

**23**

Довжина великого кола на сфері  $C = (3,17 \pm 0,01)$  м. Обчислити об'єм  $V$  кулі, взявши  $\pi \approx 3,14$  (для довідки: точніше значення  $\pi = 3,141\ 592\ 6$ ). Формули зв'язку:

$$C = \pi D; \quad V = \frac{\pi D^3}{6},$$

де  $D$  — діаметр кулі.

### Розв'язання

Якщо  $D = C/\pi$ , то

$$V = \frac{\pi}{6} \left( \frac{C}{\pi} \right)^3 = \frac{C^3}{6\pi^2}.$$

Тоді найімовірніше значення об'єму

$$A_V = \frac{3,17^3}{6 \cdot 3,14^2} = 0,538\ 477\ 09\ \text{м}^3.$$

Похибка константи

$$\Delta_\pi = 0,001\ 592\ 6.$$

Похибка результату обчислення об'єму

$$\Delta_V = A_V \sqrt{\left( 3 \frac{\Delta_C}{C} \right)^2 + \left( 2 \frac{\Delta_\pi}{\pi} \right)^2} =$$

$$= A_V \sqrt{\left( 3 \frac{0,01}{3,17} \right)^2 + \left( 2 \frac{0,001\ 592\ 6}{3,141\ 592\ 6} \right)^2} = 0,005\ 125\ 159 \approx 0,005\ \text{м}^3.$$

Результат опосередкованого вимірювання об'єму:

$$V = (0,538 \pm 0,005) \text{ м}^3.$$

**24**

Мотоцикліст їхав із пункту  $A$  до пункту  $B$  зі швидкістю  $v_1 = 70$  км/год, а назад — зі швидкістю  $v_2 = 50$  км/год. Швидкість вимірювалася за допомогою спідометра, інструментальна похибка якого  $\Delta_v = 1$  км/год. Яка середня швидкість їзди мотоцикліста?

### Розв'язання

Припустимо, що відстань між пунктами  $A$  та  $B$  дорівнює  $s$ . Тривалість поїздки з  $A$  до  $B$

$$t_1 = s/v_1;$$

тривалість поїздки з  $B$  до  $A$

$$t_2 = s/v_2.$$

Загальна тривалість поїздки ( $AB + BA$ )

$$t = t_1 + t_2 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = s \frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2}.$$

Середня швидкість

$$v_c = \frac{2s}{t} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 70 \cdot 50}{70 + 50} = 58,333 \text{ 333 } \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

Похибка обчислення знаменника

$$\Delta_{\text{зн}} = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = 1,414 \text{ 213 } 5.$$

Похибка результату

$$\Delta_c = v_c \sqrt{\left(\frac{\Delta_1}{v_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_2}{v_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\text{зн}}}{v_1 + v_2}\right)^2} = v_c \sqrt{\left(\frac{1}{70}\right)^2 + \left(\frac{1}{50}\right)^2 + \left(\frac{1,41}{120}\right)^2} = 1,590 \text{ 019 } 9 \approx 1,6.$$

Результат опосередкованого вимірювання середньої швидкості:

$$v_c = (58,3 \pm 1,6) \text{ км/год.}$$

Який шлях проходить тіло у вільному падінні за час  $t = (6,0 \pm 0,1)$  с? Взяти значення прискорення вільного падіння  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup> (для довідки: точніше значення  $g = 9,80665$  м/с<sup>2</sup>). Формула зв'язку:

$$h = gt^2/2.$$

### Розв'язання

Найімовірніше значення  $h$

$$A_h = gt^2/2 = (9,8 \cdot 6^2)/2 = 176,4 \text{ м.}$$

Похибка константи  $g$

$$\Delta_g = 0,00665 \text{ м/с}^2.$$

Похибка результату вимірювання

$$\Delta_h = A_h \sqrt{\left(\frac{\Delta_g}{g}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta_t}{t}\right)^2} = A_h \sqrt{\left(\frac{0,00665}{9,8}\right)^2 + \left(2\frac{0,1}{6}\right)^2} = 5,8812181 \approx 6 \text{ м.}$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$h = (176 \pm 6) \text{ м.}$$

Камінь падає без початкової швидкості з висоти  $h = (10,0 \pm 0,5)$  м. Обчислити швидкість падіння каменя на землю, взявши  $g \approx 9,8$  м/с<sup>2</sup> (для довідки: точніше значення  $g = 9,80665$  м/с<sup>2</sup>). Формула зв'язку: оскільки  $h = (gt^2)/2$ , то  $t = \sqrt{2h/g}$ , тому

$$v = gt = g\sqrt{2h/g} = \sqrt{2gh}.$$

### Розв'язання

Найімовірніше значення  $v$

$$A_v = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 10} = 14 \text{ м/с.}$$

Похибка константи  $g$

$$\Delta_g = 0,00665 \text{ м/с}^2.$$

Похибка результату вимірювання

$$\Delta_v = A_v \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{\Delta_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta_h}{h}\right)^2} =$$

$$= A_v \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{0,00665}{9,8}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{0,5}{10}\right)^2} = 0,350\ 032\ 22 \approx 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Результат вимірювання:

$$v = (14,0 \pm 0,4) \text{ м/с.}$$

**27**

Обчислити період коливання маятника, якщо  $l = (1,2 \pm 0,1) \text{ м}$ . Взяти  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ ;  $\pi = 3,14$  (для довідки: точніші значення  $g = 9,80665 \text{ м/с}^2$ ;  $\pi = 3,1415926$ ). Формула зв'язку:

$$T = 2\pi \sqrt{l/g}$$

### Розв'язання

Найімовірніше значення  $T$

$$A_T = 2\pi \sqrt{l/g} = 2 \cdot 3,14 \sqrt{1,2/9,8} = 2,197\ 542\ 1 \text{ с.}$$

Похибки констант

$$\Delta_g = 0,00665; \quad \Delta_\pi = 0,0015926.$$

Загальна похибка результату вимірювання

$$\Delta_T = A_T \sqrt{\left(\frac{\Delta_\pi}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta_g}{g}\right)^2} =$$

$$= A_T \sqrt{\left(\frac{0,0016}{3,14}\right)^2 + \left(\frac{1 \cdot 0,1}{2 \cdot 1,2}\right)^2 + \left(\frac{1 \cdot 0,00665}{2 \cdot 9,8}\right)^2} = 0,091\ 574\ 073 \approx 0,09 \text{ с.}$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$t = (2,20 \pm 0,09) \text{ с.}$$

**28**

Обчислити кінетичну енергію  $W$  тіла масою  $m$ , яке за час  $t$  пройшло шлях  $l$ . Взяти  $m = (5,4 \pm 0,1) \text{ кг}$ ;  $t = (2,0 \pm 0,1) \text{ с}$ ;  $l = (3,0 \pm 0,1) \text{ м}$ . Формула зв'язку:

$$W = \frac{mv^2}{2} = \frac{ml^2}{2t^2}$$

## Розв'язання

Найімовірніше значення  $W$

$$A_W = \frac{ml^2}{2t^2} = \frac{5,4 \cdot 3^2}{2 \cdot 2^2} = 6,075 \text{ Дж.}$$

Похибка результату вимірювання

$$\Delta_W = A_W \sqrt{\left(\frac{\Delta_m}{m}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta_l}{l}\right)^2 + \left(-2 \frac{\Delta_t}{t}\right)^2} =$$

$$= A_W \sqrt{\left(\frac{0,1}{5,4}\right)^2 + \left(2 \frac{0,1}{3}\right)^2 + \left(-2 \frac{0,1}{2}\right)^2} = 0,738\ 740\ 47 \approx 0,7 \text{ Дж.}$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$W = (6,1 \pm 0,7) \text{ Дж.}$$