

| | | |
|----------------------------|---|---|
| Житомирська політехніка | МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015 | Ф-22.06- 05.01/172.00.1/ 163.00.1 /Б/ОК12 -2020 |
| | <i>Екземпляр № 1</i> | <i>Арк 88 / 1</i> |

Затверджено
науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»
протокол від «21» травня 2021 р.
№3

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних робіт з навчальної дисципліни
«МЕТРОЛОГІЯ, СТАНДАРТИЗАЦІЯ ТА
ПІДТВЕРДЖЕННЯ ВІДПОВІДНОСТІ ЕЛЕКТРОННОЇ
АПАРАТУРИ»

для студентів освітнього ступеня «бакалавр»
спеціальностей 163 «Біомедична інженерія»,
172 «Телекомунікації та радіотехніка»
освітньо-професійні програми «Біомедична інженерія»,
«Телекомунікації та радіотехніка», «Інформаційні відеосистеми та
системи контролю доступу»
факультет інформаційно-комп'ютерних технологій
кафедра біомедичної інженерії та телекомунікацій

Розглянуто і рекомендовано
на засіданні кафедри
біомедичної інженерії та телекомунікацій
протокол від «14» травня 2021 р. №7

Розробники: к.т.н., доц., доцент Чухов В. В.,
ст. викл. Мартинчук П. П.,
к.т.н., доц., доцент Гуменюк А. А.

Житомир
2021

Чухов В. В. Методичні вказівки до лабораторних робіт з навчальної дисципліни «Метрологія, стандартизація та підтвердження відповідності електронної апаратури» для студентів освітнього ступеня «бакалавр» спеціальностей 163 «Біомедична інженерія», 172 «Телекомунікації та радіотехніка» освітньо-професійні програми «Біомедична інженерія», «Телекомунікації та радіотехніка», «Інформаційні відеосистеми та системи контролю доступу» / В. В. Чухов., П. П. Мартинчук, А. А. Гуменюк – Житомир: Житомирська політехніка, 2021.– 88 с.

Зміст

| | |
|---|----|
| Вступ..... | 4 |
| Лабораторна робота №1. Ознайомлення з роботою засобів вимірювання опору та напруги..... | 5 |
| Лабораторна робота №2. Вимірювання напруги. Обробка результатів багаторазових вимірювань..... | 9 |
| Лабораторна робота №3. Об'єднання результатів багаторазових вимірювань..... | 20 |
| Лабораторна робота №4. Осцилографи. Зняття осцилограм..... | 26 |
| Лабораторна робота №5. Вимірювання активного електричного опору..... | 34 |
| Лабораторна робота №6. Калібрування комбінованого вимірювального приладу..... | 37 |
| Лабораторна робота №7. Аналіз кореляційної залежності. Основи кореляційного та регресійного аналізу..... | 43 |
| Лабораторна робота №8 Неелектричні вимірювання. Контроль форми поверхонь універсальним інструментом.. | 56 |
| Додатки..... | 65 |
| Література..... | 88 |

Вступ

Метою даних методичних вказівок є практичне вивчення основних типів вимірювальних приладів та удосконалення методів обробки результатів вимірювань.

Для виконання лабораторного практикуму у лабораторії організовано робочі місця, кожне з яких розраховане на 3 – 4 студентів. Безпосередні вимірювання на робочих місцях та їх обробку виконують відповідно до цих методичних вказівок.

До початку лабораторної роботи кожен студент повинен ознайомитись з методичними вказівками даної лабораторної роботи та отримати допуск до її виконання, продемонструвавши викладачу чітке розуміння ходу виконання лабораторної роботи та здавши необхідний мінімум теоретичних знань за темою цієї роботи.

Перед включенням вимірювальної схеми студенти на робочих місцях повинні продемонструвати викладачу зібрану вимірювальну схему, яку той повинен перевірити. Якщо вимірювальну схему зібрано правильно, то викладач дає дозвіл на її включення до та проведення вимірювань.

Звіт з виконаної лабораторної роботи оформлюється кожним студентом окремо на папері формату А4, з дотриманням вимог оформлення такої документації. Вимоги щодо структури звіту наведено у прикінцевому розділі кожної лабораторної роботи. Після оформлення звіту він захищається студентом у встановленому порядку, після чого такий звіт здається на кафедру.

Автори вдячні Мандригіну А. М. за люб'язно надані ним консультації та методичні матеріали при написанні цих методичних вказівок. Будемо вдячні за пропозиції щодо покращення їхнього змісту.

Лабораторна робота №1

Ознайомлення з роботою засобів вимірювання опору та напруги

Мета роботи:

1. Вивчення будови та принципів побудови відлікових пристроїв та органів керування вольтметрів, мультиметрів.
2. Вимірювання опорів та з'ясування основних метрологічних характеристик вольтметрів, мультиметрів.

1 Короткі теоретичні відомості

Відліковий пристрій – пристрій, призначений для зчитування значення вимірюваної величини.

Відліковий пристрій *аналогового вимірювального приладу* складається зі шкали та вказівника.

Відліковий пристрій *цифрового вимірювального приладу* характеризують кількістю десяткових розрядів і ціною одиниці молодшого розряду.

Шкалу, написи та знаки наносять на основу шкали, яка називається циферблатом. Залежно від конструкції, електромеханічні прилади поділяють на прилади із стрілочним або світловим покажчиком. Стрілочні прилади простіші за конструкцією, але менш чутливі та точні у відліку. Прилади із світловими покажчиками чутливіші та точніші завдяки більшій довжині світлового променя, але є набагато складнішими та дорогішими.

Шкала (аналогового вимірювального прилада) – частина відлікового пристрою у вигляді впорядкованої сукупності позначок разом з пов'язаною з нею певною послідовністю чисел.

Позначка шкали – риска, або інший знак на шкалі, що відповідає деякому значенню вимірюваної величини.

Поділлка шкали – частина шкали між двома сусідніми позначками шкали.

Ціна поділки – різниця значень вимірюваної величини, що відповідає двом сусіднім позначкам шкали.

Шкали бувають рівномірні та нерівномірні. *Шкала рівномірна*, якщо у неї поділки однакової довжини і зі сталою ціною поділки.

Для лінійної шкали ціна поділки:

$$C = X_{\max} / n,$$

де X_{\max} – кінцеве (максимальне) значення вимірюваної величини; n – кількість поділок шкали.

До параметрів та характеристик засобів вимірювань відносять:

Діапазон показів – область значень вимірюваної величини (від мінімального до максимального), яку здатен відобразити засіб вимірювань.

Діапазон вимірювань X_n – область значень вимірюваної величини (від мінімального X_{\min} до максимального X_{\max}), для якої нормовано допустимі похибки:

$$X_n = X_{\max} - X_{\min}.$$

Поріг чутливості – найменше значення вимірюваної величини, яке може бути виявлене засобом вимірювань.

Роздільна здатність – найменша розрізнявана за допомогою даного засобу вимірювань зміна вимірюваної величини.

Швидкодія – кількість вимірювань, виконуваних за одиницю часу.

Статична *характеристика перетворення* – залежність інформативного параметра вихідного сигналу від сталого інформативного параметра вхідного кола. Формами її описання є аналітична, таблична, графічна.

Чутливість – відношення зміни сигналу на виході засобу вимірювань Δy до зміни вхідної величини Δx , що її спричиняє. При цьому на практиці найчастіше використовують абсолютну чутливість:

$$S = \frac{dy}{dx} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x}. \quad (1.1)$$

Для лінійної шкали вираз (1.1) можна записати так:

$$S = n/X_n .$$

2 Лабораторна установка

До складу лабораторної установки входять: набір резисторів, мультиметр цифровий, вольтметр змінної напруги, з'єднувальні проводи.

3 Хід виконання роботи

3.1 Ознайомтесь з лабораторною установкою та підготуйте її до роботи.

3.2 Підготуйте мультиметр цифровий для вимірювання опору.

3.3 Виміряйте мультиметром опори резисторів з набору.

3.4 Проаналізуйте діапазони вимірювань наявного на вашому робочому місці вольтметра та заповніть таблицю 1.1.

Таблиця 1.1

| Діапазон вимірювання X_n мВ (В) | Кількість поділок n | Ціна поділки C , мВ (В) | Чутливість S , под/мВ (В) |
|-----------------------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------------|
| ... | ... | ... | ... |

4 Розрахункове завдання

Розрахувати похибки вимірювання опорів резисторів (див. п. 3.3).

5 Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи повинен містити:

1. Коротке описання мети і методики проведення роботи.
2. Перелік використаних приладів.
3. Таблицю 1.1 (див. п. 3.4).

4. Розрахункове завдання.
5. Висновки.

6 Контрольні питання

1. Що таке засіб вимірювальний прилад?
2. Що таке діапазон показів? Діапазон вимірювань?
3. Які види характеристик перетворення засобів вимірювань ви знаєте?
4. Дайте класифікацію вимірювальних приладів за діапазоном частот.
5. Які існують способи зменшення похибок вимірювань?

Лабораторна робота №2

Вимірювання напруги. Обробка результатів багаторазових вимірювань

Мета роботи:

1. Вивчення будови та принципу роботи цифрових вольтметрів.
2. Вимірювання напруги при заданих вихідній напрузі та частоті генератора при прямому ході наближення до заданої напруги.
3. Вивчення методів обробки багаторазових рівноточних вимірювань.

1 Короткі теоретичні відомості

Вимірювання напруги та струму (у літературі і на практиці прийнято говорити про вимірювання струму, хоча фізично вимірюють силу струму) є найпоширенішими видами вимірювань у медицині та біології. При цьому на практиці частіше вимірюють напругу, а не струм. Причиною цього є те, що для описання різних еквівалентних схем заміщення живих тканин, а також різноманітних медичних пристроїв використовують переважно напруги, а не струми і експериментально доводиться вимірювати ці напруги. Крім цього, паралельне підключення вольтметра зазвичай не призводить до порушення електричних процесів у досліджуваних колах, оскільки вхідний опір приладу вибирають досить великим. А при вимірюваннях струму доводиться розривати досліджуване коло та включати послідовно у цей розрив амперметр, вхідний опір якого відмінний від нуля. Особливо великі труднощі виникають при вимірюванні височастотного струму, коли вплив паразитних параметрів амперметра проявляється особливо сильно.

Електронні вольтметри використовують у медицині та біології для вимірювання постійних і змінних напруг у частотному діапазоні від постійного струму до 10^9 Гц.

За допомогою електронних вольтметрів можна вимірювати постійні, змінні та імпульсні струми, а також опори в широкому діапазоні змін фізичного параметра (струм від 10^{-9} до 10 А, напруги від $1 \cdot 10^{-8}$ до 10^3 В; опір від 10^{-3} до 10^9 Ом).

Миттєве значення напруги змінного струму можна представити у вигляді

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi), \quad (2.1)$$

де U_m – амплітуда; ω – кругова частота та φ – початкова фаза.

Рівень змінної напруги характеризують:

- миттєвим значенням
- амплітудою (піковим значенням для негармонічних коливань);
- середнім квадратичним значенням (середньоквадратичне, діюче, ефективне);
- середнім значенням (постійна складова);
- середнім випрямленим значенням.

Миттєві значення напруги $u(t)$ спостерігають на екрані осцилографа чи іншого подібного приладу та визначають у кожен момент часу.

Амплітуда (пікове значення) U_m – найбільше миттєве значення напруги за період чи час спостереження.

Вимірювані напруги можуть бути різної форми (гармонічної, негармонічної чи імпульсної), симетричні чи несиметричні. Несиметричні різнополярні напруги прийнято характеризувати не одним амплітудним значенням, як для симетричних різнополярних напруг, а двома амплітудними значеннями: додатною U_m^+ та від'ємною U_m^- амплітудами (рисунок 2.1). Різницю цих амплітуд називають розмахом напруги:

$$U_p = U_m^+ - U_m^-.$$

Для симетричної різнополярної напруги ($U_m^+ = U_m^- = U_m$) справедливе співвідношення: $U_m = U_p / 2$.

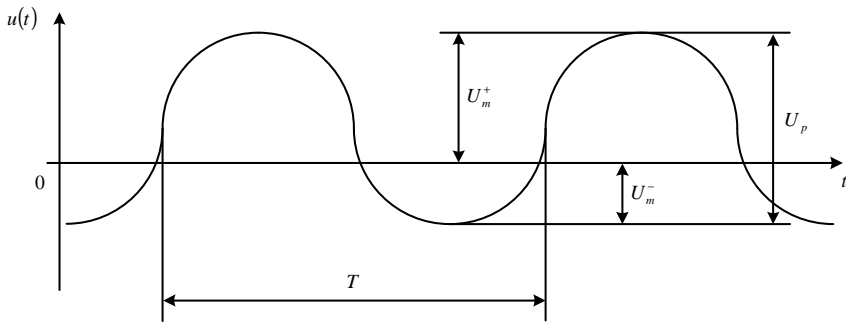


Рисунок 2.1 – Параметри гармонічного коливання

Середнє квадратичне значення напруги визначають як корінь квадратний з середнього квадрату миттєвого значення напруги за період (час вимірювання):

$$U_{скз} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} . \quad (2.2)$$

Якщо ж періодичний сигнал негармонічний, то квадрат середнього значення буде дорівнювати сумі квадратів постійної складової та середніх квадратичних значень гармонік:

$$U_{скз}^2 = U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots$$

Середнє значення (постійна складова) напруги дорівнює середньому арифметичному всіх миттєвих значень за період:

$$U_{сз} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt .$$

Середнє випрямлене значення є середнім арифметичним абсолютних миттєвих значень напруги за період (середнє значення модуля напруги після двонапівперіодного випрямлення):

$$U_{\text{свз}} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt.$$

Для напруг однієї полярності середнє та середнє випрямлене значення однакові, а для різнополярних напруг ці два значення можуть суттєво відрізнятись. Наприклад, для гармонічної напруги $U_{\text{сз}} = 0$, $U_{\text{свз}} = 0,637U_m$, $U_{\text{скз}} = 0,707U_m$

На практиці найчастіше вимірюють середнє квадратичне значення напруги, оскільки цей параметр пов'язаний з потужністю, втратами тощо. Технічно ж простіше виміряти амплітудне чи середньовипрямлене значення.

Амплітудне, середньовипрямлене та середнє квадратичне значення пов'язані між собою коефіцієнтом амплітуди K_a та форми K_ϕ :

$$K_a = \frac{U_m}{U_{\text{скз}}}, K_\phi = \frac{U_{\text{скз}}}{U_{\text{свз}}}.$$

Наприклад, для гармонічної напруги $K_a = 1,41 = 1/0,707$, $K_\phi = 1,11$.

Класифікують вольтметри за такими ознаками:

- *за структурною будовою* – електромеханічні, електронні аналогові та цифрові;
- *за методом вимірювання* – безпосередньої оцінки та порівняння з мірою;
- *за призначенням* – вольтметри постійної, змінної та імпульсної напруг; універсальні, фазочутливі, селективні;
- *за вимірюваним параметром* – амплітудні (пікові), середньовипрямленого та середнього квадратичного значення;
- *за частотним діапазоном* – низькочастотні, високочастотні, надвисокочастотні.

Якщо вимірюють напругу методом безпосередньої оцінки, т вольтметр підключають паралельно до досліджуваної ділянки. При цьому для зменшення методичної похибки вимірювання вхідний опір

вольтметра має бути великий, а його енергоспоживання – малим. Тому зараз в основному використовують електронні вольтметри. Перевагами таких вольтметрів є висока чутливість, невелике споживання струму, великий вхідний опір, широкі межі вимірюваних напруг та частот, стійкість до значних перевантажень.

У свою чергу, *електронні вольтметри класифікують* за такими ознаками:

- за призначенням – вольтметри постійної, змінної та імпульсної напруг; універсальні, фазочутливі, селективні;
- за методом вимірювання – безпосередньої оцінки та порівняння з мірою;
- за вимірюваним параметром – амплітудні (пікові), середнього випрямленого та середнього квадратичного значення;
- за частотним діапазоном – низькочастотні, високочастотні, надвисокочастотні.

Також варто пам'ятати, що *всі електронні прилади можна поділити на дві великі групи*: аналогові електронні зі стрілочним відліком та прилади дискретного типу з цифровим відліком.

Вольтметри постійного струму. Структурну схему вольтметра постійного струму показано на рисунку 2.2, а. Такий прилад містить режекторний фільтр $Z1$, підсилювач $A1$ та індикатор $P1$. Недоліком цієї схеми є мала чутливість. На рисунку 2.2, б наведено схему вольтметра постійного струму з можливістю вимірювання малих значень напруг.

Високочутливі мілі- та мікрвольтметри постійного струму зазвичай здійснюють перетворення вхідного сигналу на змінний струм, із подальшим його підсиленням та перетворенням на постійний струм. Структурну схему такого вольтметра постійного струму показано на рисунку 2.2, б. яка містить: віброперетворювач (модулятор) $U1$, підсилювач змінного струму $A1$, синхронний детектор (демодулятор) $U2$, підсилювач постійного струму $A2$, генератор модулюючої частоти $G1$.

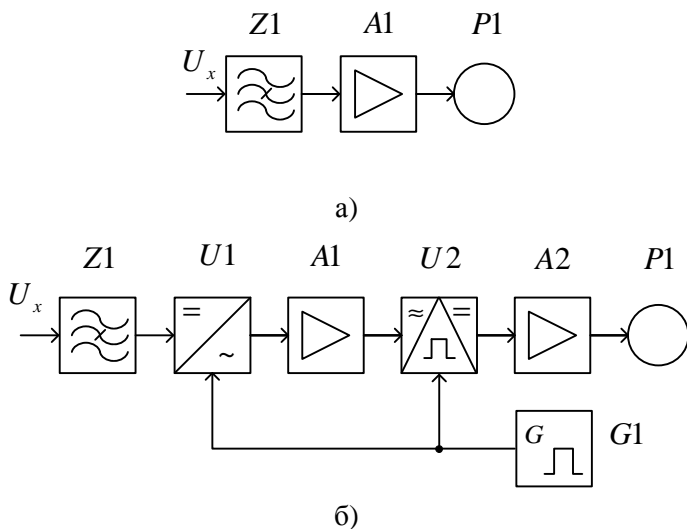


Рисунок 2.2 – Схеми вольтметрів постійного струму

На вході вольтметра включено режекторний фільтр $Z1$, основне призначення якого зводиться до придушення завад промислової частоти 50 Гц, які можуть значно перевищувати вимірювану постійну напругу.

Подальше підвищення точності вимірювання вольтметрів постійної напруги пов'язано з розробкою цифрових вольтметрів. Вимірювана постійна напруга автоматично перетворюється за допомогою аналого-цифрового перетворювача (АЦП) на цифрову величину. Для цього використовують три основних методи побудови АЦП:

- 1) *часо-імпульсний метод*, який полягає у попередньому лінійному перетворенні значення вимірюваної напруги на часовий інтервал з подальшим його кодуванням;
- 2) *частотно-імпульсний метод*, що передбачає перетворення значення вимірюваної напруги на пропорційне значення частоти та подальше його перетворення у код;

3) *метод слідкуючого зрівноважування* полягає у почерговому порівнянні вимірюваної напруги з сумою зразкових дискретних величин, які змінюються за заданим законом. Метод слідкуючого зрівноважування називають методом порозрядного кодування.

Більшість цифрових вольтметрів постійного струму створюють з використанням часо-імпульсного методу, зокрема за варіантом подвійного інтегрування, який забезпечує вимірювання середнього значення U_x .

Структурну схему цифрового вольтметра з подвійним інтегруванням наведено на рисунку 2.3.

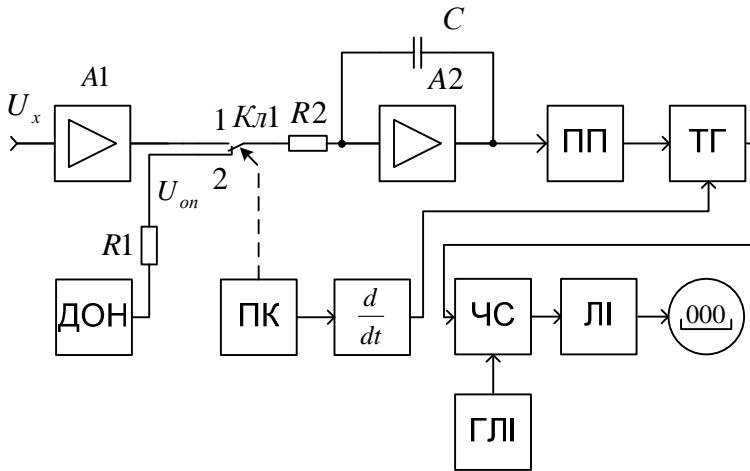


Рисунок 2.3 – Цифровий вольтметр з подвійним інтегруванням

Вхідна напруга U_x (епюри напруг показано на рисунку 1.4) через вхідний підсилювач $A1$, контакт 1 ключа $K1$ у момент часу t_0 потрапляє на інтегратор $A2$.

У першому такті роботи ЦВ інтегрується напруга U_x , внаслідок чого на виході інтегратора $A2$ формується напруга

$$U_{int}(t) = \frac{1}{RC} \int_0^{T_i} U_x dt \approx \frac{U_x T_i}{RC},$$

де RC – стала часу інтегратора; T_i – інтервал інтегрування, $T_i = t_1 - t_0$.

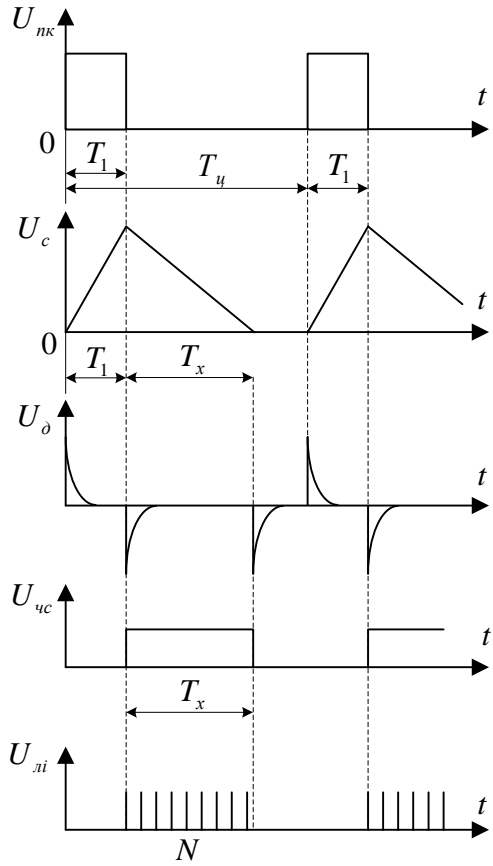


Рисунок 2.4 – Епюри напруг цифрового вольтметра подвійного інтегрування

На початку другого такту на вхід ЦВ через контакт 2 ключа $Kл1$ під'єднується опорна напруга $U_{он}$, знак якої протилежний знаку U_x . Інтегрування опорної напруги продовжується доти, доки

вихідна напруга інтегратора знову не стане рівною нулю. Протягом такту вихідна напруга інтегратора становить

$$U'_{iim}(t) = \frac{1}{RC} \int_0^{T_x} U_{on} dt \approx U_{on} T_x / RC.$$

Враховуючи, що $U_{iim}(t) = U'_{iim}(t)$, маємо:

$$T_x = U_x T_i / U_{on}.$$

Часовий інтервал T_x перетворюють на еквівалентну кількість імпульсів шляхом заповнення T_x (на інтервалі $t_2 - t_1$) імпульсами генератора опорної частоти f_0 та подальшого підрахунку їх кількості лічильником:

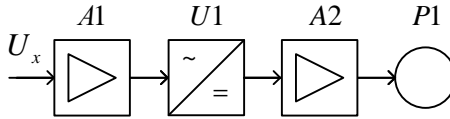
$$N = U_x T_i f_{on} / U_{on}.$$

Практично всі сучасні ЦВ створено з використанням подвійного інтегрування. Похибка вимірювання напруги таких вольтметрів становить 0,01...0,005 %, швидкодія 0,1...0,05 с, послаблення завад – від 40 до 160 дБ.

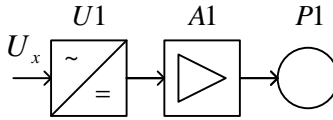
Вольтметри змінного струму найчастіше створюють за однією з двох схем, наведених на рисунку 2.5.

Схема на рисунку 1.5, а складається з підсилювача змінної напруги $A1$, детектора $U1$, підсилювача постійної напруги $A2$ та індикатора $P1$. У схемі 1.5, б відсутній підсилювач змінної напруги.

Схема, наведена на рисунку 1.5, а дає змогу забезпечувати більшу чутливість (на рівні 0,05...0,1 мВ), але її частотний діапазон обмежено (орієнтовно десятками мегагерц). Схема, наведена на рисунку 2.5, б, дає змогу розширити робочий діапазон частот щонайменше до 1 ГГц, забезпечуючи при цьому мінімальну чутливість на рівні 0,5 мВ.



а)



б)

Рисунок 2.5 – Схеми вольтметрів змінного струму

2 Лабораторна установка

До складу лабораторної установки входять: джерело постійної напруги, мультиметр цифровий, з'єднувальні проводи.

3 Хід виконання роботи

3.1 Ознайомтесь з лабораторною установкою та підготуйте її до роботи.

3.2 Складіть схему вимірювання напруги (рисунок 2.6).

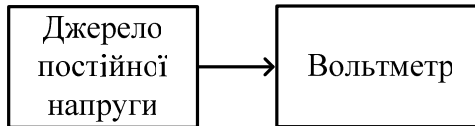


Рисунок 2.6 – Схема вимірювання напруги

3.3 Встановіть за допомогою регулятора вихідної напруги джерела постійної напруги значення напруги, задане викладачем.

3.4. Встановіть значення заданої викладачем вихідної напруги генератора при підході знизу.

Вимірюванням при підході знизу називають вимірювання значення фізичної величини, яке встановлено при збільшенні її значення від меншого до заданого.

Вимірюванням при підході зверху називають вимірювання значення фізичної величини, яке встановлено при зменшенні її значення від більшого до заданого.

3.5 Запишіть покази вольтметра.

3.6. Повторіть п. 3.4, 3.5 15 разів.

4 Розрахункове завдання

Обробити результати вимірювань при підході знизу як багаторазові рівноточні. Оцінити межі довірчого інтервалу математичного очікування та середньоквадратичного відхилення генеральної сукупності при довірчій імовірності 0,95 та 0,99, вважаючи для спрощення систематичну похибку скомпенсованою. Методику розрахунку наведено у додатку 1. Рекомендований метод обробки результатів вимірювань – метод інтервальних рядів.

5 Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи повинен містити:

1. Коротке описання мети і методики проведення роботи.
2. Перелік використаних приладів.
3. Таблиці вимірювань за п. 3.4. – 3.6.
4. Розрахункове завдання.
5. Висновки.

6 Контрольні питання

1. Якими величинами характеризують рівень змінної напруги?
2. Що таке коефіцієнт амплітуди? Коефіцієнт форми?
3. Цифрові вольтметри. Узагальнена структурна схема вольтметра.
4. Вхідні пристрої цифрових вольтметрів.
5. Будова та принцип роботи вольтметра подвійного інтегрування.

Лабораторна робота №3

Об'єднання результатів багаторазових вимірювань

Мета роботи:

1. Вивчення будови та принципу дії цифрових частотомірів.
2. Набуття навичок практичної роботи з цифровими частотомірами.
3. Вимірювання частоти та перевірка можливості об'єднання результатів багаторазових вимірювань.

1 Короткі теоретичні відомості

Частота коливань – кількість повних коливань N за час їхнього існування ΔT :

$$f = \frac{N}{\Delta T}.$$

Частота f та період коливань T дуальні:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Використовувані на практиці методи вимірювання частоти відрізняються точністю.

Найпоширенішими з них є:

- **метод порівняння** (*резонансний, гетеродинний, осцилографічний різновиди*).
- **метод дискретного підрахунку** (*цифровий* – його синонімічна назва сьогодні).

Ще є метод перезаряджання конденсатора, проте на сьогоднішній день його практично не використовують – мала точність (зведена похибка може доходити до 5 %), попри пристойну смугу частот 0,02 ... 1 МГц.

Частотоміри, побудовані на цих методах, так і називатимуться:

метод порівняння – резонансний частотомір, гетеродинний частотомір;

метод дискретного підрахунку – цифровий (електронно-лічильний) частотомір; метод перезаряджання конденсатора – конденсаторний частотомір.

Орієнтовні значення відносних похибок вимірювання частоти цими методами: конденсаторний – до 5 %; резонансний – $10^{-3} \dots 5 \cdot 10^{-4}$; метод порівняння – $10^{-4} \dots 10^{-6}$; метод дискретного підрахунку – $10^{-6} \dots 10^{-9}$, а то і менше.

Суть цифрового методу вимірювання частоти (методу дискретного підрахунку): перетворення напруги невідомої частоти у послідовність однополярних імпульсів такої ж самої частоти з подальшим підрахунком кількості цих імпульсів N за відомий відрізок часу ΔT (час вимірювання).

Частотами, на яких використовують цей метод, є НЧ, ВЧ, на НВЧ та НЗВЧ – разом з перетворювачами частоти.

Структурну схему цифрового частотоміра наведено на рисунку 3.1.

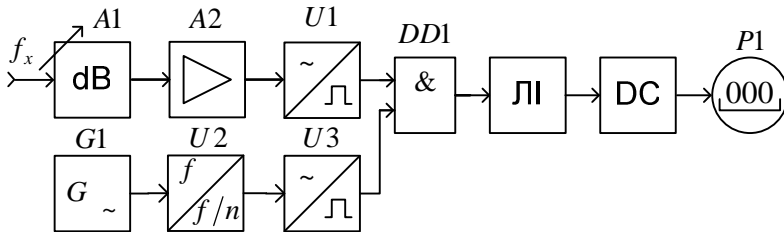


Рисунок 3.1 – Структурна схема цифрового частотоміра

У режимі вимірювання частоти сигнал через атенюатор A1 та підсилювач A2 подається на формувач імпульсів U1, з виходу якого надходить на селектор DD1. На другий вхід селектора подаються імпульси інтервалів часу відліку, які формуються з напруги кварцового генератора G1 подільником частоти U2 та формувачем інтервалів часу

У3. Імпульси інтервалів часу відкривають селектор на час ΔT і через селектор на лічильник імпульсів проходять імпульси вхідної частоти f_x . Кількість імпульсів, які підраховує $ЛІ$, можна записати як $N = \Delta T f_x$, звідки $f_x = N / \Delta T$.

Зазвичай час ΔT вибирають рівним 10^m , де m – ціле число. Зміну часу вимірювання ΔT виконують за допомогою зміни коефіцієнта подільника частоти $У2$. Підраховані імпульси, пропорційні вимірюваній частоті, через дешифратор подаються на індикатор $Р1$.

Основні джерела похибок цього методу:

- нестабільність частоти еталонного генератора;
- похибка підрахунку кількості лічильних імпульсів.

Нестабільність опорного кварцованого генератора зменшують термостатуванням кварцу. Другу ж похибку зменшують шляхом збільшення часу вимірювання ΔT . Вимірювання низьких частот у такий спосіб стає неприйнятне, оскільки для досягнення належної точності доведеться суттєво з (у десятки разів) збільшувати тривалість вимірювання, що неможливо. Тому на таких частотах вимірюють їхній період.

Вимірювання періоду зручніше застосовувати на низьких частотах, що дає змогу знизити похибку до прийняттого рівня. Процес вимірювання полягає у формуванні інтервалу часу τ_x , пропорційного вимірюваному періоду, заповненні інтервалу лічильними імпульсами (їх створюють з коливань кварцованого генератора) та підрахунку кількості цих імпульсів $ЛІ$.

Період визначають за формулою:

$$\tau_x = N T_0,$$

де N – кількість лічильних імпульсів; T_0 – період лічильних імпульсів.

Відношення частот вимірюють із використанням схеми, наведеної на рисунку 3.2.

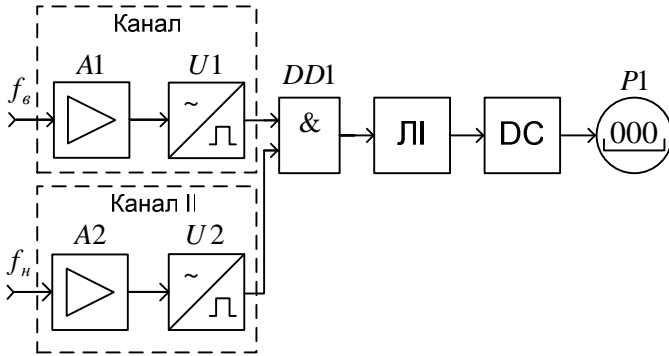


Рисунок 3.2 – Структурна схема вимірювача відношення частот

Схема містить два канали-формувачі, в яких формують імпульси високої (канал I) та низької (канал II) частот. Імпульси надходять на схему збігу. Імпульси низької частоти формують часові інтервали, які заповнюються імпульсами високої частоти з подальшим їх підрахунком за допомогою лічильника *ЛІ* та індикацією на цифровому табло *P1*.

Як бачимо, у всіх описаних випадках використовуються, по суті, одні і ті ж вузли. З їхнім використанням можна також підрахувати кількість вхідних імпульсів, виміряти тривалість імпульсу чи паузи між імпульсами. Тому цифровий частотомір – багатофункціональний вимірювальний прилад.

2 Лабораторна установка

До складу лабораторної установки входять: генератор сигналів змінної напруги, частотомір цифровий, з'єднувальні проводи.

3 Хід виконання роботи

3.1 Ознайомтесь з лабораторною установкою та підготуйте її до роботи.

3.2 Складіть схему вимірювання частоти (рисунок 3.3).

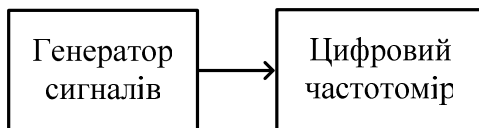


Рисунок 3.3 – Схема вимірювання частоти

3.3 Встановіть за допомогою регулятора вихідної напруги генератора значення вихідної напруги, заданої викладачем.

3.4. Встановіть значення заданої викладачем вихідної частоти генератора при підході знизу.

Вимірюванням при підході знизу називають вимірювання значення фізичної величини, яке встановлено при збільшенні її значення від меншого до заданого.

3.5 Запишіть покази частотоміра.

3.6. Повторіть п. 3.4, 3.5 15 разів.

3.7. Встановіть значення заданої викладачем вихідної частоти генератора при підході зверху.

Вимірюванням при підході зверху називають вимірювання значення фізичної величини, яке встановлено при зменшенні її значення від більшого до заданого.

3.8 Запишіть покази частотоміра.

3.9. Повторіть п. 3.7, 3.8 15 разів.

4 Розрахункове завдання

4.1 Обробити результати вимірювань при підходах знизу та зверху як багаторазові рівноточні. Оцінити межі довірчого інтервалу математичного очікування та середньоквадратичного відхилення генеральної сукупності при довірчій імовірності 0,95 та 0,99, вважаючи для спрощення систематичну похибку скомпенсованою. Методику розрахунку наведено у додатку 1. Рекомендований метод обробки результатів вимірювань – метод інтервальних рядів.

4.2 Перевірити можливість об'єднання цих результатів багаторазових вимірювань.

5 Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи повинен містити:

1. Коротке описання мети і методики проведення роботи.
2. Перелік використаних приладів.
3. Таблиці вимірювань за п. 3.4. – 3.9.
4. Розрахункове завдання.
5. Висновки.

6 Контрольні питання

1. Структурна схема цифрового частотоміра.
2. Структурна схема цифрового періодоміра.
3. Порядок підготовки цифрового частотоміра до роботи.
4. Від чого залежить точність вимірювання частоти цифровим частотоміром?
5. Порядок вимірювання частоти цифровим частотоміром.

Лабораторна робота №4

Осцилографи. Зняття осцилограм

Мета роботи:

1. Вивчення будови та правил використання осцилографів.
2. Вивчення методики зняття осцилограм.
3. Вимірювання за допомогою осцилографа параметрів типових коливань.

1 Короткі теоретичні відомості

Електричні коливання (сигнали) можна визначити як у часовій області (просторі), так і у частотній області (просторі). У часовій області електричне коливання перш за все характеризують його формою – залежністю миттєвого значення від часу.

Одним з основних приладів, який дозволяє візуально спостерігати та досліджувати формою сигналу у **просторі часу**, є **осцилограф** (від лат. «осцилум» – коливання та грецьк. «графо» – пишу). Для дослідження сигналів у **просторі частоти** найчастіше використовують **аналізатори спектра**.

Осцилограф – прилад для відображення зміни напруги у часі (осцилограми).

У найпростішому випадку з осцилограми можна дізнатись: значення напруги у певний момент часу; частоту коливань сигналу; часові параметри сигналу; спотворення сигналу в силу наявності у схемі несправних компонент; співвідношення у сигналі постійної та змінної складових; наявність та значення шумової складової сигналу.

На сьогодні використовують такі типи осцилографів: цифрові; аналогові (електронно-променеві).

В **електронно-променевих осцилографах** зображення сигналу будується на екрані електронно-променевої трубки (ЕПТ). Для цього досліджуваний електричний сигнал подають через канал вертикального відхилення на пластини вертикального відхилення

ЕПТ, а горизонтальне відхилення променя здійснюють за допомогою напруги генератора розгортки.

У *цифрових осцилографах* використовують аналого-цифровий перетворювач (АЦП) для перетворення вимірюваної напруги у цифрову форму. АЦП виконує періодичне захоплення цього сигналу та спрямовує у пам'ять захоплені вибірки. З цієї збереженої у пам'яті множини цифровий осцилограф будує форму досліджуваного сигналу, яку потім і відображає на своєму екрані.

Електронно-променеві осцилографи бувають:

- за кількістю одночасно досліджуваних сигналів: одноканальні, двоканальні та багатоканальні. Тобто один канал на один сигнал;
- за характером досліджуваних сигналів: універсальні (для неперевних та імпульсних сигналів) та спеціальні;
- за масштабом часу, у якому досліджують сигнал: реального чи зміненого часу (з пам'яттю, стробоскопічні).

Це знайшло своє відображення у назвах моделей цих осцилографів: універсальні осцилографи (найпоширеніші), швидкодіючі осцилографи, осцилографи з пам'яттю, спеціальні осцилографи. Останні, як правило, це стробоскопічні осцилографи чи призначені для дослідження певних сигналів, наприклад, телевізійних.

У цифрових осцилографів різноманіття менше. Причиною цього є можливості сучасного апаратно-програмного забезпечення, що дозволяє в одному цифровому осцилографі поєднувати можливості кількох груп електронно-променевих осцилографів, та ще й з суттєво розширеними функціональними можливостями.

Тому сучасні *цифрові осцилографи* бувають:

- цифрові запам'ятовуючі осцилографи (DSO) (власне цифрові осцилографи);
- осцилографи з цифровим люмінофором (DPO);
- осцилографи змішаних сигналів (MSO);
- стробоскопічні осцилографи.

Функціональні ж можливості цифрових осцилографів залежать від того, яку цінову нішу вони займають – бюджетну, середню чи топову.

Зверніть увагу на особливість сьогодення: якщо вам потрібне розширення функціоналу, то це ще не означає що вам потрібна нова модель приладу! Для цього у певних моделей цифрових осцилографів (та й не лише у них) достатньо докупити відповідну опцію та ввести її код до осцилографа і у ньому буде активовано саме цю функцію.

Найпростіші бюджетні цифрові осцилографи мають два входи (для аналогових це стало нормою фактично під завершення їхньої ери). Для професійних моделей кількість входів значно більша – 4, 8 чи навіть 16. Спрощену структурну схему цифрового осцилографа показано на рисунку 4.1.

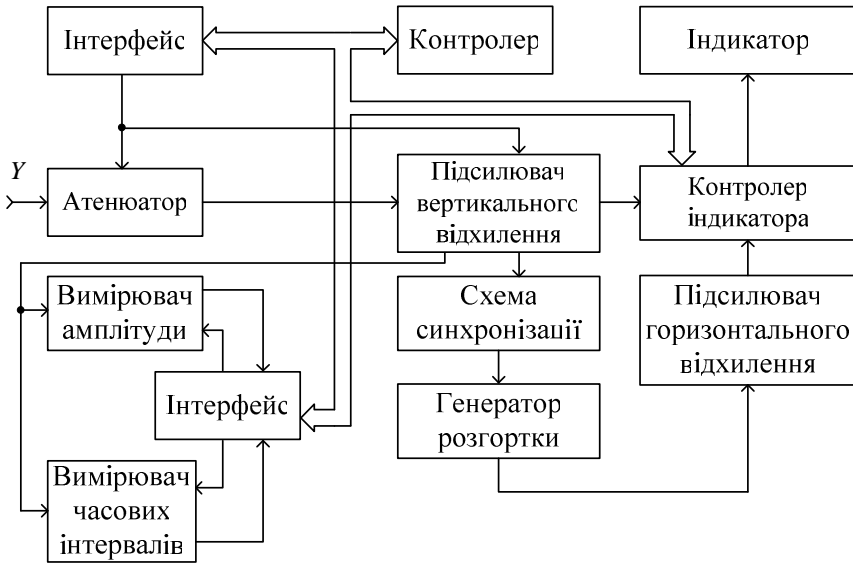


Рисунок 4.2 – Спрощена структурна схема цифрового осцилографа

Амплітудні та часові параметри досліджуваного сигналу визначають за допомогою вбудованих у прилад вимірювачів. На підставі цих вимірювань контролер обчислює потрібні коефіцієнти відхилення та розгортки, і через інтерфейс встановлює ці коефіцієнти

в апаратній частині каналів вертикального та горизонтального відхилення дисплея. Це забезпечує незмінні розміри зображення по вертикалі і горизонталі, а також автоматичну синхронізацію сигналу.

Контролер також опитує стан органів управління на передній панелі, і дані опитування після кодування знову поступають у контролер, який через інтерфейс вмикає відповідний режим автоматичного вимірювання. Результати вимірювань відображаються на дисплеї, причому амплітудні і часові параметри сигналу відображаються одночасно.

На відміну від аналогових моделей, цифрові запам'ятовуючі осцилографи забезпечують постійне зберігання у пам'яті захопленої інформації, різносторонню її обробку та аналіз.

Щодо призначення типів цифрових осцилографів:

– **цифрові запам'ятовуючі осцилографи (DSO)**: дуже добре підходять для досліджень високошвидкісних сигналів у декількох каналах з невеликою швидкістю захоплення чи з одиночними захопленнями. Проте цифрові запам'ятовуючі осцилографи не відображають градації яскравості розгортки, і тому вони нездатні наочно представляти сигнали, які змінюються («живі» сигнали). Тут вони поступаються аналоговим осцилографам;

– **осцилографи з цифровим люмінофором (DPO)**: зручно використовувати для досліджень сигналів низьких і високих частот, періодичних сигналів, перехідних процесів, розробки цифрових пристроїв широкого використання, налагодження різного електронного обладнання, глибокого аналізу та тестування телекомунікаційних сигналів за маскою, а також задач, де потрібна синхронізація за часом;

– **осцилографи змішаних сигналів (MSO)**: такі прилади поєднують характеристики осцилографів з цифровим люмінофором з базовими функціями 16-канального логічного аналізатора, включаючи можливість декодування протоколу паралельних/последовних шин та запуску за сигналами цих шин. MSO осцилограф дуже зручний для

швидкого відлагодження цифрових схем, пропонуючи різноманітні функції запуску, реєстрації з високою роздільною здатністю та засоби аналізу;

– **стробоскопічні осцилографи:** це такий осцилограф, в якому для отримання на дисплеї сигналу використовують відбір його миттєвих значень (вибірки сигналу) та виконується часове перетворення, тобто зображення сигналу дається у збільшеному масштабі часу. Принцип дії полягає у перетворенні декількох ідентичних сигналів малої тривалості в один, який має велику тривалість та повторює форму вхідних сигналів. На екрані осцилографа з'являється зображення, за формою подібне досліджуваному сигналу, проте у збільшеному масштабі часу. Стробоскопічний осцилограф потрібен для дослідження сигналів таких частот і тривалостей, коли інші осцилографи нездатні захопити достатню кількість виборок за одну розгортку. Іншими словами, частотні складові досліджуваного сигналу значно перевищують швидкість вибірки осцилографа. Сучасні стробоскопічні осцилографи мають смугу пропускання до 80 (!) ГГц, що недоступно осцилографам будь-яких інших типів. Відносним же їхнім недоліком є обмежений динамічний діапазон вхідних сигналів (орієнтовно до 1 В).

Основні правила осцилографічних вимірювань:

1) параметри досліджуваного електричного сигналу визначають за осцилограмою (у більшості випадків) шляхом вимірювання її геометричних розмірів та зіставлення їх з коефіцієнтом відхилення (В/см) та коефіцієнтом розгортки (час/см). Тому точність таких вимірювань залежить від точності відтворення осцилограми та похибки вимірювання її геометричних розмірів;

2) осцилограма має розташовуватись на робочій площі дисплею, обмеженою вимірювальною шкалою-сіткою. Чим більший розмір осцилограми, тим точніші результати;

3) Верхня робоча частота осцилографа f_B та час наростання перехідної характеристики його каналу вертикального відхилення τ_H (паспортна характеристика) пов'язані співвідношенням:

$$f_B = 0,35/\tau_H .$$

4) Для визначення потрібної смуги пропускання, яка дозволяє точно визначити характеристики сигналу, використовуйте «п'ятикратне правило»:

$$\frac{\text{Найбільша частотна складова досліджуваного сигналу}}{\text{Потрібна смуга пропускання осцилографа}} \geq 5 .$$

5) Не забувайте про компенсацію вхідної ємності каналу Y та кабеля пробника (алгоритм цієї компенсації завжди розписаної в інструкції до осцилографа).

2 Лабораторна установка

До складу лабораторної установки входять: генератор сигналів змінної напруги різної форми (функціональний генератор), осцилограф, з'єднувальні проводи.

3 Хід виконання роботи

3.1 Ознайомтесь з лабораторною установкою та підготуйте її до роботи.

3.2 Зібрати схему досліду (рисунок 4.2).

3.3 Подати на вхід осцилографа коливання гармонічної форми.

3.4 За допомогою ручок «Синхронізація», «Рівень» добитися чіткого, синхронізованого зображення коливання на екрані осцилографа, попередньо відмасштабувавши його ручками «Вольт/поділка», «Час/поділка».

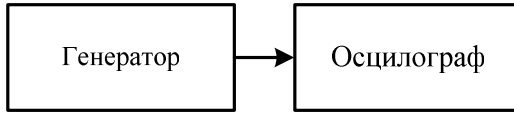


Рисунок 4.2 – Схема для вимірювання параметрів коливання

3.5 Виміряти амплітуду та період досліджуваного коливання, зафіксуйте його форму. Для симетричних коливань амплітуду краще вимірювати через розмах. Також пам'ятайте про те, що період, як відстань між найближчими точками, які перебувають в однаковій фазі, можна виміряти різними способами (рисунок 4.3).

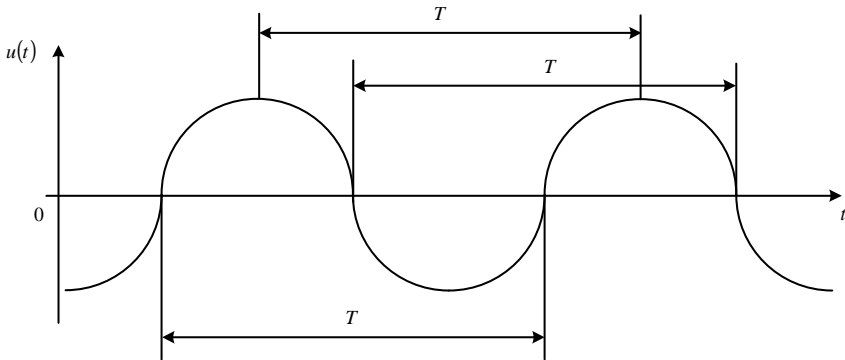


Рисунок 4.3 – Способи вимірювання періоду та амплітуди коливання

3.6 Розрахуйте частоту коливання:

$$f = \frac{1}{T}.$$

3.7 Подати на вхід осцилографа коливання форми «меандр».

3.8 Повторити п. 3.4 – 3.6.

4 Розрахункове завдання

Розрахункове завдання зводиться до розрахунку значення частоти (див. п. 3.6).

5 Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи повинен містити:

1. Коротке описання мети і методики проведення роботи.
2. Перелік використаних приладів.
3. Результати вимірювань, графічне оформлення результатів вимірювань за п. 3.5 – 3.8.
4. Розрахункове завдання.
5. Висновки.

6 Контрольні питання

1. Для вимірювання яких величин використовують осцилографи?
2. Які прилади використовують для дослідження сигналів у просторах часу та частоти?
3. Який принцип роботи цифрового осцилографа?
4. Як виміряти амплітуду коливання за допомогою осцилографа?
5. Як виміряти частоту коливання за допомогою осцилографа?

Лабораторна робота №5

Вимірювання активного електричного опору

Мета роботи:

1. Вивчення будови та принципів роботи мостів постійного струму.
2. Вимірювання активних електричних опорів за допомогою мостів постійного струму.

1 Короткі теоретичні відомості

Мости широко використовують для вимірювання опору, індуктивності, ємності, тангенса кута діелектричних втрат. Крім цих електричних величин, мостові схеми використовують для вимірювання великої кількості неелектричних величин (наприклад, температури, переміщення, деформації) у самих різноманітних галузях. Таке широке використання мостів пояснюється високою точністю результатів таких вимірювань, високою чутливістю та відносною простотою мостової схеми.

Залежно від характеру опорів плечей, які утворюють міст і роду струму живлення мосту, мости бувають: мости постійного струму, мости змінного струму.

Залежно від виду схеми (кількості плечей) мости постійного струму бувають чотириплечеві (одинарні) та шестиплечеві (подвійні). Мости також бувають з ручним та автоматичним зрівноважуванням.

Одинарні мости. Для вимірювання середніх опорів ($10 \dots 10^6$ Ом) використовують одинарні мости (рисунок 5.1).

Умова рівноваги такого мосту

$$R_1 R_4 = R_2 R_3. \quad (5.1)$$

Тобто якщо міст зрівноважено, то струм у діагоналі індикатора I дорівнює нулю.

Рівність (5.1) вказує на можливість підключення невідомого опору у будь-яке плече мосту та вимірювання значення цього опору через опори трьох інших плечей.

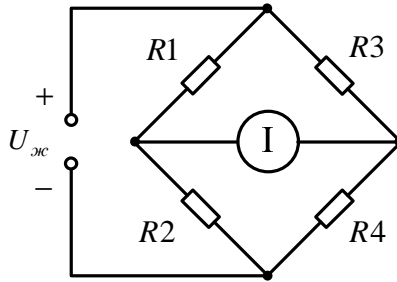


Рисунок 5.1 – Схема одинарного мосту постійного струму

Процес вимірювання опору за допомогою мосту полягає у тому, що в одне з плечей мосту включають невідомий опір (нехай це буде $R_1 = R_x$) і, змінюючи одне чи декілька опорів плечей, добиваються відсутності струму у колі індикатора I. Тоді, на підставі виразу (5.1) невідомий опір:

$$R_x = R_3 \frac{R_2}{R_4} . \quad (5.2)$$

Плечі з опорами R_2, R_4 називають «плечима відношення», а плече з опором R_3 – «плечем порівняння».

У широкодіапазонних одинарних мостах плечем порівняння є багатodeкадний магазин опорів. Плечі відношення виконують як штепсельні магазини опорів, які можуть мати опір 10, 100, 1000 і 10000 Ом.

Нижня межа вимірювань таких мостів обмежується впливом на результат вимірювання опорів контактів і з'єднувальних провідників. Верхня ж межа вимірювань обмежується впливом опорів ізоляції. Покращення захисту від струмів витікання дозволяє збільшити верхню межу вимірювань мосту.

2 Лабораторна установка

До складу лабораторної установки входять: джерело живлення постійної напруги, міст постійної напруги чотириплечевий, магазин опорів, з'єднувальні проводи.

3 Хід виконання роботи

3.1 Ознайомтесь з лабораторною установкою та підготуйте її до роботи.

3.2 З'ясувати значення напруги живлення мосту та встановити це значення на джерелі живлення постійної напруги. Підключити це джерело до мосту постійної напруги.

3.3 Підключити до мосту невідомий опір та виміряти його значення.

4 Розрахункове завдання

4.1 Обчислити похибку вимірювання невідомого опору за допомогою мосту постійного струму.

4.2 Обчислити похибку встановлення цього опору, якщо його значення встановлювали на магазині опорів.

5 Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи повинен містити:

1. Коротке описання мети і методики проведення роботи.
2. Перелік використаних приладів.
3. Результати вимірювань за п. 3.3.
4. Розрахункове завдання.
5. Висновки.

6 Контрольні питання

1. Призначення мостових схем.
2. Яка будова чотириплечевого мосту?
3. Що таке умова балансу мосту?
4. Як її реалізують на практиці?
5. Як за допомогою мосту постійного струму виміряти активний електричний опір?

Лабораторна робота №6

Калібрування комбінованого вимірювального приладу

Мета роботи:

1. Ознайомитись із засобами вимірювань, які використовують для калібрування електричних вимірювальних приладів.
2. Провести калібрування мультиметра в режимі омметра та вольтметра за допомогою магазину опорів та еталонного вольтметра.

1 Короткі теоретичні відомості

Калібрування засобу вимірювальної техніки (ЗВТ) – сукупність операцій, що виконують з метою визначення метрологічних характеристик та придатності даного ЗВТ до застосування у певних умовах.

Засоби вимірювань та вимірювальні пристрої, які використовують для калібрування інших засобів вимірювань, називають зразковими засобами вимірювань.

Серед операцій, які виконують під час калібрування, є такі: зовнішній огляд приладу; визначення основної похибки та варіації показів.

Для визначення основних похибок і варіації показів широко використовують такі *методи калібрування* вольтметрів, амперметрів та омметрів, як метод порівняння з показами приладу вищого класу, компенсаційний метод і метод компарування. За потреби і можливості використовують калібратори.

Метод порівняння найпростіший, адже він не потребує складного обладнання та високої кваліфікації повірника, тому цьому методу на практиці віддають перевагу. Обмеження використання цього методу обумовлене необхідністю збереження необхідного запасу за точністю між вибраними для калібрування приладами (далі – робочі еталони) і приладами, які повіряють. Практично метод використовують для калібрування приладів класу точності 0,5 і менш точних.

Компенсаційний метод використовують для калібрування приладів класу точності 0,5 і більш точних на постійному струмі.

Метод компарування використовують для калібрування приладів класу точності 0,2 і більш точних на змінному струмі.

Використання калібраторів постійного та змінного струму спрощує калібрування та перевірку, оскільки зникає потреба у використанні приладів вищого класу точності та стабілізованого джерела живлення. Слід зазначити, що на сьогодні спектр моделей калібраторів розширюється, а ціни на них подекуди стають демократичнішими, що дозволяє частіше використовувати їх на практиці.

Калібрування вольтметрів та амперметрів. Калібрування таких приладів *методом порівняння* полягає у порівнянні їхніх показів з показами робочих еталонів при дії заданої фізичної величини одночасно на входи приладу, який калібрують та приладу вищого класу точності. За різницею показів цих приладів знаходять абсолютну, відносну та зведену похибки.

При цьому допустима похибка приладу вищого класу точності повинна бути щонайменше у три рази менша за допустиму похибку приладу який калібрують чи повіряють.

У якості джерел постійної напруги використовують стабілізовані джерела живлення.

Для визначення основної похибки та варіації показів, повільно збільшуючи вимірювану величину (підхід знизу), встановлюють її на кожну точку калібрування, орієнтуючись на покази робочого еталона, та записують покази приладу, який калібрують. Дійшовши до максимальної позначки шкали, доцільно дати невелике перевантаження, щоб вказівник дійшов до упору, а потім, повільно зменшуючи вимірювану величину (підхід зверху), знову встановлювати її на кожну точку калібрування, орієнтуючись на покази робочого еталона, та записують покази приладу, який калібрують.

Різниця між показом приладу, який калібрують (повіряють) X та показом робочого еталону X_{et} дає значення абсолютної основної похибки:

$$\Delta X = X - X_{et} .$$

Для кожної числової точки калібрування розраховують два значення похибки: ΔX_L – при збільшенні показів, ΔX_H – при зменшенні показів.

Жодне з отриманих значень абсолютної основної похибки не повинно перевищувати границі основної похибки, при цьому прилад придатний для використання.

Варіацію розраховують для кожної числової точки калібрування:

$$V = |X_L - X_H| .$$

Отриманні значення не повинні перевищувати границю допустимого значення.

Калібратори напруги/струму є багатозначними мірами напруги/струму, з нормованою похибкою. Використання їх для калібрування вольтметрів та амперметрів не потребує використання зразкового вольтметра/амперметра. Достатньо встановити на калібраторі потрібне значення фізичної величини та виміряти його приладом, який калібрують.

Калібрування омметрів. Розглянемо це на прикладі використання каліброваних опорів. При цьому визначення основних похибок та варіацій омметрів проводять шляхом вимірювання приладом, який калібрують, значень опору, відтворюваних зразковою мірою. Під час калібрування використовують зразкові міри та магазини опорів з похибкою, яка не перевищує 1/3 допустимої похибки омметра, який калібрують.

Абсолютну основну похибку при цьому можна визначити, наприклад, методом, аналогічним методу калібрування вольтметрів і амперметрів: опір міри змінюють до номінального значення відповідно до точки шкали, для якої визначають похибку. Значення

похибки при цьому відраховують за шкалою приладу, який калібрують.

Жодне з отриманих значень абсолютної основної похибки не повинно перевищувати границі основної похибки, при цьому прилад придатний для використання.

2 Лабораторна установка

До складу лабораторної установки входять: магазин опорів, мультиметр, еталонний вольтметр, джерело постійної напруги, з'єднувальні проводи.

3 Хід виконання роботи

3.1 Ознайомтесь з лабораторною установкою та підготуйте її до роботи.

3.2 Провести калібрування мультиметра в режимі омметра за допомогою зразкового магазину опорів:

3.2.1 Підключити магазин опорів до мультиметра.

3.2.2 Вибрати для кожного з діапазонів вимірювання опору три значення опору (на початку, посередині та у кінці діапазону вимірювань).

3.2.3 Послідовно встановити на магазині опорів значення цих опорів та виміряти їх за допомогою мультиметра на відповідних діапазонах. Отримані результати занести до таблиці 6.1.

Таблиця 6.1

| № | Максимальне значення діапазону опорів R_N | Значення опору | | Похибка вимірювання опору | | |
|-----|---|----------------|-------------------|---------------------------|-----------------------|----------------------|
| | | виміряне R | еталонне R_{et} | абсолютна ΔR | відносна $\delta, \%$ | зведена $\gamma, \%$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

Значення похибок розрахувати за формулами:

$$\Delta R = R - R_{et},$$

$$\delta = \frac{\Delta R}{R_{et}} \cdot 100\% ,$$

$$\gamma = \frac{\Delta R}{R_N} \cdot 100\% .$$

3.2.4 Порівняти отримані значення похибок з паспортними значеннями, та зробити висновок щодо дотримання класу точності досліджуваним мультиметром у режимі омметра.

3.3 Провести калібрування мультиметра в режимі вольтметра методом порівняння за допомогою зразкового вольтметра та джерела постійної напруги:

3.3.1 Вибрати для кожного з діапазонів вимірювання напруги три значення напруги (на початку, посередині та у кінці діапазону вимірювань).

3.3.2 Підключити до виходу джерела постійної напруги мультиметр та зразковий вольтметр.

3.3.2 Встановити на виході джерела постійної напруги перше зі значень повірочних напруг, орієнтуючись на покази зразкового вольтметра. Зафіксувати покази мультиметра, занести їх до таблиці 6.2.

3.3.3. Повторити пп. 3.3.2 для решти значень повірочних напруг. Отримані результати занести до таблиці 6.2.

Таблиця 6.2

| № | Максимальне значення діапазону напруг U_N | Значення напруги, виміряне | | Похибка вимірювання напруги | | |
|-----|---|----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------|----------------------|
| | | мультиметром U | еталонним вольтметром U_{et} | абсолютна ΔU | відносна $\delta, \%$ | зведена $\gamma, \%$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

Значення похибок розрахувати за формулами:

$$\Delta U = U - U_{et} ,$$

$$\delta = \frac{\Delta U}{U_{et}} \cdot 100 \% ,$$

$$\gamma = \frac{\Delta U}{U_N} \cdot 100 \% .$$

3.3.4 Порівняти отримані значення похибок з паспортними значеннями, та зробити висновок щодо дотримання класу точності досліджуваним мультиметром у режимі вольтметра.

4 Розрахункове завдання

Розрахункове завдання зводиться до розрахунку значень похибок у таблицях 6.1, 6.2.

5 Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи повинен містити:

1. Коротке описання мети і методики проведення роботи.
2. Перелік використаних приладів.
3. Таблиці результатів вимірювань за п. 3.2,3.3.
4. Розрахункове завдання.
5. Висновки.

6 Контрольні питання

1. Що таке калібрування?
2. Для чого потрібне калібрування засобів виміральної техніки?
3. Які засоби виміральної техніки використовують для калібрування?
4. Які методи калібрування вам відомі?
5. У чому полягає метод калібрування за допомогою мір?

Лабораторна робота №7

Аналіз кореляційної залежності. Основи кореляційного та регресійного аналізу

Мета роботи:

1. Вивчення загальних понять кореляційного та регресійного аналізу.
2. Засвоєння методики розрахунку коефіцієнта кореляції та методики апроксимації статистичних залежностей функціональними залежностями першого та другого порядку.
3. Розрахунок коефіцієнта кореляції та апроксимація статистичної залежності функціональними залежностями.

1 Короткі теоретичні відомості

1.1 Види зв'язків

Часто при виконанні експериментів необхідно виявити зв'язок між двома значеннями (розмірами). Усе різноманіття зв'язків між окремими ознаками або властивостями явищ можна поділити на дві основні групи:

1) об'єднує залежності, що мають відносний (статистичний) характер. Такі зв'язки називають *кореляційними*. Їхня особливість полягає у тому, що одному і тому ж числовому значенню першої ознаки може відповідати ряд випадкових числових значень іншої ознаки або властивості явища;

2) *функціональні залежності* мають цілком визначений однозначний характер: кожному числовому значенню однієї ознаки (аргументу) відповідає одне цілком визначене числове значення іншої ознаки (функції). Функціональний зв'язок можна представити у вигляді точного співвідношення, яке називають рівнянням або формулою зв'язку.

Статистичні (кореляційні) зв'язки. При вивченні зв'язків між окремими ознаками явища експеримент зазвичай здійснюють за такою схемою:

1) беруть деяку сукупність об'єктів дослідження (*вибірка обсягу n з генеральної сукупності*), і на кожному об'єкті визначають числові значення ознак або властивостей, між якими потрібно встановити наявність або відсутність зв'язку. В результаті отримують два ряди числових значень: перший ряд чисел є числовим значенням першої ознаки, другий – числовим значенням другої ознаки. Кожна пара числових значень ознак називається *кореляційною парою*. Кількість кореляційних пар дорівнює обсягу вибірки n ;

2) для більшої наочності отриманого матеріалу кожен парю чисел зображують у вигляді точки на координатній площині, абсцису (координату x) якої беруть рівною числовому значенню першої ознаки, а ординату (координату y) – значенню другої ознаки (рисунк 7.1). Побудовану у такий спосіб сукупність з n точок

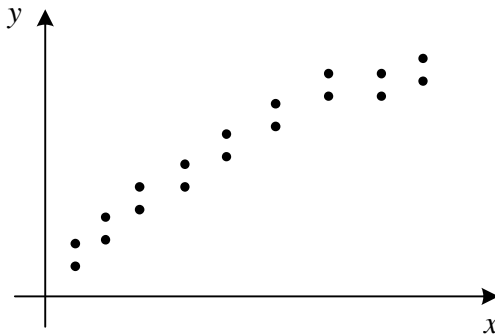


Рисунок 7.1 – Точкова діаграма

називають *точковою діаграмою* досліджуваного зв'язку, і вона є її графічним зображенням;

3) якщо точки такої діаграми групуються уздовж деякого напрямку, то це говорить про наявність визначеного зв'язку між явищами. Якщо

вони рівномірно розподілені по всій площині, то зв'язок між ознаками відсутній або виявити його у даних умовах експерименту не вдалося;

4) якщо числові значення другої ознаки збільшуються зі збільшенням першої ознаки, то кажуть, що між явищами спостерігається *прямий зв'язок (залежність, кореляція)*. У випадку зворотної картини, коли числові значення другої ознаки зменшуються зі збільшенням першої ознаки, кажуть про наявність *зворотного зв'язку (зворотної кореляції)*.

Функціональні зв'язки. Більшість зв'язків між різноманітними ознаками властивостями природи мають статистичний характер, тобто їм властива, у певній мірі, мінливість, нестійкість, яка обумовлена впливом на досліджуваний процес цілого ряду побічних факторів, врахувати які неможливо. Для глибшого розуміння природи та характеру зв'язку дослідник намагається абстрагувати реальний зв'язок, надати йому характер стійкого, точного співвідношення між числовими характеристиками ознак або властивостей явищ, тобто замінити спостережуваний зв'язок наближеною функціональною залежністю та визначити числові параметри цієї залежності (провести регресійний аналіз).

Дуже часто для апроксимації статистичного зв'язку використовують *лінійну функціональну залежність* (рисунок 7.2),

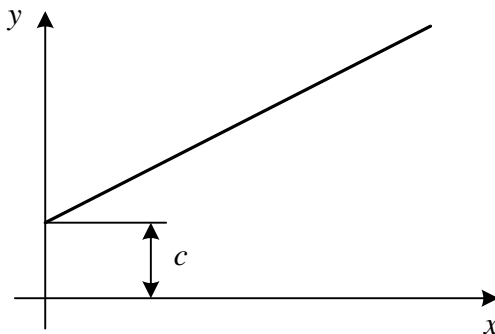


Рисунок 7.2 – Лінійна функціональна залежність рівняння якої (формула зв'язку) має вигляд:

$$y = bx + c . \quad (7.1)$$

Іноді статистичний зв'язок правильніше апроксимувати *нелінійною залежністю*, прикладом якої може бути рівняння гіперболічної залежності (рисунок 7.3):

$$y = \frac{b}{x} + c , \quad (7.2)$$

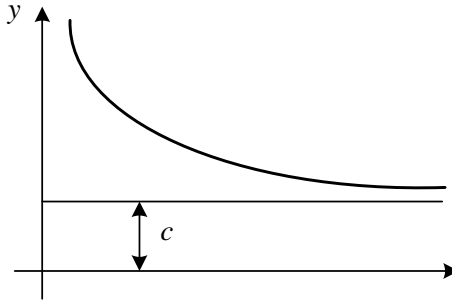


Рисунок 7.3 – Гіперболічна функціональна залежність або рівняння параболічного типу (рисунок 7.4):

$$y = ax^2 + bx + c . \quad (7.3)$$

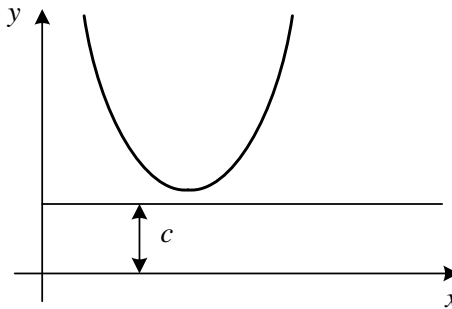


Рисунок 7.4 – Параболічна функціональна залежність

1.2 Числові характеристики зв'язку

Точкова діаграма дає наочну, але грубу картину досліджуваного зв'язку. Вона дозволяє судити лише про характер залежності взагалі, але не відображає кількісного показника зв'язку між явищами. Тому потрібні конкретні числові характеристики статистичного зв'язку, які дозволяють точно визначити міру цього зв'язку та його характер.

Коефіцієнт кореляції. Кількісним показником ступеня зв'язку між явищами, його сили є *коефіцієнт кореляції*:

$$r = \frac{(n-1)\tau}{n\sqrt{\alpha_x\alpha_y}}, \quad (7.4)$$

де τ – сума добутків центральних відхилень кореляційних пар; α_x , α_y – суми квадратів центральних відхилень першого та другого ряду кореляційних пар.

Числові значення коефіцієнта кореляції перебувають у межах від -1 до $+1$. Додатні значення коефіцієнта кореляції вказують на прямий зв'язок між явищами, а негативні – на обернену кореляцію. Його числові значення, близькі до одиниці, говорять про наявність тісного зв'язку між явищами, а близькі до нуля – про слабкий зв'язок.

В силу цього коефіцієнт кореляції є надійним показником зв'язку лише у випадку його лінійного характеру. Якщо ж зв'язок нелінійний. То він може вказувати на відсутність зв'язку, хоча насправді такий зв'язок існує.

Суму добутків центральних відхилень визначають так:

$$\tau = \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{A}_x)(y_i - \tilde{A}_y), \quad (7.5)$$

де \tilde{A}_x , \tilde{A}_y – середнє арифметичне рядів корельованих чисел; x_i , y_i – числові значення варіант цих рядів; n – загальна кількість кореляційних пар, варіант (кількість об'єктів дослідження).

На практиці значення τ простіше обчислювати за такими формулами:

– коли числові значення варіант не дуже великі:

$$\tau = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right), \quad (7.6)$$

– у випадку великих числових значень варіант:

$$\tau = \sum_{i=1}^n (x_i - a)(y_i - b) - n(\tilde{A}_x - a)(\tilde{A}_y - b). \quad (7.7)$$

Тут a, b – постійні числа, близькі до середини відповідного ряду розподілу.

Кореляційне відношення. Характерним для статистичних зв'язків є те, що одному і тому ж числовому значенню першої ознаки зазвичай відповідає ціла група числових значень другої. Цю групу характеризують *груповим середнім арифметичним і внутрішньогруповим розсіюванням*, обумовленим впливом ряду факторів.

Розсіювання групових середніх відносно загального середнього обумовлено наявністю зв'язку між ознаками. Чим сильніший цей зв'язок, тим більша частка міжгрупового розсіювання у загальному розсіюванні варіант ряду.

За кількісну міру сили кореляційного зв'язку будь-якого характеру приймають *кореляційне відношення*, яке дорівнює додатному значенню кореня квадратного з відношення міжгрупового розсіювання числових значень залежної ознаки:

$$\rho_y = \sqrt{\frac{\bar{a}_y}{a_y}}, \quad (7.8)$$

де ρ_y – кореляційне відношення, що характеризує ступінь залежності значень y від x ; \bar{a}_y – між групова сума квадратів центральних відхилень; a_y – сума квадратів центральних відхилень усього ряду.

Числові значення кореляційного відношення можуть знаходитися у межах від 0 до 1, але не можуть бути менші за числове значення коефіцієнта кореляції. Чим ближче ρ_y до нуля, тим слабкіший зв'язок, і навпаки, чим ближче ρ_y до одиниці, тим зв'язок сильніший. Якщо $\rho_y = 1$, то зв'язок строго функціональний, якщо ж $\rho_y = 0$, то зв'язок між ознаками відсутній. При рівності числових значень кореляційного відношення та коефіцієнта кореляції (без урахування знака r) зв'язок має точно лінійний характер.

1.3 Рівняння та лінії регресії

Точкова діаграма дає найпростішу картину статистичного зв'язку. З неї можна зробити висновок про характер зв'язку (лінійний або нелінійний), а також певною мірою про його силу (за щільністю розташування точок уздовж якого-небудь напрямку).

Оскільки одному і тому ж числовому значенню першої ознаки зазвичай відповідає ціла група значень другої ознаки, виникає питання: який саме з розмірів другої ознаки прийняти за відповідний у середньому значенні першої ознаки? За такий розмір природно прийняти середнє арифметичне по групі, оскільки воно визначає найімовірніше значення мінливого розміру.

Емпірична лінія регресії. Числові значення першої ознаки x_i та відповідні їм групові середні другої \bar{y}_i можна зобразити у вигляді точок на координатній площині, і всі ці точки з'єднати між собою відрізками прямих. Отриману у такий спосіб ламану лінію називають *емпіричною лінією регресії у на x (емпіричною лінією залежності другої ознаки від першої)* (рисунок 7.5).

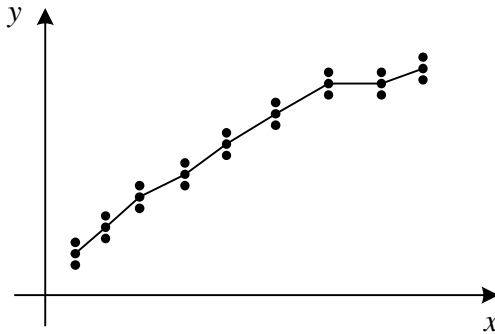


Рисунок 7.5 – Емпірична лінія регресії

Як видно з рисунка 7.5. емпіричні лінії регресії відображають зв'язок між явищами й у відомому наближенні дозволяють визначити кількісні співвідношення між ознаками.

Теоретична лінія регресії. При оформленні результатів дослідження статистичний зв'язок бажано представити у вигляді деякого точного співвідношення або рівняння зв'язку, яке називають *рівнянням регресії*. Відповідно до цього рівняння лінію зв'язку називають *теоретичною лінією регресії*.

Задача наближеної заміни статистичного зв'язку функціональним і складає зміст регресійного аналізу. Сама ця задача полягає у тому, що з усіх ліній (прямих і кривих), які проходять через сукупність точок на діаграмі зв'язку, необхідно знайти таку, навколо якої точки групувалися б найтісніше.

Розв'язання цієї ж задачі у тому, що лінія проводиться таким чином, щоб сума квадратів відхилень точок від неї була мінімальною (правило методу найменших квадратів). При цьому початковий вигляд лінії зв'язку певною мірою довільний і визначається характером розташування точок на діаграмі.

Якщо зв'язок за припущенням лінійний, то і відповідне рівняння та лінія регресії також повинні бути лінійним (див. (7.1) та рисунок 7.2). Таким чином рівняння регресії у цьому випадку потрібно шукати у вигляді:

$$y = bx + c, \quad (7.9)$$

де параметри b і c підбирають таким чином, щоб сума квадратів відхилень точок діаграми від відповідної прямої була б мінімальна. Визначають їх за формулами:

$$b = \frac{\tau}{\alpha_x}, \quad (7.10)$$

$$b = \tilde{A}_y - \frac{\tau}{\alpha_x} \tilde{A}_x, \quad (7.11)$$

де τ – сума добутків центральних відхилень кореляційних пар варіант рядів по x і по y , яку визначають за (7.5) – (7.9); α_x – сума квадратів центральних відхилень ряду по x ; \tilde{A}_x – середнє арифметичне ряду по x ; \tilde{A}_y – середнє арифметичне ряду по y .

Параметр b називають *коефіцієнтом регресії x на y* .

Числове значення коефіцієнта регресії характеризує швидкість зміни залежної ознаки (функції) від незалежної (аргументу). Додатне його значення вказує на те, що при збільшенні аргументу значення функції також збільшується. При від'ємному значенні аргументу числові значення залежної ознаки зменшуються при збільшенні аргументу.

У тих випадках, коли зв'язок між явищами за припущенням має нелінійний характер (на це може вказувати достовірна відмінність між коефіцієнтом кореляції та кореляційним відношенням), рівняння та лінія регресії беруться також нелінійними.

Наприклад, якщо емпірична лінія регресії (рисунок 7.5) близька до форми гіперболічної залежності (рисунок 7.3), то відповідне рівняння регресії потрібно брати у вигляді:

$$y = \frac{b}{x} + c. \quad (7.12)$$

Параметри b та c у цьому випадку знаходять із системи рівнянь:

$$\begin{cases} b \sum \frac{C_{x_i}}{x_i} + c \sum C_{x_i} = \sum C_{x_i} \bar{y}_i; \\ b \sum \frac{C_{x_i}}{x_i^2} + c \sum \frac{C_{x_i}}{x_i} = \sum C_{x_i} \frac{\bar{y}_i}{x_i}, \end{cases} \quad (7.13)$$

де b і c – параметри рівняння регресії; x_i – числові значення умовних варіант ряду по x ; C_{x_i} – їхні частоти; \bar{y}_i – групові середні варіант ряду по y , що знаходяться у парі з варіантами i -го класу по x .

Якщо емпірична лінія регресії близька за виглядом до параболічної залежності другого порядку (див. рисунок 7.3), то рівняння цієї залежності визначають так:

$$y = ax^2 + bx + c. \quad (7.14)$$

Користуючись методом найменших квадратів, отримують систему рівнянь щодо невідомих параметрів:

$$\begin{cases} a(\sum C_{x_i} x_i^4) + b(\sum C_{x_i} x_i^3) + c(\sum C_{x_i} x_i^2) = \sum C_{x_i} x_i^2 \bar{y}_i; \\ a(\sum C_{x_i} x_i^3) + b(\sum C_{x_i} x_i^2) + c(\sum C_{x_i} x_i) = \sum C_{x_i} x_i \bar{y}_i; \\ a(\sum C_{x_i} x_i^2) + b(\sum C_{x_i} x_i) + cn = \sum C_{x_i} \bar{y}_i, \end{cases} \quad (7.15)$$

де a , b і c – параметри рівняння регресії; x_i – числові значення умовних варіант ряду по x ; C_{x_i} – їхні частоти; \bar{y}_i – групові середні варіант ряду по y , що знаходяться у парі з варіантами i -го класу по x .

Знайдені за результатами розв'язання цієї системи параметри a , b і c підставляють у (7.14), в результаті чого отримують шукане рівняння регресії.

Для спрощення розрахунків доцільно користуватись допоміжною таблицею (таблиця 7.1).

Таблиця 7.1

| x_i | C_{x_i} | \bar{y}_i | $C_{x_i} x_i$ | $C_{x_i} x_i^2$ | $C_{x_i} x_i^3$ | $C_{x_i} x_i^4$ | $C_{x_i} \bar{y}_i$ | $C_{x_i} x_i \bar{y}_i$ | $C_{x_i} x_i^2 \bar{y}_i$ |
|----------|-----------|-------------|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------|-------------------------|---------------------------|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Σ | Σ | | Σ | Σ | Σ | Σ | Σ | Σ | Σ |

2 Лабораторна установка

До складу лабораторної установки входять: генератор сигналів змінної напруги, вольтметр змінної напруги, магазини опорів та ємностей, з'єднувальні проводи.

3 Хід виконання роботи

3.1 Ознайомтесь з лабораторною установкою та підготуйте її до роботи.

3.2 Складіть схему для вимірювання параметрів кореляції напруги та частоти для диференціюючої ланки (рисунки 7.6).

3.3 На частотах 20, 40, 60, 80 та 100 кГц при прямому та зворотному підході до заданої частоти виміряйте напругу за допомогою вольтметра. При цьому необхідно стежити, щоб напруга на виході генератора залишалася постійною (перевіряється за вбудованим вольтметром генератора).

3.4 Повторіть п. 3.3 два рази.



Рисунок 7.6 – Схема для вимірювання параметрів кореляції напруги та частоти для диференціюючої ланки

3.5 Результати вимірювань занесіть до таблиці 7.2.

Таблиця 3.2

| Частота, кГц | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
|-------------------|----|----|----|----|-----|
| Напруга U_{1np} | | | | | |
| Напруга $U_{1зв}$ | | | | | |
| Напруга U_{2np} | | | | | |
| Напруга $U_{2зв}$ | | | | | |

3.6 Повторіть п. 3.2 – 3.5 для інтегруючої ланки (рисунок 7.7).



Рисунок 7.7 – Схема для вимірювання параметрів кореляції напруги та частоти для інтегруючої ланки

4 Розрахункове завдання

4.1 Побудувати точкову діаграму та емпіричну лінію регресії.

4.2 Обчислити коефіцієнт кореляції напруги та частоти, кореляційне відношення.

4.3 Апроксимувати отриману залежність лінійною залежністю, гіперболічною та параболічною залежностями другого порядку. Приклад кореляційного аналізу наведено у додатку 2.

4.4 Зобразити графіки отриманих теоретичних залежностей на точковій діаграмі.

5 Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи повинен містити:

1. Коротке описання мети і методики проведення роботи.
2. Перелік використаних приладів.
3. Таблиці вимірювань, графічне оформлення результатів вимірювань за п. 3.3 – 3.6.
4. Розрахункове завдання.
5. Висновки.

6 Контрольні питання

1. Види зв'язків, приклади таких зв'язків.
2. Статистичні (кореляційні зв'язки). Точкова діаграма.
3. Функціональні зв'язки. Лінійна та нелінійна функціональні залежності. Гіперболічна та квадратична залежності.
4. Числові характеристики зв'язку. Коефіцієнт кореляції та кореляційне відношення.
5. Емпірична та теоретична лінії регресії.

Лабораторна робота №8

Неелектричні вимірювання. Контроль форми поверхонь універсальним інструментом

Мета роботи:

1. Вивчення будови та принципу роботи універсальних вимірювальних інструментів.
2. Засвоєння методики вимірювання деталей за допомогою штангенінструменту.
3. Ознайомлення з видами відхилень форми циліндричних поверхонь.

1 Короткі теоретичні відомості

1.1 Вимірювання за допомогою штангенінструментів

Види штангенінструментів. Основними штангенінструментами є штангенциркуль, штангенглибиномір і штангенрейсмус. Всі вони мають однаковий відліковий пристрій, який складається зі штанги з основною шкалою та ноніусів з основною та додатковими шкалами.

Штангенглибиномір відрізняється від штангенциркуля тим, що у нього відсутня губка штанги, а губка рамки виконана у вигляді площини. Стандартами передбачено виготовлення таких типорозмірів штангенглибиномірів:

– з межами вимірювань 0...200 мм та 0...300 мм і точністю відліку за ноніусом 0,05 мм;

– з межами вимірювань 0...500 мм і точністю відліку за ноніусом 0,1 мм.

Штангенрейсмус відрізняється від штангенциркуля тим, що замість губки штанги він має масивну основу з точно обробленою площиною. Відповідний стандарт передбачає виготовлення штангенрейсмусів з ціною поділки 0,4 мм та 0,05 мм і межами вимірювань 0 – 250...1500 – 2500 мм.

Штангенциркулі та штангенглибиноміри використовують в основному для вимірювань; штангенрейсмуси – для розмітки, хоча ними можна вимірювати зовнішні та внутрішні розміри деталей, а штангенциркулі можна використовувати для розмітки.

Методика відліку розміру. Основну шкалу у штангенінструментів нанесено на штангу з інтервалом поділки 1 мм (рисунок 8.1), призначено її для відліку цілих міліметрів. Шкалу ноніуса використовують для відліку частин міліметра.

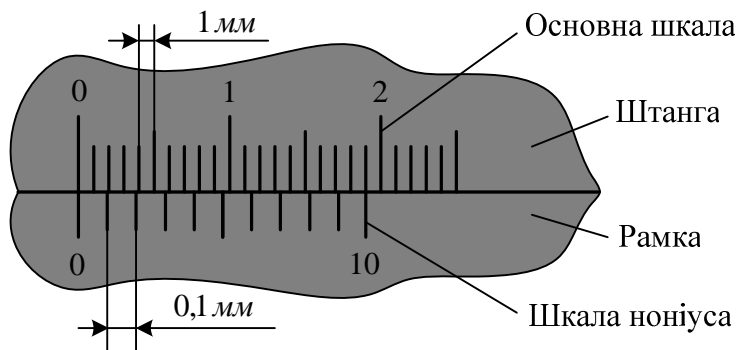


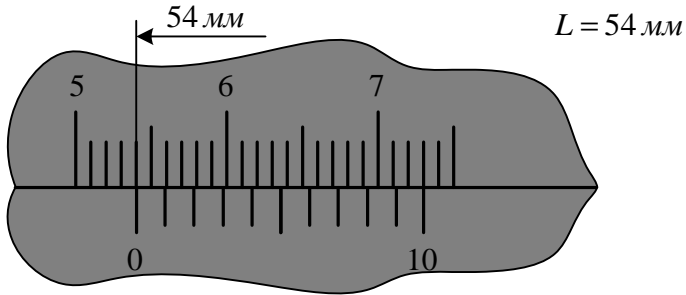
Рисунок 8.1 – Шкала штангенінструменту

Точність, з якою можна проводити відлік за шкалою штангенінструменту, залежить від того, наскільки інтервал поділки шкали ноніуса менший за інтервал поділки основної шкали. Відповідно до цього точність відліку за шкалою штангенінструменту може бути 0,1; 0,05 або 0,02 мм.

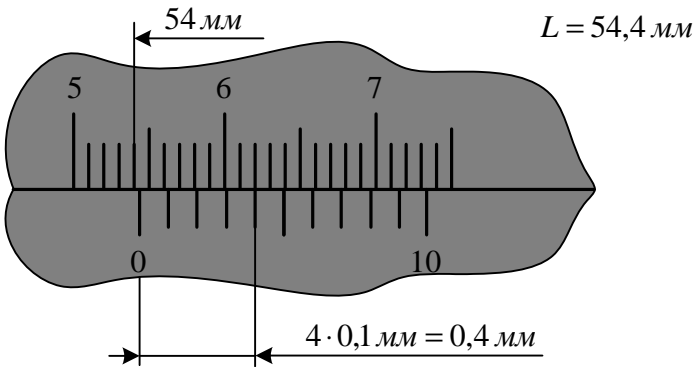
При вимірюванні деталі ноніус займає відносно основної шкали положення, при якому нульовий штрих ноніуса вказує на основній шкалі значення вимірюваного розміру (рисунок 8.2).

Якщо нульовий та останній штрихи ноніуса точно співпадають з поділками основної шкали, то розмір L або дорівнює нулю (рисунок 8.1), або складається тільки з цілих міліметрів, які потрібно

відраховувати за основною шкалою від нульового штриха ноніуса (рисунок 8.2, а).



а)



б)

Рисунок 8.2 – Відлік за ноніусом штангенінструменту

Якщо ж нульовий штрих ноніуса не співпадає з поділкою основної шкали, розмір буде дробовим, частки міліметра належить відраховувати по тій поділці ноніуса, яка співпадає з поділкою основної шкали (рисунок 8.2, б). У цьому випадку відлік розміру L здійснюють за формулою:

$$L = l + ki_{ном} ,$$

де l – найближче ціле ліворуч від нульового штриха ноніуса значення з основної шкали, мм;

k – порядковий номер штриха, який співпадає з якимось штрихом основної шкали;

$i_{ном}$ – ціна поділки ноніуса, мм.

Наприклад, якщо взяти за основу рисунок 8.2, б, то маємо такий результат вимірювання: $L = l + ki_{ном} = 54 \text{ мм} + 4 \cdot 0,1 \text{ мм} = 54,4 \text{ мм}$.

У цифрового штангенциркуля на губці рамки (рухомій губці), на відміну від механічного, ще й закріплено електронний блок з цифровим індикатором, відсіком для батарейки, кнопками керування та мікрометричним коліщам. Також на рухомій рамці є виступ для великого пальця руки.

Цей виступ у парі з коліщам можна назвати органами встановлення рухомої рамки як «грубо/швидко» (виступ для великого пальця руки) та «точно» (коліща). Іншими словами, виступ дозволяє швидко переміщувати рамку відносно штанги на великі відстані, але позиціонування рамки при цьому здійснюється відносно неточно. А от коліща дозволяє встановити рамку зі значно вищою точністю, хоча і у межах невеликої відстані (~1см).

Типові кнопки керування цифрового штангенциркуля такі:

«On/Off» – включити/виключити прилад;

«inch/mm» – дюйми/міліметри, тобто у яких одиницях вимірювання буде відображатись результат вимірювання на індикаторі штангенциркуля;

«Zero» – встановлення нуля шкали. Ця кнопка дуже зручна не тільки для підготовки приладу до роботи, але й при вимірюваннях приросту розміру (з урахуванням його знаку) відносно деякого базового, який прийматиметься при цьому за початковий (диференційне вимірювання). За великої кількості таких однотипних вимірювань це суттєво зменшує час таких вимірювань. І ця функція відсутня у механічного штангенциркуля.

Порядок вимірювання штангенінструментом. У загальному випадку цей порядок такий:

1) Перевірити «нульову» установку штангенциркуля, для чого:

а) для механічного штангенциркуля – щільно зсунути його губки;

б) для цифрового штангенциркуля – щільно зсунути його губки та включити живлення приладу.

Якщо інструмент справний, то:

– пересувна рамка пересувається легко та без заїдання;

– просвіт між губками у початковому положенні відсутній;

– наявні пружини та стопорний гвинт;

– співпадають нульові штрихи ноніуса та штанги (рисунок 4.1), а у цифрового штангенциркуля при цьому на індикаторі висвічується нуль.

Якщо ж у цифрового штангенциркуля співпадають нульові штрихи ноніуса та штанги, а на індикаторі висвічуються не нульові покази, то їх можна обнулити, натиснувши кнопку «Zero».

2) Для визначення розміру деталей щільно затискається між вимірювальними поверхнями губок. При цьому штангенциркуль доцільно тримати правою рукою за штангу, а рамку пересувати великим пальцем руки за виступ/коліща. Затискати губку потрібно так, щоб інструмент міг вільно ковзати по деталі і в той же час не мав можливості хитатися на ній. Губки штангенциркуля мають прилягати до вимірюваної поверхні по всій довжині і не перекошуватись. Після встановлення інструменту треба застопорити рамку стопорним гвинтом, після чого зробити відлік. При відліку розміру потрібно дивитися на шкалу під прямим кутом.

1.3 Цифрові кутоміри та рівні

Цей порівняно новий клас вимірювальних приладів стрімко зайняв свою нішу у сегменті неелектричних вимірювань. За будовою такі прилади нагадують класичну малку та рівень.

Складається цифровий кутомір з металевого корпусу та поворотної рейки. Їхня типова довжина становить 400 мм. Робоча площа корпусу фрезерована. Рейку, так само як рухому рамку у штангенциркуля, можна застопорити відносно корпусу стопорним гвинтом. Це дозволяє, навіть не вмикаючи прилад, використовувати його як звичайну малку.

У корпусі міститься електронний блок з цифровим індикатором та кнопками керування, відсік для батарейки. Призначення електронного блоку – вимірювання кута повороту рейки відносно корпусу. Результат вимірювання зазвичай відображається у градусах.

Часто у корпус вмонтовано горизонтальну і вертикальну (чи лише одну з них) капсули рівня. Тоді таким приладом можна користуватись як звичайним рівнем.

Кнопки керування типового цифрового кутоміра нагадують цифровий штангенциркуль:

«On/Off» – включити/виключити прилад;

«inch/mm» – дюйми/міліметри, тобто у яких одиницях вимірювання буде відображатись результат вимірювання на індикаторі штангенциркуля;

«Zero» – встановлення нуля шкали.

Діапазон вимірюваних кутів таких приладів зазвичай становить $0^{\circ} \dots 180^{\circ} - 220^{\circ} - 360^{\circ}$, похибка вимірювання кута $0,1^{\circ}$.

Цифрові рівні (уклономіри) візуально нагадують класичні бульбашкові рівні, де крім горизонтальної і вертикальної (а іноді ще й 45-градусної) капсул є відповідний електронний блок для вимірювання положення робочої площини корпусу цього приладу у просторі. Кнопки керування практично ідентичні цифровому кутоміру.

Довжина корпусу цифрового рівня зазвичай становить 400; 600; 900 чи 1200 мм.

Діапазон вимірюваних кутів таких приладів зазвичай становить $0^{\circ} \dots 360^{\circ} (4 \times 90^{\circ})$, похибка вимірювання кута $0,05^{\circ} \dots 0,2^{\circ}$.

1.2 Види відхилень форми циліндричних поверхонь

Відхилення форми циліндричних поверхонь стандартизовані, і ці відхилення поділяють на елементарні та комплексні.

Комплексними відхиленнями є відхилення профілю поздовжнього перерізу, некруглість, нециліндричність.

Елементарними відхиленнями є конусність, бочкоподібність, сідлоподібність, овальність, огранка.

Конусоподібність – відхилення, при якому твірні поздовжнього перерізу прямолінійні, але не паралельні.

Конусність визначається як відношення різниці діаметрів двох поперечних перерізів до відстані між ними.

Обидва діаметри вимірюють звичайними вимірювальними інструментами. Відстань між перерізами, в яких вимірюють діаметри, визначають за допомогою лінійки, штангенциркуля, або іншими засобами. Вимірювання двох діаметрів проводять в одній і тій же площині, яка проходить через вісь циліндра.

Бочкоподібність – відхилення профілю поздовжнього перерізу, при якому твірні непрямолінійні, а діаметри збільшуються від країв до середини перерізу.

Сідлоподібність – відхилення профілю поздовжнього перерізу, при якому твірні непрямолінійні, а діаметри зменшуються від країв до середини перерізу.

Кількісно конусоподібність, бочкоподібність та сідлоподібність визначають так:

$$d = (d_{\max} - d_{\min}) / 2, \quad (8.1)$$

де d_{\max} – найбільший вимірний діаметр, мм;

d_{\min} – найменший вимірний діаметр, мм.

Для вимірювання цих відхилень використовують двоконтактні засоби вимірювань (мікрометри, важільні скоби, штангенінструмент).

Овальність – відхилення, при якому реальний профіль є овальною фігурою, найбільший та найменший діаметри якої перпендикулярні.

За значення овальності приймають половину різниці між найбільшим та найменшим діаметрами перерізу (див. (8.1)).

Огранка – відхилення, при якому реальний профіль є багатогранною фігурою, яка може мати різну кількість граней.

2 Лабораторна установка

До складу лабораторної установки входять: штангенциркулі, набори деталей з відхиленнями форми від циліндричності.

3 Хід виконання роботи

3.1 Перевірте „нульову” установку штангенциркуля.

3.2 Проведіть вимірювання діаметрів виданих викладачем деталей у трьох перерізах, причому у кожному з них у перпендикулярних напрямках (рисунок 8.3).

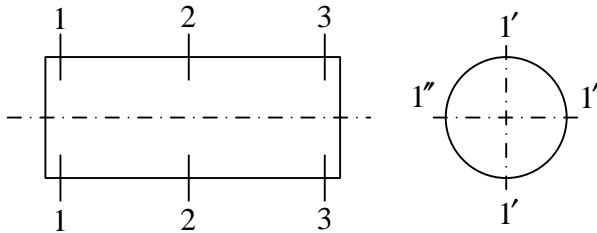


Рисунок 8.3 – До вимірювань елементарних відхилень деталей

4 Розрахункове завдання

Визначте типи елементарних відхилень кожної з досліджуваних деталей та обчисліть їхні числові значення.

5 Вимоги до звіту

Звіт з лабораторної роботи повинен містити:

1. Коротке описання мети і методики проведення роботи.
2. Перелік використаних приладів.
3. Результати вимірювань за п. 3.2.
4. Розрахункове завдання.
5. Висновки.

6 Контрольні питання

1. Штангенциркуль, штангенглибиномір і штангенрейсмус. Їхнє основне призначення.
2. Будова шкали штангенінструменту.
3. Кнопки керування цифровим штангенциркулем.
4. Методика відліку розміру за шкалою механічного штангенциркуля.
5. Методика вимірювання розмірів цифровим штангенциркулем.

Додаток 1

Обробка результатів багаторазових вимірювань

Д.1.1 Теоретичні відомості

Д.1.1.1 Основні поняття, формули та визначення. Після проведення експерименту у дослідника є деяка сукупність чисел, які характеризують явище з кількісної та якісної сторін. Ці числа називають **варіантами** (окреме значення ознаки), а їхню сукупність, розташовану у порядку збільшення чи зменшення числових значень варіант, – **варіаційним рядом**. Процедуру упорядкування сукупності цих чисел називають **ранжуванням**.

Варіаційні ряди містять кінцеву кількість варіант. В експерименті бере участь не вся сукупність об'єктів дослідження, а лише її частина. Сукупність всіх об'єктів дослідження називають **генеральною**, а її частину, яка бере участь в експерименті – **вибіркою**. Кількість варіант – членів вибірки називають її **обсягом**.

Варіаційні ряди можуть бути **неперервними інтервальними** і **дискретними**.

Значення деяких варіант у ряді можуть повторюватись. Кількість повторень варіанти у ряду називають її **частотою** або **вагою**.

Більшість значень у природі мають неперервний характер, тобто їхні значення можуть безперервно слідувати одне за одним із як завгодно малим інтервалом. Наприклад, зріст або вага. Відповідні варіаційні ряди називають неперервними або інтервальними. У таких випадках для отримання ряду весь проміжок можливих числових значень розбивають на ряд інтервалів, розміри яких зазвичай беруть однаковими. Надалі не цікавляться точним числовим значенням кожної з варіант, а просто дивляться, у межах якого інтервалу вона знаходиться. Середину даного інтервалу приймають за «нове» значення варіанти, кількість варіант у даному інтервалі називають

частотою або вагою цієї «нової» варіанти. Така заміна точного значення варіанти її наближеним значенням неминує призводити до похибка, але, як показують відповідні обчислення, значення її настільки мале, що нею можна знехтувати.

Зрозуміло, що сума всіх частот c_i дорівнює загальній кількості варіант ряду n , тобто

$$\sum_{i=1}^n c_i = n . \quad (\text{Д1.1})$$

Модою називають числове значення варіанти ряду, яка має найбільшу вагу (частоту).

Числову характеристику центра варіаційного ряду (середину ряду) називають **медіаною**.

Мода і медіана не враховують числові значення самих варіант, а лише їхню вагу і порядок розташування у ряді. Повнішою характеристикою є **середнє арифметичне (середньозважене)** варіаційного ряду:

$$\tilde{A} = \frac{1}{n} \sum v_i = \frac{1}{n} \sum c_i v_i . \quad (\text{Д1.2})$$

Відхиленням a_i будь-якої варіанти v_i від деякого постійного числа a називають різницю між числовим значенням варіанти і даним числом:

$$a_i = v_i - a . \quad (\text{Д1.3})$$

Відхиленням варіанти від середнього арифметичного ряду називають **центральним**:

$$D_i = v_i - \tilde{A} . \quad (\text{Д1.4})$$

Центральні відхилення мають таку властивість:

$$\sum c_i D_i = \sum c_i (v_i - \tilde{A}) = 0. \quad (D1.5)$$

Найбільш зручними для характеристики мінливості процесу є середньоквадратичні оцінки розсіювання.

Так, *сума квадратів центральних відхилень* – це:

$$\alpha = \sum c_i (v_i - \tilde{A})^2. \quad (D1.6)$$

Дисперсія варіаційного ряду – це:

$$D = \sigma^2 = \frac{\alpha}{n-1}. \quad (D1.7)$$

Значення $k = n - 1$ називають кількістю ступенів свободи. Воно вказує на кількість незалежних розмірів, які беруть участь у визначенні відповідної характеристики.

Середнім квадратичним відхиленням (СКВ) називають додатне значення з дисперсії:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\alpha}{n-1}}. \quad (D1.8)$$

Середнє квадратичне відхилення є основною мірою розсіювання числових значень варіант. Воно визначає ступінь групування числових значень варіант навколо середнього арифметичного ряду. Чим менше значення СКВ, тим щільніше розташовано числові значення варіант навколо середнього, тим однорідніший матеріал дослідження. Мале значення СКВ також вказує на те, що участь у процесі випадкових чинників незначна і точність методики дослідження задовільна.

Зазвичай (див. приклад 1.1) для простоти розрахунку складають допоміжну таблицю (таблиця Д.1.1).

Таблиця Д.1.1

| | | | | | | |
|-------|------------|-----------|-------------------|---|-----------------------|--|
| v_i | c_i | $c_i v_i$ | $v_i - \tilde{A}$ | $c_i(v_i - \tilde{A})$ | $(v_i - \tilde{A})^2$ | $c_i(v_i - \tilde{A})^2$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | $\sum c_i$ | | | Перевірка: $\sum c_i(v_i - \tilde{A})$ має дорівнювати нулю | | $\alpha = \sum c_i(v_i - \tilde{A})^2$ |

Мірою мінливості вибіркового значення середнього арифметичного є *середнє квадратичне відхилення результату вимірювання (середня помилка середнього арифметичного)*:

$$S(\tilde{A}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\alpha}{n(n-1)}}. \quad (Д1.9)$$

Середня помилка буде тим меншою, чим менше СКВ σ , тобто чим менша мінливість ознаки знайдених розмірів і чим більша кількість зроблених вимірювань.

Важливість цієї характеристики полягає у тому, що вона дозволяє визначити якою мірою знайдене середнє арифметичне (по вибірці) може відрізнитися від дійсного.

Д.1.1.2 Виключення із розрахунків варіант, які сильно відрізняються від інших. При експериментальних дослідженнях можливі всілякі помилки. Пов'язані з впливом неврахованих зовнішніх чинників на експеримент у даний момент. У цьому випадку варіація вибірки, отримана при даному вимірюванні, буде сильно відрізнитися від інших.

У теорії математичної статистики показано, що **якщо у варіаційному ряді відхилення якої-небудь варіанти від середнього арифметичного, узятє зі знаком плюс, перевищує СКВ у три рази, то є підстави розглядати це значення як нетипове, яке з'явилося випадково.** У таких випадках цю варіанту виключають з розрахунків,

оскільки можливість її закономірної появи у даному ряду значень дуже мала і не перевищує 0,27 %.

Виключення варіант роблять таким чином (див. приклад 1.2): обчислюють \tilde{A} та σ без врахування (!) сумнівної варіанти. Якщо виявиться, що відхилення сумнівної варіанти від середнього арифметичного перевищує 3σ , то сумнівну варіанту відкидають та подальші обчислення виконують без неї. Якщо ж відхилення сумнівної варіанти від середнього арифметичного менше, ніж 3σ , то сумнівна варіанта включається назад до ряду і знову обчислюють \tilde{A} та σ з її врахуванням. Результат другого обчислення вважається при цьому кінцевим.

Д.1.1.3 Основні прийоми обчислення середнього арифметичного ряду та суми квадратів центральних відхилень. Як було вже сказано, \tilde{A} та α обчислюють за формулами (Д1.2) та (Д1.6):

$$\tilde{A} = \frac{1}{n} \sum v_i = \frac{1}{n} \sum c_i v_i,$$

$$\alpha = \sum c_i (v_i - \tilde{A})^2.$$

Проте користуватись цими формулами не завжди зручно і тому формулу (Д1.6) (див. приклад 1.3) замінюють на іншу:

$$\alpha = \sum c_i v_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum c_i v_i \right)^2. \quad (\text{Д1.10})$$

При цьому для зручності обчислень за допомогою калькулятора використовують допоміжну таблицю (таблиця Д.1.2).

Коли числові значення варіант великі, то для спрощення операцій додавання та піднесення до квадрату при обчисленні \tilde{A} та α використовують такі формули:

$$\tilde{A} = \frac{1}{n} \sum c_i (v_i - a) + a, \quad (Д1.11)$$

$$\alpha = \sum c_i (v_i - a)^2 - \frac{1}{n} \left[\sum c_i (v_i - a) \right]^2, \quad (Д1.12)$$

де a – постійне число, значення якого вибирається близьким до середини ряду розподілу або рівним варіації з найбільшою частотою.

Таблиця Д1.2

| | | | | |
|-------|------------|----------------|---------|------------------|
| v_i | c_i | $c_i v_i$ | v_i^2 | $c_i v_i^2$ |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| | $\sum c_i$ | $\sum c_i v_i$ | | $\sum c_i v_i^2$ |

При цьому використовують дещо іншу допоміжну таблицю (таблиця Д1.3).

Таблиця Д1.3

| | | | | | |
|-------|------------|-----------|----------------------|---------------|------------------------|
| v_i | c_i | $v_i - a$ | $c_i (v_i - a)$ | $(v_i - a)^2$ | $c_i (v_i - a)^2$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | $\sum c_i$ | | $\sum c_i (v_i - a)$ | | $\sum c_i (v_i - a)^2$ |

Крім того, якщо варіанти є дрібними числами, їх можна помножити на одне і те ж саме число b . Отримане після обчислень значення середнього арифметичного ділять на це число, значення α – його квадрат.

Метод інтервальних рядів є, на відміну від попереднього точного методу, наближеним методом обчислення \tilde{A} та α . Перевагою цього методу є простіший характер обчислення при прийнятній в інженерній практиці точності.

Для обчислення середнього арифметичного ряду \tilde{A} та суми квадратів центральних відхилень α у цьому методі використовують формули:

$$\tilde{A} = \frac{L}{n} \sum c_i \left(\frac{v_i - a}{L} \right) + a, \quad (Д1.13)$$

$$\alpha = L^2 \left[\sum c_i \left(\frac{v_i - a}{L} \right)^2 - \frac{1}{n} \left(\sum c_i \frac{v_i - a}{L} \right)^2 \right], \quad (Д1.14)$$

де v_i – числові значення умовних варіант, що є серединами прийнятих інтервалів; c_i – їхні частоти; L – розмір інтервалу; a – постійне число, яке дорівнює числовому значенню умовної варіанти, що має найбільшу частоту; n – обсяг вибірки.

При цьому для зручності обчислень за допомогою калькулятора використовують допоміжну таблицю (таблиця Д1.4).

Таблиця Д1.4

| Межі інтервалів | v_i | c_i | $v_i - a$ | $\frac{v_i - a}{L}$ | $c_i \frac{v_i - a}{L}$ | $\left(\frac{v_i - a}{L} \right)^2$ | $c_i \left(\frac{v_i - a}{L} \right)^2$ |
|-----------------|-------|------------|-----------|---------------------|------------------------------|--------------------------------------|---|
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | | $\sum c_i$ | | | $\sum c_i \frac{v_i - a}{L}$ | | $\sum c_i \left(\frac{v_i - a}{L} \right)^2$ |

Д.1.1.4 Об'єднання результатів вимірювань. Якщо вимірювання проводять при зміні деяких зовнішніх умов (температури, вологості, тощо) або з якимось розірванням у часі, за який певний невідомий впливний фактор може змінитися, потрібна перевірка: чи можна об'єднувати результати цих багаторазових вимірювань. При об'єднанні результатів вимірювань зменшується випадкова похибка.

Проте, об'єднувати результати таких вимірювань можна лише у тому випадку, якщо точності вимірювань цих серій рівні, та якщо рівні середні значення двох генеральних сукупностей.

Практично ця перевірка виглядає так:

1. Порівнюють точність вимірювань за критерієм Фішера.

Для цього обчислюють відношення більшої дисперсії σ_1^2 до меншої σ_2^2 і отримують $F_{\text{практ}}$:

$$F_{\text{практ}} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, \quad (\text{Д1.15})$$

та кількість ступенів свободи чисельника k_1 та знаменника k_2 :

$$\begin{aligned} k_1 &= n_1 - 1; \\ k_2 &= n_2 - 1. \end{aligned} \quad (\text{Д1.16})$$

Потім за таблицями точок розподілу Фішера, виходячи зі значень k_1 та k_2 і довірчої імовірності p знаходимо значення $F_{\text{табл}}$ на перетині відповідних стовпчика та рядка.

Якщо $F_{\text{практ}} \leq F_{\text{табл}}$, то точності вимірювань рівні, якщо ж $F_{\text{практ}} > F_{\text{табл}}$, то вимірювання проводились з різною точністю і об'єднати їх не можна.

2. Порівнюють математичні очікування за допомогою таблиць Ст'юдента.

Для цього обчислюють $T_{\text{практ}}$:

$$T_{\text{практ}} = \frac{|\tilde{A}_1 - \tilde{A}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}, \quad (\text{Д1.17})$$

та кількість ступенів свободи:

$$k = n_1 + n_2 - 2, \quad (\text{Д1.18})$$

де \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 – математичні очікування, які відповідають більшій та меншій дисперсіям відповідних рядів; σ_1, σ_2 – СКВ цих рядів; n_1, n_2 – обсяги вибірок цих рядів.

Потім за таблицями критичних точок розподілу Ст'юдента для двосторонньої критичної області та заданої довірчої імовірності знаходять значення $t_{\text{табл}}$.

Якщо $T_{\text{практ}} < t_{\text{табл}}$, то об'єднувати результати вимірювань можна, якщо ж $T_{\text{практ}} > t_{\text{табл}}$, то об'єднувати результати не можна.

Д.1.1.5 Визначення довірчих інтервалів для оцінки математичного очікування нормального розподілу. Якщо ми знаємо \tilde{A} та σ генеральної сукупності, то можна оцінити межі довірчого інтервалу за правилом 3σ з рівнем значущості 0,27 %. Проте такий рівень значущості зазвичай є непотрібним – найчастіше достатньо 5 % або 1 % рівня значущості. Тому статистична похибка, обчислена за правилом 3σ є завищеною, що збільшує витрати виробника.

Більше того, найчастіше доводиться мати справу не з усією генеральною сукупністю, а з її окремою невеликою вибіркою. Тому середнє арифметичне та СКВ вибірки істотно відрізнятимуться від значень середнього арифметичного та СКВ для генеральної сукупності. Через це використовують певні методи для обчислення довірчих інтервалів.

Довірчим інтервалом називають інтервал $(x - \Delta x, x + \Delta x)$, у який потрапляє істинне значення x_0 із заданою надійністю (довірчою імовірністю).

Надійністю (довірчою імовірністю) оцінки x_0 по x називають імовірність p , з якою виконується нерівність $|x_0 - x| < \Delta x$. Зазвичай довірчу імовірність задають заздалегідь, причому за p беруть число, близьке до одиниці. Найчастіше задають такі значення імовірності: 0,95; 0,99 та 0,999 (95 %, 99 % та 99,9 %).

Рівень значущості γ визначає імовірність помилкового рішення, припустимого у досліді. γ та p пов'язані між собою:

$$p = 1 - \gamma. \quad (Д1.19)$$

Для визначення меж довірчого інтервалу можна скористатись таблицею значень коефіцієнта Ст'юдента t_γ . При цьому, задаючись довірчою імовірністю p і, знаючи кількість результатів вимірювань n , на перетині рядка n та стовпчика p , знаходять коефіцієнт t_γ . Знаючи t_γ , обчислюють межі довірчого інтервалу:

$$(\tilde{A} - t_\gamma S(\tilde{A}), \tilde{A} + t_\gamma S(\tilde{A})). \quad (Д1.20)$$

Тоді результати вимірювань можна записати так:

$$x = \tilde{A} \pm t_\gamma S(\tilde{A}); p. \quad (Д1.21)$$

Д.1.2 Приклади

Приклад 1.1 Розрахунок \tilde{A} та σ прямим способом

Нехай задано ряд значень, який після сортування (ранжування) за зростанням має вигляд:

100; 101; 101; 102; 102; 103; 103; 103; 103; 104; 104; 104; 105; 105; 105; 105; 105; 106; 106; 106; 107; 107; 107; 109; 109.

Заповнимо таблицю Д1.1, в результаті отримаємо таблицю Д1.5.

Таблиця Д1.5

| v_i | c_i | $c_i v_i$ | $v_i - \tilde{A}$ | $c_i(v_i - \tilde{A})$ | $(v_i - \tilde{A})^2$ | $c_i(v_i - \tilde{A})^2$ |
|-------|------------|-----------|-------------------|---|-----------------------|---|
| 100 | 1 | 100 | -4,519 | -4,519 | 20,421 | 20,421 |
| 101 | 2 | 202 | -3,519 | -7,038 | 12,383 | 24,767 |
| 102 | 2 | 204 | -2,519 | -5,038 | 6,345 | 12,691 |
| 103 | 4 | 412 | -1,519 | -6,076 | 2,307 | 9,229 |
| 104 | 3 | 312 | -0,519 | -1,557 | 0,269 | 0,808 |
| 105 | 7 | 735 | 0,481 | 3,367 | 0,231 | 1,620 |
| 106 | 3 | 318 | 1,481 | 4,443 | 2,193 | 6,580 |
| 107 | 3 | 321 | 2,481 | 7,443 | 6,155 | 18,466 |
| 109 | 2 | 218 | 4,481 | 8,962 | 20,079 | 40,159 |
| | $\sum c_i$ | | | Перевірка: $\sum c_i(v_i - \tilde{A}) = 0$ | | $\alpha = \sum c_i(v_i - \tilde{A})^2 = 134,74$ |

З формул (Д.1.2), (Д.1.6) та (Д1.8) знаходимо:

$$\tilde{A} = \frac{1}{n} \sum c_i v_i = \frac{2822}{27} = 104,5185 \approx 104,52 ;$$

$$\alpha = \sum c_i (v_i - \tilde{A})^2 = 134,74 ;$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\alpha}{n-1}} = \sqrt{\frac{134,74}{27-1}} = 2,28 .$$

Приклад 1.2 Виключення із розрахунків варіант, які суттєво відрізняються від інших

Нехай маємо ряд значень, які отримано за результатами дослідів при вимірюванні частоти генератора:

100; 101; 101; 102; 102; 103; 103; 103; 103; 104; 104; 104; 105; 105; 105; 105; 105; 106; 106; 106; 107; 107; 107; 109; 109; 123.

Помітно відразу, що число 123 суттєво відрізняється від інших. Робимо висновок, що, можливо, промах.

Тому виключаємо це число з ряду, обробляємо цей ряд як ряд багаторазових рівно точних вимірювань (див. приклад 1.1) та порівнюємо $123 - \tilde{A}$ та 3σ : $123 - 104,52 = 18,48$; $3\sigma = 3 \cdot 2,28 = 6,84$. Бачимо, що $123 - \tilde{A} = 18,48$ значно більше за $3\sigma = 6,84$. Тому варіанту 123 вважаємо грубою помилкою (промахом) та з подальших розрахунків її виключаємо.

Приклад 1.3 Розрахунок \tilde{A} та σ прямим способом (другий варіант)

Нехай маємо ряд значень, які отримано за результатами дослідів при вимірюванні частоти генератора:

100; 101; 102; 102; 103; 103; 103; 104; 104; 104; 104; 104; 105; 105; 105; 105; 106; 106; 106; 106; 107; 107; 108; 108; 109; 110.

Заповнимо тепер цими числами таблицю Д.1.2 (таблиця Д.1.6).

З формул (Д.1.2), (Д.1.10) та (Д1.8) знаходимо:

$$\tilde{A} = \frac{1}{n} \sum c_i v_i = \frac{2832}{27} = 104,8889 \approx 104,89 ;$$

$$\alpha = \sum c_i v_i^2 - \frac{1}{n} (\sum c_i v_i)^2 = 297192 - \frac{1}{27} (2832)^2 = \\ = 146,667 \approx 146,67 ;$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\alpha}{n-1}} = \sqrt{\frac{146,67}{27-1}} = 2,375 \approx 2,38 .$$

Таблиця Д1.6

| V_i | c_i | $c_i V_i$ | V_i^2 | $c_i V_i^2$ |
|-------|-----------------|---------------------------|---------|-------------------------------|
| 100 | 1 | 100 | 10000 | 10000 |
| 101 | 1 | 101 | 10201 | 10201 |
| 102 | 2 | 204 | 10404 | 20808 |
| 103 | 3 | 309 | 10609 | 31827 |
| 104 | 5 | 520 | 10816 | 54080 |
| 105 | 5 | 525 | 11025 | 55125 |
| 106 | 4 | 424 | 11236 | 44944 |
| 107 | 2 | 214 | 11449 | 22898 |
| 108 | 2 | 216 | 11664 | 23328 |
| 109 | 1 | 109 | 11881 | 11881 |
| 110 | 1 | 110 | 12100 | 12100 |
| | $\sum c_i = 27$ | $\sum c_i V_i =$ =2832 | | $\sum c_i V_i^2 =$ =297192 |

Приклад 1.4 Обробка результатів вимірювань методом інтервальних рядів

Нехай при вимірюваннях отримано такі значення:

100,71; 101,53; 101,7; 102,33; 102,5; 102,5; 103; 103; 103,29 103,3
103,5; 103,7; 104; 105; 105,55; 106; 107; 108; 109; 109,9.

Даний ряд відноситься до інтервальних – значення слідують одне за одним не дискретно, а з різницею, яка за нескінченно великого збільшення кількості вимірювань буде прямувати до нуля. Тому використаємо метод обробки для інтервальних рядів. Крім цього, методом інтервальних рядів зручно користуватись за великої кількості вимірювань і для дискретних рядів.

Приймаємо за початок нашого інтервалу **min** значення, яке явно менше нашого мінімального значення. Приймаємо **min**=100. за кінець

нашого інтервалу **max** приймаємо значення, яке явно більше нашого максимального значення. Приймаємо **max**=110.

Тепер розбиваємо цей інтервал на деяку кількість k малих інтервалів. Їхню кількість доцільно вибрати від 5 до 10. За меншої кількості інтервалів матимемо велику похибку, за більшої кількості інтервалів зменшенням похибки можна знехтувати, а обчислення стають складнішими.

Довжину нашого інтервалу розбивки обчислюємо за формулою:

$$L = \frac{\max - \min}{k} = \frac{110 - 100}{5} = 2, \quad (\text{Д1.18})$$

де k – кількість інтервалів розбивки (малих інтервалів).

Заповнимо тепер таблицю Д.1.4 (таблиця Д.1.7).

Таблиця Д1.7

| Межі інтервалів | v_i | c_i | $v_i - a$ | $\frac{v_i - a}{L}$ | $c_i \frac{v_i - a}{L}$ | $\left(\frac{v_i - a}{L}\right)^2$ | $c_i \left(\frac{v_i - a}{L}\right)^2$ |
|-----------------|-------|----------------------|-----------|---------------------|--|------------------------------------|---|
| 100 - 102 | 101 | 3 | -2 | -1 | -3 | 1 | 3 |
| 102 - 104 | 103 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 104 - 106 | 105 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 |
| 106 - 108 | 107 | 2 | 4 | 2 | 4 | 4 | 8 |
| 108 - 110 | 109 | 3 | 6 | 3 | 9 | 9 | 27 |
| | | $\sum c_i =$ = 20 | | | $\sum c_i \frac{v_i - a}{L} =$ = 13 | | $\sum c_i \left(\frac{v_i - a}{L}\right)^2 =$ = 41 |

При заповненні таблиці бачимо, що на інтервалі 102 – 104 знаходиться 9 значень, що більше, ніж у будь-якому іншому інтервалі, тому за **a** приймаємо 103.

\tilde{A} та α обчислюємо за виразами (Д1.13), (Д1.14):

$$\tilde{A} = \frac{L}{n} \sum c_i \left(\frac{v_i - a}{L} \right) + a = \frac{2}{20} 13 + 103 = 104,3;$$

$$\begin{aligned} \alpha &= L^2 \left[\sum c_i \left(\frac{v_i - a}{L} \right)^2 - \frac{1}{n} \left(\sum c_i \frac{v_i - a}{L} \right)^2 \right] = \\ &= 2^2 \left[41 - \frac{1}{20} (13)^2 \right] = 130,2. \end{aligned}$$

Значення σ обчислюємо так само, як і у попередніх прикладах:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\alpha}{n-1}} = \sqrt{\frac{130,2}{20-1}} = 2,617 \approx 2,62.$$

Приклад 1.5 Об'єднання результатів вимірювань

Нехай дослід робився два дні. Потрібно перевірити, чи можна об'єднати результати цих двох рядів. Вважатимемо, що ці ряди вже оброблено як багаторазові вимірювання (див. приклади 1.1 та 1.3).

Для перевірки гіпотези про можливість об'єднання результатів цих вимірювань, виконаємо такі дії:

1. Перевіряємо розходження точності вимірювань.

Для цього знаходимо $F_{\text{практ}}$ і порівнюємо його з табличним значенням.

Бачимо, що СКВ σ у прикладі 1.3 більше, ніж СКВ у прикладі 1.1. Тому за σ_1 приймаємо число 2,38 з прикладу 1.3. Маємо:

$$F_{\text{практ}} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{2,38^2}{2,28^2} = 1,09.$$

За таблицями Фішера для $p = 0,99$ знаходимо $F_{\text{табл}} = 2,5848$, а для $p = 0,95$ знаходимо $F_{\text{табл}} = 1,9464$. Бачимо, що при будь-якому

значенні p $F_{\text{практ}} < F_{\text{табл}}$. Звідси випливає висновок про те, що ці вимірювання проводилися з однаковою точністю.

2. Перевіряємо розходження середніх.

Для цього обчислюємо $T_{\text{практ}}$:

$$T_{\text{практ}} = \frac{|\tilde{A}_1 - \tilde{A}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} =$$

$$= \frac{|10489 - 10452|}{\sqrt{(27 - 1)2,38^2 + (27 - 1)2,28^2}} \sqrt{\frac{27 \cdot 27 (27 - 27 - 2)}{27 + 27}} = 2,817;$$

та кількість ступенів свободи:

$$k = n_1 + n_2 - 2 = 27 + 27 - 2 = 52.$$

За таблицями критичних точок розподілу Ст'юдента для двосторонньої критичної області для довірчої імовірності $p = 0,99$ знаходимо $t_{\text{табл}} = 2,7$, а для довірчої імовірності $p = 0,95$ знаходимо $t_{\text{табл}} = 2,02$. Бачимо, що за будь-якого з цих двох значень довірчої імовірності $T_{\text{практ}} > t_{\text{табл}}$, тому об'єднувати результати вимірювань не можна.

Додаток 2

Приклад знаходження коефіцієнта кореляції, кореляційного відношення та рівняння регресії лінійного виду

Нехай потрібно дослідити залежність між вхідною та вихідною напругами досліджуваного пристрою.

Після відповідних вимірювань отримали результати – див. таблицю Д2.1.

Таблиця Д2.1

| $U_{\text{вх}}$, В | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|-----------------------|--------|--------|-------|------|-------|
| $U_{\text{вих1}}$, В | -15,54 | -11,36 | -4,42 | 8,53 | 24,12 |
| $U_{\text{вих2}}$, В | -15,76 | -12,15 | -4,81 | 8,09 | 23,11 |
| $U_{\text{вих3}}$, В | -15,04 | -11,27 | -4,11 | 8,83 | 23,49 |
| $U_{\text{вих4}}$, В | -15,94 | -12,26 | -3,16 | 8,32 | 24,75 |

Для знаходження коефіцієнта кореляції потрібно обчислити τ , $\alpha_{U_{\text{вх}}}$ та $\alpha_{U_{\text{вих}}}$.

З цією метою обробимо ряди для вхідної та вихідної напруг як багаторазові рівно точні вимірювання. Зауважимо, що для кожного значення вхідної напруги вимірювання проводилися чотири рази, тому маємо чотири однакові вхідні напруги для кожного значення.

Знайдемо значення $\tilde{A}_{U_{\text{вх}}}$, $\tilde{A}_{U_{\text{вих}}}$, $\alpha_{U_{\text{вх}}}$ та $\alpha_{U_{\text{вих}}}$:

$$\tilde{A}_{U_{\text{вх}}} = \frac{\sum U_{\text{вх}}}{n} = \frac{0}{20};$$

$$\alpha_{U_{\text{вх}}} = \sum (U_{\text{вх}} - \tilde{A}_{U_{\text{вх}}})^2 = 40;$$

$$\tilde{A}_{U_{вих}} = \frac{\sum U_{вих}}{n} = \frac{3,42}{20} = 0,171;$$

$$\alpha_{U_{вих}} = \sum (U_{вих} - \tilde{A}_{U_{вих}})^2 = 4158,702.$$

Для знаходження $\sum (U_{вх} U_{вих})$ скористаємося допоміжною таблицею (таблиця Д2.2).

Таблиця Д2.2

| | | | | | | |
|-----------------------|--------|--------|--------|-------|--------|------------------------------|
| $U_{вх}, В$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | $\sum (U_{вх} \sum U_{вих})$ |
| $U_{вих1}, В$ | -15,54 | -11,36 | -4,42 | 8,53 | 24,12 | |
| $U_{вих2}, В$ | -15,76 | -12,15 | -4,81 | 8,09 | 23,11 | |
| $U_{вих3}, В$ | -15,04 | -11,27 | -4,11 | 8,83 | 23,49 | |
| $U_{вих4}, В$ | -15,94 | -12,26 | -3,16 | 8,32 | 24,75 | |
| $\sum U_{вих}$ | -62,28 | -47,04 | -16,05 | 33,77 | 95,47 | |
| $U_{вх} \sum U_{вих}$ | 124,56 | 47,04 | 0 | 33,77 | 190,94 | 396,31 |

Обчислюємо тепер коефіцієнт кореляції:

$$\tau = \sum (U_{вх} \sum U_{вих}) - \frac{1}{n} (\sum U_{вх}) (\sum U_{вих}) = 396,31;$$

$$r = \frac{(n-1)\tau}{n\sqrt{\alpha_{U_{вх}} \alpha_{U_{вих}}}} = \frac{(20-1)396,31}{20\sqrt{40 \cdot 4158,702}} = 0,9234.$$

Бачимо, що коефіцієнт кореляції додатний і близький до одиниці. З цього можна зробити висновок, що між вхідною та вихідною напругами спостерігається прямий зв'язок, який близький до лінійного.

Обчислимо тепер кореляційне відношення.

Для цього потрібно знайти $\bar{\alpha}_{U_{вих}}$. Знаходимо середні значення вихідної напруги для кожного значення вхідної (таблиця Д.2.3).

Таблиця Д.2.3

| $U_{вх}$, В | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|---------|
| $U_{вих1}$, В | -15,54 | -11,36 | -4,42 | 8,53 | 24,12 |
| $U_{вих2}$, В | -15,76 | -12,15 | -4,81 | 8,09 | 23,11 |
| $U_{вих3}$, В | -15,04 | -11,27 | -4,11 | 8,83 | 23,49 |
| $U_{вих4}$, В | -15,94 | -12,26 | -3,16 | 8,32 | 24,75 |
| $\bar{U}_{вих}$ | -15,57 | -11,76 | -4,125 | 8,4325 | 23,8675 |

Знаходимо тепер власне $\bar{\alpha}_{U_{вих}}$:

$$\tilde{A}_{\bar{U}_{вих}} = \frac{\sum \bar{U}_{вих}}{n} = \frac{0,655}{20} = 0,033;$$

$$\bar{\alpha}_{U_{вих}} = \sum (U_{вих} - \tilde{A}_{\bar{U}_{вих}})^2 = 4153,81.$$

Знаходимо кореляційне відношення:

$$\rho_{U_{вих}} = \sqrt{\frac{\bar{\alpha}_{U_{вих}}}{\alpha_{U_{вих}}}} = \sqrt{\frac{4153,81}{4158,702}} = 0,99941.$$

Бачимо, що зв'язок настільки сильний, що зовнішні фактори майже не впливають на нього.

Оскільки кореляційне відношення більше за коефіцієнт кореляції, можна зробити висновок, що зв'язок не є точно лінійним, але тому що

коефіцієнт кореляції близький до одиниці, він достатньо лінійний.
Знайдемо коефіцієнти рівняння регресії:

$$y = bx + c ;$$

$$b = \frac{\tau}{\alpha_{U_{ex}}} = \frac{369,31}{40} = 9,91 ;$$

$$c = \tilde{A}_{U_{вих}} - \frac{\tau}{\alpha_{U_{ex}}} \tilde{A}_{U_{ex}} = 0,171 - \frac{396,31}{40} \cdot 0 = 0,171 .$$

Остаточний вигляд рівняння регресії:

$$y = 9,91x + 0,17 .$$

Додаток 3

Таблиці для обробки багатократних вимірювань

Таблиця Д.1 – Значення $t_\gamma = t(\gamma, n)$

| n | γ | | | n | γ | | |
|-----|----------|-------|-------|----------|----------|-------|-------|
| | 0,95 | 0,99 | 0,999 | | 0,95 | 0,99 | 0,999 |
| 5 | 2,78 | 4,60 | 8,61 | 20 | 2,093 | 2,861 | 3,883 |
| 6 | 2,57 | 4,03 | 6,86 | 25 | 2,064 | 2,797 | 3,745 |
| 7 | 2,45 | 43,71 | 5,96 | 30 | 2,045 | 2,756 | 3,659 |
| 8 | 2,37 | 3,50 | 5,41 | 35 | 2,032 | 2,720 | 3,600 |
| 9 | 2,31 | 3,36 | 5,04 | 40 | 2,023 | 2,708 | 3,558 |
| 10 | 2,26 | 3,25 | 4,78 | 45 | 2,016 | 2,692 | 3,527 |
| 11 | 2,23 | 3,17 | 4,59 | 50 | 2,009 | 2,679 | 3,502 |
| 12 | 2,20 | 3,11 | 4,44 | 60 | 2,001 | 2,662 | 3,464 |
| 13 | 2,18 | 3,06 | 4,32 | 70 | 1,996 | 2,649 | 3,439 |
| 14 | 2,16 | 3,01 | 4,22 | 80 | 1,991 | 2,640 | 3,418 |
| 15 | 2,15 | 2,98 | 4,14 | 90 | 1,987 | 2,633 | 3,403 |
| 16 | 2,13 | 2,95 | 4,07 | 100 | 1,984 | 2,627 | 3,392 |
| 17 | 2,12 | 2,92 | 4,02 | 120 | 1,980 | 2,617 | 3,374 |
| 18 | 2,11 | 2,90 | 3,97 | ∞ | 1,960 | 2,576 | 3,291 |
| 19 | 2,10 | 2,88 | 3,92 | | | | |

Таблиця Д.3 – Критичні точки розподілу Ст'юдента

| Кількість ступенів свободи | Рівень значимості p (двостороння критична область) | | | | | |
|----------------------------|---|-------|-------|-------|-------|--------|
| | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0,002 | 0,001 |
| 1 | 6,31 | 12,7 | 31,82 | 63,7 | 318,3 | 637,0 |
| 3 | 2,35 | 3,18 | 4,54 | 5,84 | 10,22 | 12,9 |
| 5 | 2,01 | 2,57 | 3,37 | 4,03 | 5,89 | 6,86 |
| 7 | 1,89 | 2,36 | 3,00 | 3,50 | 4,79 | 5,40 |
| 9 | 1,83 | 2,26 | 2,82 | 3,25 | 4,30 | 4,78 |
| 10 | 1,81 | 2,23 | 2,76 | 3,17 | 4,14 | 4,59 |
| 12 | 1,78 | 2,18 | 2,68 | 3,05 | 3,93 | 4,32 |
| 15 | 1,75 | 2,13 | 2,60 | 2,95 | 3,73 | 4,07 |
| 17 | 1,74 | 2,11 | 2,57 | 2,90 | 3,65 | 3,96 |
| 19 | 1,73 | 2,09 | 2,54 | 2,86 | 3,58 | -3,88 |
| 20 | 1,73 | 2,09 | 2,53 | 2,85 | 3,55 | 3,85 |
| 22 | 1,72 | 2,07 | 2,51 | 2,82 | 3,51 | 3,79 |
| 23 | 1,71 | 2,07 | 2,50 | 2,81 | 3,49 | 3,77 |
| 25 | 1,71 | 2,06 | 2,49 | 2,79 | 3,45 | 3,72 |
| 26 | 1,71 | 2,06 | 2,48 | 2,78 | 3,44 | 3,71 |
| 27 | 1,71 | 2,05 | 2,47 | 2,77 | 3,42 | 3,69 |
| 30 | 1,70 | 2,04 | 2,46 | 2,75 | 3,39 | 3,65 |
| 40 | 1,68 | 2,02 | 2,42 | 2,70 | 3,31 | 3,55 |
| 60 | 1,67 | 2,00 | 2,39 | 2,66 | 3,23 | 3,46 |
| 120 | 1,66 | 1,98 | 2,36 | 2,62 | 3,17 | 3,37 |
| ∞ | 1,64 | 1,96 | 2,33 | 2,58 | 3,09 | 3,29 |
| | 0,05 | 0,025 | 0,01 | 0,005 | 0,001 | 0,0005 |
| | Рівень значимості p (одностороння критична область) | | | | | |

Додаток 4

Таблиці для обробки багатократних вимірювань

Таблиця Д.4 – Критичні точки розподілу F Фішера-Снедекора

| k2 | Рівень значимості $p = 0,01$ | | | | | | | | | | |
|----------|------------------------------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|----------|
| | k1 | | | | | | | | | | |
| | 1 | 5 | 10 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| 1 | 4052 | 5764 | 6056 | 6157,3 | 6208,7 | 6234,6 | 6260,7 | 6286,8 | 6313 | 6339 | 6366 |
| 5 | 16,26 | 10,97 | 10,05 | 8,722 | 9,553 | 9,467 | 9,379 | 9,291 | 9,202 | 9,112 | 9,020 |
| 10 | 10,04 | 5,64 | 4,85 | 4,558 | 4,405 | 4,327 | 4,247 | 4,165 | 4,082 | 3,997 | 3,909 |
| 15 | 8,68 | 4,56 | 3,80 | 3,522 | 3,372 | 3,294 | 3,214 | 3,132 | 3,047 | 2,96 | 2,868 |
| 20 | 8,096 | 4,103 | 3,368 | 3,088 | 2,938 | 2,859 | 2,779 | 2,695 | 2,608 | 2,517 | 2,421 |
| 25 | 7,77 | 3,855 | 3,129 | 2,85 | 2,699 | 2,62 | 2,538 | 2,253 | 2,364 | 2,27 | 2,169 |
| 26 | 7,721 | 5,526 | 3,094 | 2,815 | 2,664 | 2,585 | 2,503 | 2,417 | 2,327 | 2,233 | 2,132 |
| 30 | 7,563 | 3,699 | 2,279 | 2,70 | 2,549 | 2,469 | 2,386 | 2,299 | 2,208 | 2,111 | 2,006 |
| 40 | 7,314 | 3,514 | 2,801 | 2,522 | 2,369 | 2,288 | 2,203 | 2,114 | 2,019 | 1,917 | 1,805 |
| 60 | 7,077 | 3,339 | 2,632 | 2,352 | 2,198 | 2,115 | 2,029 | 1,936 | 1,836 | 1,726 | 1,601 |
| 120 | 6,851 | 3,174 | 2,472 | 2,192 | 2,035 | 1,95 | 1,86 | 1,763 | 1,656 | 1,533 | 1,381 |
| ∞ | 6,635 | 3,017 | 2,321 | 2,039 | 1,878 | 1,791 | 1,696 | 1,592 | 1,473 | 1,325 | 1,000 |

| k2 | Рівень значимості $p = 0,05$ | | | | | | | | | | |
|----------|------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|----------|
| | k1 | | | | | | | | | | |
| | 1 | 5 | 10 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 | ∞ |
| 1 | 161,45 | 230,16 | 241,88 | 245,95 | 248,01 | 249,05 | 250,09 | 251,14 | 252,20 | 253,3 | 254,3 |
| 5 | 6,608 | 5,05 | 5,964 | 5,858 | 5,803 | 5,774 | 5,746 | 5,717 | 5,688 | 5,658 | 5,628 |
| 10 | 4,965 | 3,326 | 2,978 | 2,845 | 2,774 | 2,737 | 2,7 | 2,661 | 2,621 | 2,58 | 2,538 |
| 15 | 4,543 | 2,901 | 2,544 | 2,404 | 2,328 | 2,288 | 2,247 | 2,204 | 2,16 | 2,114 | 2,066 |
| 20 | 4,351 | 3,493 | 2,348 | 2,203 | 2,124 | 2,083 | 2,039 | 1,994 | 1,946 | 1,896 | 1,843 |
| 25 | 4,242 | 2,603 | 2,236 | 2,089 | 2,008 | 1,964 | 1,919 | 1,872 | 1,822 | 1,768 | 1,711 |
| 26 | 4,225 | 2,587 | 2,2 | 2,072 | 1,99 | 1,946 | 1,901 | 1,853 | 1,803 | 1,749 | 1,691 |
| 30 | 4,171 | 2,534 | 2,165 | 2,015 | 1,932 | 1,887 | 1,841 | 1,792 | 1,74 | 1,684 | 1,622 |
| 40 | 4,085 | 2,45 | 2,077 | 1,925 | 1,839 | 1,793 | 1,744 | 1,693 | 1,637 | 1,577 | 1,509 |
| 60 | 4,001 | 2,368 | 1,993 | 1,836 | 1,748 | 1,700 | 1,649 | 1,594 | 1,534 | 1,467 | 1,389 |
| 120 | 3,92 | 2,29 | 1,911 | 1,751 | 1,659 | 1,608 | 1,554 | 1,495 | 1,429 | 1,352 | 1,254 |
| ∞ | 3,842 | 2,214 | 1,831 | 1,666 | 1,571 | 1,517 | 1,459 | 1,394 | 1,318 | 1,221 | 1,000 |

Рекомендована література

1. Яненко О. П., Чухов В. В. Метрологія медичної та біологічної апаратури. – Житомир : ЖДТУ, 2015. – 286 с.
2. Метрологія та вимірювальна техніка: Підручник / Поліщук Є. С., Дорожовець М. М., Яцук В. О. та ін. – Львів: Бескид Біт, 2003. – 544 с.
3. Головка Д. Б., Рего К. Г., Скрипник Ю. О. Основи метрології та вимірювань. – К.: Либідь, 2001. – 408 с.
4. Топольник В. Г., Котляр М. А. Метрологія, стандартизація, сертифікація і управління якістю: Навч. Посібник / В. Г. Топольник, М. А. Котляр. – Львів: „Магнолія–2006”, 2017. – 216 с.
5. Коваленко І. О., Коваль А. М. Метрологія та вимірювальна техніка. – Житомир: ЖІТІ, 2001. – 652 с.
6. Салухіна Н. Г. Стандартизація та сертифікація товарів і послуг : підручник. – 2-е вид., перероб. та доп. – К. : ЦУЛ, 2013. – 426 с.
7. Саранча Г. А. Метрологія, стандартизація, відповідність, акредитація та управління якістю : Підручник. – К. : ЦНЛ, 2006. – 672 с.
8. Железна А. О., Кирилович В. А. Основи взаємозамінності, стандартизації та технічних вимірювань. – Житомир: ЖІТІ, 2002. – 616 с.
9. Тарасова В. В. Метрологія, стандартизація і сертифікація : Підручник. – К. : ЦУЛ, 2006. – 264 с.
10. Бакка М. Т., Тарасова В. В. Метрологія, стандартизація, сертифікація і акредитація: Навч. пос., В 2-х ч. Ч.2.: – Ж.:ЖІТІ, 2002. – 282 с.
11. Цюцюра С. В. Метрологія, основи вимірювань, стандартизація та сертифікація : Навч. посібник. – 3-тє вид., стер. – К. : Знання, 2006. – 242 с.