

## Лекція 8. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ В ГВС

### План

- 8.1. Теоретичні відомості
  - 8.1.1. Стисла інформація щодо сутності методу експертних оцінок
  - 8.1.2. Етапи підготовки і проведення експертного оцінювання (експертизи)
  - 8.1.3. Отримання експертних оцінок
  - 8.1.4. Способи вимірювання параметрів об'єктів
  - 8.1.5. Обробка результатів експертного опитування
    - 8.1.5.1. Формування узагальненої ЕО
    - 8.1.5.2. Визначення відносних ваг об'єктів
    - 8.1.5.3. Встановлення степені узгодженості ЕО
  - 8.1.6. Приклад формування узагальненої експертної оцінки
    - 8.1.6.1. Метод середніх арифметичних рангів
    - 8.1.6.2. Метод медіан рангів
  - 8.1.7. Приклади встановлення степені узгодженості експертних оцінок
    - 8.1.7.1. Приклад 1
    - 8.1.7.2. Приклад 2

### 8.1.1. Стисла інформація щодо сутності методу експертних оцінок

Однією із задач, які вирішуються при плануванні, моделюванні та верифікації ГВС, є задачі що пов'язані із проектуванням роботизованих механоскладальних технологій (РМСТ) або вибору складових ГВС в цілому. Під цим можна розуміти вибір різного ТО, ОВ, комплектуючих, оснастки, розробку ТП, формування РМСТ тощо. Вирішення цих задач ускладнюється необхідністю врахування множини різноманітних технічних, економічних показників, що характеризують складові елементи ГВС, які є різними за змістом, кількістю, якістю та мають різний вплив на якість технічних рішень, що приймаються при цьому.

У таких випадках надзвичайної складності, новизни проблеми, недостатності інформації або навпаки її збитковості, складності або взагалі неможливості формалізації процесу вибору складових елементів ГВС при проектуванні, моделюванні та верифікації процесів у ГВС звертаються до методу експертних оцінок, які у таких умовах дають цілком прийнятні результати.

**Метод експертних оцінок (ЕО)** – це вирішення задачі експертами, їх аргументація, формування кількісних оцінок та обробка останніх формальними методами. Методи ЕО дозволяють, опираючись на досвід, знання та вміння спеціалістів в даній галузі, прийняти найбільш доцільне та обґрунтоване рішення.

**Експерти** (від латинського "*expertus*" – досвідчений) – це особи, які володіють на високому професійному рівні знаннями та вміннями із даної галузі та здатні висловити аргументовану думку з досліджуваного явища.

Процедура отримання оцінок від експертів називається **експертизою**.

Методи ЕО – методи організації роботи з фахівцями-експертами і обробки думок експертів. Ці думки зазвичай виражені частково в кількісній, частково в якісній формі. Експертні дослідження проводять з метою підготовки інформації для прийняття рішень особою, яка приймає рішення (ОПР). Для проведення роботи за методом ЕО створюють робочу групу (РГ), яка і організовує за дорученням ОПР діяльність експертів, об'єднаних (формально або по суті) в експертну комісію (ЕК).

Метод ЕО має три складові.

1. **Інтуїтивно-логічний аналіз завдання.** Будується на логічному мисленні та інтуїції експертів, заснований на їх знанні і досвіді. Цим пояснюється високий рівень вимог, що пред'являються до експертів.

2. **Рішення і видача кількісних або якісних оцінок.** Ця процедура являє собою завершальну частину роботи експерта. Експертом формується рішення по розглянутій проблемі і дається оцінка очікуваних результатів.
3. **Обробка результатів рішення.** Отримані від експертів оцінки повинні бути оброблені з метою одержання підсумкової оцінки проблеми. Залежно від поставленого завдання змінюється кількість виконуваних на цьому етапі розрахункових і логічних процедур. Для забезпечення оперативності і мінімізації помилок на даному етапі доцільно використання обчислювальної техніки.

Розрізняють індивідуальні та колективні ЕО. Індивідуальна – оцінка, що винесена одним спеціалістом. Колективна – та, що сформована групою експертів за допомогою визначених методів.

Існують різні форми проведення експертизи: дискусія, анкетування, інтерв'ювання, мозковий штурм, нарада, ділова гра тощо.

Іноді різні форми використовуються в комплексі.

Однією з найбільш перспективних форм проведення експертного оцінювання вважається **метод Дельфи**. Метод Дельфи – це метод групового анкетування, що проводиться із застосуванням певного набору процедур, які виконуються в певній послідовності з метою формування групової думки про проблему, яка характеризується недостатністю інформації для використання інших методів.

Ці процедури характеризуються трьома основними рисами:

- анонімністю;
- регульованим зворотнім зв'язком;
- груповою відповіддю.

Зворотній зв'язок здійснюється за рахунок проведення декількох турів опитування, причому результати кожного туру обробляються статистичними методами і повідомляються експертам. У другому і наступних турах експерти аргументують свої відповіді. Таким чином, в наступних турах експерти можуть переглянути свої первинні відповіді. Від туру до туру відповіді експертів носять все більш стійкий характер і, врешті-решт, перестають змінюватися, що служить підставою для припинення опитувань. Практика показує, що зазвичай проводиться три-чотири тури опитувань, так як в подальшому оцінки перестають змінюватися.

Також одним з популярних методів прийняття рішень є **метод сценаріїв**, що застосовується перш за все для експертного прогнозування. **Метод сценаріїв** – це метод декомпозиції задачі прогнозування, що передбачає виділення набору окремих варіантів розвитку подій (сценаріїв), які в сукупності охоплюють всі можливі варіанти розвитку. При цьому кожен окремий сценарій повинен допускати можливість досить точного прогнозування.

Третім з найпопулярніших методів прийняття рішень є **мозковий штурм**. Організовується він в два етапи.

**Перший етап** організовується як збори експертів, що висловлюють власні міркування, на виступи яких накладено одне, але дуже суттєве обмеження – не можна критикувати пропозиції інших.

**Другий етап** мозкового штурму – аналіз висловлених ідей. Зазвичай третина ідей із 100% заслуговує подальшого опрацювання, з 5-6% дають можливість сформулювати прикладні проекти, а 2-3% в підсумку приносять корисний результат. При цьому інтерпретація ідей є творчим процесом.

### **8.1.2. Етапи підготовки і проведення експертного оцінювання (експертизи)**

Якість отриманих ЕО значною мірою залежить від підготовки самої експертизи та методів обробки інформації, одержуваної від експертів.

Технологія проведення експертного оцінювання містить декілька етапів (рис. 8.1).

Основні етапи підготовки та проведення експертизи наступні:

- I етап** - формулювання мети експертного аналізу;
- II етап** - формування експертної групи;
- III етап** - розробка процедур та анкет проведення експертної оцінки;
- IV етап** - отримання ЕО;
- V етап** - обробка результатів опитування і аналіз отриманих даних;
- VI етап** - встановлення ступеню досягнення мети експертизи.

Детальніше розглянемо як здійснюється отримання експертних оцінок, обробка результатів опитування і аналіз отриманих даних.

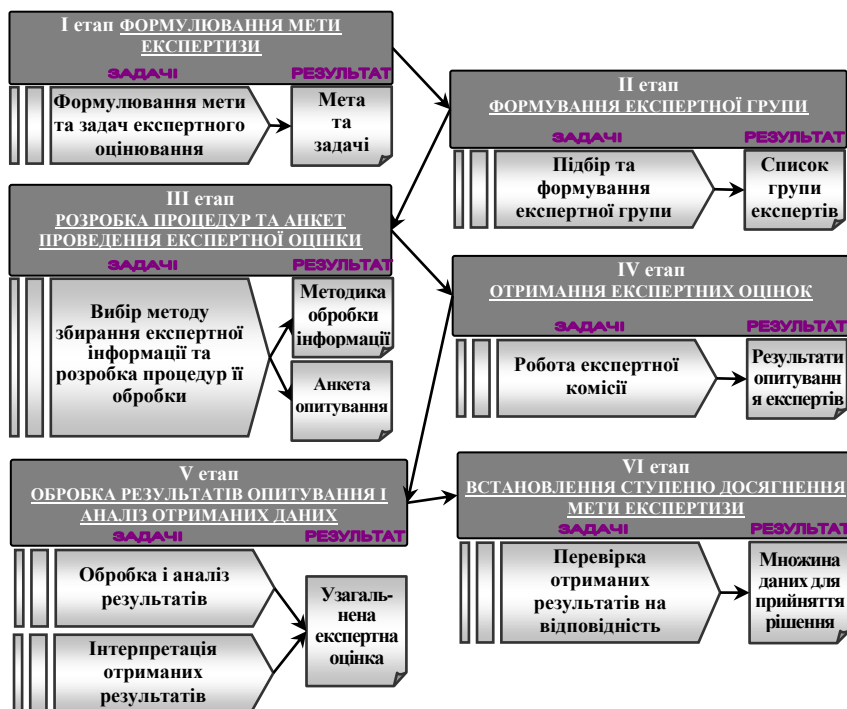


Рис. 8.1. Схема послідовності проведення експертного оцінювання

### 8.1.3. Отримання експертних оцінок

Будь-який елемент ГВС від одиниць ОВ, ТО тощо до їх об'єднання у різноманітні системи, наприклад СООВ, СЗУС тощо (див. розділ 1 даного посібника) описується множиною параметрів, що є різними за змістом, значенням та якістю. Такими параметрами, наприклад, для ПО (див. лабораторну роботу №2) є:

**кількісні показники:**

**технічні:** точність орієнтування, мм; циклова продуктивність, шт./хв. тощо;

**економічні:** щомісячні витрати, пов'язані із утриманням обладнання, грн. тощо;

**якісні показники,** наприклад, технологічна гнучкість.

При формуванні інтегрального показника якості системи, що містить сукупність всіх показників, які описують систему, вплив кожного показника, може бути визначений методами ЕО. Крім того, всі якісні показники повинні мати кількісну форму. В такому випадку експерти оцінюють якісні показники у балах за відповідною шкалою.

**Шкала** – це інструмент (прийнята система правил) оцінки (вимірювання) будь-яких об'єктів або явищ.

Розрізняють чотири типи шкал.

1. **Номінальна шкала.** Реалізує найпростіший тип вимірювання. У цьому випадку проводиться порівняння властивостей об'єкта (явища) з яким-небудь еталоном. Результатом є впорядкування по двоелементній шкалі, де кожному з об'єктів (явищ) присвоюється бал, рівний нулю або одиниці.

Прикладом вимірювання за номінальною шкалою може служити проведення заліку. У цьому випадку експерт-викладач оцінює рівень знань студентів і вносить рішення: наприклад, залік (об'єкту-студенту присвоюється бал, рівний одиниці) або незалік (об'єкту-студенту присвоюється бал, рівний нулю).

2. **Порядкова шкала.** Мета полягає в упорядкуванні об'єктів (явищ), а точніше, у виявленні за допомогою експертів прихованої упорядкованості, яка, за припущенням, властива множині об'єктів. Результатом оцінки є рішення про те, що який-небудь об'єкт (явище) кращий іншого по відношенню до деякого критерію.

Прикладом може служити визначення журі переможців та призерів якогось конкурсу. Тут експерти повинні вирішити, що учасник, який посів перше місце, виявився кращим (з точки зору

цілей конкурсу) учасника, що посів друге місце. Учасник, що зайняв друге місце, у свою чергу, визнається кращим по відношенню до третього і т.д.

**3. Інтервальна шкала.** Оцінка за даною шкалою дозволяє не тільки визначити, що один об'єкт (явище) кращий іншого, але також визначити: на скільки кращим. Нульова точка і одиниця виміру вибираються при цьому довільно.

Прикладом оцінювання за інтервальною шкалою є проведення іспиту. Тут експерт-викладач, оцінюючи рівень знань студентів, повинен не тільки вирішити, що один студент знає матеріал краще іншого, але сказати: на скільки краще. Вимірювання фактично проводиться за шкалою з чотирьох балів ("незадовільно", "задовільно", "добре", "відмінно"). При цьому рівень знань, відповідний нульовому балу (нульова точка) не відомий.

Вимірювання за інтервальною шкалою використовується при виставленні експертами-суддями оцінок в таких видах спорту, як фігурне катання, стрибки у воду, художня та спортивна гімнастика тощо.

**4. Шкала відношення.** У даному випадку передбачається, що відомо абсолютне значення властивостей об'єкта, тобто відома істинна нульова точка. Шкала використовується для тих чинників, які можуть бути представлені кількісно.

Наприклад, за допомогою такої шкали експерти можуть оцінити розмір прибутку, який може бути отриманий в результаті реалізації якого-небудь проекту.

В залежності від сутності досліджуваних об'єктів для їх оцінки можуть бути використані різні шкали.

Такі параметри як витрати, прибуток, час можуть бути оцінені по шкалі відношення або за інтервальною шкалою (наприклад, в грошовому еквіваленті, днях, балах).

Для оцінки таких параметрів як термін окупності, порівняльна ефективність, гнучкість може бути використана інтервальна або порядкова шкала.

#### 8.1.4. Способи вимірювання параметрів об'єктів

При проведенні експертизи найчастіше використовуються інтервальна або порядкова шкала експертного оцінювання. При оцінці об'єктів за цими шкалами найчастіше використовуються ранжування, парне порівняння, безпосередня оцінка.

**1. Ранжування** – це розташування об'єктів у порядку зростання або зменшення деякої притаманної їм властивості. Ранжування дозволяє вибрати з досліджуваної сукупності факторів або параметрів найбільш суттєвий.

Результатом проведення ранжування є *ранжований ряд*.

Якщо є  $n$  об'єктів, то в результаті їх ранжування  $j$ -им експертом кожен об'єкт отримує оцінку  $x_{ij}$  – *ранг*, що приписується  $i$ -му об'єкту  $j$ -им експертом.

Значення  $x_{ij}$  знаходяться в інтервалі від **1** до  $n$ . Ранг найважливішого показника дорівнює одиниці, найменш значимого – числу  $n$ .

*Ранжуванням  $j$ -го експерта* називається послідовність рангів  $x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}$ .

Перевагою методу є його простота, а недоліком – обмежені можливості використання, що обумовлюється складністю його використання при оцінці великої кількості об'єктів. В такому випадку експертам дуже важко будувати ранжований ряд, оскільки доводиться враховувати множину складних зв'язків.

Від цього недоліку вільний наступний метод.

**2. Парне порівняння** – це встановлення переваги об'єктів при порівнянні всіх можливих пар. Тут не потрібно, як при ранжуванні, впорядковувати всі об'єкти, а необхідно в кожній з пар виявити більш значущий об'єкт або встановити їх рівність.

Парне порівняння можна проводити при великій кількості об'єктів, а також у тих випадках, коли відмінність між об'єктами настільки незначна, що практично неможливо провести їх ранжування.

При використанні цього методу найчастіше складається матриця розміром  $n \times n$ , де  $n$  – кількість порівнюваних об'єктів. Загальний вигляд матриці парних порівнянь представлений на рис. 8.2.

Об'єкти	1	2	...	$j$	...	$n$	$\Sigma$
1							
2							
...							
$i$							
...							
$n$							

Рис. 8.2. Загальний вигляд матриці парних порівнянь

При парному порівнянні об'єктів матриця заповнюється елементами  $a_{ij}$  наступним чином (може бути запропонована і інша схема заповнення):

$$a_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{якщо об'єкт } i \text{ є більш значущим, ніж об'єкт } j (i > j); \\ 1, & \text{якщо об'єкти рівні } (i = j); \\ 0, & \text{якщо об'єкт } j \text{ є більш значущим, ніж об'єкт } i (i < j). \end{cases} \quad (8.1)$$

Сума  $\sum_{j=1}^n a_{ij}$  (за  $i$ -им рядком) в даному випадку дозволяє оцінити відносну значимість

об'єктів. Той об'єкт, для якого сума  $\sum_{j=1}^n a_{ij}$  буде найбільшою, може бути визнаний найбільш важливим (значущим).

Додавання можна проводити і за стовпчиками ( $\sum_{i=1}^n a_{ji}$ ), тоді найбільш значущим буде

об'єкт, що набере найменшу кількість балів.

**3. Безпосередня оцінка.** Використовується при необхідності не тільки впорядкування (ранжування об'єктів аналізу), але і визначення, на скільки один об'єкт (фактор, параметр об'єкта) є більш значущим порівняно з іншими.

У цьому випадку інтервал зміни характеристик об'єкта розбивається на окремі інтервали, кожному з яких приписується певна оцінка (бал), наприклад, від 0 до 10.

Саме тому метод безпосередньої оцінки інколи іменують також *бальним методом*.

Сутність методу полягає в тому, що експерт розміщує кожен з аналізованих об'єктів в певному інтервалі (приписує бал). Вимірником при цьому є ступінь володіння об'єктом тією чи іншою властивістю.

Кількість інтервалів, на які розбивається діапазон зміни властивості, може бути різним для різних експертів. Крім того, метод дозволяє давати одну і ту ж оцінку (тобто розміщувати в одному і тому ж інтервалі) різним об'єктам.

Наприклад, метод безпосередньої оцінки використовувався при проведенні оцінювання показника технологічної гнучкості при виборі ПО (див. лабораторну роботу №7-8). Інтервал, що характеризував рівень гнучкості ПО, умовно був розбитий на 5 інтервалів (див. рис. 8.3). Найвища оцінка – 5 балів – надавалась ПО з високою технологічною гнучкістю, тобто ПО, що мали можливість орієнтування ОБ з широким інтервалом розмірів, форми та розташування конструктивних елементів. У випадку часткового обмеження технологічної гнучкості, наприклад, для ПО, що здійснювали орієнтування ОБ тільки за деякими різними розмірами і мали середню технологічну гнучкість, цей параметр оцінювався оцінкою 3.



Рис. 8.3. Приклад розбиття діапазону вимірювання характеристик об'єкта на інтервали

### 8.1.5. Обробка результатів експертного опитування

На базі оцінок експертів отримується узагальнена інформація про досліджуваний об'єкт (явище) і формується рішення, що задається метою експертизи. При обробці індивідуальних оцінок експертів використовують різні кількісні та якісні методи. Вибір того чи іншого методу залежить від складності вирішуваної проблеми, форми, в якій представлені ЕО, мети експертизи.

Найчастіше при обробці результатів опитування використовуються методи математичної статистики.

При обробці ЕО вирішуються такі задачі:

1. формування узагальної ЕО;
2. визначення відносних ваг об'єктів;
3. встановлення ступеня узгодженості думок експертів та ін.

#### 8.1.5.1. Формування узагальної ЕО

Якщо група експертів оцінила деякий об'єкт, то  $x_j$  – оцінка  $j$ -го експерта,  $j = \overline{1, m}$  де  $m$  – кількість експертів. Для формування узагальної оцінки групи експертів проводять усереднення відповідей експертів. Для цього найчастіше використовуються середні величини. Як правило використовують метод *середніх арифметичних рангів* та метод *медіан рангів*. Для більшої стійкості узагальної ЕО доцільно використовувати одночасно обидва методи – і метод середніх арифметичних рангів (балів), і метод медіанних рангів в зв'язку з тим, що загальні висновки залежать від суб'єктивізму ОПР, яка обирає метод обробки вихідних ЕО і тому можуть змінюватись від методу до методу.

**Метод середніх арифметичних рангів** реалізується наступною послідовністю дій:

- 1) обчислюється середнє арифметичне рангів, що були присвоєні об'єктам:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^m x_j}{m}, \quad (8.2)$$

де  $\bar{x}$  – середнє арифметичне оцінок групи експертів;

$x_j$  – оцінка  $j$ -го експерта,  $j = \overline{1, m}$ ;

$m$  – кількість експертів.

- 2) за середніми рангами будується підсумкова ранжований ряд (тобто упорядкування), виходячи із принципу – чим меншим є середній ранг, тим кращий проект.

**Метод медіан рангів** реалізується наступною послідовністю дій:

- 1) для одного об'єкта із аналізованої множини ранги, присвоєні експертами, розташовуються в порядку зростання із записом всієї кількості значень, що повторюються;
- 2) в якості медіани приймається така оцінка, по відношенню до якої кількість оцінок, що отримали більше значення, дорівнює кількості оцінок, що отримали менше значення, тобто визначається значення рангу, який розташований на центральному місці всієї послідовності рангів;
- 3) за медіанами рангів будується підсумкова ранжований ряд за принципом – чим меншою є медіана рангу, тим кращим є проект.

#### 8.1.5.2. Визначення відносних ваг об'єктів

Як зазначалось раніше, всі елементи ГВС описуються множиною параметрів, що мають різний вплив на якість системи. При цьому одні із них є найбільш важливими, інші менше. В такому випадку необхідним є визначення важливості того чи іншого фактору (параметру, об'єкту) за відповідним критерієм, тобто необхідним є визначення *ваги* кожного фактору.

Один із *методів визначення ваг* полягає в наступному.

Нехай:  $x_{ij}$  – оцінка  $i$ -го фактору, дана  $j$ -им експертом,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,

$n$  – кількість об'єктів, що порівнюються;

$m$  – кількість експертів.

Тоді вага  $i$ -го об'єкта, що розрахована за оцінками всіх експертів ( $w_i$ ), дорівнює:

$$w_i = \frac{\sum_{j=1}^m w_{ij}}{m}; \quad i = \overline{1, n}, \quad (8.3)$$

де  $w_i$  – вага  $i$ -го об'єкта, розрахована за оцінками всіх експертів;

$w_{ij}$  – вага  $i$ -го об'єкта, розрахована за оцінками  $j$ -го експерта відповідно до виразу (8.4);

$i$  – порядковий номер об'єкта, що розглядається;

$m$  – кількість експертів;

$n$  – кількість об'єктів, що порівнюються;

$$w_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^n x_{ij}}; \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, m}, \quad (8.4)$$

де  $w_{ij}$  – вага  $i$ -го об'єкта, розрахована за оцінками  $j$ -го експерта;

$x_{ij}$  – оцінка фактора  $i$ , дана  $j$ -им експертом;

$m$  – кількість експертів;

$n$  – кількість об'єктів, що порівнюються.

### 8.1.5.3. Встановлення степені узгодженості ЕО

У випадку участі в експертизі декількох експертів в їх оцінках будуть розбіжності. Важливе значення має величина цих розбіжностей. Групова ЕО може вважатися достатньо надійною тільки за умови хорошої узгодженості відповідей окремих експертів.

Для аналізу розбіжності та узгодженості ЕО застосовуються статичні характеристики – *міри розкиду*:

– *варіаційний розмах R*:

$$R = x_{\max} - x_{\min}, \quad (8.5)$$

де  $x_{\max}$  – максимальна оцінка об'єкту;

$x_{\min}$  – мінімальна оцінка об'єкту;

– *середнє квадратичне відхилення  $\sigma$* :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (x_j - \bar{x})^2}{m - 1}}, \quad (8.6)$$

де  $\sigma$  – середнє квадратичне відхилення ЕО;

$x_j$  – оцінка, надана  $j$ -им експертом;

$\bar{x}$  – середнє арифметичне оцінок групи експертів, розраховується за виразом (3.3.2);

$m$  – кількість експертів;

– *коефіцієнт варіації V*, який зазвичай виражається у відсотках:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%, \quad (8.7)$$

де  $V$  – коефіцієнт варіації;

$\sigma$  – середнє квадратичне відхилення ЕО за виразом (8.6);

$\bar{x}$  – середнє арифметичне оцінок групи експертів за виразом (8.2).

Якщо параметри об'єкта оцінювались методом ранжування (див. п. 8.1.4), то узгодженість між ранжованими рядами *двох експертів* визначають за допомогою *коефіцієнта рангової кореляції Спірмена  $\rho$* :

$$\rho = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - x_{ik})^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (8.8)$$

де  $\rho$  – коефіцієнт рангової кореляції Спірмена:  $\rho = (-1; 1)$ ;

$\rho = 1$  відповідає повному збігу оцінок;

$\rho = -1$  відповідає найбільшому розходженню в думках експертів;

$x_{ij}$  – ранг, присвоєний  $i$ -му об'єкту  $j$ -им експертом;

$x_{ik}$  – ранг, присвоєний  $i$ -му об'єкту  $k$ -им експертом;

$n$  – кількість об'єктів, що порівнюються;

$d_i$  – різниця між рангами, присвоєними  $i$ -му об'єкту:  $d_i = x_{ij} - x_{ik}$ .

При визначенні узгодженості в ранжований рядах *великої (більше двох) кількості експертів* розраховується так званий *коефіцієнт конкордації*  $W$  – загальний коефіцієнт рангової кореляції для групи, що складається з  $m$  експертів:

$$W = \frac{12 \cdot S}{m^2(n^3 - n)}; \quad (8.9)$$

$$S = \sum_{i=1}^n \left[ \sum_{j=1}^m x_{ij} - \frac{1}{2} m(n+1) \right]^2,$$

де  $m$  – кількість експертів;

$n$  – кількість об'єктів, що порівнюються;

$x_{ij}$  – ранг, присвоєний  $i$ -му об'єкту  $j$ -им експертом.

Коефіцієнт конкордації  $W$  змінюється в інтервалі від  $0$  до  $1$ .

Якщо  $W = 1$ , то це означає, що всі експерти присвоїли об'єктам однакові ранги.

Чим ближче значення коефіцієнта  $W$  до нуля, тим менш узгодженими є оцінки експертів.

### 8.1.6. Приклад формування узагальненої експертної оцінки



При проектуванні деякого ТП аналізувались вісім моделей ПР: ПР1, ..., ПР8.

Аналіз проводили 12 експертів, які присвоїли відповідні ранги кожному ПР у відповідності із особистим уявленням щодо доцільності використання кожної моделі ПР у ТП.

Необхідно сформувати узагальнену ЕО методами середніх арифметичних рангів та медіан рангів.

Вихідні дані приведені в табл. 8.1.

Таблиця 8.1

Ранги моделей ПР за їх привабливістю для використання у ТП

№ експерта	Ранги моделей ПР							
	ПР1	ПР2	ПР3	ПР4	ПР5	ПР6	ПР7	ПР8
1	5	3	1	2	8	4	6	7
2	5	4	3	1	8	2	6	7
3	1	7	5	4	8	2	3	6
4	6	4	2,5	2,5	8	1	7	5
5	8	2	4	6	3	5	1	7
6	5	6	4	3	2	1	7	8
7	6	1	2	3	5	4	8	7
8	5	1	3	2	7	4	6	8
9	6	1	3	2	5	4	7	8
10	5	3	2	1	8	4	6	7
11	7	1	3	2	6	4	5	8
12	1	6	5	3	8	4	2	7

*Примітка.* Експерт № 4 вважає, що ПР3 та ПР4 рівноцінні, але поступаються ПР6. Тому ПР3 та ПР4 повинні бути розміщені на другому та третьому місцях та отримати бали 2 та 3. Оскільки вони рівноцінні, то отримують середній бал  $(2+3)/2 = 5/2 = 2,5$

#### 8.1.6.1. Метод середніх арифметичних рангів



Відповідно до послідовності дій методу (див. п. 8.1.5) перш за все була обчислена сума рангів, присвоєних кожній моделі ПР (див. табл. 8.1). Потім ця сума була розділена на кількість експертів, в результаті був розрахований середній арифметичний ранг за формулою (8.2). За середніми рангами будується підсумковий ранжований ряд (тобто проводиться упорядкування), виходячи з принципу – чим менше середній ранг, чим привабливішою є модель ПР щодо її застосування у розроблюваному ТП.

Найменший середній ранг, рівний 2,625, у ПР4. Отже, в підсумковій ранжованій послідовності він отримує ранг 1.

Наступна за величиною сума, рівна 3,125, у ПР3 – і він отримує підсумковий ранг 2.

ПР2 і ПР6 мають однакові суми (рівні 3,25), це вказує на те що, з точки зору експертів вони рівноцінні (при розглянутому способі узагальнення думок експертів), а тому вони повинні були б стояти на 3 і 4 місцях і тому отримують середній бал  $(3 + 4) / 2 = 3,5$ .

Дані результати наведені в табл. 8.2.

Таблиця 8.2

**Результати обчислення узагальненої ЕО методом середніх арифметичних рангів моделей ПР за їх привабливістю для використання у ТП**

№ експерта	Ранги моделей ПР							
	ПР1	ПР2	ПР3	ПР4	ПР5	ПР6	ПР7	ПР8
1	5	3	1	2	8	4	6	7
2	5	4	3	1	8	2	6	7
3	1	7	5	4	8	2	3	6
4	6	4	2,5	2,5	8	1	7	5
5	8	2	4	6	3	5	1	7
6	5	6	4	3	2	1	7	8
7	6	1	2	3	5	4	8	7
8	5	1	3	2	7	4	6	8
9	6	1	3	2	5	4	7	8
10	5	3	2	1	8	4	6	7
11	7	1	3	2	6	4	5	8
12	1	6	5	3	8	4	2	7
<b>Сума рангів</b>	<b>60</b>	<b>39</b>	<b>37,5</b>	<b>31,5</b>	<b>76</b>	<b>39</b>	<b>64</b>	<b>85</b>
<b>Середній арифметичний ранг</b>	<b>5</b>	<b>3,25</b>	<b>3,125</b>	<b>2,625</b>	<b>6,333</b>	<b>3,25</b>	<b>5,333</b>	<b>7,083</b>
<b>Підсумковий ранг</b>	<b>5</b>	<b>3,5</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>7</b>	<b>3,5</b>	<b>6</b>	<b>8</b>
<b>Загальний вигляд ранжованого ряду</b>	ПР4 < ПР3 < {ПР2, ПР6} < ПР1 < ПР7 < ПР5 < ПР8							
<i>Примітка.</i>	Запис типу "ПР4 < ПР3" означає, що модель ПР4 переважає моделі ПР3 (тобто модель ПР4 краще моделі ПР3). Оскільки моделі ПР2 та ПР6 отримали однакову суму балів, то за даним методом вони еквівалентні, а тому об'єднані в групу фігурними дужками {}							

**8.1.6.2. Метод медіан рангів**

Відповідно до послідовності дій методу (див. п. 8.1.5) необхідно взяти відповіді всіх експертів, що стосуються однієї з моделей ПР, наприклад, ПР1. Для цієї моделі ранги становлять 5, 5, 1, 6, 8, 5, 6, 5, 6, 5, 7, 1 (див. табл. 8.1). Потім їх треба розташувати в порядку неспадання (простіше було б сказати – "в порядку зростання", але оскільки деякі відповіді збігаються, то доводиться використовувати незвичний термін "неспадання").

Отримаємо послідовність: 1, 1, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 8. На центральних місцях – шостому і сьомому – стоять 5 і 5 (виділено жирним). Отже, медіана моделі ПР1 дорівнює 5.

Медіани сукупностей з 12 рангів, які відповідають певним моделям ПР, наведені в передостанньому рядку підсумкової таблиці (див. табл. 8.3). При цьому медіани обчислені за звичайними правилами статистики як середнє арифметичне центральних членів варіаційного ряду.

Таблиця 8.3

**Результати обчислення узагальненої ЕО методом медіан рангів моделей ПР за їх привабливістю для використання у ТП**

№ експерта	Ранги моделей ПР
------------	------------------

	ПР1	ПР2	ПР3	ПР4	ПР5	ПР6	ПР7	ПР8
1	5	3	1	2	8	4	6	7
2	5	4	3	1	8	2	6	7
3	1	7	5	4	8	2	3	6
4	6	4	2,5	2,5	8	1	7	5
5	8	2	4	6	3	5	1	7
6	5	6	4	3	2	1	7	8
7	6	1	2	3	5	4	8	7
8	5	1	3	2	7	4	6	8
9	6	1	3	2	5	4	7	8
10	5	3	2	1	8	4	6	7
11	7	1	3	2	6	4	5	8
12	1	6	5	3	8	4	2	7
Медіани рангів	5	3	3	2,25	7,5	4	6	7
Підсумковий ранг	5	2	2	1	8	4	6	7
Загальний вигляд ранжованого ряду	ПР4 < {ПР2, ПР3} < ПР6 < ПР1 < ПР7 < ПР8 < ПР5							
<i>Примітка.</i> Запис типу "ПР4 < ПР3" означає, що модель ПР4 передре моделі ПР3 (тобто модель ПР4 краще моделі ПР3). Оскільки моделі ПР2 та ПР3 отримали однакову суму балів, то за даним методом вони еквівалентні, а тому об'єднані в групу фігурними дужками {}.								

Аналіз отриманих ранжованих рядів за методами середніх арифметичних рангів та медіан рангів показує їх близькість. Наявна розбіжність вказує на похибки методів.

Для покращення результатів може бути проведена додаткова обробка даних, наприклад, встановлення степені узгодженості ЕО за кожним методом (див. п. 8.1.5.3).

### 8.1.7. Приклади встановлення степені узгодженості експертних оцінок

#### 8.1.7.1. Приклад 1



Ефективність роботи ПР при відпрацюванні деякого ТП була описана 12 параметрами, що характеризують роботу як його схвату ( $S_x$ ) так і самого ПР, оцінка яких проводилась двома експертами методом ранжування. Дані експертного опитування наведено в табл. 8.4.

Необхідно визначити узгодженість між ранжованими рядами експертів шляхом розрахунку коефіцієнта рангової кореляції Спірмена.

Таблиця 8.4

Вихідні дані та проміжкові результати розрахунків

Параметри $S_x$ ПР	Значення рангів, що присвоїли експерти		Різниця між рангами $d_i$ ( $d_i = x_{i1} - x_{i2}$ )	Квадрат різниці між рангами $d_i^2$
	№1 ( $x_{i1}$ )	№2 ( $x_{i2}$ )		
Швидкість переміщень	7	6	1	1
Кількість точок позиціонування	8	4	4	16
Відстань переміщень	2	1	1	1
Надійність роботи	1	3	-2	4
Точність позиціонування	9	11	-2	4
Обсяг робочої зони ПР	3	2	1	1
Кількість ступенів рухомості	12	12	0	0
Прискорення	11	10	1	1
Продуктивність ПР	4	5	-1	1
Маса ПР	10	9	1	1
Вантажопідйомність	6	7	-1	1
Величина споживаної потужності ПР	5	8	-3	9
$\Sigma$	-	-	-	40

За виразом (8.8) обчислюється коефіцієнт рангової кореляції Спірмена:

$$\rho = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - x_{ik})^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 40}{12(12^2 - 1)} \approx 0,86.$$

Значення коефіцієнта Спірмена 0,86 свідчить про високу узгодженість оцінок експертів.

### 8.1.7.2. Приклад 2



Ефективність роботи ПО при відпрацюванні деякого ТП була описана 7 параметрами, оцінка яких проводилась п'ятьма експертами методом ранжування. Дані експертного опитування наведено в табл. 8.5.

Перевірити узгодженість ранжованих рядів, використовуючи коефіцієнт конкордації.

Таблиця 8.5

**Вихідні дані та проміжкові результати розрахунків**

Параметри ПО	Значення рангів, що присвоїли експерти					Сума рангів	Відхилення від середньої суми $\Delta = (x_j - \bar{x})$	Квадрат відхилення $\Delta^2 = (x_j - \bar{x})^2$
	№1	№2	№3	№4	№5			
Точність орієнтування	1	1	2	3	1	8	-12	144
Циклова продуктивність	2	2	1	1	2	8	-12	144
Технологічна гнучкість	6	7	6	5	6	30	10	100
Надійність роботи	4	6	4	6	4	24	4	16
Величина одноразових витрат	7	3	7	4	5	26	6	36
Величина щомісячних витрат	3	5	5	7	7	27	7	49
Споживана потужність	5	4	3	2	3	17	-3	9
-	-	-	-	-	-	$\bar{x} = 20$	-	$\Sigma = 498$

За виразом (8.9) обчислюється коефіцієнт конкордації:

$$W = \frac{12 \cdot S}{m^2(n^3 - n)} = \frac{12 \cdot 498}{5^2 \cdot (7^3 - 7)} \approx 0,711.$$

Значення коефіцієнта конкордації  $W \approx 0,711$  є близьким до 1, що вказує на узгодженість ЕО.