

Лабораторна робота № 2. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ ТОВАРНО-МАТЕРІАЛЬНИМИ ЗАПАСАМИ (задачі "про ранець")

Мета роботи: засвоїти методику розв'язування задач "про ранець" та закріпити її розв'язуванням прикладу згідно варіанта індивідуальних завдань.

Хід виконання роботи:

1. Ознайомитись із загальними теоретичними відомостями.
2. Засвоїти приклад розв'язування задачі "про ранець".
3. Розв'язати задачу згідно варіанта індивідуальних завдань (див. далі).
4. Скласти звіт щодо виконаної роботи.

2.1. Загальні відомості

Класична назва задач управління товарно-матеріальними запасами підприємства – це так звані "задачі про ранець", які формулюються наступним чином:

загальна вага ранця попередньо обмежена. Необхідно визначити, які предмети покласти в ранець, щоб загальна корисність відібраних предметів була максимальною? Вага кожного предмету відома.

При цьому задачі "про ранець" існують двох типів.

В задачах **I типу** вирішуються питання щодо визначення кількості одиниць кожного предмету, які передбачається покласти до ранця.

В задачах **II типу** вирішуються питання щодо визначення необхідності класти предмет у ранець взагалі.

З точки зору планування, моделювання та верифікації процесів у ГВС при організації виробництва актуальною є наступна інтерпретація задачі "про ранець":

в якості "предметів, що потрібно покласти до ранця", розглядаються замовлення (або варіанти виготовлення партій тих або інших товарів);

в якості "корисності" – прибуток від виконання того або іншого замовлення;

в якості "ваги" – собівартість замовлення.

2.2. Короткі теоретичні відомості та математичне моделювання задач

"про ранець"

Передбачається, що є n предметів, які необхідно розмістити в ранці. Відома максимально можлива "місткість" ранця B . Також для кожного i -го предмета відомі його "вага" $A_i, i = 1, 2, \dots, n$ та "корисність" $C_i, i = 1, 2, \dots, n$.

Для задачі **I типу** необхідно визначити кількість одиниць кожного предмету $X_i, i = 1, 2, \dots, n$, які передбачається покласти в ранець.

Цільовою функцією задач I типу є загальна корисність від розміщення предметів в ранці, яку необхідно максимізувати:

$$f(x) = \left(\sum_{i=1}^n C_i X_i \right) \rightarrow \max, \quad (2.1)$$

де c_i – "корисність" предмету;

X_i – кількість одиниць предмету, що передбачається покласти в ранець.

Функціональні обмеження задач I типу полягають в обмеженні місткості ранця, крім того, значення змінних X_i є цілими:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n A_i X_i \leq B, \\ X_i \geq 0, \\ X_i \in Z_0, \end{cases} \quad (2.2)$$

де A_i – "вага" предмету, який передбачається розмістити у ранці;

B – максимально можлива "місткість" ранця;

Z_0 – множина всіх невід'ємних цілих чисел.

Для задач II типу необхідно вирішити питання, чи класти предмет в ранець, тобто запускати у виробництво певний виріб, чи ні. Для опису рішення вводять булеві змінні X_i , $i = 1, 2, \dots, n$, що приймають два значення 0 та 1. При цьому, якщо $X_i=1$, то предмет розміщують у ранці і $X_i=0$, якщо ні.

Цільовою функцією задач II типу в цьому випадку також є загальна корисність від розміщення предметів у ранці, яку необхідно максимізувати (див. вираз (1.1)), а обмеження мають вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n A_i X_i \leq B; \\ X_i = \{0; 1\}, \end{cases} \quad (2.3)$$

де A_i – "вага" предмету, який передбачається розмістити у ранці;

B – максимально можлива "місткість" ранця;

X_i – може приймати значення 0 або 1.

2.3. Приклад роз'язування задачі "про ранець"



Формальна постановка задачі має наступний вигляд.

Цільова функція:

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + 2X_4 + X_5 + X_6 \rightarrow \max.$$

Обмеження:

$$0,5 X_1 + X_2 + 1,5 X_3 + 2X_4 + 2,5X_5 + 3X_6 \leq 3;$$

$$X_k = \{0; 1\}, k = 1, 2, \dots, 6$$

Вихідні дані для вирішення задачі зручно представити у вигляді табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Вихідні дані для вирішення задачі "про ранець"

Умовне позначення предмету	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Вага предмету A_i	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Корисність предмету C_i	1	1	2	2	1	1
Загальна місткість	3	X	X	X	X	X

Розв'язування

1. Математична модель задачі

Виходячи із умови задачі, можна зробити висновок, що вирішувана задача є задачею II типу тому, що її формальна постановка відповідає математичній моделі за виразами (2.1) та (2.3). Для таких задач розв'язком є відповідь щодо наявності предметів в ранці.

1.1. Цільова функція задачі – максимізація загальної корисності предметів, що розміщуються в ранці:

$$f(x) = \left(\sum_{i=1}^6 C_i X_i = (x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6) \right) \rightarrow \max .$$

1.2. Формування функціональних обмежень здійснюється за виразом (2.3).

1.2.1. Функціональні обмеження на сумарну вагу предметів, що розмістяться у ранці:

$$\sum_{i=1}^6 A_i X_i \leq B ,$$

$$0,5 X_1 + X_2 + 1,5 X_3 + 2X_4 + 2,5X_5 + 3X_6 \leq 3.$$

1.2.2. Функціональні обмеження на значення змінних:

$$X_i = \{0;1\},$$

або

$$0 \leq X_i \leq 1 .$$

2. Автоматизоване вирішення задачі "про ранець" за допомогою надбудови "Пошук рішення"

УВАГА! Даний вид розв'язування задачі є обов'язовим тільки для студентів, що претендують на відмінну оцінку!!!

2.1. Створення форми для введення умов задачі та виведення рішення задачі. Форма для введення умов задачі створена в MS Excel приведена на рис. 2.1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6						
2		Змінювані комірки							"1" - предмет має бути в ранці					
3									"0" - предмет не потрібно класти в ранець					
4	Вага		предмету A _i	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження				
5		Загальна	0						<=	3	Максимальна місткість			
6	Корисність	предмету C _i	1	1	2	2	1	1						
7		Загальна	0	max										
8		Цільова комірка												

Рис. 2.1. Форма для введення вихідних даних

2.2. Введення залежностей із математичної моделі та призначення цільової функції.

Форма для виведення рішення задачі із введеними залежностями, визначеними в п. 1 даного розв'язку задачі, наведена на рис. 2.2.

1) В комірку "Цільова функція", що відображає загальну корисність всіх предметів і яка в перспективі має бути максимізована, вводиться вираз для розрахунку загальної корисності, зокрема сума добутків корисності кожного предмету C_i на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець X_i , наприклад, наступним чином:

$$=СУММПРОИЗВ(С6:Н6;С2:Н2)$$

2) В комірку, що відображає загальну вагу всіх предметів, вводиться формула для розрахунку суми добутків ваги предмету A_i на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець X_i , наприклад, наступним чином:

$$=СУММПРОИЗВ(С4:Н4;С2:Н2)$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6				
2		Змінювані комірки							"1" - пре			
3									"0" - пре			
4	Вага		предмету A _i	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження		
5		Загальна	=СУММПРОИЗВ(С4:Н4;С2:Н2)						<=	3	Максимальна місткість	
6	Корисність	предмету C _i	1	1	2	2	1	1				
7		Загальна	=СУММПРОИЗВ(С6:Н6;С2:Н2)									
8		Цільова комірка										

Рис. 2.2. Екранна форма з введеними залежностями із математичної моделі за виразами (2.1) та (2.2)

2.3. Запуск надбудови "Пошук рішення" та отримання розв'язку. Результати наведені на рис. 2.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6						
2		Зміновані	1	1	1	0	0	0	"1" - предмет має бути в ранці					
3		комірки							"0" - предмет не потрібно класти в ранець					
4	Вага	предмету	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження					
5		Аі	3						<=	3	Максимальна місткість			
6	Корисність	предмету												
7		Сі	1	1	2	2	1	1						
8		Загальна	4	max										
9		Цільова комірка												

Рис. 2.3. Вікно надбудови "Пошук рішення" та отримане рішення прикладу задачі "про ранець" за п. 2.3

В результаті вирішення задачі отримане наступне оптимальне рішення (табл. 2.2)

Таблиця 2.2

Оптимальне рішення

Умовне позначення предмету	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Рішення щодо наявності предмету в ранці	1	1	1	0	0	0
Загальна корисність	4					

Відповідь.

Відповідно до отриманого рішення задачі (табл. 2.2) максимальна корисність від наявності предметів у ранці в розмірі 4 одиниці буде отримана, якщо в ранець покласти тільки предмети з умовним позначенням X_1, X_2, X_3 .

2.4. Варіанти індивідуальних завдань

Особливістю визначення варіантів (*B1 – B7*) індивідуальних завдань є зміна початкових даних табл. 2.1 за наступною особливістю:

- кожен варіант індивідуальних завдань відповідає порядковому номеру прізвища студента за списком студентів групи **ЗАТ-20м** із деканату на момент виконання даної роботи (див. нижче);
- вхідні дані для кожного варіанта за табл. 2.1 змінюються за рахунок множення відповідних даних на відповідний коефіцієнт **k** наступним чином:

- варіант *B1* **k=1.05** Кот Олег Олександрович

-

B2 **k=1.10** Літвінцева Наталія Дмитрівна

B3 **k=1.15** Мельнийчук Віктор Володимирович

B4 **k=1.20** Мельник Дмитро Олександрович

B5 **k=1.25** Рогожнікова Ганна Леонідівна

B6 **k=1.30** Туровська Олена Станіславівна

B7 **k=1.35** Фомін Ігор Петрович

B8 **k=1.40** Ураїнець Олександр Григорович

B9 **k=1.45** Бевза Дмитрій Олегович

B10 **k=1.50** Іващишин Сергій Михайлович