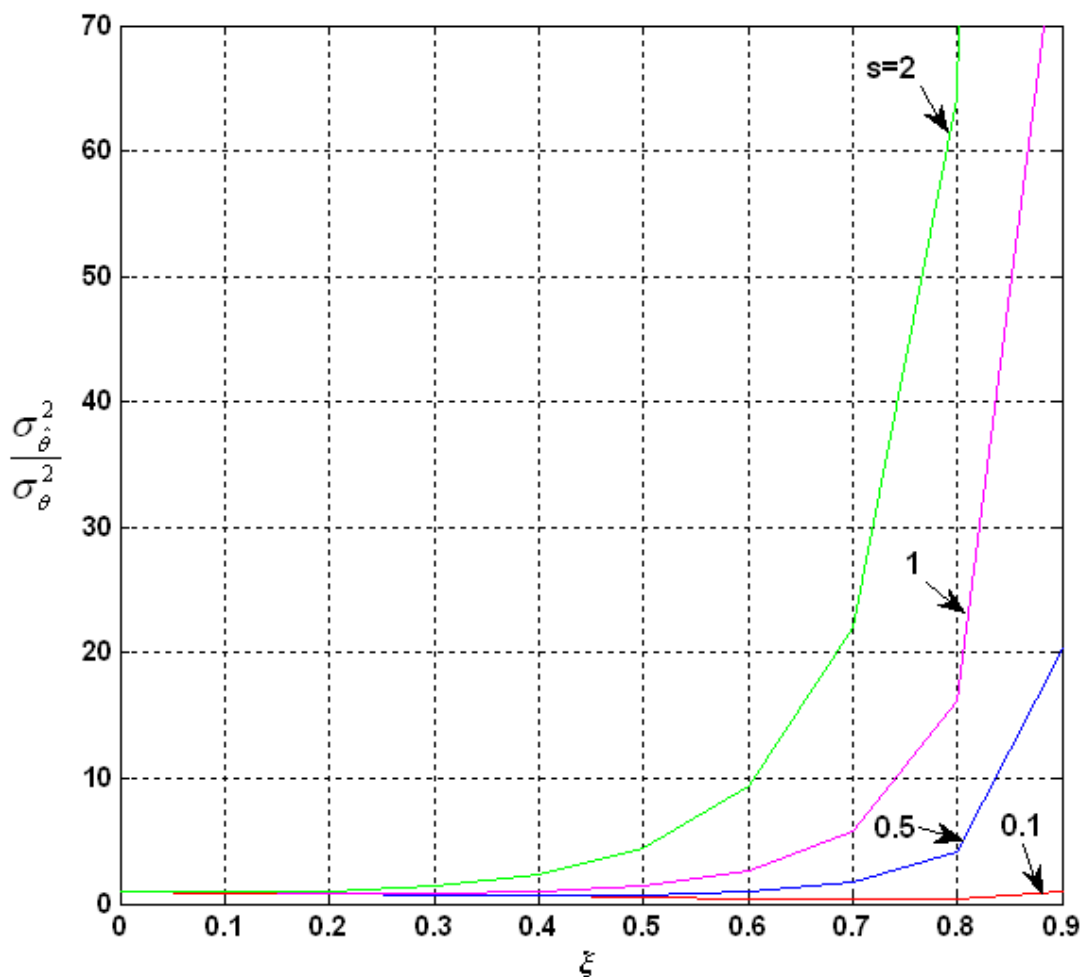


Рис.8.2. Графіки залежності дисперсії відносної сумарної помилки згладжування параметра від коефіцієнта згладжування ξ при різних інтенсивностях маневру

Графіки мають екстремуми типу мінімуму, які зміщуються вліво при збільшенні інтенсивності змін. Звідси можна зробити висновок про доцільність зміни коефіцієнта згладжування ξ з метою підтримки похибки на мінімальному або близькому до мінімального рівня для кожного конкретного значення інтенсивності змін параметра руху ОУ. З графіків похибки також випливає, що вибір коефіцієнтів ξ для кожного значення інтенсивності змін не критичний, так як екстремуми графіків пологі.

Для знаходження оптимального значення $\xi_{i\bar{0}}$ за критерієм мінімуму дисперсії сумарної помилки продиференціюємо вираз (8.23) по ξ і прирівняємо результат до нуля. Остаточне рівняння для $\xi_{i\bar{0}}$ має вигляд

$$(1 - \xi_{i\bar{0}}^2)(1 - \xi_{i\bar{0}})^3 + 2(1 - \xi_{i\bar{0}})^4 - 2\xi_{i\bar{0}}(1 + \xi_{i\bar{0}})^2 s^2 = 0. \quad (8.24)$$

Використовуючи це рівняння, можна вибирати оптимальне значення коефіцієнта згладжування $\xi_{i\bar{0}}$, якщо відома інтенсивність змін параметра руху ОУ.

1.3 Рівняння згладжування в дискретній формі

Призначення цифрового обчислювального пристрою, що використовується як елемент системи регулювання або управління, полягає в обчисленні згладжених значень дискретних даних, які містять завади.

Позначимо через θ_n значення дискретної величини, вимірної в рівновіддалені один від одного інтервали часу, а через $\hat{\theta}_n$ – згладжені значення тієї же величини. Процедура згладжування буде полягати в екстраполяції або передбаченні дискретної величини θ_n в даний момент часу n по значенню незгладженої величини θ_n в цей момент часу та по попередніх згладжених значеннях $\hat{\theta}_{n-v}$, тобто

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi)\theta_n + \xi f(\theta_{n-1}, \theta_{n-1}, \dots, \theta_{n-s-1}) \quad (8.24)$$

де $\xi \leq 1$ – стала величина, коефіцієнт згладжування. Початкові значення $\hat{\theta}_n$ при $n=0, 1, \dots, s$ можуть бути обрані довільно та, зокрема, вони можуть дорівнювати незгладженим значенням $\hat{\theta}_n$. З (8.24) випливає, що процес згладжування описується різницеvim рівнянням.

Для лінійного передбачення функція $f[\dots]$ являє собою лінійну функцію своїх аргументів. Щоб визначити конкретний вид цієї функції, припустимо, що передбачення базується на апроксимації $\hat{\theta}_n$ поліномом s -го ступеня. Позначимо цей поліном через $\varphi(\bar{t})$. Для дискретних значень

$$\varphi_m = \hat{\theta}_m, \quad m = n-1, n-2, \dots, n-s-1. \quad (8.25)$$

Функція $f[\dots]$ повинна співпадати з дискретними значеннями цього полінома при $\bar{t} = n$, тобто

$$f(\theta_{n-1}, \theta_{n-2}, \dots, \theta_{n-s-1}) = \varphi_n. \quad (8.26)$$

Але для будь-якого полінома ступені s різниця $s+1$ -го порядку тотожно дорівнює нулю при будь-якому m , тобто

$$\Delta^{s+1} \varphi_m = 0. \quad (8.27)$$

Значення решітчастої функції отримуємо з (8.27) через значення її ординат, при $m = n-s-1$:

$$\Delta^{s+1} \varphi_{n-s-1} = \sum_{v=0}^{s+1} (-1)^v \binom{s+1}{v} \varphi_{n-v} = 0 \quad (8.28)$$

Запишемо тотожність:

$$\varphi_n = \varphi_n - \Delta^{s+1} \varphi_{n-s-1} = - \sum_{v=0}^{s+1} (-1)^v \binom{s+1}{v} \varphi_{n-v}. \quad (8.29)$$

Підставляючи значення φ_n з (8.29) в (8.26) та враховучи (8.25), отримуємо вираз для $f[\dots]$:

$$f(\theta_{n-1}, \theta_{n-2}, \dots, \theta_{n-s-1}) = \sum_{v=0}^{s+1} (-1)^v \binom{s+1}{v} \hat{\theta}_{n-v}. \quad (8.30)$$

Після визначення функції $f[\dots]$ рівняння (10.24) можна представити у вигляді

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi) \theta_n - \xi \sum_{v=0}^{s+1} (-1)^v \binom{s+1}{v} \hat{\theta}_{n-v}. \quad (8.31)$$

1.4 Еквівалентна цифрова система для оцінки параметрів руху ОУ

Використовуючи теорему зсуву для рівняння (8.31), знайдемо рівняння згладжування відносно зображень параметра руху ОУ:

$$Z^*(q) = (1 - \xi) F^*(q) - \xi \left(\sum_{v=0}^{s+1} (-1)^v \binom{s+1}{v} e^{-q_v} \right) Z^*(q). \quad (8.32)$$

де $Z^*(q)$ та $F^*(q)$ – зображення решітчастих функцій $\hat{\theta}_n$ та θ_n . Припустимо, що $\theta_{-n} = 0$. Введемо позначення

$$K^*(q, 0) = \xi \sum_{v=0}^{s+1} (-1)^v \binom{s+1}{v} e^{-q_v} = \xi \left\{ (1 - e^{-q})^{s+1} - 1 \right\}. \quad (8.33)$$

Тоді рівняння (10.32) можна остаточно привести до вигляду:

$$Z^*(q) = \frac{1 - \xi}{1 + K^*(q, 0)} F^*(q). \quad (8.34)$$

Це рівняння відповідає деякій амплітудній імпульсній системі, що еквівалентна цифровому обчислювальному пристрою або цифровому фільтру, що здійснює вказаний процес згладжування (рис.8.3). $K^*(q, 0)$ можна розглядати як передаточну функцію розімкненої амплітудної імпульсної системи.

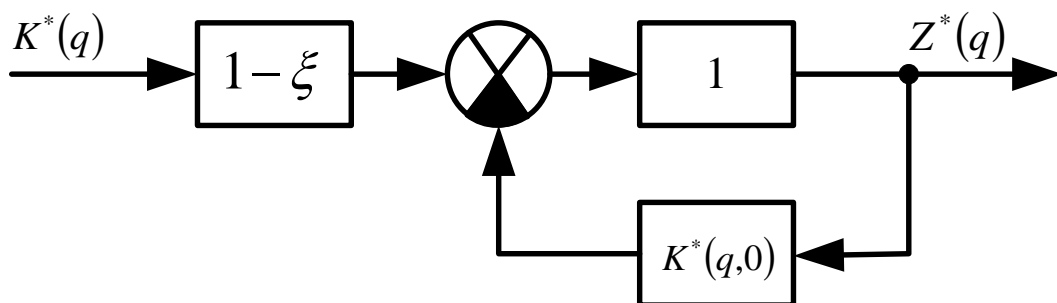


Рис.8.3 Схема згладжування з використанням цифрового обчислювального пристрою

Передаточна функція замкнутої цифрової системи, згідно (8.34), дорівнює:

$$K_a^*(q, 0) = K_o^*(q, 0) = \frac{1 - \xi}{1 + K^*(q, 0)} = \frac{1 - \xi}{1 + \xi \left[(1 - \hat{a}^{-q})^{s+1} - 1 \right]}, \quad (8.35)$$

що відповідає виконанню програми у цифровому обчислювальному пристрої, який виконує процес згладжування, описаний вище.

1.5 Оцінка ефективності згладжування

Важливою оцінкою якості згладжування може слугувати відношення середніх значень квадратів згладженої та незгладженої величини в тому випадку, коли незгладжені дані представляють дискретний випадковий процес з постійною спектральною щільністю. Чим менше це відношення в порівнянні з одиницею, тим ефективніший процес згладжування; якщо це відношення більше одиниці, то згладжування не відбувається.

Якщо незгладжені величини θ_n представляють собою дискретний випадковий процес з постійною спектральною щільністю $S_{ff}^*(\bar{\omega}) = \sigma^2$ та з середнім значенням, що дорівнює нулю, то середнє значення квадрата цієї помилки дорівнює $\overline{\theta_n^2} = \sigma^2$.

Середнє значення квадрата відхилення згладженої величини може бути знайдено по формулі

$$\overline{\hat{\theta}_n^2} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left| K_{\delta}^*(j\bar{\omega}, 0) \right|^2 S_{ff}^*(\bar{\omega}) d\bar{\omega}. \quad (8.36)$$

або в розгорнутому вигляді

$$\overline{\hat{\theta}_n^2} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left| \frac{1 - \xi}{1 + \xi [(1 - e^{-j\bar{\omega}})^{s+1} - 1]} \right|^2 \sigma^2 d\bar{\omega} \quad (8.37)$$

Для розрахунку цього значення скористаємося формулою:

$$\begin{aligned} P^*(q) &= K_{\delta}^*(q, 0) \sigma = \frac{1 - \xi}{1 + \xi \sum_{\nu=1}^{s+1} (-1)^{\nu} \binom{s+1}{\nu} e^{-q\nu}} \sigma = \\ &= \frac{(1 - \xi) e^{(s+1)q}}{e^{(s+1)q} + \xi \sum_{\nu=1}^{s+1} (-1)^{\nu} \binom{s+1}{\nu} e^{(s+1-\nu)q}} \end{aligned} \quad (8.38)$$

Використовуючи формулу для сумарної оцінки та вважаючи, що в ній $l = s + 1$, отримуємо:

$$b_k = 1 - \xi \quad \text{іде} \quad k = s + 1,$$

$$b_k \equiv 0 \quad \text{іде} \quad k < s + 1$$

та $a_{s+1} = 1$, $a_{s+1-\nu} = (-1)^{\nu} \binom{s+1}{\nu}$, де $(\nu = 1, 2, \dots, s + 1)$. В результаті, отримуємо

після обчислення для різних s :

$$\left. \begin{aligned}
 s = 0: \quad \frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2} &= \frac{1 - \xi}{1 + \xi}; \\
 s = 1: \quad \frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2} &= \frac{1 + \xi}{1 + 3\xi}; \\
 s = 2: \quad \frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2} &= \frac{(1 - \xi)(1 + 4\xi)}{(1 - 2\xi)(1 + 7\xi)}; \\
 s = 3: \quad \frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2} &= \frac{1 + 8\xi - 25\xi^2}{(1 - 5\xi)(1 + 15\xi)}
 \end{aligned} \right\} \quad (8.39)$$

В цих формулах ξ не повинно перевищувати граничного значення. Залежності $\frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2}$ від ξ приведені на (рис.8.4).

Ці залежності дозволяють при заданому s обрати те значення ξ , яке забезпечує задану точність визначення поточної координати та параметрів руху ОУ .

З рис.8.4 випливає, враховуючи умови стійкості, що $\frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2}$ може бути менше одиниці тільки при $s=0, 1, 2$ та, означає, що тільки при цих значеннях s буде здійснювати згладжування.

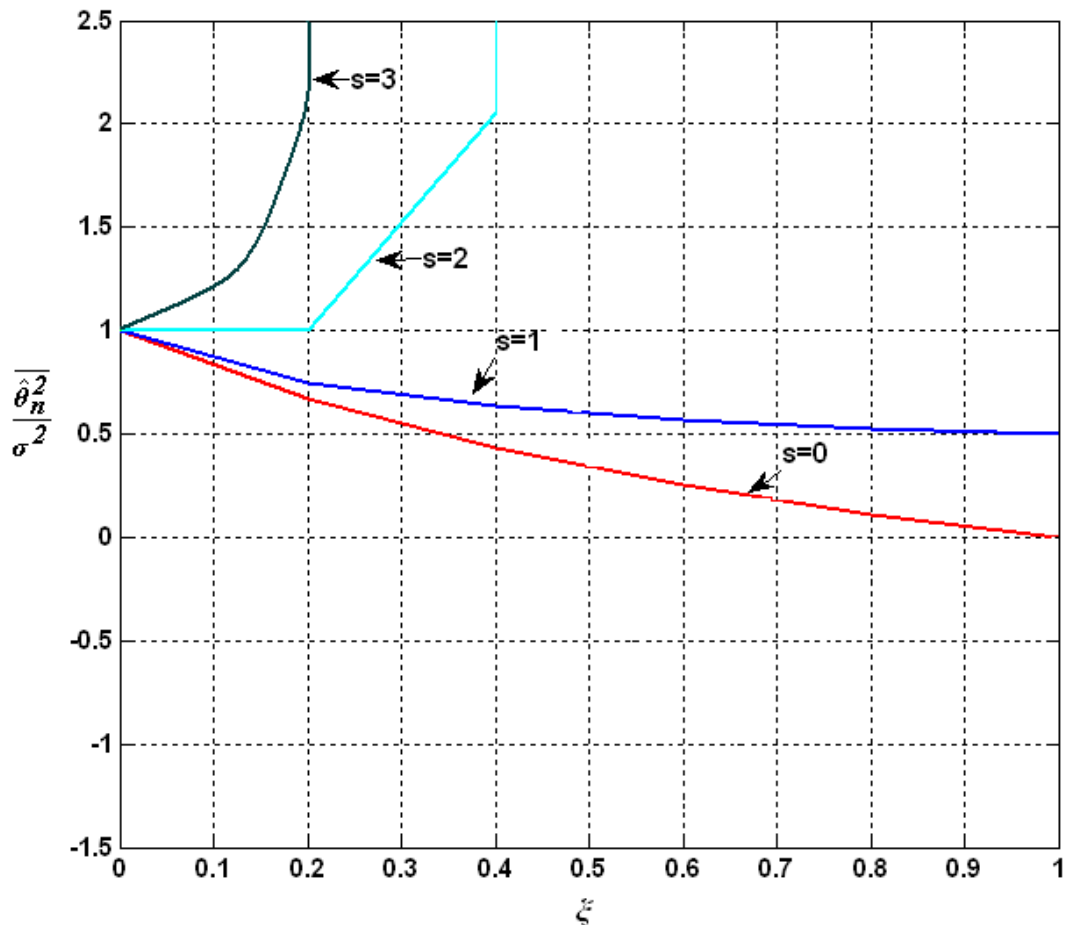


Рис.8.4. Залежність відношень середніх значень квадратів нормованої похибки при різних значеннях s

При $s \geq 3$ описаний спосіб не може забезпечити згладжування, так як незалежно від величини ξ завжди $\frac{\overline{\hat{\theta}_n^2}}{\sigma^2}$ більше одиниці. Цей недолік може бути усунений, якщо проводити передбачення або екстраполяцію не по одному значенню незгладженої величини θ_n , а по декільком $\theta_n, \theta_{n-1}, \theta_{n-2}, \dots$, тобто, якщо замінити закон згладжування (8.31) на (8.40)

$$\hat{\theta}_n = (1 - \xi) \sum_{v=0}^{s-1} \zeta_v \theta_{n-v} - \xi \sum_{v=1}^{s+1} (-1)^v \binom{s+1}{v} \hat{\theta}_{n-v}, \quad (8.40)$$

де стійкість процесу згладжування не залежить від коефіцієнтів ζ_v .

1.6 Реалізація експоненційного згладжування в програмі Matlab

Для реалізація експоненційного згладжування в програмі Matlab не має спеціальних функцій, тому це необхідно здійснювати за допомогою програми, що розроблена на основі формул експоненційного згладжування (додаток 3).

Графіки функцій, що отримані після моделювання експоненціального згладжування в програмі Matlab, представлені на рис.10.5-10.7.

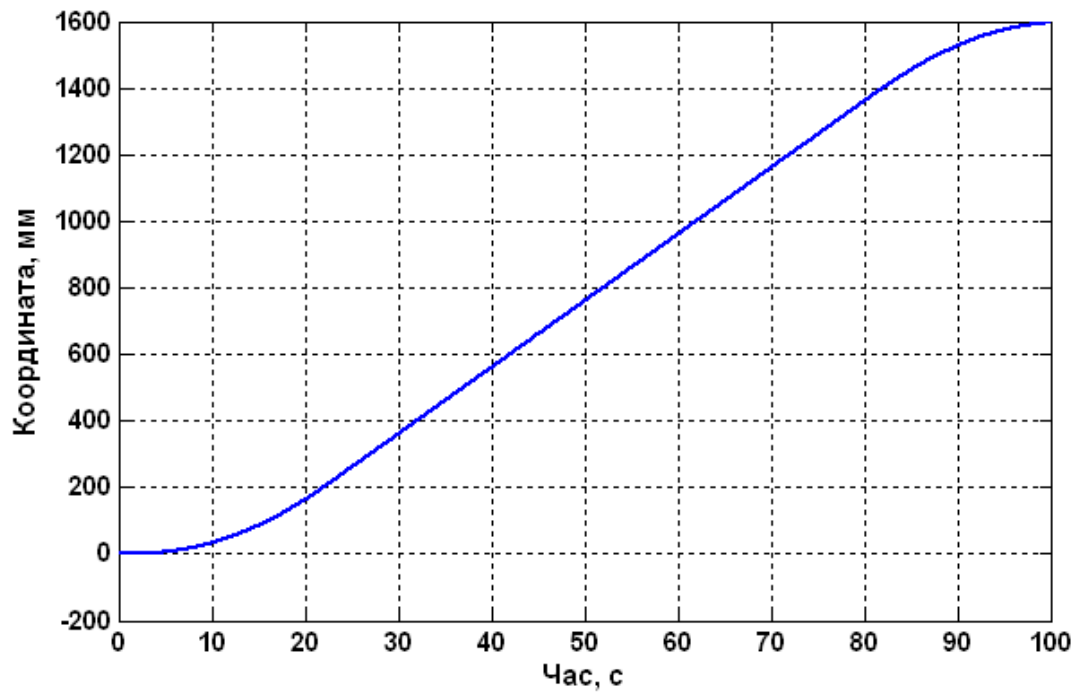


Рис.8.5. Графік зміни координати ОУ в часі

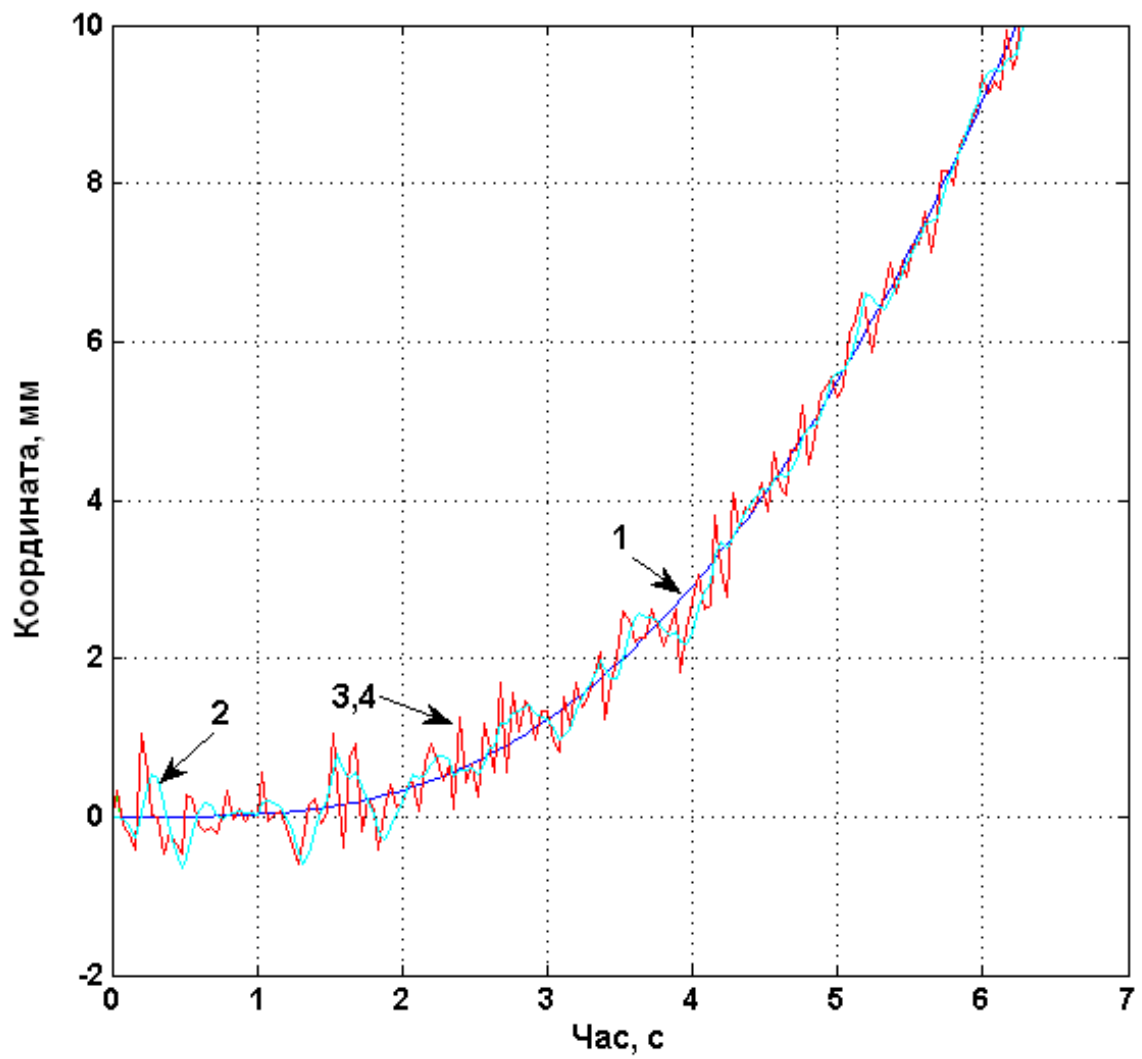


Рис.8.6. Графіки: 1- точного значення координати ОУ, 2- оцінка на основі експоненціального згладжування, 3 – оцінка поточних значень координат фільтром Калмана, 4 - результат вимірювань координат.

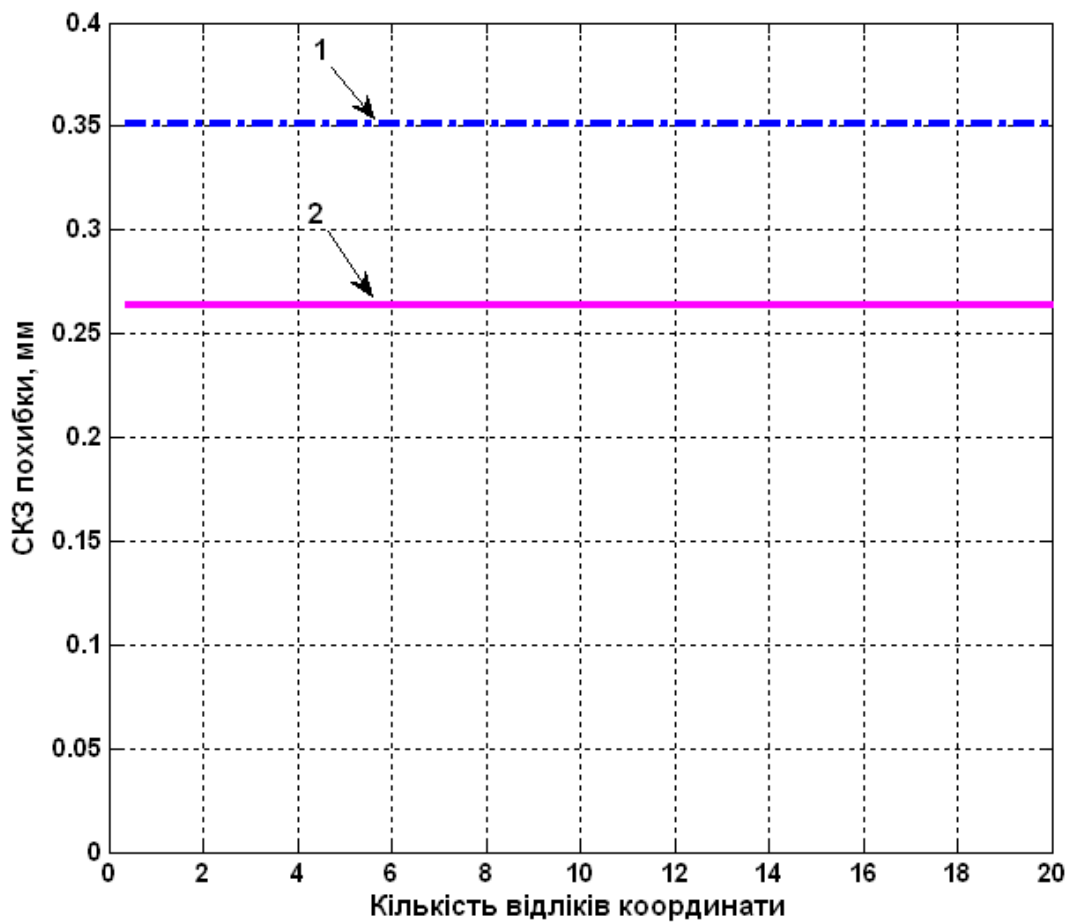


Рис.8. 7. СКЗ похибки оцінки: 1 – оцінка фільтра Калмана, 2 – оцінка експоненціального згладжування.

Програма оцінювання експоненціального згладжування значень поточних координат та параметрів переміщень руху ОУ

```

% Початкові дані
Nos=[9 25 51 101 151 201 301 401 501]';
Type_V=3; % рух ОВ 1 - з постійною швидкістю 2
- стрибкоподібна зміна швидкості від 0 до макс значення
% 3 - переміщення на задану відстань
(для 3 час спостереження 200 с)
FK_P=4; % порядок матриць для фільтра Калмана
min 3
EKS_P=2; % кількість попередніх значення для
експоненціального згладжування
ksi=0.7; % коефіцієнт згладжування
jjj=4; % виведення графіків параметрів руху для
Nos=jjj
FKMean=100; % усереднення відліків для оцінки
точності ФК
v=20; % максимальна швидкість, мм/с
a_max=1; % максимальна швидкість, мм/с^2
x0=0; % початкова координата ОВ ФК
v0=v; % початкова швидкість ОВ ФК
a0=a_max; % початкове прискорення ОВ ФК
PARAM=[x0 v0 a0 0 0 0];
dt1=0.04; % крок дискретності
t1=(0:dt1:100)'; % час спостереження
SigmaNoise=0.6/sqrt(3); % СКЗ шуму вимірювань координати
Sigma_Dist_x=0%3.33; % СКЗ збурень координати 5%
Sigma_Dist_v=0%1.67; % СКЗ збурень швидкості 5%
Sigma_Dist_a=0; % СКЗ збурень прискорення
Sigma_Dist_x0=0%0.1; % СКЗ початкових умов координати
ФК
Sigma_Dist_v0=0%0.1; % СКЗ початкових умов швидкості
ФК
Sigma_Dist_a0=0%0.0001; % СКЗ початкових умов
прискорення ФК
TWx=0.12; TWv=0.12; % постійні часу (секунд)
аперіодичної ланки для фільтрації збурень - корельвані
збурення
Tu=1; % постійні часу (секунд) аперіодичної ланки 2-
го порядку для фільтрації упр сигналу - врахування
інерційності ОВ
randn('state',0);

% Математична модель руху неперервного ОВ 2-го порядку -
неперервна система 2-го порядку

```

```

% в просторі стану. Вхід - швидкість і прискорення.
Збурення по входу - для швидкості і прискорення
% Моделюються рівноприскорений рух (U1=0 U2=a(t)) і
рівномірний рух (U1=v(t) U2=0)
% dX/dt=AX+BU+GW
% Y=      CX+DU+HW+V
% U (відсутній) - вхід      Y (позначення в розділі 4 xi*)
- вихід=поточній координаті ОВ
% X (Z) - внутрішній стан системи координата швидкість
% W (Lamnda Greek) - збурення в системі швидкості
прискорення - це ще 2 входи
% V (Delta Greek x) - шум вимірювань виходу тобто
поточної координати ОВ
Z0=[x0; 0];      % початковий стан системи координата
швидкість
A=[0 1           % матриці системи в просторі стану
  0 0];
  B=[1 0         % 1 0 - задання швидкості ОВ
    0 0];      % 0 0
  G=[1 0 % G (P Greek) - вхідні збурення в системі -
швидкість
    0 0];
C=[1 0];      % H - матриця вимірювань формує вихід з
першого елемента вектора стану тобто поточної координати
D=[0 0];      % вхід не впливає на вихід
H=[0 0];      % збурення на вихід не діють
[t1M,t1N] = size(t1);
U=zeros(t1M,2);      % вхід=0
W=zeros(t1M,2);      % Lamnda Greek=0 - збурення в системі
швидкість і прискорення
V=zeros(t1M,1);      % Delta Greek xi шум вимірювань
координати
OV_CTime=ss(A, [B G],C, [D H]);      % ОВ в просторі стану

% Моделювання неперервної системи 2-го порядку
if Type_V==1      % вхідна швидкість
  U(:,1)=v; U(:,2)=0; % швидкість та прискорення
end;
if Type_V==2      % вхідна швидкість
  U(:,1)=v; U(1:1000,1)=0; U(:,1)=lsim(tf([1],[Tu^2
2*Tu 1]),U(:,1),t1);
end;
if Type_V==3      % вхідна швидкість
  U(:,1)=v; U(1:500,1)=0; U(2000:2500,1)=0;
  for iii=1:500 U(iii,1)=v*iii/500; end;
  for iii=1:500 U(iii+2000,1)=v*(500-iii)/500; end;

```

```

    U(:,1)=lsim(tf([1],[Tu^2 2*Tu 1]),U(:,1),t1);
end;
for i=2:t1M-1
    U(i,2)=(U(i+1,1)-U(i-1,1))/2/dt1; % прискорення
end;
U(t1M,2)=U(t1M-1,2);
W(:,1)=randn(t1M,1).*(Sigma_Dist_v); % Lamnda Greek=0 -
збурення в системі швидкість
SysWx=tf([1],[TWx 1]);
Wx=lsim(SysWx,randn(t1M,1).*(Sigma_Dist_x),t1);
SysWv=tf([1],[TWv 1]); W(:,1)=lsim(SysWv,W(:,1),t1);
V=randn(t1M,1).*(SigmaNoise)+Wx; % шум вимірювань
координати і збурення координати
[Y,t2,X]=lsim(OV_CTime,[U W],t1,Z0); % моделювання -
вихід (координата) і вектор стану (координата і
швидкість)
% figure; plot(t1,W(:,1),'g', t1,V,'m');
% title('Noise CTime System: W1=v g, V m');
% figure; plot(t2,Y,'k', t2,Y+V,'g', t2,U(:,1),'k',
t2,U(:,1)+W(:,1),'g'); % для рівномірного руху
% title('Output and State Vector CTime System: Y=x, k
Y+V=x+v g, U1=v k, U1+W1=v+w g');

% Математична модель для вимірювань за відеозображеннями
% дискретна система в просторі стану
%  $x[n+1] = Ax[n] + Bu[n] + Gw[n]$ 
%  $y[n] = Cx[n] + Du[n] + Hw[n] + v[n]$ 
% U (відсутній) - вхід=0 Y (позначення в розділі 4
xi*) - вихід=поточній координаті OB
% X (Z) - внутрішній стан системи координати швидкість
прискорення
% W (Lamnda Greek) - збурення в системі координати
швидкості прискорення - це ще 3 входи додатково до U
% V (Delta Greek x) - шум вимірювань виходу тобто
поточної координати OB
% початковий стан системи координата швидкість
прискорення
ZD0=zeros(1,FK_P);
for i=1:FK_P
    ZD0(i)=PARAM(i);
end;
% матриці системи в просторі стану
% A (F Greek) - неперевна модель рівноприскореного руху
OB
A_=zeros(FK_P, FK_P);
for i=1:FK_P
    for j=i:FK_P

```



```

        A_(i,j)=dt1^(j-i)/factorial(j-i);
    end;
end;
BD=zeros(FK_P,1);      % вхід відсутній
GD=A_;                % G (P Greek) - передача збурень в
системі
CD=zeros(1,FK_P); CD(1)=1; % H - матриця вимірювань
формує вихід з першого елемента вектора стану тобто
поточної координати
DD=[0];              % вхід відсутній
HD=zeros(1,FK_P);    % збурення на вихід не діють
[t1M,t1N] = size(t1);

% Дискретний фільтр Калмана для відеозображень
ZD=zeros(FK_P,t1M); GI=zeros(FK_P,t1M);
P=zeros(FK_P,FK_P,t1M);
I3_3=zeros(FK_P,FK_P);
for i=1:FK_P
    I3_3(i,i)=1;
end;
ZD(:,1)=ZD0;
QN=zeros(FK_P,FK_P);
if FK_P>=1 QN(1,1)=Sigma_Dist_x^2; end;
if FK_P>=2 QN(2,2)=Sigma_Dist_v^2; end;
if FK_P>=3 QN(3,3)=Sigma_Dist_a^2; end;
P=zeros(FK_P,FK_P);
for i=1:FK_P
    for j=1:FK_P
        P(i,j)=ZD(i)*ZD(j);
    end;
end;
end;
if FK_P>=1 P(1,1)=P(1,1)+Sigma_Dist_x0^2; end;
if FK_P>=2 P(2,2)=P(2,2)+Sigma_Dist_v0^2; end;
if FK_P>=3 P(3,3)=P(3,3)+Sigma_Dist_a0^2; end;
for i=2:t1M
    Pi1=A_*P(:,:(i-1))*A_'+GD*QN*GD';
    GI(:,i)=Pi1*CD'*(CD*Pi1*CD'+SigmaNoise^2)^(-1);
    ZD(:,i)=A_*ZD(:,i-1)+GI(:,i)*(Y(i)+V(i)-
CD*(A_*ZD(:,i-1)));
    P(:,:(i))=Pi1*(I3_3-GI(:,i)*CD);
end;

% експоненційне згладжування
ZDEKS=zeros(3,t1M);
for i=EKS_P+1:t1M
    ZDEKS(1,i)=(1-ksi)*(Y(i)+V(i)); % згладжування по
координаті

```

```

%ZDEKS(2,i)=(1-ksi)*ZDDIFRV(2,i,jjj);%згладжування по швидкості
%ZDEKS(3,i)=(1-ksi)*ZDDIFRV(3,i,jjj);%згладжування по прискоренню

for j=1:EKS_P
    ZDEKS(:,i)=ZDEKS(:,i)-ksi.*(-1).^j.*EKS_P./j.*ZDEKS(:,i-j);
end;
end;

% Оцінка похибок
DZDFull=zeros(3,t1M,size(Noc,1));
DZDEKS=zeros(3,t1M);

for j=1:size(Noc,1)
    DZDFull(1,:,j)=ZD(1,:)-Y'; DZDFull(2,:,j)=ZD(2,:)-U(:,1)'; DZDFull(3,:,j)=ZD(3,:)-U(:,2)';
end;
DZDEKS(1,:)=ZDEKS(1,:)-Y'; DZDEKS(2,:)=ZDEKS(2,:)-U(:,1)'; DZDEKS(3,:)=ZDEKS(3,:)-U(:,2)';

if Type_V==1
    DZD=zeros(3,FKMean+1,size(Noc,1));
    for j=1:size(Noc,1)
        DZD(:,:,j)=DZDFull(:,Noc(j):Noc(j)+FKMean,j);
    end;
else
    DZD=zeros(3,size(U,1)-510,size(Noc,1));
    for j=1:size(Noc,1)
        DZD(:,:,j)=DZDFull(:,Noc(j):size(U,1)-510+Noc(j)-1,j);
    end;
    DZD=DZDFull(:,510:size(U,1)-510,:);
end;

DZDEKS=DZDEKS(:,510:size(U,1)-510);
DZD_Max1=zeros(size(Noc,1),1);
DZD_Max2=zeros(size(Noc,1),1);
DZD_Max3=zeros(size(Noc,1),1);
DZD_Std1=zeros(size(Noc,1),1);
DZD_Std2=zeros(size(Noc,1),1);
DZD_Std3=zeros(size(Noc,1),1);
for j=1:size(Noc,1)
    DZD_Max1(j)=max(abs(DZD(1,:,j)));
    DZD_Max2(j)=max(abs(DZD(2,:,j)));
    DZD_Max3(j)=max(abs(DZD(3,:,j)));
end;

```

```

        DZD_Std1(j)=std(DZD(1, :, j));
DZD_Std2(j)=std(DZD(2, :, j)); DZD_Std3(j)=std(DZD(3, :, j));
end;

DZDEKS_Max1=zeros(size(Noc,1),1);
DZDEKS_Max2=zeros(size(Noc,1),1);
DZDEKS_Max3=zeros(size(Noc,1),1);
DZDEKS_Std1=zeros(size(Noc,1),1);
DZDEKS_Std2=zeros(size(Noc,1),1);
DZDEKS_Std3=zeros(size(Noc,1),1);
DZDEKS_Max1(:)=max(DZDEKS(1, :));
DZDEKS_Max2(:)=max(DZDEKS(2, :));
DZDEKS_Max3(:)=max(DZDEKS(3, :));
DZDEKS_Std1(:)=std(DZDEKS(1, :));
DZDEKS_Std2(:)=std(DZDEKS(2, :));
DZDEKS_Std3(:)=std(DZDEKS(3, :));

% Теретичний розрахунок похибок
% Фільтр Калмана
DZD_StdTx=zeros(size(Noc,1),1);
DZD_StdTv=zeros(size(Noc,1),1);
DZD_StdTx(:)=sqrt(SigmaNoise*dt1*sqrt(2*Sigma_Dist_a*Sigma
aNoise+Sigma_Dist_v^2));
DZD_StdTv(:)=sqrt(Sigma_Dist_a*dt1*sqrt(2*Sigma_Dist_a*Si
gmaNoise+Sigma_Dist_v^2));
%DZD_StdTa(:)=0;
figure; % графіки параметрів руху для Noc=jjj
plot(t1,Y,'b',t1,Y+V,'g',t1,ZD(1, :),'r',t1,ZDEKS(1, :),'c'
);
xlabel('Час, c'); ylabel('Координата, мм');
grid on;

% графіки похибок параметрів руху
figure;
plot(Noc*dt1,DZDEKS_Std1,'m-',Noc*dt1,DZD_Std1,'b-
.', 'LineWidth',3);
xlabel('Кількість відліків координати'); ylabel('СКЗ
похибки, мм');
grid on;

```