

13

Обчислити площу еліпса, якщо його велика вісь $A = (1,24 \pm 0,01)$ м, а мала вісь $B = (0,75 \pm 0,01)$ м. Взяти $\pi = 3,14$ (для довідки: точніше значення $\pi = 3,141\ 592\ 6$). Формула зв'язку:

$$F = \frac{\pi}{4} AB.$$

Розв'язання

Найімовірніше значення результату опосередкованого вимірювання

$$A_F = \frac{3,14}{4} 1,24 \cdot 0,75 = 0,730\ 05\ \text{м}^2.$$

Похибка вираження константи π

$$\Delta_\pi = 0,001\ 592\ 6.$$

Похибка результату вимірювання

$$\begin{aligned} \Delta_F &= A_F \sqrt{\left(\frac{\Delta_\pi}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_B}{B}\right)^2} = \\ &= A_F \sqrt{\left(\frac{0,001\ 592\ 6}{3,141\ 592\ 6}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{1,24}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{0,75}\right)^2} = \\ &= 0,011\ 382\ 019 \approx 0,010. \end{aligned}$$

Результат опосередкованого вимірювання площі:

$$F = (0,730 \pm 0,010)\ \text{м}^2.$$

14

Обчислити висоту h ромба, якщо його сторона $a = (2,46 \pm 0,01)$ м, а діагоналі відповідно $d_1 = (4,62 \pm 0,01)$ м та $d_2 = (2,31 \pm 0,01)$ м. Вихідні дані для складання формули зв'язку: площа

$$F = ah = \frac{1}{2} d_1 d_2.$$

Розв'язання

Формула зв'язку:

$$h = \frac{d_1 d_2}{2a}.$$

Найімовірніше значення висоти

$$A_h = \frac{4,62 \cdot 2,31}{2 \cdot 2,46} = 2,169\ 146\ 3\ \text{м.}$$

Похибка результату опосередкованого вимірювання висоти

$$\Delta_h = A_h \sqrt{\left(\frac{\Delta_{d_1}}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{d_2}}{d_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_a}{a}\right)^2} =$$

$$= A_h \sqrt{\left(\frac{0,01}{4,62}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{2,31}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{2,46}\right)^2} =$$

$$= 0,013\ 710\ 292 \approx 0,014.$$

Результат опосередкованого вимірювання висоти ромба:

$$h = (2,169 \pm 0,014)\ \text{м.}$$

15

Довжина кола $C = (25,0 \pm 0,1)$ см. Обчислити площу F круга, обмеженого цим колом. Взяти $\pi \approx 3,14$ (для довідки: точніше значення $\pi = 3,141\ 592\ 6$).
Вихідні формули:

$$C = \pi d; \quad F = \frac{\pi d^2}{4},$$

де d — діаметр кола.

Розв'язання

Формула зв'язку: оскільки $d = C/\pi$, то

$$F = \frac{\pi}{4} \left(\frac{C}{\pi} \right)^2 = \frac{C^2}{4\pi}.$$

Найімовірніше значення результату

$$A_F = \frac{25^2}{4 \cdot 3,14} = 49,761\ 146 \text{ см}^2.$$

Похибка константи $\Delta_\pi = 0,001\ 592\ 6$.

Похибка результату опосередкованого вимірювання

$$\Delta_F = A_F \sqrt{\left(2 \frac{\Delta_C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_\pi}{\pi}\right)^2} =$$

$$= A_F \sqrt{\left(2 \frac{0,1}{25}\right)^2 + \left(\frac{0,001\ 159\ 26}{3,141\ 592\ 6}\right)^2} = 0,398\ 706\ 2 \approx 0,4 \text{ см}^2.$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$F = (49,8 \pm 0,4) \text{ см}^2.$$

16

Площа круга $F = (120 \pm 1) \text{ см}^2$; обчислити діаметр кола d , взявши $\pi = 3,14$ (для довідки: точніше значення $\pi = 3,141\ 592\ 6$). Формула зв'язу:

$$d = 2 \sqrt{\frac{F}{\pi}}$$

Розв'язання

Найімовірніше значення діаметра кола

$$A_d = 2 \sqrt{\frac{F}{\pi}} = 2 \sqrt{\frac{120}{3,14}} = 12,363\ 909 \text{ см.}$$

Похибка константи π

$$\Delta_{\pi} = |3,14 - 3,141\ 592\ 6| = 0,001\ 592\ 6.$$

Похибка результату опосередкованого вимірювання

$$\begin{aligned} \Delta_d &= A_d \sqrt{\left(\frac{1 \cdot \Delta_F}{2F}\right)^2 + \left(\frac{1 \cdot \Delta_{\pi}}{2\pi}\right)^2} = A_d \sqrt{\left(\frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 120}\right)^2 + \left(\frac{1 \cdot 0,001\ 6}{2 \cdot 3,14}\right)^2} = \\ &= 0,051\ 612\ 503 \approx 0,05 \text{ см.} \end{aligned}$$

Результат опосередкованого вимірювання:

$$d = (12,36 \pm 0,05) \text{ см.}$$