

Тема. Ряди.

Завдання 5. Довести збіжність ряду, користуючись означенням збіжності ряду та знайти його суму.

- 5.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$. 5.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n}$. 5.3. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}$ 5.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n}$.
- 5.5. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+5)(n+6)}$. 5.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{10^n}$. 5.7. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(2n+9)}$. 5.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{12^n}$.
- 5.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+7)}$. 5.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{15^n}$. 5.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+10)}$. 5.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 3^n}{15^n}$.
- 5.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+7)(n+8)}$. 5.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{14^n}$. 5.15. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$. 5.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 2^n}{14^n}$.
- 5.17. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$. 5.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + 5^n}{20^n}$. 5.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+5)}$. 5.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 4^n}{20^n}$.
- 5.21. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$. 5.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 3^n}{21^n}$. 5.23. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)}$. 5.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 3^n}{21^n}$.
- 5.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$. 5.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 8^n}{24^n}$. 5.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$. 5.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n - 3^n}{24^n}$.
- 5.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)(3n+5)}$. 5.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n - 2^n}{18^n}$.

Завдання 6. Користуючись ознакою порівняння, дослідити ряд на збіжність.

- 6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg \frac{1}{2^n}$. 6.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+1}{n(n^2+2)}$. 6.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{1}{3^{n+1}}$. 6.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - n - 1}{7n^3 + 3n^2 + 4n}$.
- 6.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^2 + 2}$. 6.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n}$. 6.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \sqrt{n+1}}{n^3 + 2}$. 6.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg \frac{n+2}{n(n+3)}$.
- 6.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{2n^2}}$. 6.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2n^3 - 1}$. 6.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{3n+2}{n^3 + 4}$. 6.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2}{n(n-1)(n^2 + 3)}$.
- 6.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)\sqrt{n}}{n^2 + 4}$. 6.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg \frac{n\sqrt{n+1}}{n^2(n+3)}$. 6.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 + 9)^5}{(n^3 + 1)^6}$. 6.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}}$.
- 6.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+3}$. 6.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$. 6.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n\sqrt{n}}{n+4}$. 6.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arccos \frac{n+1}{n}}{n^2 + 2}$.
- 6.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(n - \frac{1}{2}\right)^3}$. 6.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{n-1}{n}}{\sqrt[3]{n^3 - 3n}}$. 6.23. $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{n \ln n}{n^2 - 3}$. 6.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \sin \frac{\pi n}{2}}{n^2}$.
- 6.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 2}}{n^2 \sin^2 n}$. 6.26. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2 \cos \frac{\pi n}{3n}}{\sqrt[4]{n^4 - 1}}$. 6.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n^5 + n}}$. 6.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^2}}$.
- 6.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos^2 n}{n^2 + 5}$. 6.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2}}{n^2 \sin^2 n}$.

Завдання 7. Застосовуючи ознаку Д'Аламбера, дослідити ряд на збіжність.

- 7.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}$. 7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n (n+1)!}$. 7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{8}\right)^n \left(\frac{1}{n}\right)^7$. 7.4. $\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$.
- 7.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{3^n}$. 7.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6L (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9L (2n+3)}$. 7.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n n^7$. 7.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 7 \cdot 13L (6n-5)}{2 \cdot 3 \cdot 4L (n+1)}$.
- 7.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(n+1)}{5^n}$. 7.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n}$. 7.11. $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}$. 7.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n/2}}{n!}$.
- 7.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n (n+3)!}$. 7.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 6 \cdot 11L (5n-4)}{3 \cdot 7 \cdot 11L (4n-1)}$. 7.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!}$. 7.16. $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg} \frac{2\pi}{5^n}$.

$$\begin{array}{llll}
7.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+3)}{(n+1)!} & 7.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!} & 7.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!} & 7.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8L (3n-1)}{3 \cdot 7 \cdot 11L (4n-1)} \\
7.21. \sum_{n=1}^{\infty} (3n-1) \sin \frac{\pi}{4^n} & 7.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!} & 7.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{n} \cdot 7^n} & 7.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9L (4n-3)}{1 \cdot 4 \cdot 7L (3n-1)} \\
7.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4^n!} & 7.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5L (2n-1)}{2 \cdot 7 \cdot 12L (5n-3)} & 7.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)!} & 7.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^3}{(2n)!} \\
7.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n (2n-1)} & 7.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n} \cdot 2^n} & &
\end{array}$$

Завдання 8. Користуючись радикальною ознакою Коші, дослідити ряд на збіжність.

$$\begin{array}{llll}
8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n} & 8.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{5n}\right)^{n^2} & 8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arctg \frac{1}{2n+1}\right)^n & 8.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+2))^n} \\
8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{2}\right)^{3n} & 8.6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+5n+8}{3n^2-8}\right)^{2n} & 8.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arctg \frac{1}{5^n}\right)^n & 8.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n/(n+1))^{n^2}}{2^n} \\
8.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n} & 8.10. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tg \frac{\pi}{5^n}\right)^{3n} & 8.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n} & 8.12. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2-3n-1}\right)^n \\
8.13. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2} & 8.14. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{n}\right)^{3n} & 8.15. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n} & 8.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}} \\
8.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{3n}} & 8.18. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n}\right)^{n^2} & 8.19. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3^n}\right)^n & 8.20. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{n^2} \\
8.21. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2-n-1}{7n^2+3n+4}\right)^n & 8.22. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^n & 8.23. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3n}\right)^{2n} & 8.24. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{5n} \\
8.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+1)/n)^{n^2}}{5^n} & 8.26. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tg \frac{\pi}{2n+1}\right)^n & 8.27. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{5n+1}\right)^n & 8.28. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arctg \frac{1}{2n-1}\right)^{2n} \\
8.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(\ln(n+5))^{2n}} & 8.30. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5}\right)^n & &
\end{array}$$