**ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ**

**1. Формула Ньютона-Лейбніца.**

**Безпосереднє обчислення визначених інтегралів**

*Визначений інтеграл* функції  на відрізку  – це число, яке позначають . Тут  – підінтегральна функція;  – відрізок інтегрування;  та  – відповідно нижня та верхня межі інтегрування.

Визначений інтеграл обчислюється за *формулою Ньютона-Лейбніца*

,

де  – первісна функції , тобто . Для знаходження первісної доцільно використати відповідний невизначений інтеграл – .

*Властивості визначеного інтеграла*: а) сталий множник можна

виносити з-під знака визначеного інтеграла; б) визначений інтеграл суми (різниці) двох функцій дорівнює сумі (різниці) визначених інтегралів кожної з цих функцій.

Обчислити визначені інтеграли:

**1. **.

 З таблиці невизначених інтегралів ****. Тому, застосовуючи формулу Ньютона-Лейбніца, дістанемо

****. 

**2. **.

 З таблиці невизначених інтегралів ****. Тому, застосовуючи формулу Ньютона-Лейбніца, дістанемо

****. 

**3. **.

 Знайшовши первісну підінтегральної функції та застосувавши формулу Ньютона-Лейбніца, дістанемо

****



. 

**4. **.

 ****





. 

**5. **.

 ****



. 

**6.** ****.

 ****. 

# Вправи для самостійного розв’язання

Обчислити визначені інтеграли:

**7. **. **8. **.

**9. **. **10. **.

Відповіді:

**7.** 2. **8. **.

**9. **. **10. **.

**2. Заміна змінної у визначеному інтегралі**

Якщо у визначеному інтегралі  вводиться нова змінна  то слід змінити межі інтегрування. Нижня межа інтегрування  визначається як значення введеної змінної в точці , а верхня межа  – в точці , тобто 

**11.** ****.

 Введемо нову змінну . Тоді . Обчислимо нові межі інтегрування:  Маємо

****. 

**12. **.

 Введемо нову змінну , тоді . Нові межі інтегрування:  Маємо

****. 

**13. **.

 Нехай . Тоді  або , 

Маємо ****

. 

**14. **.

 Нехай . Тоді  або ,  Маємо

****

. 

Якщо у визначеному інтегралі робимо заміну:  то для встановлення меж нової змінної  потрібно з рівняння  виразити . Тоді нові межі інтегрування 

**15. **.

 Покладемо . Тоді , . Межі інтегрування нової змінної:  Маємо

****





. 

**16. **.

 Нехай , тоді . Нові межі інтегрування знаходимо за формулою :

 Маємо

****





.

(в ході розв’язання скористались формулою ). 

**17.** ****.

 Для того щоб позбутися ірраціональності в підінтегральній функції, тобто кубічного і квадратного коренів, потрібно зробити підстановку . Тоді , . Межі інтегрування нової змінної:

 Маємо

****







.

Зауважимо, що використаний у прикладі прийом виділення цілої частини раціонально дробу  є стандартним. В даному прикладі це можна було б зробити ще й так:

. 

# Вправи для самостійного розв’язання

Обчислити визначені інтеграли:

**18. **. **19. **.

**20. **. **21. **.

**22. **.

Відповіді:

**18. **. **19. **. **20. **. **21. **. **22. **.

**3. Інтегрування частинами**

Обчислення визначених інтегралів методом інтегрування частинами полягає у використанні формули

.

**23. **.

 Нехай  Тоді  Маємо

****

. 

**24. **.

 Нехай  Тоді  Маємо

****

. 

**25. **.

 Нехай . Тоді 

****

. 

**26. **.

 Нехай . Тоді 

****



. 

**27. **.

 Нехай:  Тоді  Маємо

****.

Обчислимо інтеграл . Нехай , тоді  або . Нові межі інтегрування:  Маємо

.

Отже, ****. 

# Вправи для самостійного розв’язання

Обчислити визначені інтеграли:

**28. **. **29. **.

**30. **. **31. **.

**32. **.

Відповіді:

**28. **. **29. **.

**30. **. **31. **.

**32. **.