

Варіант – 1

1. Знайти невизначені інтеграли:

а) $\int \left(5x^8 - \frac{3}{\sqrt[5]{x^2}} + \frac{7}{x^2 + 9} \right) dx;$

б) $\int \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx;$

в) $\int (7x-5)3^x dx;$

г) $\int \frac{7x-2}{\sqrt{12-2x-x^2}} dx$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = 5 - x^2; \quad y = 3 - x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 3; \quad y = 7$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 6 \sin t - 6t \cos t$$

$$y = 6 \cos t + 6t \sin t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

а) $\int_1^{+\infty} \frac{xdx}{\sqrt[3]{(x^2+3)^4}};$

б) $\int_{0.5}^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{(2x-1)^3}}$

Варіант – 2

1. Знайти невизначені інтеграли:

а) $\int \left(7x^9 - \frac{3}{\sqrt[4]{x^3}} + \frac{2}{\sqrt{7-x^2}} \right) dx;$

б) $\int \frac{\sqrt[4]{\arctg x}}{1+x^2} dx;$

в) $\int (4x+5)e^x dx;$

г) $\int \frac{3x+5}{\sqrt{x^2+6x+34}} dx$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = 7 - x^2; \quad y = 5 + x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 2; \quad y = 6$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 4 \sin t - 4t \cos t$$

$$y = 4 \cos t + 4t \sin t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

а) $\int_0^{+\infty} x^4 e^{-x^5} dx;$

б) $\int_{0.75}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{(4x-3)^4}}$

1. Знайти невизначені інтеграли:

а) $\int \left(11x^3 - \frac{4}{x^5} + \frac{7}{\sqrt{x^2 - 3}} \right) dx;$

б) $\int \frac{\operatorname{ctg}^7 x}{\sin^2 x} dx;$

в) $\int (7x + 3) \sin x dx;$

г) $\int \frac{3x + 2}{x^2 + 8x + 3} dx$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = 5 - x^2; \quad y = 3 + x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 1; \quad y = 5$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 3 \sin t - 3t \cos t$$

$$y = 3 \cos t + 3t \sin t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

а) $\int_0^{+\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{(x^4 + 4)^3}};$

б) $\int_1^e \frac{dx}{x \ln^4 x}$

Варіант – 4

1. Знайти невизначені інтеграли:

а) $\int \left(3x^6 - \frac{2}{\sqrt[5]{x}} + \frac{7}{\sqrt{4-x^2}} \right) dx;$

б) $\int \frac{\ln^5 x}{x} dx;$

в) $\int x^7 \ln x dx;$

г) $\int \frac{4x-3}{\sqrt{x^2+10x+9}} dx$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 7; \quad y = 9 - x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 5; \quad y = 7 - x^2$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 5 \sin t - 5t \cos t$$

$$y = 5 \cos t + 5t \sin t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

а) $\int_0^{+\infty} e^{-x^8} x^7 dx;$

б) $\int_{\frac{5}{6}}^1 \frac{dx}{\sqrt[7]{(6x-5)^4}}$

1. Знайти невизначені інтеграли:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \int \left(10x^7 - \frac{5}{x^8} + \frac{4}{x^2 - 7} \right) dx; & \text{б) } \int \frac{\operatorname{tg}^5 x}{\cos^2 x} dx; \\ \text{в) } \int (5x - 10) \cos x dx; & \text{г) } \int \frac{9x + 4}{x^2 - 2x + 10} dx \end{array}$$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 1; \quad y = 3 - x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = 1 - x^2; \quad y = 0$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 2 \sin t - 2t \cos t$$

$$y = 2 \cos t + 2t \sin t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

$$\text{а) } \int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}; \quad \text{б) } \int_{\frac{4}{5}}^1 \frac{dx}{\sqrt[7]{(5x - 4)^3}}$$

Варіант – 6

1. Знайти невизначені інтеграли:

$$\text{а) } \int \left(4x^9 - \frac{5}{x^6} + \frac{2}{\sqrt{16-x^2}} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^6 dx}{(x^7+5)^2};$$

$$\text{в) } \int (7x-3)4^x dx; \quad \text{г) } \int \frac{7x-4}{x^2+6x+5} dx$$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 8; \quad y = 10 - x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 2; \quad y = 4 - x^2$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 6 \cos t + 6t \sin t$$

$$y = 6 \sin t - 6t \cos t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

$$\text{а) } \int_0^{+\infty} \frac{x^3 dx}{(x^4+2)^2}; \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt[4]{\sin x}}$$

1. Знайти невизначені інтеграли:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \int \left(3x^7 - \frac{5}{\sqrt[3]{x}} + \frac{4}{\sqrt{x^2-3}} \right) dx; & \text{б) } \int \frac{\cos x dx}{\sin x + 4}; \\ \text{в) } \int (10x-3)e^x dx; & \text{г) } \int \frac{5x-3}{\sqrt{12-4x-x^2}} dx \end{array}$$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 2; \quad y = 4 - x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2; \quad y = 1$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 8 \cos t + 8t \sin t$$

$$y = 8 \sin t - 8t \cos t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

$$\text{а) } \int_0^{+\infty} e^{-x^3} x^2 dx; \quad \text{б) } \int_{\frac{8}{9}}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(9x-8)^5}}$$

1. Знайти невизначені інтеграли:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \int \left(5x^6 - \frac{2}{\sin^2 x} + \frac{4}{x^2 + 9} \right) dx; & \text{б) } \int \frac{\arctg^7 x dx}{1 + x^2}; \\ \text{в) } \int (9x - 4) \sin x dx; & \text{г) } \int \frac{5x - 2}{x^2 + 4x + 29} dx \end{array}$$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = 4 - x^2; \quad y = 2 + x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2; \quad y = 2 - x^2$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 2 \cos t + 2t \sin t$$

$$y = 2 \sin t - 2t \cos t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \int_{-\infty}^0 e^{-x^6} x^5 dx; & \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin x}} \end{array}$$

1. Знайти невизначені інтеграли:

$$\text{а) } \int \left(3x^7 - \frac{5}{\sqrt[3]{x}} + \frac{4}{\sqrt{x^2-3}} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{\cos x dx}{\sin x + 4};$$

$$\text{в) } \int (10x-3)e^x dx; \quad \text{г) } \int \frac{5x-3}{\sqrt{12-4x-x^2}} dx$$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 2; \quad y = 4 - x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2; \quad y = 1$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 8 \cos t + 8t \sin t$$

$$y = 8 \sin t - 8t \cos t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

$$\text{а) } \int_0^{+\infty} e^{-x^3} x^2 dx; \quad \text{б) } \int_{\frac{8}{9}}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(9x-8)^5}}$$

1. Знайти невизначені інтеграли:

а) $\int \left(8x^5 - \frac{5}{x^3} + \frac{6}{x^2 + 9} \right) dx;$

б) $\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x + 4};$

в) $\int (3x - 2) \sin x dx;$

г) $\int \frac{5x - 3}{\sqrt{7 - 6x - x^2}} dx$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 6; \quad y = 8 - x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ох фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2; \quad y = 4$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = \cos t + t \sin t$$

$$y = \sin t - t \cos t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

а) $\int_0^{+\infty} e^{-x^4} x^3 dx;$

б) $\int_{\frac{3}{4}}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4x-3)^6}}$

1. Знайти невизначені інтеграли:

$$\text{а) } \int \left(9x^7 - \frac{3}{\cos^2 x} + \frac{4}{x^2 + 3} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{\arcsin^{10} x dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$\text{в) } \int (5x + 2) \cos x dx; \quad \text{г) } \int \frac{3x + 1}{x^2 - 10x + 9} dx$$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 4; \quad y = 6 - x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 2; \quad y = 6$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 10 \cos t + 10t \sin t$$

$$y = 10 \sin t - 10t \cos t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

$$\text{а) } \int_1^{+\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3 + 3}}; \quad \text{б) } \int_{\frac{7}{8}}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{(8x-7)^4}}$$

1. Знайти невизначені інтеграли:

$$\text{а) } \int \left(7x^8 - \frac{4}{\cos^2 x} + \frac{3}{\sqrt{x^2 + 5}} \right) dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\ln^8 x dx}{x};$$

$$\text{в) } \int (7x - 8) \cos x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{3x + 5}{x^2 - 8x + 20} dx$$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 5; \quad y = x + 7$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = 9 - x^2; \quad y = 0$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 5 \cos t + 5t \sin t$$

$$y = 5 \sin t - 5t \cos t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

$$\text{а) } \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^5 x};$$

$$\text{б) } \int_{\frac{2}{3}}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(3x-2)^2}}$$

1. Знайти невизначені інтеграли:

$$\text{а) } \int \left(7x^4 - \frac{2}{x^4} + \frac{5}{\sqrt{x^2+1}} \right) dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x + 4};$$

$$\text{в) } \int (3x+9)e^x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{4x-3}{\sqrt{x^2+2x+10}} dx$$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = 6 - x^2; \quad y = 4 + x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = 4 - x^2; \quad y = 0$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 4 \cos t + 4t \sin t$$

$$y = 4 \sin t - 4t \cos t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

$$\text{а) } \int_0^{+\infty} \frac{x^5 dx}{(x^6 + 2)^3};$$

$$\text{б) } \int_1^{e^3} \frac{dx}{x \ln^3 x}$$

1. Знайти невизначені інтеграли:

$$\text{а) } \int \left(5x^3 - \frac{3}{x^6} + \frac{2}{x^2 - 5} \right) dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} x} dx}{1+x^2};$$

$$\text{в) } \int x^4 \ln x dx;$$

$$\text{г) } \int \frac{7x-3}{x^2+6x+13} dx$$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = 5 - x^2; \quad y = x + 3$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = 5 - x^2; \quad y = x^2 + 3$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = \cos t + t \sin t$$

$$y = \sin t - t \cos t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

$$\text{а) } \int_0^{+\infty} e^{-x^8} x^7 dx;$$

$$\text{б) } \int_1^{e^4} \frac{dx}{x \sqrt{\ln^3 x}}$$

1. Знайти невизначені інтеграли:

$$\text{а) } \int \left(7x^{10} - \frac{4}{x^7} + \frac{3}{x^2 - 3} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^7 dx}{x^8 + 3};$$

$$\text{в) } \int (3x - 5) \sin x dx; \quad \text{г) } \int \frac{3x + 1}{\sqrt{x^2 + 8x + 7}} dx$$

2. Обчислити площу фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2 + 1; \quad y = 3 - x$$

3. Обчислити об'єм тіла обертання навколо осі Ox фігури, яка обмежена заданими лініями:

$$y = x^2; \quad y = 9$$

4. Обчислити довжину дуги кривої, яка задана параметрично:

$$x = 9 \cos t + 9t \sin t$$

$$y = 9t \cos t - 9 \sin t$$

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi$$

5. Обчислити невластні інтеграли або встановити їх розбіжність:

$$\text{а) } \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}; \quad \text{б) } \int_1^e \frac{dx}{x \ln^5 x}$$