

## Лабораторна робота № 4. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ ТОВАРНО-МАТЕРІАЛЬНИМИ ЗАПАСАМИ (задачі "про ранець")

*Мета роботи:* засвоїти методику розв'язування задач "про ранець" та закріпити її розв'язуванням прикладу згідно варіанта індивідуальних завдань.

*Хід виконання роботи:*

1. Ознайомитись із загальними теоретичними відомостями.
2. Засвоїти приклад розв'язування задачі "про ранець".
3. Розв'язати задачу згідно варіанта індивідуальних завдань (див. далі).
4. Скласти звіт щодо виконаної роботи.

### 4.1. Загальні відомості

Класична назва задач управління товарно-матеріальними запасами підприємства – це так звані "задачі про ранець", які формулюються наступним чином:

*загальна вага ранця попередньо обмежена. Необхідно визначити, які предмети покласти в ранець, щоб загальна корисність відібраних предметів була максимальною? Вага кожного предмету відома.*

При цьому задачі "про ранець" існують двох типів.

В задачах **I типу** вирішуються питання щодо визначення кількості одиниць кожного предмету, які передбачається покласти до ранця.

В задачах **II типу** вирішуються питання щодо визначення необхідності класти предмет у ранець взагалі.

З точки зору планування, моделювання та верифікації процесів у ГВС при організації виробництва актуальною є наступна інтерпретація задачі "про ранець":

в якості "предметів, що потрібно покласти до ранця", розглядаються замовлення (або варіанти виготовлення партій тих або інших товарів);

в якості "корисності" – прибуток від виконання того або іншого замовлення;

в якості "ваги" – собівартість замовлення.

### 4.2. Короткі теоретичні відомості та математичне моделювання задач "про ранець"

Передбачається, що є  $n$  предметів, які необхідно розмістити в ранці. Відома максимально можлива "місткість" ранця  $B$ . Також для кожного  $i$ -го предмета відомі його "вага"  $A_i, i = 1, 2, \dots, n$  та "корисність"  $C_i, i = 1, 2, \dots, n$ .

Для задачі **I типу** необхідно визначити кількість одиниць кожного предмету  $X_i, i = 1, 2, \dots, n$ , які передбачається покласти в ранець.

Цільовою функцією задач I типу є загальна корисність від розміщення предметів в ранці, яку необхідно максимізувати:

$$f(x) = \left( \sum_{i=1}^n C_i X_i \right) \rightarrow \max, \quad (4.1)$$

де  $c_i$  – "корисність" предмету;

$X_i$  – кількість одиниць предмету, що передбачається покласти в ранець.

Функціональні обмеження задач I типу полягають в обмеженні місткості ранця, крім того, значення змінних  $X_i$  є цілими:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n A_i X_i \leq B, \\ X_i \geq 0, \\ X_i \in Z_0, \end{cases} \quad (4.2)$$

де  $A_i$  – "вага" предмету, який передбачається розмістити у ранці;

$B$  – максимально можлива "місткість" ранця;

$Z_0$  – множина всіх невід'ємних цілих чисел.

Для задач II типу необхідно вирішити питання, чи класти предмет в ранець, тобто запускати у виробництво певний виріб, чи ні. Для опису рішення вводять булеві змінні  $X_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , що приймають два значення 0 та 1. При цьому, якщо  $X_i=1$ , то предмет розміщують у ранці і  $X_i=0$ , якщо ні.

Цільовою функцією задач II типу в цьому випадку також є загальна корисність від розміщення предметів у ранці, яку необхідно максимізувати (див. вираз (4.1)), а обмеження мають вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n A_i X_i \leq B; \\ X_i = \{0; 1\}, \end{cases} \quad (4.3)$$

де  $A_i$  – "вага" предмету, який передбачається розмістити у ранці;

$B$  – максимально можлива "місткість" ранця;

$X_i$  – може приймати значення 0 або 1.

### 4.3. Приклад роз'язування задачі "про ранець"



Формальна постановка задачі має наступний вигляд.

Цільова функція:

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + 2X_4 + X_5 + X_6 \rightarrow \max.$$

Обмеження:

$$0,5X_1 + X_2 + 1,5X_3 + 2X_4 + 2,5X_5 + 3X_6 \leq 3;$$

$$X_k = \{0; 1\}, k = 1, 2, \dots, 6.$$

Вихідні дані для вирішення задачі зручно представити у вигляді табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Вихідні дані для вирішення задачі "про ранець"

Умовне позначення предмету	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
Вага предмету $A_i$	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Корисність предмету $C_i$	1	1	2	2	1	1
Загальна місткість	3	X	X	X	X	X

## Розв'язування

### 1. Математична модель задачі

Виходячи із умови задачі, можна зробити висновок, що вирішувана задача є задачею II типу тому, що її формальна постановка відповідає математичній моделі за виразами (4.1) та (4.3). Для таких задач розв'язком є відповідь щодо наявності предметів в ранці.

**1.1.** Цільова функція задачі – максимізація загальної корисності предметів, що розміщуються в ранці:

$$f(x) = \left( \sum_{i=1}^6 C_i X_i = (x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6) \right) \rightarrow \max .$$

**1.2.** Формування функціональних обмежень здійснюється за виразом (4.3).

**1.2.1.** Функціональні обмеження на сумарну вагу предметів, що розмістяться у ранці:

$$\sum_{i=1}^6 A_i X_i \leq B ,$$

$$0,5 X_1 + X_2 + 1,5 X_3 + 2X_4 + 2,5X_5 + 3X_6 \leq 3.$$

**1.2.2.** Функціональні обмеження на значення змінних:

$$X_i = \{0;1\},$$

або

$$0 \leq X_i \leq 1 .$$

### 2. Автоматизоване вирішення задачі "про ранець" за допомогою надбудови "Пошук рішення"

**2.1.** Створення форми для введення умов задачі та виведення рішення задачі. Форма для введення умов задачі створена в MS Excel приведена на рис. 4.1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6						
2	Змінювані комірки								"1" - предмет має бути в ранці					
3									"0" - предмет не потрібно класти в ранець					
4	Вага	предмету A <sub>i</sub>	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження					
5		Загальна	0						<=	3	Максимальна місткість			
6	Корисність	предмету C <sub>i</sub>	1	1	2	2	1	1						
7		Загальна	0	max										
8	Цільова комірка													

Рис. 4.1. Форма для введення вихідних даних

2.2. Введення залежностей із математичної моделі та призначення цільової функції.

Форма для виведення рішення задачі із введеними залежностями, визначеними в п. 1 даного розв'язку задачі, наведена на рис. 4.2.

1) В комірку "Цільова функція", що відображає загальну корисність всіх предметів і яка в перспективі має бути максимізована, вводиться вираз для розрахунку загальної корисності, зокрема сума добутків корисності кожного предмету  $c_i$  на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець  $X_i$ , наприклад, наступним чином:

$$=СУММПРОИЗВ(C6:H6;C2:H2)$$

2) В комірку, що відображає загальну вагу всіх предметів, вводиться формула для розрахунку суми добутків ваги предмету  $A_i$  на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець  $X_i$ , наприклад, наступним чином:

$$=СУММПРОИЗВ(C4:H4;C2:H2)$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6				
2	Змінювані комірки								"1" - пре			
3									"0" - пре			
4	Вага	предмету A <sub>i</sub>	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження			
5		Загальна	=СУММПРОИЗВ(C4:H4;C2:H2)						<=	3	Максимальна місткість	
6	Корисність	предмету C <sub>i</sub>	1	1	2	2	1	1				
7		Загальна	=СУММПРОИЗВ(C6:H6;C2:H2)									
8	Цільова комірка											

Рис. 4.2. Екранна форма з введеними залежностями із математичної моделі за виразами (4.1) та (4.2)

2.3. Запуск надбудови "Пошук рішення" та отримання розв'язку. Результати наведені на рис. 4.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6						
2		Змінювані	1	1	1	0	0	0	"1" - предмет має бути в ранці					
3		комірки							"0" - предмет не потрібно класти в ранець					
4		предмету							Обмеження					
5		Вага	0,5	1	1,5	2	2,5	3	<=	3	Максимальна місткість			
6		предмету												
7		Корисність	1	1	2	2	1	1						
8		Цільова комірка	4	max										

  

Рис. 4.3. Вікно надбудови "Пошук рішення" та отримане рішення прикладу задачі "про ранець" за п. 4.3

В результаті вирішення задачі отримане наступне оптимальне рішення (табл. 4.2)

Таблиця 4.2

Оптимальне рішення						
Умовне позначення предмету	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
Рішення щодо наявності предмету в ранці	1	1	1	0	0	0
Загальна корисність	4					

### Відповідь.

Відповідно до отриманого рішення задачі (табл. 4.2) максимальна корисність від наявності предметів у ранці в розмірі 4 одиниці буде отримана, якщо в ранець покласти тільки предмети з умовним позначенням  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ .

## 4.4. Варіанти індивідуальних завдань

Особливістю визначення варіантів індивідуальних завдань є зміна початкових даних табл. 4.1 за наступною особливістю:

- кожен варіант індивідуальних завдань відповідає порядковому номеру прізвища студента за списком студентів групи АТ-24м із деканату на момент виконання даної роботи;
- вхідні дані для кожного варіанта за табл. 4.1 змінюються за рахунок множення відповідних даних на відповідний коефіцієнт **k** наступним чином: варіант *B1* **k=1.05**;

*B2* **k=1.10**;

*B3* **k=1.15**;

*B4* **k=1.20**;

...

*B25* **k=2.75**.