

**17** Обчислити об'єм  $V$  тора, якщо  $R = (0,72 \pm 0,01)$  м, а  $r = (0,34 \pm 0,01)$  м (рис. П.14). Взяти  $\pi = 3,14$  (для довідки: точніше значення  $\pi = 3,1415926$ ). Формула зв'язку:

$$V = 2\pi^2 Rr^2.$$

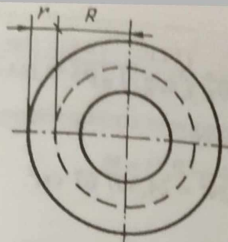


Рис. П.14

### Розв'язання

Найімовірніше значення об'єму

$$A_V = 2 \cdot 3,14^2 \cdot 0,72 \cdot 0,34^2 = 1,641\,268\,4 \text{ м}^3.$$

Похибка константи  $\pi$

$$\Delta_\pi = 0,001\,592\,6.$$

Похибка результату опосередкованого вимірювання об'єму

$$\begin{aligned} \Delta_V &= A_V \sqrt{\left(2 \frac{\Delta_\pi}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_R}{R}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta_r}{r}\right)^2} = \\ &= A_V \sqrt{\left(2 \frac{0,001\,592\,6}{3,141\,592\,6}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{0,72}\right)^2 + \left(2 \frac{0,01}{0,34}\right)^2} = \\ &= 0,099\,213\,781 \approx 0,10. \end{aligned}$$

Результат опосередкованого вимірювання об'єму тора:

$$V = (1,64 \pm 0,10) \text{ м}^3.$$

**18**

Об'єм прямого колового циліндра  $V = (24 \pm 1) \text{ см}^3$ . Обчислити площу  $M$  його бічної поверхні, якщо радіус основи циліндра  $R$  дорівнює його висоті  $h$ . Взяти  $\pi \approx 3,14$  (для довідки: точніше значення  $\pi \approx 3,141\,592\,6$ ). Формули зв'язку

$$V = \pi R^2 h; \quad M = 2\pi R h.$$

### Розв'язання

Оскільки  $R = h$ , то  $V = \pi R^3$ , а  $M = 2\pi R^2$ ;

$$R = \sqrt[3]{V/\pi};$$

звідси формула зв'язку

$$M = 2\pi \left( \sqrt[3]{V/\pi} \right)^2 = 2 \sqrt[3]{\pi V^2}.$$

Найімовірніше значення результату

$$A_M = 2 \sqrt[3]{3,14 \cdot 24^2} = 24,367\ 67\ \text{см}^2.$$

Похибка константи

$$\Delta_\pi = 0,001\ 592\ 6.$$

Похибка результату обчислення

$$\begin{aligned} \Delta_M &= A_M \sqrt{\left( \frac{1}{3} \frac{\Delta_\pi}{\pi} \right)^2 + \left( \frac{2}{3} \frac{\Delta_V}{V} \right)^2} = \\ &= A_M \sqrt{\left( \frac{1}{3} \frac{0,0015926}{3,1415926} \right)^2 + \left( \frac{2}{3} \frac{1}{24} \right)^2} = 0,676\ 892\ 2 \approx 0,7\ \text{см}^2. \end{aligned}$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$M = (24,4 \pm 0,7)\ \text{см}^2.$$

**19**

Обчислити площу  $M$  бічної поверхні прямого колового конуса, якщо радіус його основи  $R = (0,50 \pm 0,01)$  м, а довжина твірної конуса  $l = (1,24 \pm 0,01)$  м. Взяти  $\pi \approx 3,14$  (для довідки: точніше значення  $\pi = 3,141\ 592\ 6$ ). Формула зв'язку:

$$M = \pi R l.$$

### Розв'язання

Найімовірніше значення площі

$$A_M = 3,14 \cdot 0,5 \cdot 1,24 = 1,946\ 8\ \text{м}^2.$$

Похибка константи

$$\Delta_\pi = 0,001\ 592\ 6.$$

Похибка результату обчислення

$$\Delta_M = A_M \sqrt{\left( \frac{\Delta_\pi}{\pi} \right)^2 + \left( \frac{\Delta_R}{R} \right)^2 + \left( \frac{\Delta_l}{l} \right)^2} =$$

$$= A_M \sqrt{\left(\frac{0,001\,592\,6}{3,141\,592\,6}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{0,5}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{1,24}\right)^2} = 0,041\,993\,76 \approx 0,04.$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$M = (1,95 \pm 0,04) \text{ м}^2.$$

**20** Обчислити об'єм прямого колового конуса, якщо радіус його основи  $R = (52 \pm 1) \text{ см}$ , а висота  $h = (245 \pm 1) \text{ см}$ . Взяти  $\pi \approx 3,14$  (для довідки: точніше значення  $\pi = 3,141\,592\,6$ ). Формула зв'язку:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h.$$

### Розв'язання

Найімовірніше значення об'єму

$$A_V = \frac{1}{3} 3,14 \cdot 52^2 \cdot 245 = 396\,395,66 \text{ см}^3.$$

Похибка константи

$$\Delta_\pi = 0,001\,592\,6.$$

Похибка результату обчислення

$$\Delta_V = A_V \sqrt{\left(\frac{\Delta_\pi}{\pi}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_h}{h}\right)^2} =$$

$$= A_V \sqrt{\left(\frac{0,001\,592\,6}{3,141\,592\,6}\right)^2 + \left(2 \frac{1}{52}\right)^2 + \left(\frac{1}{245}\right)^2} = 26\,821,119 \approx 3 \cdot 10^4.$$

Результат опосередкованого вимірювання об'єму:

$$V = (69 \pm 3) 10^4 \text{ см}^3 = (0,69 \pm 0,03) \text{ м}^3.$$

**21** Обчислити об'єм кулі, якщо її радіус  $R = (15,0 \pm 0,5) \text{ см}$ . Взяти  $\pi \approx 3,14$  (для довідки: точніше значення  $\pi = 3,141\,592\,6$ ). Формула зв'язку:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

## Розв'язання

Найімовірніше значення об'єму кулі

$$A_V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} 3,14 \cdot 15^3 = 14\,130 \text{ см}^3.$$

Похибка константи  $\pi$

$$\Delta_\pi = 0,001\,592\,6.$$

Загальна похибка результату опосередкованого вимірювання

$$\begin{aligned} \Delta_V &= A_V \sqrt{\left(\frac{\Delta_\pi}{\pi}\right)^2 + \left(3 \frac{\Delta_R}{R}\right)^2} = \\ &= A_V \sqrt{\left(\frac{0,001\,592\,6}{3,14}\right)^2 + \left(3 \frac{0,5}{15}\right)^2} = 1\,413,018 \approx 15 \cdot 10^2. \end{aligned}$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$V = (141 \pm 15) 10^2 \text{ см}^3.$$

**22**

Довжина великого кола на сфері  $C = (4,25 \pm 0,01)$  м. Обчислити площу  $F$  поверхні цієї кулі, взявши  $\pi \approx 3,14$  (для довідки: точніше значення  $\pi = 3,141\,592\,6$ ). Формули зв'язку:

$$C = \pi D; \quad F = \pi D^2,$$

де  $D$  — діаметр кулі.

## Розв'язання

Якщо  $D = C/\pi$ , то

$$F = \pi (C/\pi)^2 = C^2/\pi.$$

Тоді найімовірніше значення площі

$$A_F = \frac{4,25^2}{3,14} = 5,752\,388\,5 \text{ м}^2.$$

Похибка константи

$$\Delta_\pi = 0,001\,592\,6.$$

Похибка результату обчислення площі

$$\Delta_F = A_F \sqrt{\left(2 \frac{\Delta_C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_\pi}{\pi}\right)^2} =$$

$$= A_F \sqrt{\left(2 \frac{0,01}{4,25}\right)^2 + \left(\frac{0,001\ 592\ 6}{3,141\ 592\ 6}\right)^2} = 0,027\ 226\ 679 \approx 0,03\ \text{м}^3.$$

Результат опосередкованого вимірювання площі поверхні кулі:

$$F = (5,75 \pm 0,03)\ \text{м}^2.$$