

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.06- 05.01/172.00.1/172.00.2/ Б/ОК16-2023
	<i>Екземпляр № 1</i>	<i>Арк 44 / 1</i>

Затверджено
науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»
протокол від «29» червня 2023 р.
№9

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять
з навчальної дисципліни
«ЕЛЕКТРОДИНАМІКА ТА ТЕХНІКА НВЧ»
для студентів освітнього ступеня «бакалавр»
спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка»
освітньо-професійні програми «Телекомунікації та радіотехніка»,
«Інформаційні відеосистеми та системи контролю доступу»
факультет інформаційно-комп'ютерних технологій
кафедра комп'ютерних технологій у медицині та телекомунікаціях

Розглянуто і рекомендовано
на засіданні кафедри
комп'ютерних технологій
у медицині та телекомунікаціях
протокол від «11» травня 2023 р. №3

Розробники: к.т.н., доц., доцент Чухов В. В.,
д.т.н., проф. Манойлов В. П.

Житомир
2023 р.

Чухов В. В. Методичні вказівки до практичних занять з навчальної дисципліни «Електродинаміка та техніка НВЧ» для студентів освітнього ступеня «бакалавр» спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка» / В. В. Чухов, В. П. Манойлов – Житомир: Житомирська політехніка, 2023.– 44 с.

Зміст

Вступ.....	4
Практичне заняття №1.	
Елементи векторного аналізу (частина 1).....	5
Практичне заняття №2.	
Елементи векторного аналізу (частина 2).....	8
Практичне заняття №3.	
Рівняння Максвелла (частина 1).....	10
Практичне заняття №4.	
Рівняння Максвелла (частина 2).....	12
Практичне заняття №5.	
Плоскі електромагнітні хвилі (частина 1).....	14
Практичне заняття №6.	
Плоскі електромагнітні хвилі (частина 2).....	16
Практичне заняття №7.	
Хвилеводи (частина 1).....	18
Практичне заняття №8.	
Хвилеводи (частина 2).....	22
Література.....	25
Додаток А.....	28

Вступ

Матеріал цих методичних вказівок охоплює низку основних розділів дисципліни «Електродинаміка та техніка НВЧ».

Наведені задачі згруповано таким чином, щоб час їхнього розв'язання відповідав тривалості практичних занять з дисципліни.

У додатку наведено робочий мінімум математичного характеру, потрібний для розв'язання цих задач.

Практичне заняття №1

Елементи векторного аналізу (частина 1)

Мета заняття: набуття практичних навичок обчислення основних операцій векторного аналізу.

Основні питання теми:

1. Основні операції векторного аналізу у декартовій системі координат (СК).
2. Обчислення градієнта, дивергенції та ротора у декартовій СК.

Хід заняття

Задача 1. У декартовій СК задано вектор \vec{F} (таблиця 1.1). Побудувати вектор \vec{F} та обчислити його модуль.

Таблиця 1.1

Номер варіанта	\vec{F}
1	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0$
2	$\vec{F} = 4\vec{x}_0 - 2\vec{y}_0$
3	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$
4	$\vec{F} = -3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$
5	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
6	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0$
7	$\vec{F} = 4\vec{x}_0 - 2\vec{y}_0$
8	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$

9	$\vec{F} = -3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$
10	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
11	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0$
12	$\vec{F} = 4\vec{x}_0 - 2\vec{y}_0$
13	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$
14	$\vec{F} = -3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$
15	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
16	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0$
17	$\vec{F} = 4\vec{x}_0 - 2\vec{y}_0$
18	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$
19	$\vec{F} = -3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$
20	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
21	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0$
22	$\vec{F} = 4\vec{x}_0 - 2\vec{y}_0$
23	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$
24	$\vec{F} = -3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$
25	$\vec{F} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$

Задача 2. У декартовій СК задано два довільних вектора \vec{A} та \vec{B} (таблиця 1.2). Обчислити їхній скалярний добуток.

Таблиця 1.2

Номер варіанта	\vec{A}	\vec{B}
1	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0$	$\vec{B} = 2\vec{x}_0 + 5\vec{y}_0$
2	$\vec{A} = 4\vec{x}_0 - 2\vec{y}_0$	$\vec{B} = 3\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
3	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = -8\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0$
4	$\vec{A} = -3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
5	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = -3\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
6	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0$	$\vec{B} = 2\vec{x}_0 + 5\vec{y}_0$
7	$\vec{A} = 4\vec{x}_0 - 2\vec{y}_0$	$\vec{B} = 3\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
8	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = -8\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0$
9	$\vec{A} = -3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
10	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = -3\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
11	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0$	$\vec{B} = 2\vec{x}_0 + 5\vec{y}_0$
12	$\vec{A} = 4\vec{x}_0 - 2\vec{y}_0$	$\vec{B} = 3\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
13	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = -8\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0$
14	$\vec{A} = -3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
15	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = -3\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
16	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0$	$\vec{B} = 2\vec{x}_0 + 5\vec{y}_0$
17	$\vec{A} = 4\vec{x}_0 - 2\vec{y}_0$	$\vec{B} = 3\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
18	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = -8\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0$

19	$\vec{A} = -3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
20	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = -3\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
21	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0$	$\vec{B} = 2\vec{x}_0 + 5\vec{y}_0$
22	$\vec{A} = 4\vec{x}_0 - 2\vec{y}_0$	$\vec{B} = 3\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
23	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = -8\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0$
24	$\vec{A} = -3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 + 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$
25	$\vec{A} = 3\vec{x}_0 + 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$	$\vec{B} = -3\vec{x}_0 - 4\vec{y}_0 - 5\vec{z}_0$

Задача 3. У декартовій СК задано скалярне поле φ (таблиця 1.3). Розрахувати векторне поле $\text{grad } \varphi$.

Таблиця 1.3

Номер варіанта	Скалярне поле
1	$\varphi = 3x^2 y \cos z + 2z^2$
2	$\varphi = z^2 y \cos x - 5xy^2$
3	$\varphi = 3y^2 \cos x - 2z^2$
4	$\varphi = -2z^2 x^2 + y \sin x$
5	$\varphi = 4xy - 3x^2 y \sin z$
6	$\varphi = 3x^2 y \cos z + 2z^2$
7	$\varphi = z^2 y \cos x - 5xy^2$
8	$\varphi = 3y^2 \cos x - 2z^2$
9	$\varphi = -2z^2 x^2 + y \sin x$
10	$\varphi = 4xy - 3x^2 y \sin z$

11	$\varphi = 3x^2 y \cos z + 2z^2$
12	$\varphi = z^2 y \cos x - 5xy^2$
13	$\varphi = 3y^2 \cos x - 2z^2$
14	$\varphi = -2z^2 x^2 + y \sin x$
15	$\varphi = 4xy - 3x^2 y \sin z$
16	$\varphi = 3x^2 y \cos z + 2z^2$
17	$\varphi = z^2 y \cos x - 5xy^2$
18	$\varphi = 3y^2 \cos x - 2z^2$
19	$\varphi = -2z^2 x^2 + y \sin x$
20	$\varphi = 4xy - 3x^2 y \sin z$
21	$\varphi = 3x^2 y \cos z + 2z^2$
22	$\varphi = z^2 y \cos x - 5xy^2$
23	$\varphi = 3y^2 \cos x - 2z^2$
24	$\varphi = -2z^2 x^2 + y \sin x$
25	$\varphi = 4xy - 3x^2 y \sin z$

Задача 4. Обчислити дивергенцію векторного поля \vec{F} (декартова СК, таблиця 1.4).

Таблиця 1.4

Номер варіанта	\vec{F}
-------------------	-----------

1	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0$
2	$\vec{F} = -10 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
3	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0 - 10 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
4	$\vec{F} = -\sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0 + 4 \cos \frac{y}{\pi} \vec{z}_0$
5	$\vec{F} = 10 \sin \frac{x}{\pi} \cdot \sin \frac{y}{\pi} \vec{y}_0 - 2 \cos \frac{z}{\pi} \vec{z}_0$
6	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0$
7	$\vec{F} = -10 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
8	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0 - 10 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
9	$\vec{F} = -\sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0 + 4 \cos \frac{y}{\pi} \vec{z}_0$
10	$\vec{F} = 10 \sin \frac{x}{\pi} \cdot \sin \frac{y}{\pi} \vec{y}_0 - 2 \cos \frac{z}{\pi} \vec{z}_0$
11	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0$
12	$\vec{F} = -10 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
13	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0 - 10 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
14	$\vec{F} = -\sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0 + 4 \cos \frac{y}{\pi} \vec{z}_0$

15	$\vec{F} = 10 \sin \frac{x}{\pi} \cdot \sin \frac{y}{\pi} \vec{y}_0 - 2 \cos \frac{z}{\pi} \vec{z}_0$
16	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0$
17	$\vec{F} = -10 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
18	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0 - 10 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
19	$\vec{F} = -\sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0 + 4 \cos \frac{y}{\pi} \vec{z}_0$
20	$\vec{F} = 10 \sin \frac{x}{\pi} \cdot \sin \frac{y}{\pi} \vec{y}_0 - 2 \cos \frac{z}{\pi} \vec{z}_0$
21	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0$
22	$\vec{F} = -10 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
23	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0 - 10 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
24	$\vec{F} = -\sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0 + 4 \cos \frac{y}{\pi} \vec{z}_0$
25	$\vec{F} = 10 \sin \frac{x}{\pi} \cdot \sin \frac{y}{\pi} \vec{y}_0 - 2 \cos \frac{z}{\pi} \vec{z}_0$

Задача 5. Обчислити ротор векторного поля \vec{F} (декартова СК, таблиця 1.5).

Таблиця 1.5

Номер варіанта	\vec{F}
-------------------	-----------

1	$\vec{F} = 3y^2\vec{z}_0$
2	$\vec{F} = 5x^2\vec{y}_0$
3	$\vec{F} = 20\sin\frac{x}{\pi}\vec{x}_0$
4	$\vec{F} = 4\cos\frac{y}{\pi}\vec{y}_0$
5	$\vec{F} = 10\sin\frac{x}{\pi} \cdot \sin\frac{y}{\pi}\vec{y}_0$
6	$\vec{F} = 3y^2\vec{z}_0$
7	$\vec{F} = 5x^2\vec{y}_0$
8	$\vec{F} = 20\sin\frac{x}{\pi}\vec{x}_0$
9	$\vec{F} = 4\cos\frac{y}{\pi}\vec{y}_0$
10	$\vec{F} = 10\sin\frac{x}{\pi} \cdot \sin\frac{y}{\pi}\vec{y}_0$
11	$\vec{F} = 3y^2\vec{z}_0$
12	$\vec{F} = 5x^2\vec{y}_0$
13	$\vec{F} = 20\sin\frac{x}{\pi}\vec{x}_0$
14	$\vec{F} = 4\cos\frac{y}{\pi}\vec{y}_0$
15	$\vec{F} = 10\sin\frac{x}{\pi} \cdot \sin\frac{y}{\pi}\vec{y}_0$
16	$\vec{F} = 3y^2\vec{z}_0$

17	$\vec{F} = 5x^2 \vec{y}_0$
18	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0$
19	$\vec{F} = 4 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
20	$\vec{F} = 10 \sin \frac{x}{\pi} \cdot \sin \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
21	$\vec{F} = 3y^2 \vec{z}_0$
22	$\vec{F} = 5x^2 \vec{y}_0$
23	$\vec{F} = 20 \sin \frac{x}{\pi} \vec{x}_0$
24	$\vec{F} = 4 \cos \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$
25	$\vec{F} = 10 \sin \frac{x}{\pi} \cdot \sin \frac{y}{\pi} \vec{y}_0$

Практичне заняття №2

Елементи векторного аналізу (частина 2)

Мета заняття: набуття практичних навичок обчислення основних операцій векторного аналізу.

Основні питання теми:

1. Основні операції векторного аналізу у декартовій системі координат.
2. Обчислення градієнта, дивергенції та ротора у декартовій та циліндричній СК.

Хід заняття

Задача 1. Визначити дивергенцію та ротор векторного поля

$$\vec{F} = 40 \cos x \vec{x}_0 + 20 \sin \frac{y}{\pi} \vec{y}_0 \text{ у декартовій системі координат.}$$

Задача 2. У декартовій СК задано скалярне поле $\varphi = e^{-i\vec{k}\vec{r}}$, де $i = \sqrt{-1}$, $\vec{k} = k_x \vec{x}_0 + k_y \vec{y}_0 + k_z \vec{z}_0$ – постійний вектор, $\vec{r} = x \vec{x}_0 + y \vec{y}_0 + z \vec{z}_0$ – радіус-вектор. Знайти вирази для $\text{grad } \varphi$ та $\Delta \varphi$.

Задача 3. У декартовій СК задано вектор
а) $\vec{F} = A_0 \vec{x}_0 + B_0 \vec{y}_0$, б) $\vec{F} = A_0 \vec{x}_0 - B_0 \vec{y}_0$. Побудувати картину силових ліній векторного поля.

Задача 4. Визначити дивергенцію та ротор векторного поля
$$\vec{F} = \frac{10}{r^2} \vec{r} + 0 \cdot \vec{\varphi} + 0 \cdot \vec{z} \text{ у циліндричній системі координат.}$$

Задача 5. Розписати операції дивергенцію та ротор у сферичній системі координат.

Задача 6. Довести тотожності векторного аналізу (φ , \vec{F} – довільні диференційовані скалярне та векторне поля):

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{F} = 0;$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi = 0;$$

$$\operatorname{rot}(\varphi \vec{F}) = [\operatorname{grad} \varphi, \vec{F}] + \varphi \operatorname{rot} \vec{F};$$

$$\operatorname{div}(\varphi \vec{F}) = \vec{F} \operatorname{grad} \varphi + \varphi \operatorname{div} \vec{F}.$$

Практичне заняття №3

Рівняння Максвелла (частина 1)

Мета заняття: навчитись розв'язувати задачі, які описуються рівняннями Максвелла.

Основні питання теми:

1. Рівняння Максвелла .
2. Матеріальні рівняння.
3. ЕМП у різних типах середовищ.

Хід заняття

Задача 1. Деякий електромагнітний процес характеризується тим, що всі складові поля залежать лише від координати z . Показати, використовуючи рівняння Максвелла, що при цьому будуть відсутні поздовжні складові E_z та H_z .

Задача 2. Показати, що векторне поле \vec{H} , яке змінюється у просторі та часі за законом $\vec{H} = 6x \cos \omega t \cdot \vec{x}_0 + 2e^{-y} \sin \omega t \cdot \vec{y}_0$, не може бути полем магнітного вектора, який задовольняє рівнянням Максвелла.

Підказка: векторне поле \vec{F} , яке задовільняє у всіх точках розглядуваної області умові $\operatorname{div} \vec{F} = 0$, називають соленоїдальним (полем без джерел).

Задача 3. Вектор напруженості електричного поля $\vec{E} = 5\vec{x}_0$ В/м, вектор напруженості магнітного поля $\vec{H} = 3\vec{x}_0 - 0,8\vec{y}_0$ А/м. Обчислити вектор Пойнтінга для цього випадку.

Задача 4. Плоска електромагнітна хвиля, поширюючись у вакуумі, створює у деякій його точці струм зміщення з

об'ємною густиною 3 А/м^2 . Як при цьому швидкість зміни у часі електричної складової цієї хвилі?

Задача 5. У матеріальному середовищі з параметрами $\varepsilon = 3,5$ і $\sigma = 7,2 \cdot 10^{-1} \text{ См/м}$ створено електричне поле з частотою 500 МГц та амплітудою 20 В/м . Визначити амплітудне значення повного струму, який існує у кожній точці даного середовища.

Задача 6. Вектор напруженості електричного поля у декартовій системі координат має єдину складову E_x , відмінну від нуля. Показати, що при цьому вектор Пойнтінга не може мати складової уздовж осі x , тобто $\Pi_x = 0$.

Практичне заняття №4

Рівняння Максвелла (частина 2)

Мета заняття: навчитись розв'язувати задачі на струм зміщення, матеріальні рівняння, електромагнітне поле (ЕМП) у різних типах середовищ, граничні умови.

Основні питання теми:

1. Струм зміщення.
2. Матеріальні рівняння.
3. ЕМП у різних типах середовищ.
4. Граничні умови.

Хід заняття

Задача 1. У пінопласті ($\varepsilon = 1,1$) існує ЕМП, що змінюється гармонічно за законом $\vec{E} = 40 \sin(2\pi \cdot 10^9 t) \vec{y}_0$ В/м. Обчислити електричну індукцію цього поля.

Задача 2. У вакуумі, у деякій точці, існує ЕМП, що змінюється гармонічно за законом $\vec{E} = 130 \sin(2\pi \cdot 10^{10} t) \vec{x}_0$ В/м. Визначити густину струму зміщення у даній точці.

Задача 3. Використовуючи граничні умови для ідеального провідника, поясніть, чому під час грози не можна стояти під самотнім деревом у полі.

Задача 4. Використовуючи граничні умови для ідеального провідника, поясніть, як працює система грозозахисту, яку встановлюють на висотні будівлі чи антени на дахах таких будівель.

Задача 5. У товщі однорідного діелектрика з відомою діелектричною проникністю ε створено рівномірне електричне поле \vec{E} , а потім у цьому діелектрику прорізано дві вузькі

щілини 1 та 2 (рисунок 1), одну з яких прорізано паралельно, і іншу – перпендикулярно до електричного поля \vec{E} . Яке значення напруженості поля в обох щілинах?

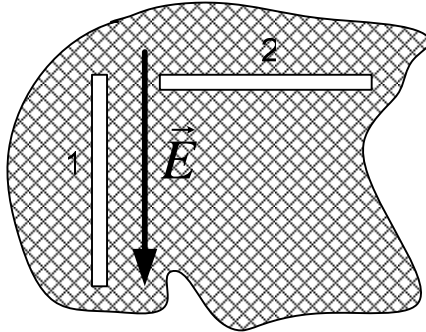


Рисунок 1

Задача 6. Використовуючи результати попередньої задачі пояснити, чому твердий діелектрик, що містить повітряні включення (бульбашки, канали), коли його помістити у сильне електричне поле, має меншу електричну міцність порівняно з однорідним діелектриком.

Задача 7. Деякий анізотропний діелектрик має тензор відносної діелектричної проникності, який у декартовій системі координат записується так:

$$\|\epsilon\| = \begin{pmatrix} 6,5 & 0 & 0 \\ 0 & 6,5 & 0 \\ 0 & 0 & 6,5 \end{pmatrix}.$$

У цьому діелектрику створено рівномірне електричне поле $\vec{E} = 2,5\vec{x}_0 + 1,7\vec{y}_0 + 9,4\vec{z}_0$ В/м. Визначити вектор електричної індукції \vec{D} у цьому діелектрику. Який кут у просторі між векторами \vec{E} та \vec{D} ?

Задача 8. Деякий анізотропний діелектрик має тензор відносної діелектричної проникності, який у декартовій системі координат записується так:

$$\|\varepsilon\| = \begin{pmatrix} 6,5 & 0 & 0 \\ 0 & 6,5 & 0 \\ 0 & 0 & 6,5 \end{pmatrix}.$$

У цьому діелектрику створено рівномірне електричне поле $\vec{E} = 2,5\vec{x}_0 + 1,7\vec{y}_0 + 9,4\vec{z}_0$ В/м. Визначити вектор електричної індукції \vec{D} у цьому діелектрику. Який кут у просторі між векторами \vec{E} та \vec{D} ?

Задача 9. Деякий анізотропний діелектрик має тензор відносної діелектричної проникності, який у декартовій системі координат записується так:

$$\|\varepsilon\| = \begin{pmatrix} 6,5 & 0 & 0 \\ 0 & 6,5 & 0 \\ 0 & 0 & 6,5 \end{pmatrix}.$$

У цьому діелектрику створено рівномірне електричне поле $\vec{E} = 2,5\vec{x}_0 + 1,7\vec{y}_0 + 9,4\vec{z}_0$ В/м. Визначити вектор електричної індукції \vec{D} у цьому діелектрику. Який кут у просторі між векторами \vec{E} та \vec{D} ?

Задача 7. Деякий анізотропний діелектрик має тензор відносної діелектричної проникності, який у декартовій системі координат записується так:

$$\|\varepsilon\| = \begin{pmatrix} 6,5 & 0 & 0 \\ 0 & 6,5 & 0 \\ 0 & 0 & 6,5 \end{pmatrix}.$$

У цьому діелектрику створено рівномірне електричне поле $\vec{E} = 2,5\vec{x}_0 + 1,7\vec{y}_0 + 9,4\vec{z}_0$ В/м. Визначити вектор електричної індукції \vec{D} у цьому діелектрику. Який кут у просторі між векторами \vec{E} та \vec{D} ?

Задача 8. Деякий анізотропний діелектрик має тензор відносної діелектричної проникності, який у декартовій системі координат записується так:

$$\|\epsilon\| = \begin{pmatrix} 6,5 & 0 & 0 \\ 0 & 6,5 & 0 \\ 0 & 0 & 6,5 \end{pmatrix}.$$

У цьому діелектрику створено рівномірне електричне поле $\vec{E} = 2,5\vec{x}_0 + 1,7\vec{y}_0 + 9,4\vec{z}_0$ В/м. Визначити вектор електричної індукції \vec{D} у цьому діелектрику. Який кут у просторі між векторами \vec{E} та \vec{D} ?

Задача 9. Деякий анізотропний діелектрик має тензор відносної діелектричної проникності, який у декартовій системі координат записується так:

$$\|\epsilon\| = \begin{pmatrix} 6,5 & 0 & 0 \\ 0 & 6,5 & 0 \\ 0 & 0 & 6,5 \end{pmatrix}.$$

У цьому діелектрику створено рівномірне електричне поле $\vec{E} = 2,5\vec{x}_0 + 1,7\vec{y}_0 + 9,4\vec{z}_0$ В/м. Визначити вектор електричної індукції \vec{D} у цьому діелектрику. Який кут у просторі між векторами \vec{E} та \vec{D} ?

Практичне заняття №5

Плоскі електромагнітні хвилі (частина 1)

Мета заняття: навчитись розв'язувати задачі на комплексні амплітуди та основні співвідношення для плоских ЕМХ у різних середовищах.

Основні питання теми

1. Комплексна амплітуда та миттєве значення вектора.
2. Співвідношення між векторами \vec{E} , \vec{H} та $\vec{\Pi}$.
3. Плоскі електромагнітні хвилі у різних середовищах: ідеальному діелектрику, діелектрику з втратами, ідеальному провіднику.

Хід заняття

Задача 1. Комплексна амплітуда вектора електричного поля $\dot{\vec{E}}_m = 40e^{i60^\circ} \vec{x}_0$. Визначити миттєве значення цього вектора.

Задача 2. Миттєве значення вектора $\vec{H} = 20 \cos(\omega t + 40^\circ) \vec{z}_0$. Записати комплексну амплітуду цього вектора.

Задача 3. Вектор напруженості електричного поля \vec{E} у декартовій системі координат має єдину складову E_x , відмінну від нуля ($E_x \neq 0$). Показати, що вектор Пойнтінга при цьому не може мати складової уздовж осі x ($\Pi_x = 0$).

Задача 4. Вектор напруженості електричного поля $\vec{E} = 40 \vec{y}_0$ В/м, вектор напруженості магнітного поля

$\vec{H} = -15\vec{x}_0 + 0,5\vec{y}_0$ А/м. Обчислити вектор Пойнтінга для цього випадку.

Задача 5. Вектор напруженості електричного поля $\vec{E} = 20\vec{y}_0$ В/м, вектор Пойнтінга $\vec{P} = 10\vec{x}_0 + 30\vec{y}_0$ Вт/м². Обчислити напруженість магнітного поля для цього випадку.

Задача 6. У деякій точці простору задано комплексні амплітуди векторів поля $\vec{E}_m = 35e^{i60^\circ}\vec{x}_0$, $\vec{H}_m = i0,004\vec{y}_0$. Знайти миттєві значення цих векторів, а також середнє значення вектора Пойнтінга.

Задача 7. Комплексна амплітуда вектора напруженості електричного поля $\vec{E}_m = 28e^{i0,16}\vec{x}_0 - 105e^{i1,2}\vec{y}_0 + 36e^{i2,3}\vec{z}_0$ (кути у радіанах). Частота коливань 2 МГц. Знайти миттєве значення вектора \vec{E} у момент часу 0,1 мкс.

Задача 3. Вектор напруженості електричного поля \vec{E} у декартовій системі координат має єдину складову E_x , відмінну від нуля ($E_x \neq 0$). Показати, що вектор Пойнтінга при цьому не може мати складової уздовж осі x ($\Pi_x = 0$).

Задача 4. Вектор напруженості електричного поля $\vec{E} = 40\vec{y}_0$ В/м, вектор напруженості магнітного поля $\vec{H} = -15\vec{x}_0 + 0,5\vec{y}_0$ А/м. Обчислити вектор Пойнтінга для цього випадку.

Задача 5. Вектор напруженості електричного поля $\vec{E} = 20\vec{y}_0$ В/м, вектор Пойнтінга $\vec{P} = 10\vec{x}_0 + 30\vec{y}_0$ Вт/м². Обчислити напруженість магнітного поля для цього випадку.

Задача 6. У деякій точці простору задано комплексні амплітуди векторів поля $\vec{E}_m = 35e^{i60^\circ}\vec{x}_0$, $\vec{H}_m = i0,004\vec{y}_0$. Знайти

миттєві значення цих векторів, а також середнє значення вектора Пойнтінга.

Задача 7. Комплексна амплітуда вектора напруженості електричного поля $\vec{E}_m = 28e^{i0,16}\vec{x}_0 - 105e^{i1,2}\vec{y}_0 + 36e^{i2,3}\vec{z}_0$ (кути у радіанах). Частота коливань 2 МГц. Знайти миттєве значення вектора \vec{E} у момент часу 0,1 мкс.

Плоскі електромагнітні хвилі (частина 2)

Мета заняття: навчитись розв'язувати задачі на комплексні амплітуди та основні співвідношення для плоских ЕМХ у різних середовищах.

Основні питання теми

1. Співвідношення між векторами \vec{E} , \vec{H} та $\vec{\Pi}$.
2. Плоскі електромагнітні хвилі у різних середовищах: ідеальному діелектрику, діелектрику з втратами, ідеальному провіднику.

Хід заняття

Задача 1. Комплексна амплітуда вектора напруженості електричного поля $\vec{E}_m = 2,8e^{i0,16}\vec{x}_0 - 1,05e^{i1,2}\vec{y}_0$, а комплексна напруженість вектора магнітного поля $\vec{H}_m = 2,6e^{i2,3}\vec{z}_0$ (кути у радіанах). Обчислити комплексний вектор Пойнтінга.

Задача 2. Комплексна амплітуда вектора напруженості електричного поля $\vec{E}_m = 7e^{i0,2}\vec{x}_0 - 5e^{i1,0}\vec{y}_0 + 3e^{i0,3}\vec{z}_0$, а комплексна напруженість вектора магнітного поля $\vec{H}_m = 10e^{i1,2}\vec{y}_0 - 4e^{i3,3}\vec{z}_0$ (кути у радіанах). Обчислити комплексний вектор Пойнтінга.

Задача 3. Комплексні амплітуди векторів електромагнітного поля у деякій точці простору мають вигляд $\vec{E}_m = 0,85e^{i0,6}\vec{x}_0 - 1,3e^{-i0,7}\vec{y}_0$, $\vec{H}_m = 4,2 \cdot 10^{-3}e^{-i1,2}\vec{z}_0$ (кути у радіанах). Обчислити комплексний вектор Пойнтінга та його середнє значення.

Задача 4. У середовищі з відносними проникностями $\varepsilon = 10$, $\mu = 2$ поширюється плоска електромагнітна хвиля. Визначити хвилевий опір цього середовища.

Задача 5. Хвилевий опір середовища дорівнює 1508 Ом, відносна діелектрична проникність $\varepsilon = 1$. Визначити відносну магнітну проникність цього середовища.

Задача 6. Обчислити довжину хвилі та фазову швидкість електромагнітної хвилі, яка поширюється у середовищі без втрат з відносними проникностями $\varepsilon = 10$, $\mu = 10$, частота $f = 10$ МГц.

Задача 7. У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля з частотою 30 МГц. Визначити відстань, на якій фаза цієї хвилі зміниться на 270° і 2520° .

Задача 8. Плоска електромагнітна хвиля поширюється у середовищі з параметрами $\varepsilon = 2,4$; $\operatorname{tg} \delta = 10^{-1}$; $\mu = 1$. Обчислити фазову швидкість, довжину хвилі та коефіцієнт послаблення.

Задача 9. Обчислити хвилевий опір металу з параметрами $\sigma = 6 \cdot 10^7$ См/м; $\mu = 1$ на частотах 10 кГц і 1 МГц.

Задача 10. Обчислити довжину хвилі та фазову швидкість електромагнітної хвилі, яка поширюється у середовищі без втрат з відносними проникностями $\varepsilon = 10$, $\mu = 10$, частота $f = 10$ МГц.

Задача 11. У вакуумі поширюється плоска електромагнітна хвиля з частотою 30 МГц. Визначити відстань, на якій фаза цієї хвилі зміниться на 270° і 2520° .

Задача 12. Плоска електромагнітна хвиля поширюється у середовищі з параметрами $\varepsilon = 2,4$; $\operatorname{tg} \delta = 10^{-1}$; $\mu = 1$. Обчислити фазову швидкість, довжину хвилі та коефіцієнт послаблення.

Задача 13. Обчислити хвильовий опір металу з параметрами $\sigma = 6 \cdot 10^7$ См/м; $\mu = 1$ на частотах 10 кГц і 1 МГц.

Задача 14. Плоска електромагнітна хвиля поширюється у середовищі з параметрами $\varepsilon = 2,4$; $\operatorname{tg} \delta = 10^{-1}$; $\mu = 1$. Обчислити фазову швидкість, довжину хвилі та коефіцієнт послаблення.

Практичне заняття №7

Хвилеводи (частина 1)

Мета заняття: навчитись розв'язувати задачі на основні співвідношення для прямокутного хвилеводу.

Основні питання теми

1. Довжина хвилі у хвилеводі.
2. Хвилевий опір.

Хід заняття

1. Приклад розв'язування задачі.

Задача. Визначити критичну довжину хвилі, критичну частоту, довжину хвилі у хвилеводі та хвилевий опір прямокутного хвилеводу з поперечними розмірами 40×20 мм для хвилі типу E_{11} , частота коливань 10 ГГц.

Розв'язок.

За умовою задачі тип хвилі $E_{11} \Rightarrow m = 1, n = 1$.

Звідси поперечне хвилеве число цієї хвилі:

$$\begin{aligned} \chi_{n=1}^{m=1} &= \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \Bigg|_{\substack{m=1 \\ n=1}} = \sqrt{\left(\frac{1 \cdot \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{1 \cdot \pi}{b}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2} = \pi \frac{\sqrt{b^2 + a^2}}{ab}, \end{aligned}$$

а критична довжина цієї хвилі:

$$\lambda_{cr} = \frac{2\pi}{\chi_{n=1}^{m=1}} = 2\pi \cdot \frac{\pi \sqrt{b^2 + a^2}}{ab} = \frac{2ab}{\sqrt{b^2 + a^2}}.$$

Підставляємо числа:

$$\lambda_{cr} = \frac{2ab}{\sqrt{b^2 + a^2}} = \frac{2 \cdot 40 \text{ мм} \cdot 20 \text{ мм}}{\sqrt{(20 \text{ мм})^2 + (40 \text{ мм})^2}} = 35,77 \text{ мм}.$$

Критична частота:

$$f_{cr} = \frac{\chi c}{2\pi\sqrt{\epsilon\mu}} = \pi \frac{\sqrt{b^2 + a^2}}{ab} \cdot \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{\sqrt{b^2 + a^2}}{ab} \cdot \frac{c}{2\sqrt{\epsilon\mu}}.$$

Оскільки в умові задачі нічого не сказано про заповнення хвилеводу, то у такому випадку хвилевід вважається порожнім, тобто $\epsilon = 1, \mu = 1$. Звідси

$$f_{cr} = \frac{\sqrt{b^2 + a^2}}{ab} \cdot \frac{c}{2} = \frac{\sqrt{(20 \text{ мм})^2 + (40 \text{ мм})^2}}{40 \text{ мм} \cdot 20 \text{ мм}} \frac{3 \cdot 10^8}{2} = 8,39 \text{ ГГц}.$$

Довжина хвилі у середовищі, яке заповнює хвилевід:

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^9 \sqrt{1 \cdot 1}} = 0,030 \text{ м} = 30 \text{ мм}.$$

Довжина хвилі у хвилеводі:

$$\begin{aligned} \Lambda &= \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{cr}}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{cr}}{f}\right)^2}} = \\ &= \frac{30 \text{ мм}}{\sqrt{1 - \left(\frac{30 \text{ мм}}{35,77 \text{ мм}}\right)^2}} = \frac{30 \text{ мм}}{\sqrt{1 - \left(\frac{8,39 \cdot 10^9}{10 \cdot 10^9}\right)^2}} = 0,0551 \text{ м} \approx 55 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Хвилевий опір середовища, яким заповнено хвилевід:

$$W = 120\pi\sqrt{\mu/\epsilon} = 120\pi\sqrt{1/1} = 120\pi \text{ Ом}.$$

Звідси хвилевий опір хвилеводу для хвилі типу E_{11} :

$$\begin{aligned}
 W^E &= W \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{cr}}\right)^2} = W \sqrt{1 - \left(\frac{f_{cr}}{f}\right)^2} = \\
 &= 120\pi \sqrt{1 - \left(\frac{30 \text{ мм}}{35,77 \text{ мм}}\right)^2} = 120\pi \sqrt{1 - \left(\frac{8,39 \cdot 10^9}{10 \cdot 10^9}\right)^2} = \\
 &= 205,36 \text{ Ом} \approx 205 \text{ Ом}.
 \end{aligned}$$

2. Розв'язування задач за темою заняття.

Задача. Визначити довжину хвилі у хвилеводі та хвильовий опір прямокутного хвилеводу для хвилі типу H_{10} з поперечними розмірами та частотою коливань за варіантом, вказаним у таблиці 7.1.

Таблиця 7.1

Номер варіанта	Частота, ГГц	Розміри поперечного перерізу хвилеводу, мм
1	2	3
1	3	86×43
2	3,5	72×34
3	4	59×29
4	5	48×22
5	6	40×20
6	7	35×16
7	8	29×13
8	10	23×10
9	12	19×9,5

Продовження таблиці 7.1

1	2	3
10	15	16×7,9
11	16	13×5,8
12	19	11×4,3
13	25	8,6×4,3
14	30	7,1×3,6
15	40	5,7×2,9
16	3,3	86×43
17	3,8	72×34
18	4,2	59×29
19	5,4	48×22
20	6,3	40×20
21	7,4	35×16
22	8,2	29×13
23	10,6	23×10
24	12,5	19×9,5
25	15,5	16×7,9
26	16,2	13×5,8
27	19,1	11×4,3
28	25,4	8,6×4,3
29	30,3	7,1×3,6
30	40,5	5,7×2,9

Практичне заняття №8

Хвилеводи (частина 2)

Мета заняття: навчитись розв'язувати задачі на основні співвідношення для прямокутного хвилеводу.

Основні питання теми

1. Смуга робочих частот хвилеводу.

Короткі теоретичні відомості

Одномодовий режим роботи прямокутного хвилеводу, який забезпечує передачу хвилі H_{10} з помірною дисперсією та прийнятним коефіцієнтом затухання можна реалізувати у смузі частот:

$$f_H \leq f < f_B,$$

де нижню та верхню частоти визначають за співвідношеннями:

$$f_H = 1,25 f_{cr}^{10}; \quad f_B = 2 f_{cr}^{10} \quad (\text{причому } b \leq a/2).$$

Тут f_{cr}^{10} – критична частота для хвилі H_{10} .

Хід заняття

Задача 1. Визначити смугу робочих частот для хвилі H_{10} прямокутного хвилеводу, поперечні розміри якого вказано у таблиці 8.1.

У цій таблиці вказано розміри стандартних прямокутних хвилеводів згідно стандартів Міжнародної електротехнічної комісії.

Таблиця 8.1

Номер варіанта	Позначення хвилеводу	Розміри поперечного перерізу хвилеводу, мм
1	2	3
1	R_5	457×229
2	R_6	381×191
3	R_8	290×146
4	R_9	248×124
5	R_{12}	196×98
6	R_{14}	165×83
7	R_{18}	131×65
8	R_{22}	109×55
9	R_{26}	86×43
10	R_{32}	72×34
11	R_{40}	59×29
12	R_{48}	48×22
13	R_{58}	40×20
14	R_{70}	35×16
15	R_{84}	29×13
16	R_{100}	23×10
17	R_{120}	19×9,5
18	R_{140}	16×7,9

Продовження таблиці 8.1

1	2	3
19	R_{180}	13×5,8
20	R_{220}	11×4,3
21	R_{260}	8,6×4,3
22	R_{320}	7,1×3,6
23	R_{400}	5,7×2,9
24	R_{500}	4,8×2,4
25	R_{620}	3,8×1,9
26	R_{740}	3,1×1,6
27	R_{900}	2,4×1,3
28	R_{1200}	2,0×1,0

Література

Основна література

1. Чернишов П. М., Самсонов В. П., Чернишов М. П. Технічна електродинаміка. – Х.: Прапор, 2006. – 428 с.
2. Електродинаміка та поширення радіохвиль. Ч. 1. Основи теорії електромагнітного поля: Підручник для студентів ВНЗ / В. М. Шокало, В. І. Правда, В. А. Усін, В. С. Вунтесмері, Д. В. Грецьких; під ред. В. М. Шокало та В. І. Правди. – Харків: ХНУРЕ; Колегіум, 2009. – 286 с.
3. Москалюк В. О., Саурова Т. А. Теорія поля / В. О. Москалюк, Т. А. Саурова. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 244 с.
4. Мелков Г. А., Прокопенко О. В. Вибрані розділи з курсу «Мікрохвильова електродинаміка та електроніка»: Навчальний посібник / Г. А. Мелков, О. В. Прокопенко. – К.: Радіофізичний факультет Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2013. – 226 с.
5. Tamer Becherrawy Electromagnetism: Maxwell Equations, Wave Propagation and Emission. – John Wiley & Sons, Inc, 2012. – 562 p.
6. Eugene I. Nefyodov, Sergey M. Smolskiy Elctromagnetic Fields and Waves: Microwave and mmWave Engineering with Generalized Macroscopic Electrodynamics. – Springer, 2019. – 329 p.

Допоміжна література

1. Bahl I. J. Lumped elements for RF and microwave circuits – Artech house, 2003. – 505 p.
2. Michael Steer Microwave and RF Design: transmission lines. Volume 2 – Third edition. – NC State University, 2019. – 304 p.

3. Захарія Й. А. Методи прикладної електродинаміки. – Львів: Бескид Біт, 2003. – 352 с.

Інформаційні ресурси в Інтернеті

1. www.iec.ch – Міжнародна електротехнічна комісія.
2. www.itu.int – Міжнародний союз з телекомунікацій.
3. www.cenelec.org – Європейський комітет стандартизації в області електротехніки.
4. www.ied.org.ua – Інститут електродинаміки Національної академії наук України.
5. www.ire.kharkov.ua – Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова.
6. www.nbuv.gov.ua/ – Національна бібліотека України ім. В. І. Вернадського.
7. www.lib.zt.ua/ – Житомирська обласна універсальна наукова бібліотека ім. Олега Ольжича.
8. www.lib.ztu.edu.ua/ – бібліотека Житомирського державного технологічного університету.
9. www.akoninc.com – AKON, Inc, електронні пристрої з цифровим керуванням для діапазону частот 0,5...40 ГГц.
10. www.minicircuits.com – компанія Mini-Circuits, ВЧ та НВЧ пристрої.
11. www.flann.com – Flann Microwave, антени, НВЧ пристрої, тестове та вимірювальне обладнання для діапазону частот 2...170 ГГц.
12. www.etiworld.com – Electromagnetic Technologies Industries (ET Industries), компоненти та системи ВЧ та НВЧ діапазонів.
13. www.eclipsemicrowave.com – Eclipse Microwave, Inc , НВЧ компоненти.

14. www.ditom.com – DiTom Microwave, феритові пристрої для діапазону частот 250 МГц... 40 ГГц.

15. www.aml-microtec.com – AML Microtechnique Lorraine, НВЧ пристрої та вироби для бортової авіаційної та космічної апаратури.

16. www.barryind.com – Barry Industries, пасивні електронні компоненти.

17. www.datadelay.com – Data Delay Devices, Inc. (DDD), лінії затримки, генератори, помножувачі частоти, фільтри.

18. www.emifiltercompany.com – EMI Filter Company, фільтри.

19. www.ionbeammilling.com – Ion Beam Milling, прецизійні радіочастотні елементи.

20. www.ums-gaas.com – United Monolithic Semiconductors, ВЧ та НВЧ мікросхеми.

21. www.rogerscorp.com – Rogers Corporation, радіоматеріали.

22. www.semiconductorenclosures.com – Semiconductor Enclosures, Inc. (SEI), корпуси для НВЧ та оптоелектронних пристроїв, керамічні підложки, кристали на підложці.

23. www.precidip.com – PRECI-DIP, контакти та з'єднувачі.

24. www.passiveplus.com – Passive Plus Inc, НВЧ компоненти.

25. www.coaxicom.com – Coaxial Components Corporation (COAXICOM, коаксіальні радіочастотні компоненти.

26. www.diamondantenna.com – Diamond Antenna & Microwave Corporation, обертові зчленування.

27. www.megaphase.com – MegaPhase, НВЧ та оптичні кабелі і роз'єми

28. www.microtech-inc.com – Microtech, Inc., хвилеводи, хвилеводні пристрої.

29. www.ni-microwavcomponents.com – National Instruments, вимірювальна апаратура, радіочастотні компоненти та пристрої.

30. www.signalhound.com – Test Equipment Plus, тестове обладнання.

Вектори

А.1 Деякі формули векторної алгебри. Нехай є вектори

$$\vec{A} = A_x \vec{x}_0 + A_y \vec{y}_0 + A_z \vec{z}_0, \quad \vec{B} = B_x \vec{x}_0 + B_y \vec{y}_0 + B_z \vec{z}_0,$$

$$\vec{C} = C_x \vec{x}_0 + C_y \vec{y}_0 + C_z \vec{z}_0 \quad (A_x, A_y, \dots - \text{декартові компоненти;}$$

$\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ – відповідні орти).

Скалярний добуток векторів \vec{A} і \vec{B} :

$$(\vec{A}, \vec{B}) \equiv \vec{A} \vec{B} = AB \cos \alpha = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z.$$

Знак \equiv вказує на перехід до іншого позначення; α – кут між напрямками векторів \vec{A} і \vec{B} .

Векторний добуток векторів \vec{A} і \vec{B} :

$$\begin{aligned} [\vec{A}, \vec{B}] &\equiv \vec{A} \times \vec{B} = \vec{n}_0 AB \sin \alpha = \\ &= \vec{x}_0 (A_y B_z - A_z B_y) + \vec{y}_0 (A_z B_x - A_x B_z) + \vec{z}_0 (A_x B_y - A_y B_x), \end{aligned}$$

де \vec{n}_0 – одиничний вектор нормалі до площини векторів \vec{A} і \vec{B} , причому \vec{A} , \vec{B} та \vec{n}_0 утворюють «ліву трійку» векторів. Скорочений формат векторного добутку:

$$[\vec{A}, \vec{B}] = \begin{bmatrix} \vec{x}_0 & \vec{y}_0 & \vec{z}_0 \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix}.$$

Векторний добуток некомутативний:

¹ Матеріали цього додатку взято з [3] (основна література).

$$[\vec{B}, \vec{A}] = -[\vec{A}, \vec{B}].$$

Векторно-скалярний (змішаний) добуток векторів \vec{A} , \vec{B} та \vec{C} :

$$\vec{A}[\vec{B}, \vec{C}] = [\vec{A}, \vec{B}]\vec{C} = \vec{B}[\vec{C}, \vec{A}] = \begin{bmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{bmatrix}.$$

Подвійний векторний добуток векторів \vec{A} , \vec{B} та \vec{C} :

$$[\vec{A}, [\vec{B}, \vec{C}]] = \vec{B}(\vec{A}\vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}\vec{B}).$$

A.2. Операції векторного аналізу. Надалі розглядаємо скалярні φ та векторні функції \vec{F} як декартових координат, так і криволінійних ортогональних координат q_1, q_2, q_3 (орти $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$; метричні коефіцієнти h_1, h_2, h_3), зокрема, координат циліндричних ($q_1 = r, q_2 = \alpha, q_3 = z$; $\vec{e}_1 = \vec{r}_0, \vec{e}_2 = \vec{\alpha}_0, \vec{e}_3 = \vec{z}_0$; $h_1 = 1, h_2 = r, h_3 = 1$) та сферичних ($q_1 = r, q_2 = \vartheta, q_3 = \alpha$; $\vec{e}_1 = \vec{r}_0, \vec{e}_2 = \vec{\vartheta}_0, \vec{e}_3 = \vec{\alpha}_0$; $h_1 = 1, h_2 = r, h_3 = r \sin \vartheta$).

Градiєнт

а) у декартових координатах:

$$\text{grad } \varphi \equiv \vec{\nabla} \varphi = \vec{x}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{y}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{z}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Тут $\vec{\nabla}$ – оператор Гамільтона (набла):

$$\vec{\nabla} = \bar{x}_0 \frac{\partial}{\partial x} + \bar{y}_0 \frac{\partial}{\partial y} + \bar{z}_0 \frac{\partial}{\partial z},$$

б) у довільних ортогональних криволінійних координатах:

$$\text{grad } \varphi \equiv \vec{\nabla} \varphi = \bar{e}_1 \frac{1}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial q_1} + \bar{e}_2 \frac{1}{h_2} \frac{\partial \varphi}{\partial q_2} + \bar{e}_3 \frac{1}{h_3} \frac{\partial \varphi}{\partial q_3},$$

в) у циліндричних координатах:

$$\text{grad } \varphi = \bar{r}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \bar{\alpha}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} + \bar{z}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

г) у сферичних координатах:

$$\text{grad } \varphi = \bar{r}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \bar{\alpha}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} + \bar{z}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Нехай \vec{r} та \vec{r}' – радіус-вектори точок $M(\vec{r})$ та $P(\vec{r}')$ відповідно. Спрямований відрізок $\overrightarrow{MP} = \vec{r} - \vec{r}'$ має довжину $|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$. Якщо розглядати як функцію координат точки M (точка P фіксована), то

$$\text{grad} |\vec{r} - \vec{r}'| = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}.$$

Якщо ж $|\vec{r} - \vec{r}'|$ розглядати як функцію координат точки P (точка M фіксована), то, використовуючи позначення grad' , отримаємо

$$\text{grad}'|\vec{r} - \vec{r}'| = -\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}.$$

Дивергенція (розходження)

а) у декартових координатах:

$$\text{div } \vec{F} \equiv \vec{\nabla} \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z},$$

б) у довільних ортогональних криволінійних координатах:

$$\text{div } \vec{F} \equiv \vec{\nabla} \vec{F} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} (h_2 h_3 F_1) + \frac{\partial}{\partial q_2} (h_3 h_1 F_2) + \frac{\partial}{\partial q_3} (h_1 h_2 F_3) \right],$$

в) у циліндричних координатах:

$$\text{div } \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r F_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{\partial F_z}{\partial z},$$

г) у сферичних координатах:

$$\text{div } \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 F_r) + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \cdot F_\vartheta) + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial F_\alpha}{\partial \alpha}.$$

Скалярний оператор Лапласа $\vec{\nabla}^2 \equiv \Delta = \text{div grad}$:

а) у декартових координатах:

$$\vec{\nabla}^2 \varphi = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

б) у довільних ортогональних криволінійних координатах:

$$\vec{\nabla}^2 \varphi = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{h_3 h_1}{h_2} \frac{\partial \varphi}{\partial q_2} \right) + \frac{\partial}{\partial q_3} \left(\frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial \varphi}{\partial q_3} \right) \right],$$

в) у циліндричних координатах:

$$\bar{\nabla}^2 \varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2},$$

г) у сферичних координатах:

$$\bar{\nabla}^2 \varphi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2}.$$

Ротор (вихор)

а) у декартових координатах:

$$\text{rot } \vec{F} \equiv [\bar{\nabla}, \vec{F}] = \begin{bmatrix} \bar{x}_0 & \bar{y}_0 & \bar{z}_0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{bmatrix},$$

б) у довільних ортогональних криволінійних координатах:

$$\text{rot } \vec{F} \equiv [\bar{\nabla}, \vec{F}] = \begin{bmatrix} \bar{e}_1/(h_2 h_3) & \bar{e}_2/(h_3 h_1) & \bar{e}_3/(h_1 h_2) \\ \frac{\partial}{\partial q_1} & \frac{\partial}{\partial q_2} & \frac{\partial}{\partial q_3} \\ h_1 F_1 & h_2 F_2 & h_3 F_3 \end{bmatrix},$$

в) у циліндричних координатах:

$$\text{rot } \vec{F} = \begin{bmatrix} \bar{r}_0/r & \alpha_0 & \bar{z}_0/r \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \alpha} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_r & r F_\alpha & F_z \end{bmatrix},$$

г) у сферичних координатах:

$$\text{rot } \vec{F} = \begin{bmatrix} \bar{r}_0/(r^2 \sin \vartheta) & \bar{\vartheta}_0/(r \sin \vartheta) & \bar{\alpha}_0/r \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \vartheta} & \frac{\partial}{\partial \alpha} \\ F_r & r F_\vartheta & r \sin \vartheta \cdot F_\alpha \end{bmatrix}.$$

А.3. Диференціальні формули векторного аналізу.

$$\text{grad } \varphi\psi = \varphi \text{ grad } \psi + \psi \text{ grad } \varphi ,$$

$$\text{div } \varphi\vec{F} = \vec{F} \text{ grad } \varphi + \varphi \text{ div } \vec{F} ,$$

$$\text{div}[\vec{A}, \vec{B}] = \vec{B} \text{ rot } \vec{A} - \vec{A} \text{ rot } \vec{B} ,$$

$$\text{div rot } \vec{F} = 0 ,$$

$$\text{rot grad } \varphi = 0 ,$$

$$\text{rot rot } \vec{F} = \text{grad div } \vec{F} - \vec{\nabla}^2 \vec{F} ,$$

$$\text{rot } \varphi\vec{F} = [\text{grad } \varphi, \vec{F}] + \varphi \text{ rot } \vec{F} ,$$

$$\text{grad } f(\xi) = f'(\xi) \text{ grad } \xi .$$

А.4. Рівняння векторних (силових) ліній.

У довільних ортогональних криволінійних координатах:

$$\frac{h_1 dq_1}{F_1} = \frac{h_2 dq_2}{F_2} = \frac{h_3 dq_3}{F_3} ,$$

у декартових координатах:

$$\frac{dx}{F_x} = \frac{dy}{F_y} = \frac{dz}{F_z} .$$