

Лекція. ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАДАЧ

1. ПЕРЕХІД ВІД КОНКРЕТНОГО ДО АБСТРАКТНОГО

У своїй практичній*, діяльності людина взаємодіє з різними об'єктами (системами) чи явищами із її оточення, причому ця взаємодія звичайно обмежується взаємодією лише з декількома властивостями, що репрезентують об'єкт. І хоча подібна взаємодія може ставати все більш різноманітною в міру пізнання об'єкта, вона завжди суттєво обмежується можливостями сприйняття людини та іншими її здібностями. Тому людина досліджує одночасно не всі властивості об'єкта, а лише якусь їх частину. З іншого боку, у більшості випадків об'єкти мають практично *нескінченний набір властивостей*, кожен з яких можна вивчати. (Тому, як наслідок, майже будь-який об'єкт неможливо вивчити повністю).

Наприклад, реальний маятник характеризується не тільки довжиною та положенням, але і масою, температурою, електропровідністю, кристалічною структурою, хімічними домішками, радіоактивністю, бактеріальним зараженням тощо. Неможливо було б досліджувати всі ці властивості одночасно, а слід виділити серед них лише ті, що відносяться до проблеми, яка вивчається, ті, що найкраще описують даний об'єкт.

Таким чином, першочергово з усієї сукупності властивостей ТС *вибирається набір тих властивостей*, що будуть досліджуватись, *визначається мета досліджень та перелік обмежень*.

З кожною властивістю об'єкта пов'язана *множина її виявлень (множина проявлень властивостей, множина їх значень)*. Так, наприклад, якщо властивістю є відносна вологість в якомусь місці, то множиною проявлення цієї властивості є множина можливих конкретних значень вологості, тобто числа від 0 до 100 %; якщо властивістю є колір світлофора, то її проявлення — це множина значень кольору: червоний, жовтий та зелений.

При поодинокому спостереженні властивість має *одне конкретне виявлення (проявлення)*. Для визначення всіх можливих проявлень (значень) потрібно мати множину спостережень цієї властивості. Але при цьому необхідно, щоб кожне окреме спостереження властивості, яке відбувається з використанням однієї й тієї ж процедури спостережень, якимось чином відрізнялось від іншого. В протилежному випадку два окремі спостереження будуть давати одне й те саме значення (виявлення) властивості — наприклад, два червоних сигнали світлофора у попередньому прикладі.

Для визначення відмінностей у спостереженні вибраної властивості використовують певну особливість (іншу властивість, характеристику) об'єкта, яка дозволяє розрізнати всю множину значень. Її іноді називають ще “базою” або “шкалою”.

Такою типовою “шкалою”, придатною в багатьох практичних випадках, є *час*. Дійсно, різні спостереження однієї й тієї ж властивості будуть відрізнятися тим, що вони проведені в різні моменти часу. (Вологість можна вимірювати, наприклад, кожні дві години протягом доби).

В інших випадках різні спостереження властивості в часі неможливо відрізнити одне від одного. Наприклад, якість акустики в різних точках концертного залу не змінюється протягом відносно невеликих проміжків часу. Зате спостереження властивості залежать від положення у просторі. У цьому випадку за “характеристику” у вказаному вище розумінні виступає *простір*. Причому, поняття простору не обмежується тільки одно-, дво- та тривимірним простором.

Для зручності оперування з описом властивостей об'єкта кожній властивості ставлять у відповідність *абстрактний об'єкт*, який називають *змінною* (змінною величиною). Кожна змінна пов'язується з певним набором значень властивостей, які називають *станом*, а всю множину значень — *множиною станів*. Змінні іноді називають також змінними станів.

Таким чином, більшість систем в будь-який даний момент (не обов'язково часу) мають характеристики (властивості), що можуть бути виміряні. Всю множину таких характеристик називають *станом системи* в даний момент.

Аналогічно, "*параметром*" називається абстрактний об'єкт, що ставиться у відповідність "шкалі", тобто такій особливості об'єкта, яка дозволяє розрізнити всю множину значень його властивостей при вибраній множині спостережень. Кожний "параметр" також має певну множину його значень — *параметричну множину*. Часто параметр називають *незалежною змінною*. Найпоширенішими видами "параметрів" (незалежних змінних) є час та простір.

Таким чином, різні спостереження однієї і тієї ж змінної стану відрізняються різними значеннями "параметрів" — незалежних змінних.

Додатково до конкретних змінних та "параметрів", що представляють відповідні конкретні властивості об'єкта, іноді вводять до розгляду деякі *узагальнені змінні* чи "параметри", що безпосередньо не пов'язані ні з якими *конкретними властивостями*, але можуть бути виражені через конкретні змінні певним чином.

На окремих множинах змінних станів чи параметричних множинах можуть бути визначені деякі *математичні відношення*, такі, наприклад, як відношення впорядкованості, "відстань" тощо. Вони відображають фундаментальні властивості об'єкта (властивості, що репрезентують об'єкт). Ці відношення можна також інтерпретувати як *комплекс обмежень*, що накладається на всі можливі комбінації значень стану системи.

Власне ці математичні відношення, записані відповідним чином мовою математики, і є *математичними моделями* (ММ) об'єкта.

Отже, кінцевою метою формалізації є підготовка умов для формального запису математичної моделі об'єкта, а сам запис, тобто побудова моделі вже відноситься до наступного етапу проектування ТС — етапу моделювання з подальшим аналізом ММ. Звичайно, іноді ці два етапи — формалізація та моделювання — можуть тісно переплітатися.

Таким чином, процес переходу від опису об'єкта в термінах його конкретних властивостей до опису в термінах абстрактних змінних стану та незалежних змінних ("параметрів") при визначеній меті досліджень та переліку обмежень називають *формалізацією* (або абстрагуванням) задачі. Зворотний процес називають *інтерпретацією*.

Етапами формалізації є:

- 1) вибір змінних станів S_i (тобто вибір того, що ми будемо розрізняти як стан системи);
- 2) визначення всієї множини значень змінних стану;
- 3) визначення відношень (обмежень) між змінними стану.

Оскільки ми розглядаємо "формалізацію задач" як етап дослідження технічних систем, то спочатку розглянемо поняття "системи".

Можна сказати, що предметом будь-якої наукової дисципліни є певний клас систем. Тут термін "*система*" використовується в досить загальному розумінні, а в різних конкретних випадках він отримує відповідні тлумачення. Часто вважають, що зміст поняття "система" є зрозумілим на інтуїтивному рівні і його використовують для позначення таких загальних понять, як "ціле, що складається із частин", "множина елементів, що утворює деяку єдність", або навіть "порядок, який поєднує множину елементів". В даному контексті може бути прийняте наступне означення.

Система— це множина об'єктів (елементів) $E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$, які знаходяться у відношеннях R (relationships) один з одним. Кажуть також, що система — це така впорядкована пара $M = \{E, R\}$, яка утворює цілісність або органічну єдність.

Термін “*відношення*” тут використовується в найзагальнішому значенні і включає в себе весь набір таких понять, як структура, залежність, інформація, зв'язок тощо. Відношення між елементами E , системи розглядаються як відношення між атрибутами, тобто властивостями цих елементів. *Цілісність* системи означає, що вона має властивості, яких не має жодний з її елементів при будь-якому способі її поділу на частини і ці властивості не можуть бути виведені із властивостей елементів простим їх поєднанням (сумою).

Звичайно, система має властивості, функції та мету, відмінні від властивостей, функцій та мети її складових об'єктів. Кожне E_i представляє собою повну сукупність всіх виявлень певної властивості об'єкта. Очевидно, що M є повного сукупністю всіх таких виявлень.

Таким чином, системою в найширшому розумінні може бути все, що можна розглядати як окрему сукупність чогось (якихось елементів), об'єднаних в одне ціле (тут факт об'єднання елементів у систему, фактично, іншими словами виражає наявність відношень між елементами). Очевидно, що, наприклад, “шматочок сала”, “доброзичливість” та “ряд Тейлора”, взяті разом, не утворюють систему, тому що ці елементи E не знаходяться ні в яких відношеннях R_i один з одним.

Для конкретного класу систем елементи впорядкованих пар $\{E, R\}$ набувають відповідних значень. Таким чином, для класифікації систем можна вибрати критерії, пов'язані з певним типом елементів E , системи або з певним типом відношень R між елементами системи. Далі будемо розглядати тільки *технічні системи*.

Нагадаємо, що технічними системами називаються засоби людської діяльності, що створюються для здійснення процесу матеріального виробництва та задоволення невиробничих потреб суспільства. Елементами технічної системи виступають матеріальні предмети або їх властивості, які певним чином залежать від інших матеріальних об'єктів або властивостей і які самі певним чином впливають на інші матеріальні предмети чи властивості предметів.

Множину всіх матеріальних предметів та їх властивостей, з якими взаємодіють елементи системи, називають *зовнішнім середовищем*. Таким чином, стан технічної системи (її елементів) може залежати від зовнішнього середовища; правильно і обернене: технічна система (її елементи) може впливати на зміну стану зовнішнього середовища.

Технічна система називається *відкритою*, якщо існує обмін речовиною, енергією або інформацією між нею та зовнішнім середовищем; у протилежному випадку система називається *закритою*.

Висновок про те, чи є дана система відкритою, чи ні, залежить від способу її розгляду, тобто від того, що включається в технічну систему, а що — в навколишнє середовище. Якщо в систему включається та частіша зовнішнього середовища, з якою відбувається обмін речовиною, енергією чи інформацією між середовищем та технічною системою, система стає закритою.

Ті змінні стану системи (властивості елемента системи чи всієї системи), через які середовище безпосередньо впливає на систему, називаються *входами системи*. Ті змінні стану, через які система впливає на зовнішнє середовище, називають *виходами системи*.

У зв'язку з цим в багатьох випадках системи (їх частини — підсистеми і навіть їх окремі елементарні компоненти) розглядаються як такі, що мають вхід {*множину входів*}, вихід {*множину виходів*} та, власне, *множину станів-ще*. 1.

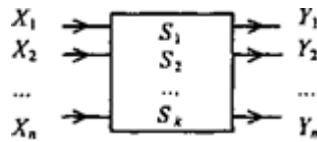


Рис.1. Загальний вигляд системи

Як бачимо, тут вся множина станів системи розбивається на три частини — вхід, вихід і множину станів, тобто підмножину саме тих станів системи, що характеризують її (систему), а не взаємодію системи з зовнішнім середовищем. Таку множину станів називають також *фазовим простором*. (А втім, іноді під фазовим простором розуміють всю множину станів, включаючи сюди і множину входів та множину виходів системи). Вхідні змінні називають іноді *вхідними параметрами технічної системи*, а вихідні змінні — *вихідними параметрами* ТС. Кількість змінних станів (фазових змінних) називають також *степенем свободи* системи. Зауважимо також, що коли при p змінних стану m з них не вдається спостерігати, де $m < p$, поведінка системи сприймається спостерігачем як *недетермінована*.

Окремі елементи системи можуть мати, наприклад, тільки входи, або тільки виходи, або бути елементами без входів та без виходів (так звані “монади”). Елементи, що мають тільки входи, іноді називають *активними елементами*, елементи, що мають тільки виходи, — *пасивними елементами*.

Система вважається описаною, якщо задані її *функція* та *структура*. Причому під функцією системи тут розуміють порядок протікання процесів у системі. Він часто інтерпретується як правило отримання результатів, тобто вихідних змінних на основі перетворення вхідних змінних та змінних стану системи. Функцію системи намагаються записувати у математичній формі у зв’язку з її компактністю та чіткістю, тобто, фактично, у вигляді *математичної моделі* технічної системи.

Структура системи визначає склад та взаємозв’язок компонентів технічної системи. Опис структури ТС намагаються проводити або у математичній формі, або в певному графічному вигляді (графи, схеми, креслення тощо), тобто так, щоб найбільш наочно показати із яких елементів складається система і як вони пов’язані (взаємодіють) один з одним.

Порядок функціонування системи (функція системи) та її структура визначаються, з одного боку, призначенням системи, а з іншого боку — елементною базою, тобто тим “матеріалом”, із якого буде будуватися ТС. Оскільки призначення системи може бути задано у вигляді функції, то звідси впливає домінуюча роль функції по відношенню до структури ТС (принцип первинності функції по відношенню до структури). Підхід до проектування систем, який ґрунтується на цьому принципі, називають *функціональним підходом до проектування*. Його іноді називають також проектуванням “зверху-вниз”.

З іншого боку, коли при проектуванні за відправну точку вибирають спочатку не призначення (функцію) системи, а елементну базу (“матеріал”), з якої буде проектуватися та виготовлятися система, то такий підхід до проектування називають “знизу-вгору”. Можна сказати, що в основу цих протилежних підходів покладено питання: у першому випадку — “що ми бажаємо отримати?”, в другому — “що ми можемо отримати?” (“з чого ми можемо “будувати” ТС, будувати те, що ми бажаємо отримати?”).

Технічні системи, які ми тут розглядаємо, як правило, є *складними системами*. Оскільки реалізація проектування систем потребує витрат ресурсів, наявність яких завжди є обмеженою, то, в залежності від ступеня забезпеченості ресурсами при дослідженні системи, останні вважають “складними” чи ні.

Проблема складності системи має два моменти: коли складність пов'язана з великим розміром (масштабом) системи і коли — ні.

Система може мати невелику кількість компонентів, але описуватися “складним” законом функціонування. (Прикладом можуть бути різноманітні системи нелінійних диференціальних рівнянь). Такий випадок умовно можна назвати “функціональною складністю систем”.

Система вважається “системою великого масштабу”, якщо сукупність обчислювальних, аналітичних, економічних та будь-яких інших факторів не дозволяє достатньою мірою досягти поставленої мети. Такий випадок умовно можна назвати “інформаційною складністю систем”.

Традиційний шлях вирішення проблеми складності полягає у використанні методів апроксимації та декомпозиції. .

У першому випадку початкова система (чи її компоненти) замінюється (апроксимується) іншою, більш простою для аналізу, системою (наприклад, система диференціальних рівнянь 5-го порядку замінюється системою рівнянь 2-го порядку або системою рівнянь 5-го порядку, але більш простого виду). У другому випадку (при декомпозиції) система розглядається як ієрархічна структура, яка може розділятися на частини, кожна з яких може надалі розглядатися певною мірою незалежно одна від одної. Отже, у випадку складних ієрархічних систем формалізація повинна проводитись на кожному рівні деталізації такої системи.

Ієрархічний підхід до опису складних систем має на увазі те, що на вищому рівні ієрархії система розглядається як один елемент, що має певні входи та виходи для зв'язку із зовнішнім середовищем і відповідає певному закону функціонування. Причому, функція системи не може бути задана у цьому випадку досить детально і подається як відображення значень входів на значення виходів системи. Для того, щоб розкрити порядок функціонування системи, її функція (а значить і сама система) поділяється на складові частини — функції та структурні елементи наступного, більш низького рівня ієрархії. Ці частини, в свою чергу, знову деталізуються, і так доти, поки функція та структура системи не будуть розкриті повністю.

Тут стає очевидним також, що “елемент” — це, в першу чергу, не фізична властивість, а зручне, тимчасове поняття. Те, що вважається елементом на одному рівні ієрархії розгляду ТС, стає складною системою на наступному, більш детальному ієрархічному рівні розгляду.

Віднесення тієї чи іншої системи до одного з вище перерахованих типів є досить умовним (штучним) і пов'язане, в основному, з тим, наскільки істотну роль відіграють при вивченні системи ті чи інші аспекти.

Аналогічно до того, як множина стану системи (множина елементів) може бути поділена на підмножини, так і в множині відношень для певних типів технічних систем можна виділити специфічні підмножини. Прикладом класу технічних систем такого роду є системи автоматичного управління (САУ), які виділяються в клас, у якого в множині відношень відособлюється підмножина, змістовне значення якої відповідає меті управління. Додатково до функції мети в множині відношень можуть виділятися й інші підмножини, наприклад, система обмежень тощо.

Таким чином, серед інтелектуальних засобів пізнання, що є у розпорядженні людини, найбільш потужним є *абстракція*. Відправним моментом абстракції є фіксація уваги на схожості певних об'єктів, ситуацій чи процесів матеріального світу та виділення схожих властивостей, тимчасово залишаючи без уваги існуючі відмінності. Ті з виділених властивостей, які в подальшому дають можливість певною мірою передбачати події та керувати ними, людина розглядає як фундаментальні; відмінності у цьому випадку вважаються несуттєвими. Інакше кажучи, ми виділяємо абстрактне поняття, що охоплює множину об'єктів чи ситуацій, які-досліджуються.

Одночасно звичайно виводиться деякий символ (слово чи малюнок), який символізує абстрактне поняття.

Отже, в процесі формалізації виділяють етапи:

- 1) *абстрагування*’, зосередження на властивостях, які є загальними для багатьох об’єктів чи ситуацій матеріального світу, та відволікання від існуючих між ними відмінностей;
- 2) *представлення*: вибір деякої множини засобів (символів, графічних образів тощо) для зображення абстрактних понять; представлення використовується також як засіб спілкування.

Для цього в процесі формалізації:

- 1) вибирають *змінні* станів S_i (тобто вибирають те, що будуть розрізняти як стан системи);
- 2) визначають всю множину *значень* змінних стану;
- 3) визначають *відношення* (обмеження) між змінними стану.

На окремих множинах змінних станів можуть бути визначені певні математичні відношення. Запис цих відношень мовою математики практично є записом математичної моделі ТС.

Контрольні запитання

1. Чим пояснити необхідність переходу від конкретного до абстрактного опису технічної системи при її проектуванні?
2. Яким чином формується набір властивостей необхідний для проектування технічної системи?
3. Дати визначення терміну «стан системи».
4. Якими параметрами користуються найчастіше при описі характеристик технічної системи?
5. Яка кінцева мета формалізації задач проектування?
6. Дати визначення процесу інтерпретації.
7. Які основні етапи формалізації задачі для дослідження технічної системи?
8. Дати визначення поняття «система».
9. У чому полягає ієрархічний підхід до опису складних технічних систем, автомобіля зокрема.
10. Охарактеризуйте абстракцію як інтелектуальний спосіб пізнання системи.