Таблиця похідних основних елементарних функцій

I. $\left(x^n\right)' = n \cdot x^{n-1}$ (n – будь-яке дійсне число)

II. $\left(a^x\right)' = a^x \ln a \quad (a > 0, a \neq 1)$

Зокрема, при $a = e$

II°. $\left(e^x\right)' = e^x$

III. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a} \quad (a > 0,\ a \neq 1)$

Зокрема, при $a = e$

III°. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

IV. $(\sin x)' = \cos x$

V. $(\cos x)' = -\sin x$

VI. $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

VII. $(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$

VIII. $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

IX. $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

X. $(\operatorname{arctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$

XI. $(\operatorname{arc\,ctg} x)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$

Основні правила диференціювання функцій

1°. Похідна сталої функції $y = c$ дорівнює нулю, тобто $(c)' = 0$.

2°. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$, де c – стала.

3°. $(u \pm v)' = u' \pm v'$, де $u = u(x)$; $v = v(x)$.

Це правило узагальнюється на довільне скінченне число доданків:

$$(u \pm v \pm w \pm \ldots \pm z)' = u' \pm v' \pm w' \pm \ldots \pm z'.$$

4°. $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$.

5°. $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$.

6°. Нехай $y = f[u(x)]$ – складна функція, тобто $y = f(u)$, де $u = u(x)$. Тут u – проміжний аргумент, x – незалежна змінна. Тоді

$$y' = f'(u) \cdot u'(x).$$

Приклади розв'язання

$y = 9x^5 - \dfrac{4}{x^3} + \sqrt[3]{x^7} - 3x + 4$.

$$y' = \left(9x^5 - \frac{4}{x^3} + \sqrt[3]{x^7} - 3x + 4\right)' = (9x^5)' - \left(\frac{4}{x^3}\right)' + \left(\sqrt[3]{x^7}\right)' - (3x)' + (4)' =$$

$$= 9(x^5)' - 4(x^{-3})' + \left(x^{\frac{7}{3}}\right)' - 3(x)' + (4)' =$$

$$= 9 \cdot 5x^4 - 4(-3)x^{-3-1} + \frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}-1} - 3 \cdot 1 \cdot x^{1-1} + 0 = 45x^4 + 12x^{-4} + \frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}} - 3x^0 =$$

$$= 45x^4 + \frac{12}{x^4} + \frac{7}{3}\sqrt[3]{x^4} - 3 = 45x^4 + \frac{12}{x^4} + \frac{7}{3}x\sqrt[3]{x} - 3$$

$y = (x^3 + 2) \cdot \sin x$.

$y' = (x^3 + 2)' \cdot \sin x + (x^3 + 2) \cdot (\sin x)' = 3x^2 \sin x + (x^3 + 2)\cos x$.

$$y = \arcsin x \cdot \ln x .$$

$$y' = (\arcsin x)' \cdot \ln x + \arcsin x \cdot (\ln x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \ln x + \arcsin x \cdot \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{\arccos x}{x^2 + e^x} .$$

$$y' = \frac{(\arccos x)' \left(x^2 + e^x\right) - \arccos x \left(x^2 + e^x\right)'}{\left(x^2 + e^x\right)^2} =$$

$$= \frac{-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \left(x^2 + e^x\right) - \arccos x \left(2x + e^x\right)}{\left(x^2 + e^x\right)^2} =$$

$$= -\frac{x^2 + e^x + \arccos x \left(2x + e^x\right) \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2} \left(x^2 + e^x\right)^2} . \quad \lrcorner$$

$$y = \ln \sin x .$$

$$y' = \frac{1}{\sin x} (\sin x)' = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x = \operatorname{ctg} x .$$

$$y = \operatorname{arctg} x^3 .$$

$$y' = \frac{1}{1 + \left(x^3\right)^2} \cdot \left(x^3\right)' = \frac{3x^2}{1 + x^6} .$$

$$y = \operatorname{ctg}^4 3x^2 .$$

$$y' = 4 \operatorname{ctg}^3 3x^2 \cdot \left(\operatorname{ctg} 3x^2\right)' = 4 \operatorname{ctg}^3 3x^2 \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 3x^2}\right) 3 \cdot 2x =$$

$$= -\frac{24x \operatorname{ctg}^3 3x^2}{\sin^2 3x^2} . \quad \lrcorner$$

$$y = \frac{\ln \sin x}{\ln \cos x} .$$

$$y' = \frac{\frac{1}{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln \cos x - \ln \sin x \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x)}{\ln^2 \cos x} =$$

$$= \frac{\operatorname{ctg} x \ln \cos x + \operatorname{tg} x \ln \sin x}{\ln^2 \cos x} . \quad \lrcorner$$