

# РИЗИКОВІ АКТИВИ

У попередньому розділі ми вивчали модель поведінки індивіда за умови невизначеності та роль двох економічних інституцій для її подолання: ринків страхових послуг та фондових ринків. У цьому розділі ми будемо глибше досліджувати те, яким чином фондові ринки слугують засобом розміщення ризику. Для цього зручним буде розглянути спрощену модель поведінки індивіда за умови невизначеності.

## 13.1. КОРИСНІСТЬ ЯК ФУНКЦІЯ СЕРЕДНЬОГО ТА ДИСПЕРСІЇ

У попередньому розділі ми розглядали модель вибору за умови невизначеності, в основі якої лежить сподівана корисність. Інший підхід до вибору за умови невизначеності полягає в описі розподілу ймовірностей, які є об'єктом вибору, за допомогою декількох параметрів та міркувань щодо функції корисності, яка визначалася б через ці параметри. Найвідоміший приклад такого підходу надає **модель середнього та дисперсії**. Замість того, щоб вважати, що уподобання споживача залежать від повного розподілу ймовірностей його багатства за всіма можливими результатами, ми припускаємо, що його уподобання можуть бути адекватно описані за допомогою деяких узагальнюючих даних про розподіл ймовірностей його багатства.

Припустимо, що випадкова змінна  $w$  набуває значень  $w_s$  для  $s = 1, \dots, S$  з імовірностями  $\pi_s$ . Тоді **середнє** розподілу імовірностей є просто його середнім значенням<sup>1</sup>:

$$\mu_w = \sum_{s=1}^S \pi_s w_s.$$

Це — формула середнього арифметичного зваженого: візьміть будь-який результат  $w_s$ , зважте його на ймовірність, з якою він випаде, та знайдіть його суму для усіх результатів.

**Дисперсія** розподілу ймовірностей є середнім значенням величини  $(w - \mu_w)^2$ :

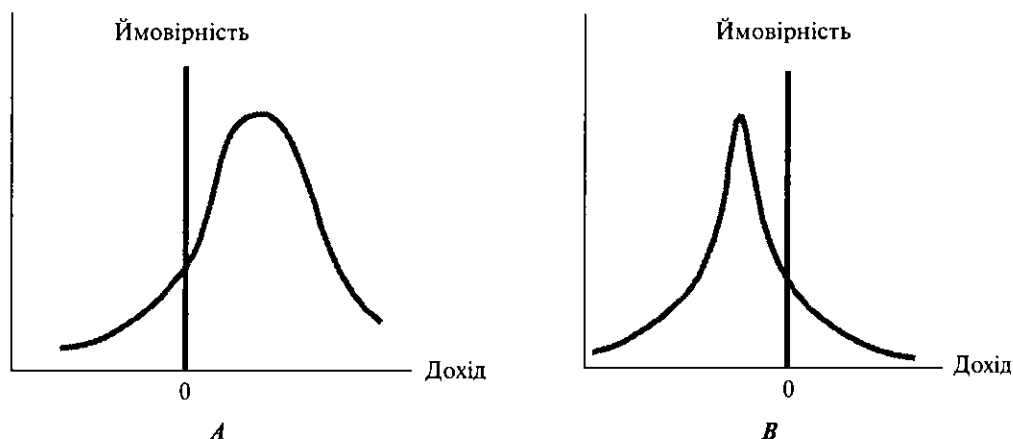
$$\sigma_w^2 = \sum_{s=1}^S \pi_s (w_s - \mu_w)^2.$$

<sup>1</sup> Даний показник також називають „математичним сподіванням”. — Прим. перекладача.

<sup>2</sup> Грецька літера  $\mu$  вимовляється як „мю”.

Дисперсія вимірює „розкид” розподілу та постає показником пов’язаного з цим ризику. Близьким до неї показником є **стандартне відхилення**, яке позначається як  $\sigma_w$  і є квадратним коренем дисперсії<sup>3</sup>  $\sigma_w = \sqrt{\sigma_w^2}$ .

Середнє розподілу ймовірностей показує його середнє значення, навколо якого розподіляються значення змінних. Дисперсія розподілу показує „розкид” розподілу — як він розкиданий навколо середнього. На *рис. 13.1* показаний графік розподілів ймовірностей з різними середніми та дисперсіями.



*Рис. 13.1. Середнє та дисперсія.*

Розподіл ймовірностей, показаний на *рис. А*, має додатнє середнє, тоді як показаний на *рис. В* — від’ємнє. Розподіл на *рис. А* має більший „розкид”, ніж показаний на *рис. В*, що означає, що він має більшу дисперсію

Модель середнього та дисперсії припускає, що корисність розподілу ймовірностей, яка забезпечує інвестору багатство  $w_s$  з ймовірністю  $\pi_s$ , може бути виражена як функція середнього та дисперсії цього розподілу відносно середнього,  $u(\mu_w, \sigma_w^2)$ . Або, якщо це виглядає зручнішим, корисність може бути виражена як функція середнього та стандартного відхилення,  $u(\mu_w, \sigma_w)$ . Оскільки як дисперсія, так і стандартне відхилення є показниками ризикованості розподілу багатства, ми можемо вважати корисність залежною від обох з них.

Ця модель може бути представлена як спрощення моделі сподіваної корисності, описаної у попередньому розділі. Якщо альтернативи вибору, які реалізуються, можуть бути повністю охарактеризовані за допомогою їхніх середнього та дисперсії, то функція корисності від їх середнього та дисперсії буде спроможною ранжувати альтернативи вибору у той самий спосіб, що і функція сподіваної корисності. Більше того, навіть якщо розподіли ймовірностей не можуть бути повністю охарактеризовані за допомогою їхніх середнього та дисперсії, модель середнього та дисперсії може добре виконувати роль раціонального наближення до моделі очікуваної корисності.

Ми зробимо природнє припущення, що за інших незмінних обставин вищий сподіваний дохід — це добре, а вища дисперсія — це погано. Це просто інший спосіб формулювання припущення, що люди зазвичай неохочі до ризику.

<sup>3</sup> Грецька літера  $\sigma$  вимовляється як „сигма”.

Використаймо модель середнього та дисперсії для аналізу простої задачі оптимізації портфеля активів. Припустимо, що ви можете інвестувати кошти у два різних активи. Один із них є **безризиковим активом**, який завжди приносить фіксовану дохідність,  $r_f$ . Це — щось подібне до казначейських векселів, які приносять фіксований відсоток незалежно від різних обставин.

Інший є **ризиковим активом**. Вважайте цей актив інвестицією у великий взаємний фонд<sup>4</sup>, що купує акції. Якщо кон'юнктура фондового ринку сприятлива, то ваша інвестиція приносить високий дохід. Якщо кон'юнктура фондового ринку несприятлива, то ваша інвестиція приносить низький дохід. Нехай  $m_s$  є доходом на цей актив за стану  $s$ , а  $\pi_s$  є ймовірністю реалізації стану  $s$ . Ми використовуємо  $r_m$  для позначення сподіваного доходу на ризиковий актив та  $\sigma_m$  для позначення стандартного відхилення доходу на цей актив.

Звичайно, ми не маємо вибирати той чи той із цих активів; зазвичай ви можете розділити своє багатство між ними двома. Якщо ви тримаєте якусь частку свого багатства  $x$  у ризиковому активі, а іншу частку  $(1 - x)$  в безризиковому активі, то очікуваний дохід на ваш портфель визначається як

$$r_x = \sum_{s=1}^S (xm_s + (1-x)r_f)\pi_s = x \sum_{s=1}^S m_s \pi_s + (1-x)r_f \sum_{s=1}^S \pi_s.$$

Оскільки  $\sum \pi_s = 1$ , то маємо:

$$r_x = xr_m + (1-x)r_f.$$

Отже, сподіваний дохід на портфель є зваженим середнім двох сподіваних доходів.

Дисперсія вашого доходу на портфель визначається як

$$\sigma_x^2 = \sum_{s=1}^S (xm_s + (1-x)r_f - r_x)^2 \pi_s.$$

Після здійснення підстановки  $r_x$ , цей вираз перетворюється на

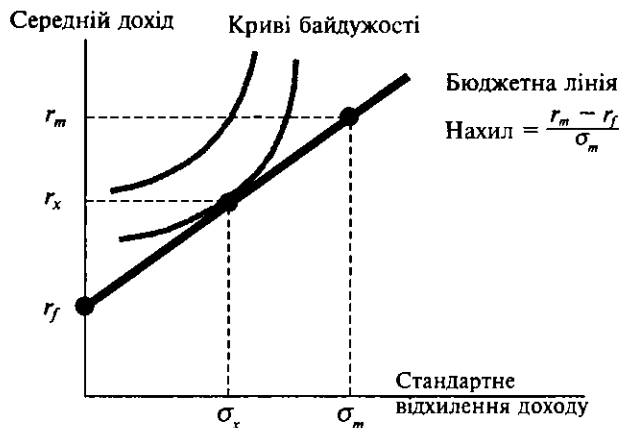
$$\sigma_x^2 = \sum_{s=1}^S (xm_s - xr_m)^2 \pi_s = \sum_{s=1}^S x^2 (m_s - r_m)^2 \pi_s = x^2 \sigma_m^2.$$

Отже, стандартне відхилення портфельного доходу визначається як

$$\sigma_x = \sqrt{x^2 \sigma_m^2} = x \sigma_m.$$

Природним буде припустити, що  $r_m > r_f$  тому що неохочий до ризику інвестор ніколи не триматиме ризиковий актив, якщо той матиме нижчий сподіваний дохід, ніж безризиковий актив. Звідси випливає, що якщо ви захотіли вкласти більшу частку свого багатства у ризиковий актив, ви можете отримати вищий сподіваний дохід, проте ви зазнаєте більшого ризику. Це показано на **рис. 13.2**.

<sup>4</sup> Взаємний фонд (mutual fund) — компанія, яка займається інвестуванням коштів своїх акціонерів у різні цінні папери. Завдяки диверсифікації активів досягається зниження загального рівня ризикованості інвестицій. Докладніше сутність взаємних фондів проаналізована у **параграфі 13.4** — Прим. перекладача.



**Рис. 13.2. Ризик та дохід.**

Бюджетна лінія показує витрати отримання більшого сподіваного доходу як збільшення стандартного відхилення доходу. У точці оптимального вибору крива байдужості повинна бути дотичною до цієї бюджетної лінії

Якщо ви встановлюєте  $x = 1$ , то ви вкладатимете усі свої гроші у ризиковий актив і матимете сподіваний дохід та стандартне відхилення  $(r_m, \sigma_m)$ . Якщо ви встановлюєте  $x = 0$ , то ви вкладатимете усе своє багатство у надійний актив і матимете сподіваний дохід та стандартне відхилення  $(r_f, 0)$ . Якщо ви встановите значення  $x$  в інтервалі між 0 та 1, то потрапите в якусь точку на лінії, що з'єднує ці дві точки. Ця лінія є бюджетною лінією, що описує вибір між ризиком та доходом, який дозволяє ринок.

Оскільки ми припускаємо, що уподобання людей залежать винятково від середнього та дисперсії їхнього багатства, то можемо накреслити криві байдужості, які ілюструють уподобання індивіда щодо ризику та доходу. Якщо люди є несихильними до ризику, тоді їхній стан покращується при підвищенні сподіваного доходу, тоді як підвищення стандартного відхилення погіршує його. Це означає, що стандартне відхилення є „антиблагам”. Звідси випливає, що криві байдужості матимуть додатний нахил, як це показано на **рис. 13.2**.

На **рис. 13.2** оптимальний вибір між ризиком та доходом буде тоді, коли нахил кривої байдужості дорівнюватиме нахилу бюджетної лінії. Ми могли б назвати цей нахил **ціною ризику**, тому що він показує, у якій пропорції можуть обмінюватися ризик та дохід при здійсненні вибору щодо структури портфеля. З **рис. 13.2** видно, що ціна ризику визначається як

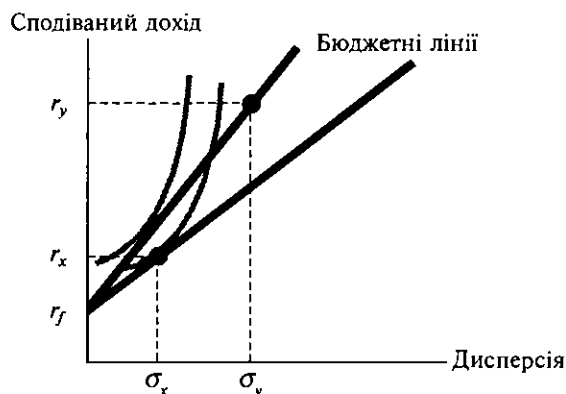
$$p = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m} \quad (13.1)$$

Отже, наш оптимальний вибір щодо портфеля, що включає надійний та ризиковий активи, може бути охарактеризовано так: гранична норма заміщення між ризиком та доходом повинна дорівнювати ціні ризику:

$$MRS = - \frac{\Delta U / \Delta \sigma}{\Delta U / \Delta \mu} = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m} \quad (13.2)$$

Тепер припустіть, що існує багато індивідів, які здійснюють вибір між цими двома активами. Кожен із них повинен мати свою власну граничну норму заміщення, яка дорівнює ціні ризику. Отож у стані рівноваги MRS усіх індивідів мають бути однаковими: коли людям надаються достатні можливості здійснювати обмін ризиків, то рівноважна ціна ризику для усіх індивідів повинна бути однаковою. Ризик, з цього погляду, є таким самим, як і інші блага.

Ми можемо скористатися ідеями, які розвинули у попередніх розділах, для дослідження зміни вибору при зміні параметрів задачі. У цій моделі може бути застосовано усе сказане щодо нормальних благ, благ низької споживчої цінності, виявлених уподобань тощо. Припустімо, наприклад, що індивідові пропонується зробити вибір між новим ризиковим активом  $u$ , який, скажімо, приносить середній дохід  $r_u$  та має стандартне відхилення  $\sigma_u$ , як показано на *рис. 13.3*.



**Рис. 13.3.** Уподобання щодо ризику та доходу.

Активу з комбінацією ризик-дохід у надається перевага перед активом з комбінацією  $x$

Якщо пропонується вибір між інвестуванням в  $x$  та інвестуванням в  $u$ , який із них вибере споживач? Вихідна та нова бюджетна множини показані на *рис. 13.3*. Зверніть увагу на те, що всі варіанти вибору комбінації ризику та доходу, які були можливими за початкової бюджетної множини, є також можливими і за нової, тому що нова бюджетна множина включає і стару. Отже, інвестування в актив  $u$  та в безризиковий актив є, напевно, кращим рішенням, ніж інвестування в  $x$  та безризиковий актив, тому що споживач може вибрати кращий кінцевий портфель.

Той факт, що споживач може вибрати, скільки ризикового активу він бажає мати, є дуже важливим для цього твердження. Якби ситуація вибору була „все або нічого”, де споживач був би змушений інвестувати усі свої гроші або в  $x$ , або в  $u$ , ми отримали б інший результат. У прикладі, показаному на *рис. 13.3*, споживач вважав би за краще інвестувати усі свої гроші в  $x$  перед інвестуванням їх в  $u$ , тому що  $x$  знаходиться на вищій кривій байдужості, ніж  $u$ . Проте якщо він може вкладати гроші як у ризиковий актив, так і в безризиковий актив, він завжди віддаватиме перевагу комбінації безризикового активу з  $u$ , а не з  $x$ .

## 13.2. ВИМІРЮВАННЯ РИЗИКУ

Вище ми представили модель, яка описує ціну ризику..., проте як же ми вимірюємо *величину* ризику окремого активу? Перше, про що ми, можливо, подумавмо, це дисперсія доходу на актив. Врешті-решт хіба ми не припускаємо, що корисність залежить від середнього та дисперсії багатства?

Для наведеного вище прикладу, де наявний лише один ризиковий актив, це буде справедливим: про величину ризику ризикового активу свідчить дисперсія його доходу. Але якщо наявні чимало ризикових активів, то дисперсія не буде належним показником величини ризику окремого активу.

Причина полягає в тому, що корисність споживача залежить від середнього та дисперсії сукупного багатства, — а не середнього та дисперсії одного окремого активу, який він може мати. Що насправді має значення, то це те, як доходи від

різних активів, які належать споживачеві, *взаємодіють* при визначенні середнього та дисперсії його багатства. Як і взагалі в економічній теорії, цінність активу визначається його граничним впливом на сукупну корисність, а не власне цінністю цього окремого активу. Так само, як цінність додаткової чашки кави може залежати від того, скільки у ній вершків, так і сума, яку хтось хотів би сплатити за додаткову частку ризикового активу, залежатиме від того, як він взаємодіє з іншими активами в його портфелі.

Наприклад, припустімо, що ви розглядаєте питання придбання двох активів, і знаєте, що можуть випасти лише два результати. Актив А буде коштувати або 10 доларів або 5 доларів, а актив В коштуватиме або 5 доларів, або 10 доларів. Проте коли актив А коштує 10 доларів, то актив В коштуватиме 5 доларів, і навпаки. Іншими словами, між вартостями цих двох активів існуватиме *від'ємна кореляція*: коли одна з них матиме велике значення, інша матиме мале.

Припустімо, що ці два результати є однаково вірогідними, отож середня вартість кожного активу становитиме 2,50 долари. Тоді, якщо вам буде все одно, яким є ризик, і ви повинні мати один із двох активів, найбільше, що ви схочете заплатити за якийсь із них, це 2,50 долари — сподівана вартість кожного з активів. Якщо ви неохочі до ризику, ви схочете заплатити навіть менше, ніж 2,50 долари.

Проте що буде, якщо у вашому портфелі знаходиться обидва активи? Тоді, якщо ви матимете одну акцію кожного активу, ви отримаєте 5 доларів незалежно від того, який випаде результат. Якщо акція одного активу варта 10 доларів, то інша варта 5 доларів. Отже, якщо ви можете мати обидва активи, сума, яку ви бажатимете сплатити для придбання *обох* активів, дорівнюватиме 5 доларів.

Цей приклад наочно показує, що вартість активу загалом залежатиме від того, як він корелює з іншими активами. Активи, вартості яких можуть рухатися у протилежних напрямках — один може мати від'ємну кореляцію з іншим, — є дуже цінними, тому що вони скорочують сукупний ризик. Загалом, вартість активу більше залежить від того, якою є кореляція його доходу з доходами на інші активи, аніж від варіативності його власного доходу. Отже, величина ризику активу залежить від його кореляції з іншими активами.

Зручно вимірювати ризик активу по відношенню до ризику на фондовому ринку в цілому. Ми називаємо ризикованість акції по відношенню до ризику ринку **бетою** акції, і позначаємо її грецькою літерою  $\beta$ . Якщо  $i$  позначає деяку окрему акцію, то ми пишемо  $\beta_i$  для позначення її ступеня ризикованості по відношенню до ринку в цілому. Грубо кажучи:

$$\beta_i = \frac{\text{ступінь ризикованості активу } i}{\text{ступінь ризикованості фондового ринку}}.$$

Якщо акція має бету, що дорівнює одиниці, то вона має такий самий ступінь ризикованості, як і ринок в цілому; якщо ринкові котировки підвищуються на 10 відсотків, то й ця акція, в середньому, зростає в ціні на 10 відсотків. Якщо акція має бету, меншу, ніж одиниця, то тоді при підвищенні ринкових котировок на 10 відсотків курс цієї акції зростає менше, ніж на 10 відсотків. Бета акції може бути оцінена за допомогою статистичних методів, які дозволяють визначити, наскільки чутливим є зміна однієї змінної відносно іншої; існує чимало інвестиційних консультативних служб, які можуть надати вам оцінку бета окремої акції<sup>5</sup>.

<sup>5</sup> Грецька літера  $\beta$  вимовляється як „бета”. Для тих, хто розбирається в статистиці, коефіцієнт бета визначається як  $\beta_i = \text{cov}(\tilde{r}_i, \tilde{r}_m) / \text{var}(\tilde{r}_m)$ . Тобто  $\beta_i$  — це коваріація доходу на акцію та ринкового доходу, розділена на дисперсію ринкового доходу.

### 13.3. РІВНОВАГА НА РИНКУ РИЗИКОВИХ АКТИВІВ

Зараз ми вже спроможні сформулювати умову рівноваги ринку ризикових активів. Згадайте, що на ринку активів із гарантованим доходом ми бачили, що усі вони повинні мати приносити однакову дохідність. Тут ми маємо подібний принцип: усі активи, після корекції на ризик, повинні мати однакову дохідність.

Що треба зрозуміти, то це яким чином здійснюється корекція на ризик. Як ми це робимо? Відповідь впливає з аналізу оптимального вибору, наведеного вище. Згадайте, що ми розглядали вибір оптимального портфелю, який включав безризиковий та ризиковий активи. Ризиковий актив інтерпретувався як взаємний фонд — диверсифікований портфель, що включав чимало ризикових активів. У цьому параграфі ми припускатимемо, що цей портфель складається *ви- нятково* з ризикових активів.

Тоді ми можемо ототожнити сподіваний дохід на цей ринковий портфель ризикових активів з ринковим сподіваним доходом,  $r_m$ , а дисперсію ринкового доходу — з ринковим ризиком,  $\sigma_m$ . Прибуток на актив з гарантованим доходом позначимо як  $r_f$ , тобто як безризиковий дохід.

У рівнянні (13.1) ми бачили, що ціна ризику,  $p$ , визначається як

$$p = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m}.$$

Вище ми казали, що величина ризику у даному активі  $i$  відносно сукупного ризику на ринку позначається як  $\beta_i$ . Це означає, що для того, щоб виміряти *сукупний* рівень ризику активу  $i$ , ми маємо помножити  $\beta_i$  на ринковий ризик,  $\sigma_m$ . Отже, сукупний ризик активу  $i$  визначається як  $\beta_i \sigma_m$ .

Як визначити величину витрат, пов'язаних з ризиком? Просто помножте сукупний рівень ризику,  $\beta_i \sigma_m$ , на ціну ризику. Це дасть нам показник *корекції на ризик*<sup>6</sup>:

$$\text{корекція на ризик} = \beta_i \sigma_m p = \beta_i \sigma_m \frac{r_m - r_f}{\sigma_m} = \beta_i (r_m - r_f).$$

Тепер ми можемо сформулювати умову рівноваги ринків ризикових активів: у стані рівноваги усі активи повинні мати однакову дохідність, скориговану на ризик. Тут логіка подібна до логіки, використаної у *розділі 12*: якщо один актив має вищу дохідність, скориговану на ризик, ніж інший, то усі захочуть мати актив з вищою дохідністю, скоригованою на ризик. Отже, у стані рівноваги дохідність, скоригована на ризик, повинна бути однаковою.

Якщо наявні два активи  $i$  та  $j$ , які мають сподіваний дохід  $r_i$  та  $r_j$  і бета  $\beta_i$  та  $\beta_j$ , то у стані рівноваги повинно виконуватися таке рівняння:

$$r_i - \beta_i (r_m - r_f) = r_j - \beta_j (r_m - r_f).$$

Це рівняння означає, що у стані рівноваги доходи на два активи, скориговані на ризик, повинні бути однаковими — корекція на ризик відбувається шляхом множення сукупного ризику активу на ціну ризику.

Інший спосіб вираження цієї умови полягає у врахуванні такого. Безризиковий актив за визначенням повинен мати  $\beta_f = 0$ , тому що в нього нульовий

<sup>6</sup> Цей показник також називають „премією за ризик”. — Прим. перекладача.

ризик, а  $\beta$  вимірює величину ризику активу. Отже, для будь-якого активу  $i$  в нас повинно бути:

$$r_i - \beta_i (r_m - r_f) = r_f - \beta_f (r_m - r_f) = r_f.$$

Після здійснення перетворення стає видно, що це рівняння означає

$$r_i = r_f + \beta_i (r_m - r_f),$$

або що сподіваний дохід на будь-який актив складається з суми доходу з безризикового активу та корекції на ризик. Останній доданок відбиває додатковий дохід, який люди вимагають в обмін на взяття на себе ризику, втіленого в певному активі. Це рівняння є головним результатом **моделі оцінки капітальних активів (МОКА)**, яка широко використовується при вивченні фінансових ринків.

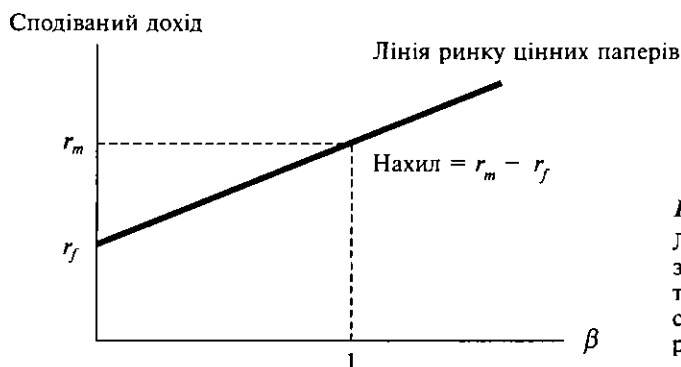
### 13.4. ЯК ЗДІЙСНЮЄТЬСЯ КОРЕКЦІЯ ДОХОДІВ

При вивченні ринків активів за умови невизначеності ми показали, як коригуються ціни активів, результатом чого є вирівнювання доходів. Звернімося до цього процесу знову.

Відповідно до моделі, охарактеризованої вище, сподіваний дохід на будь-який актив має дорівнювати сумі доходу на безризиковий актив та премії за ризик:

$$r_i = r_f + \beta_i (r_m - r_f).$$

На **рис. 13.4** ми зобразили цю лінію на графіку, де різні значення бета відкладено на горизонтальній осі, а різні значення сподіваного доходу — на вертикальній осі. Згідно з нашою моделлю, усі активи, які знаходяться у власників у стані рівноваги, мають знаходитися на цій лінії. Ця лінія називається **лінією ринку цінних паперів**.



**Рис. 13.4. Лінія ринку цінних паперів.**

Лінія ринку цінних паперів показує комбінації сподіваного доходу та бета для активів, які знаходяться у володінні держателів у стані рівноваги

А якщо комбінація сподіваного доходу на деякі активи та їхня бета не знаходиться на лінії ринку цінних паперів? Що тоді трапиться?

Сподіваний дохід на актив є результатом ділення абсолютної зміни ціни на поточну ціну:

$$r_i = \text{сподіваному значенню} \frac{P_1 - P_0}{P_0}.$$



Це визначення — те саме, що й визначення, яке ми зробили раніше, лише з додаванням слова „сподіване”. Ми маємо включити до визначення слово „сподіване”, тому що застрахування ціна активу є невизначеною.

Припустімо, що знайшли актив, сподіваний дохід якого, скоригований на ризик, є більшим, ніж безризикового активу:

$$r_i - \beta_i(r_m - r_f) > r_f.$$

Тоді придбання цього активу є дуже вигідною справою. Він дає вищий дохід, скоригований на ризик, ніж безризиковий актив.

Коли люди виявляють, що такий актив існує, вони хотітимуть придбати його. Вони можуть хотіти купити його для себе, або купити та продати його іншим, але оскільки він пропонує кращу комбінацію ризику та доходу порівняно з існуючими активами, для нього, напевно, існуватиме ринок.

Але як тільки люди спробують купити цей актив і пропонуватимуть за нього вищу ціну,  $p_0$  зростатиме. Це означає, що сподіваний дохід  $r_i = (p_1 - p_0)/p_0$  спадатиме. До якої межі? Достатньої для того, щоб знизити сподівану дохідність назад, до лінії ринку цінних паперів.

Отже, купити актив, для якого комбінація сподіваного доходу та бети знаходиться під лінією ринку цінних паперів, є вигідною справою. Тому що якщо люди виявлять, що за даного ризику він приносить вищий дохід, ніж інші активи, якими вони зараз володіють, вони почнуть пропонувати за цей актив вищу ціну.

Все це ґрунтується на гіпотезі, що люди однаково розмірковують щодо величини ризику різних активів. Якщо вони по-різному ставляться до сподіваного доходу або бета різних активів, модель стає ще більш ускладненою.