



ЖИТОМИРСЬКА  
ПОЛІТЕХНІКА

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

100  
РОКІВ

## Лекція 7

# ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНО- ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ ШЛЯХОМ МОДЕЛЮВАННЯ



**ЖИТОМИРСЬКА  
ПОЛІТЕХНІКА**

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

**100  
РОКІВ**

## **ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНО- ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ ШЛЯХОМ МОДЕЛЮВАННЯ**

**7.1. Етапи розробки моделей.**

**7.2. Показники якості моделей.**

**7.2.1. Точнісні показники.**

**7.2.2. Достовірнісні оцінки.**

## 7.1. Етапи розробки моделей.

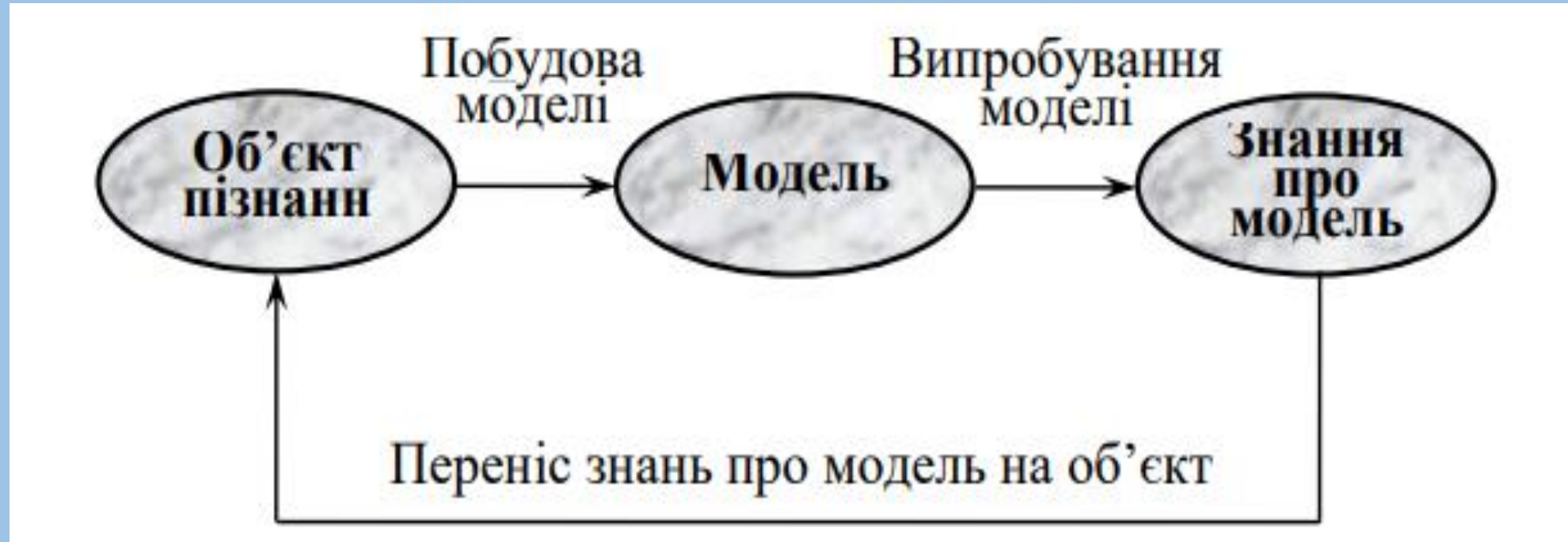


Рисунок 7.1 - Процес пізнання системи за моделлю

## Етапи розробки моделей на прикладі побудови математичних моделей:

1. Постановка задачі моделювання.
2. Створення концептуальної моделі (тої, що описує).
3. Побудова математичної моделі.
4. Підготовка вхідної інформації.
5. Складання програми моделі.
6. Перевірка вірогідності моделі.
7. Керування моделі.
8. Розв'язання задачі дослідження моделі після корегування.
9. Аналіз результатів.

У зв'язку із чим можна виділити такі основні етапи моделювання системи S:

- ✓ I етап – побудова концептуальної моделі системи та її формалізація;
- ✓ II етап – алгоритмізація моделі системи та її машинна реалізація;
- ✓ III етап – отримання та інтерпретація результатів моделювання системи.

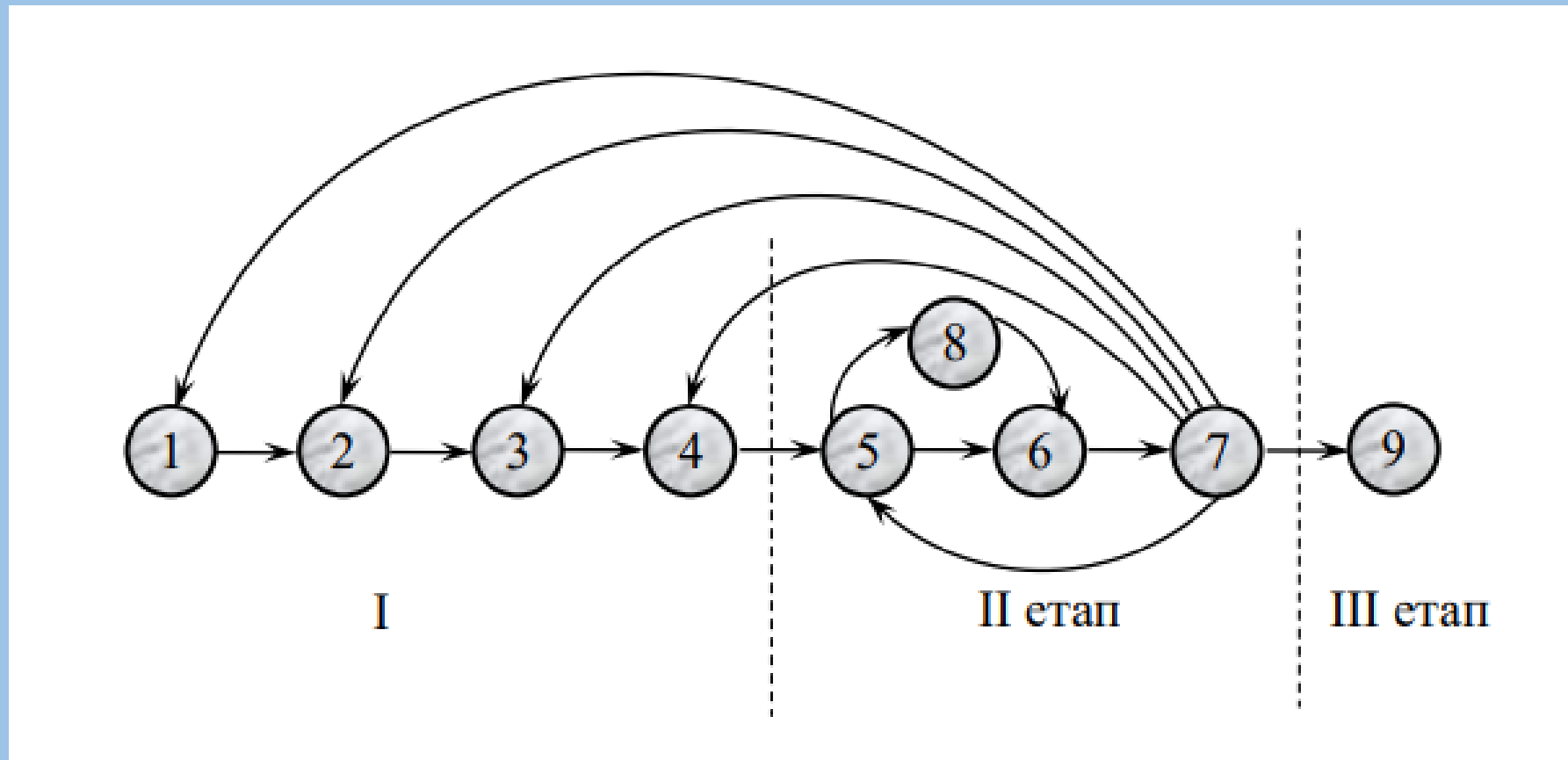


Рисунок 7.2 - Взаємозв'язок етапів моделювання систем

- **На першому етапі моделювання** – формується модель та будується її формальна схема, таким чином основним призначенням цього етапу є перехід від змістовного опису об'єкта до його математичної моделі, іншими словами, процесу формалізації.
- ***На другому етапі моделювання*** – математична модель, сформована на першому етапі втілюється до конкретної машинної моделі.
- ***На третьому етапі моделювання*** – ЕОМ використовується для проведення робочих результатів за складеною та відлагодженою програмою. Результати цих розрахунків дозволяють прогнозувати та сформулювати висновки про характеристики процесу функціонування системи  $S$ , що моделюється.

Розглянемо змістовну сутність підетапів.

1. При постановці задачі моделювання необхідно чітко визначити: що слід отримати при розв'язанні задачі?

✓ які фактори при моделюванні слід врахувати, а від яких абстрагуватися?

✓ яка переслідується мета моделювання?

2. Складання концептуальної моделі. Припускає складання її докладної структурної схеми, яка відображає сутність поставленої задачі та принцип її розв'язання. Синтез структурної схеми, як правило здійснюється евристичним методом, у зв'язку з чим інженер суб'єктивно визначає послідовність операцій.

3. Побудова математичної моделі це поєднання початкових умов, зовнішніх впливів та вихідних значень у вигляді суворих математичних залежностей, які відображують характер функціонування реальних об'єктів.

4. Підготовка вхідної інформації містить в собі визначені структури вхідних даних, її отримання та склад, а також обробку.



5. За результатами розв'язання попередніх етапів розробляється програма моделі згідно послідовності:

- ✓ складання схеми алгоритму програми;
- ✓ реалізація програми з використанням однієї з мов програмування.

6. Перевірка вірогідності моделі встановлює сутність адекватності моделі реальному об'єкту та придатність її до для проведення досліджень. Способи перевірки адекватності моделі:

- ✓ порівняння результатів моделювання з реальними даними;
- ✓ використання еталонних вхідних даних.

7. Якщо результати оцінки адекватності моделі не задовольняють, то виконується корегування моделі, яке містить у собі усунення як програмних помилок, так і у перегляді попередніх етапів.

8. У випадку, коли модель признана адекватною, проводиться її випробування з використанням відповідно обраного методу, таким чином ми отримуємо результати її роботи.

9. Аналіз результатів містить встановлення закономірностей поведінки системи та формування висновків, які стосуються узагальнення отриманих результатів на оригінал системи.

Найбільш доцільно будувати модель функціонування системи за блочним принципом. При цьому можуть бути виділені три автономні групи такої моделі (рис. 7.3).

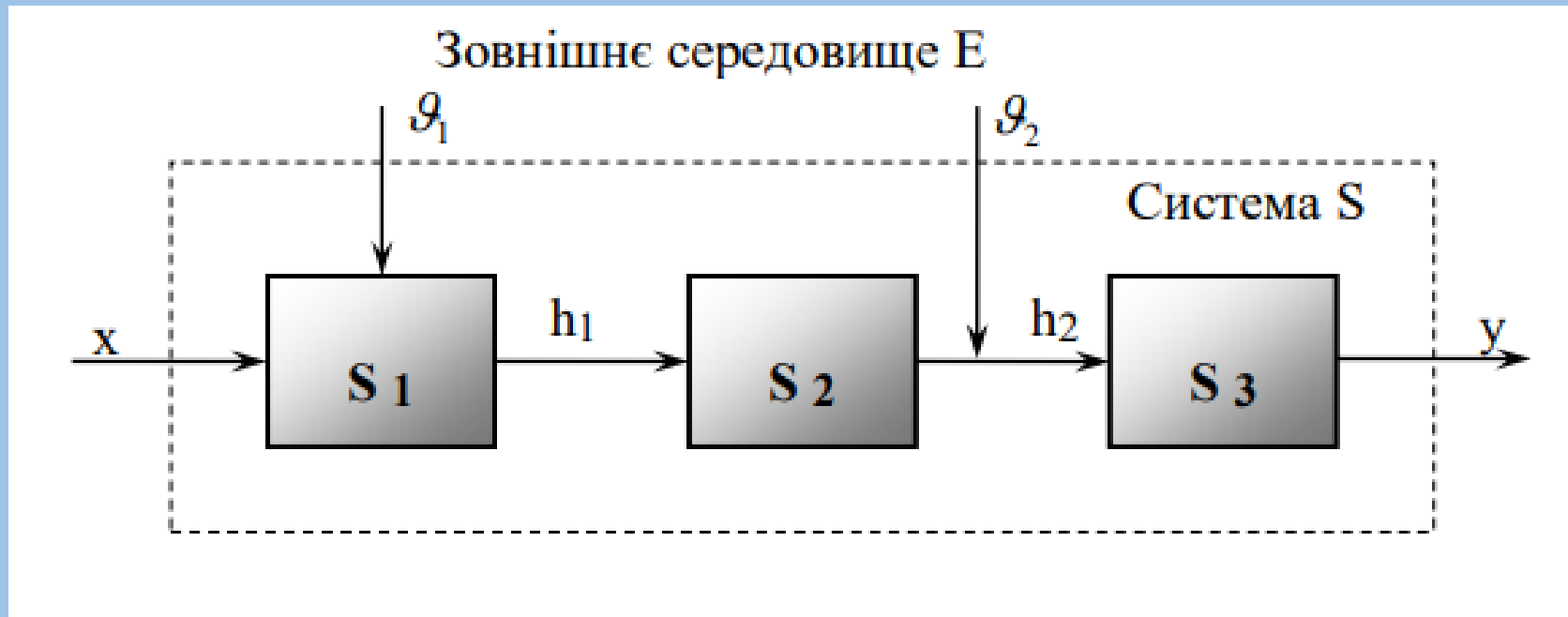


Рисунок 7.3 - Модель системи

Блоки першої групи є імітаторами впливу зовнішнього середовища  $E$  на систему  $S$ ; блоки другої групи є безпосередньою моделлю процесу функціонування системи  $S$ , яка досліджується; блоки третьої групи – допоміжні та служать для машинної реалізації блоків двох перших груп, а також для фіксації та обробки результатів моделювання.

- $h_1, h_2$  – це пасивні зв'язки, які відбивають внутрішні властивості системи;
  - $x$  – вхідні фактори;
  - $\theta_1, \theta_2$  – впливи зовнішнього середовища;
  - $y$  – відображає вплив системи на зовнішню середу.
- 
- **Висновок за першим питанням:** процес створення моделі містить ряд етапів, якісне виконання яких є необхідною умовою створення моделі, що адекватна реальній системі.

## 7.2. Показники якості моделей.

- Моделювання системи  $S$  – це експеримент з моделлю  $M_M$ . Обробка результатів такого експерименту принципово не може дати точних значень показника ефективності  $E$  системи  $S$ : у кращому випадку можна отримати лише деяку оцінку такого показника. При цьому економічні питання витрат людських та машинних ресурсів, які обґрунтовують доцільність моделювання взагалі щільно пов'язані з питаннями **точності** та **вірогідності** оцінки показника ефективності  $E$  системи  $S$  на її моделі  $M_M$ .

## 7.2.1. Точнісні характеристики.

- Із-за наявності стохастичності та обмеженої кількості реалізацій  $N$  у загальному випадку  $\tilde{E} \neq E$ . При цьому величина  $E$  називається точністю (абсолютною) оцінки; імовірність того, що нерівність

$$|E - \tilde{E}| < \varepsilon$$

виконується, називається вірогідністю оцінки.

$$Q = P\{|E - \tilde{E}| < \varepsilon\}.$$

- До оцінки  $\tilde{E}$ , для того, щоб вона була „доброякісною” необхідно подати ряд вимог: це по–перше, щоб при збільшенні числа дослідів  $n$  вона наближалась (сходилась за імовірністю) до параметра  $E$ . Оцінка, яка володіє такими якостями називається обґрунтованою.
- Бажано, щоб виконувалась умова  $M[\tilde{E}] = E$ . Оцінка, яка задовольняє такій умові, називається незміщеною.
- Бажано, щоб обрана незміщена оцінка мала найменшу дисперсію
$$D[\tilde{E}] = \min$$
- Оцінка, яка задовольняє таким якостям буде називатися ефективною.

- У зв'язку з чим, у якості показника ефективності  $E$  може виступати імовірність  $p$ , математичне очікування  $m_x$  та дисперсія  $D_x$ .
- Якщо дані значення  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , які прийняті у  $n$  незалежних дослідах випадкової величини  $X$  з невідомим математичним очікуванням  $m_x$  та дисперсією  $D_x$ , то для визначення цих параметрів слід користуватися приблизними значеннями (оцінками):

$$\tilde{m}_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n};$$
$$\tilde{D}_x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{m})^2}{n-1}$$

$$\tilde{D} = \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \tilde{m}^2 \right) \frac{n}{n-1}.$$



**Приклад 1.** Під час технологічного процесу виробництва труб були отримані такі довжини труб: 12,23; 11,86; 11,72; 11,83; 11,47; 11,07; 11,66; 11,58; 12,43; 11,32. Необхідно розрахувати оцінку  $m\tilde{x}$  та  $\tilde{D}_x$ .

**Розв'язання:**

$$\tilde{m}_x = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{10} \sum x_i = \frac{117,17}{10} = 11,717.$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}_x &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{m}_x)^2 = \frac{1}{10-1} [(12,23-11,717)^2 + (11,86-11,717)^2 + \\ &(11,72-11,717)^2 + (11,83-11,717)^2 + (11,47-11,717)^2 + (11,07-11,717)^2 + \\ &(11,66-11,717)^2 + (11,58-11,717)^2 + (12,43-11,717)^2 + (11,32-11,717)^2] = \\ &= \frac{1}{9} [0,2631 + 0,0204 + 9 \cdot 10^{-6} + 0,0127 + 0,061 + 0,4186 + 3,249 \cdot 10^{-3} + \\ &0,0187 + 0,5083 + 0,1576] = \frac{1}{9} \cdot 1,5779 = 0,1753. \end{aligned}$$

## 7.2.2 Достовірні оцінки

- Нехай для деякого параметру ТП отримана із аналізу незміщеної оцінки  $\tilde{a}$ . Нам треба оцінити можливу при цьому помилку. Призначимо при цьому достатньо велику імовірність  $\beta$  (наприклад,  $\beta = 0,99$ ), тобто таку, при якій подію з імовірністю  $\beta$  можна вважати практично достовірною, та знайдемо таке значення  $\varepsilon$ , для якої

$$P(|\tilde{a} - a| < \varepsilon) = \beta.$$

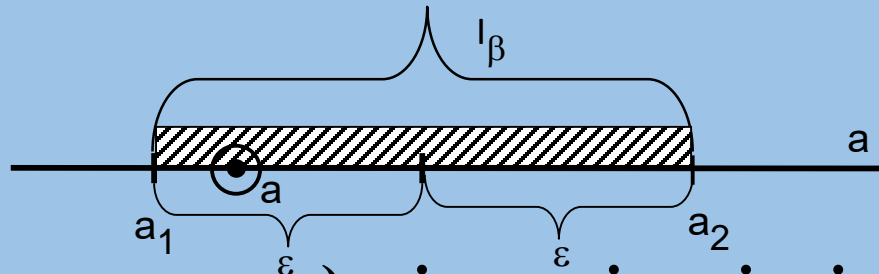
- Тоді діапазон практично можливих значень помилки, яка виникає при заміні  $a$  на  $\tilde{a}$ , буде  $\pm \varepsilon$ . Тоді

$$P(\tilde{a} - \varepsilon < a < \tilde{a} + \varepsilon) = \beta.$$

- Ця рівність означає, що з імовірністю  $\beta$  невідоме значення параметра  $a$  потрапляє у інтервал

$$I_\beta = (\tilde{a} - \varepsilon; \tilde{a} + \varepsilon).$$

- Це можна відобразити таким рисунком



- Імовірність  $\beta$  прийнято називати **довірчою імовірністю**, а інтервал  $I_\beta$  - **довірчим інтервалом**. Границя інтервалу  $I_\beta$ :  $a_1 = \tilde{a} - \varepsilon$      $a_2 = \tilde{a} + \varepsilon$   
називаються **довірчими границями**.

• Якщо ми виходимо із того, що закон розподілу випадкової величини нормальний, то можна запропонувати таку методику визначення довірчого інтервалу:

1. Визначити оцінки  $\tilde{m}_x$   $\tilde{D}_x$
2. Розрахувати середнє квадратичне відхилення оцінки  $\tilde{m}_x$  та за формулою 
$$\sigma_{\tilde{m}_x} = \sqrt{\frac{\tilde{D}_x}{n}}$$
3. Задатись довірчою імовірністю  $\beta$ .
4. Розрахувати значення  $\varepsilon_\beta$  за формулою  $\varepsilon_\beta = \sigma_{\tilde{m}_x} t_\beta$ , де  $t_\beta$  розраховується за таблицями у відповідності із завданою  $\beta$ .
5. Розрахувати довірчий інтервал  $I_\beta$   $I_\beta = (\tilde{m}_x - \varepsilon_\beta; \tilde{m}_x + \varepsilon_\beta)$ .

Приклад 2. Для першого прикладу визначити довірчий інтервал, якщо довірча імовірність складає 0,999.

Розв'язання.

1.  $\tilde{m}_x = 11,717$

$$\tilde{D}_x = \tilde{\sigma}_x^2 = 0,1753.$$

2. 
$$\sigma_{\tilde{m}_x} = \sqrt{\frac{\tilde{D}_x}{n}} = \sqrt{\frac{0,1753}{10}} = \sqrt{0,01753} = 0,1324.$$

3.  $\beta = 0,999$

4.  $\varepsilon_\beta = \sigma_{\tilde{m}_x} \cdot t_\beta; t_\beta$  за таблицями дорівнює 3,290.

5.  $I_\beta = (11,717 - 3,290; 11,717 + 3,290) = (8,427; 15,007).$