Більшість промислових виробів з природного каменю мають грані у вигляді прямих ліній. Це блоки, видобути з родовищ, оброблені плити та елементи будівельних конструкцій, бордюрний камінь, декоративно-облицювальні вироби [119].

Тому розглянемо задачу лінійної апроксимації контуру на відеозображенні, що відповідає грані виробу або мітці на поверхні інших ОВ.

Лінійна апроксимація виконується для множини точок, що належать ділянці контуру виробу на цифровому відеозображенні. Ця ділянка має форму відрізка прямої лінії, що описується аналітичною залежністю [164]:

|  |  |
| --- | --- |
| , , , , . | (3.26) |

де  – виміряні координати -ї точки контуру виробу на цифровому відеозображенні,  – кількість точок контуру, що використовуються в процедурі лінійної апроксимації. Коефіцієнт  визначає кутове положення грані: ; а величини  є координатами середньої точки грані.

Для алгоритмічної оцінки коефіцієнта  і кутового положення грані  можливо використання різних методів [164, 165, 170, 249, 250, 328].

Метод на основі координат двох точок , , що належать грані на цифровому відеозображенні [169, 170], є найбільш простим в плані виконання обчислень, але найменш точним і може застосовуватися лише для попередніх оцінок і порівняння з іншими методами:

.

Метод найменшим квадратів є найбільш відомим та апробованим методом побудови лінійних та нелінійних аналітичних залежностей по експериментальним даним, однак вимагає виконання ряду умов по відношенню до цих даних [164, 165]. Метод найменших модулів [249] є менш відпрацьованим і більш складним у обчислювальному плані, ніж метод найменших квадратів. Його застосування доцільно у випадках, коли вимірювання недостатньо точні або виконуються під впливом великої кількості факторів, що заважають їх проведенню та викривляють результати вимірювань.

Методи на основі мінімаксного критерію [165] дозволяють визначити оптимальну функціональну залежність у випадку обробки результатів прецизійних вимірювань, коли їх похибки не перевищують інструментальної похибки засобу вимірювань. Однак, ці методи є досить складними у обчислювальному плані. Вимірювання ГП та параметрів руху виконуються, як правило, у реальному часі, тому застосування досить складних обчислювальних методів є неприйнятним.

Робастні методи [164] побудови залежностей по експериментальним даним застосовуються у випадку відхилення розподілу похибок вимірювань від нормального закону або у випадку присутності грубих похибок та промахів у результатах вимірювань. Конфлюентні методи [164] обробки експериментальних даних замінюють метод найменших квадратів у разі невиконання умов застосування цього методу.

Тому далі будемо розглядати метод найменших квадратів, як найбільш апробований метод, та конфлюентні методи, що замінюють метод найменших квадратів у випадку невиконання умов застосування цього методу.

Розглянемо визначення кутового положення грані виробу на основі методу найменших квадратів. Оцінка коефіцієнта  [164]

 (3.27)

є незміщеною з дисперсією

, (3.28)

де  – точні значення координат точок грані,  – дисперсія похибки вимірювання координат .

Результат визначення кутового положення грані виробу

, . (3.29)

З математичної точки зору застосування методу найменших квадратів вимагає виконання ряду умов [164, 329]:

1. Значення аргументу лінійної функції (координати ) відомі точно.

2. Результати вимірювання значень функції (координати ) містять тільки випадкові похибки, що незалежні, мають нульове математичне сподівання і дисперсію .

3. Похибки вимірювання  мають нормальний розподіл.

При вимірюванні ГП виробів за їх відеозображеннями перша умова не виконується, так як координати  вимірюються на відеозображенні з похибкою, що має дисперсію . Похибки вимірювання координат  складаються з ряду похибок, що мають рівномірний або нормальний розподіл (див. підрозділ 1.4). Тому друга умова виконується, третя – виконується наближено.

У випадку невиконання першої умови оцінка коефіцієнта  містить додаткові похибки і не є незміщеною. Тому необхідно переходити до конфлюєнтних методів апроксимації граней виробу, що враховують наявність похибки в . Такі методи забезпечують оцінки , що сходяться к  із збільшенням числа  виміряних координат.

В приладовій системі відомі результати вимірювання координат  і , а відношення дисперсій , так як ці вимірювання виконуються для одного відеозображення однаковими методами. Тоді коефіцієнт  визначається на основі узагальненої оцінки ортогональної регресії [164]:

, (3.30)

де

, , ,

,

а знак в формулі (3.30) визначається з урахуванням квадранта розташування контура на координатній площині .

В даному методі оцінка  визначається з систематичною похибкою [164]

, (3.31)

і дисперсію

. (3.32)

Перевагою узагальненої оцінки ортогональної регресії є те, що в результаті апроксимації отримуємо пряму ортогональної регресії. Для такої прямої мінімальна сума квадратів відстаней до точок  по нормалі, а не по вертикалі, як у методі найменших квадратів. Такий підхід краще відповідає задачі, що розглядається, і зменшує похибку визначення ГП виробів.

Іншим методом лінійної апроксимації граней виробу, що враховує наявність похибок вимірювання координат , є дробово-лінійні оцінки [164]:

,

де  – вагові коефіцієнти, .

Перевагою дробово-лінійних оцінок також є відсутність вимоги нормального закону розподілу похибок вимірювання координат  і .

Для значень , що мають постійний крок  на цифровому відеозображенні, найкращою є дробово-лінійна оцінка Хаузнера-Бреннана [164]:

; (3.33)

ця оцінка  містить систематичну складову

 (3.34)

і дисперсію

, (3.35)

де  – приведена дисперсія похибок координат.

Так як похибка дробово-лінійної оцінки обернено пропорційна , то при  (цілком реальне значення для сучасних ПФВЗ) можна забезпечити суттєве підвищення точності ГП виробів з природного каменю.