Лекція 3. **Планування процесів у гнучких виробничих системах (ГВС)**

План

3.1. Види та методи загальнозаводського планування.

3.2. Господарсько-виробничі задачі при плануванні, моделюванні та верифікації процесів у гнучких виробничих системах.

3.3.1. Загальна постановка та формалізований опис задач планування виробництва.

3.3.2. Методи вирішення задач планування виробництва.

3.1. Види та методи загальнозаводського планування

Ефективне управління підприємством неможливо без загальнозаводського планування. Оптимізація планування – це основа діяльності сучасного підприємства, яка направлена на підвищення продуктивності праці, зниження собівартості виробленої продукції, раціональне використання ресурсів, і як результат – підвищення рентабельності підприємства.

Тип виробництва, його серійність, тривалість виробничого циклу, ступінь технологічної складності виробництва продукції, стабільність виробничих завдань та галузева специфіка підприємства значною мірою визначають організацію, методи та ключові завдання загальнозаводського планування. Задачі планування різних рівнів управління (див. рис. 3.1) є одними з визначальних задач, що забезпечують зкоординоване функціонування виробництва в цілому.

В організаційно-економічних системах в процесі планування на підставі глобальної мети визначають цілі управління всіма підрозділами таким чином, щоб забезпечити виконання планового завдання, яке регламентує обсяг, номенклатуру, терміни та умови використання виробничих ресурсів. Загальнозаводське планування здійснюється на різні періоди часу для вирішення різних за стратегією, першочерговістю і глобальністю задач. В зв’язку з цим виробниче планування здійснюється в три етапи, а саме: стратегічне, об’ємно-календарне та оперативне планування (рис. 3.1.).

На **I** етапі – **етапі стратегічного планування** здійснюється формування основного виробничого плану, що покликаний сформувати баланс між потребами збуту і можливостями виробництва в цілому.

На **II** етапі – **етапі об’ємно-календарного планування** здійснюється формування виробничої програми.

Виробнича програма – це сукупність об'ємно-календарних виробничих планів підрозділів, покликаних забезпечити рівномірну, ритмічну роботу всіх виробничих підрозділів для виконання основного виробничого плану та реальних договорів і виробничих замовлень.

Об’ємно-календарне планування дозволяє планувати одночасно терміни й об'єми виконуваних на підприємстві робіт у цілому на весь передбачений період часу – рік, квартал, місяць і т.д.

Календарне планування передбачає деталізацію виробничої програми випуску продукції за часовими інтервалами в межах встановленого планового періоду. Результатом є часове упорядкування комплексу запланованих робіт програми. Часове упорядкування виражається у визначені строків початку та завершення виконання робіт.

Тобто календарний план визначає, скільки продукції необхідно виготовити у кожному інтервалі встановленого періоду.

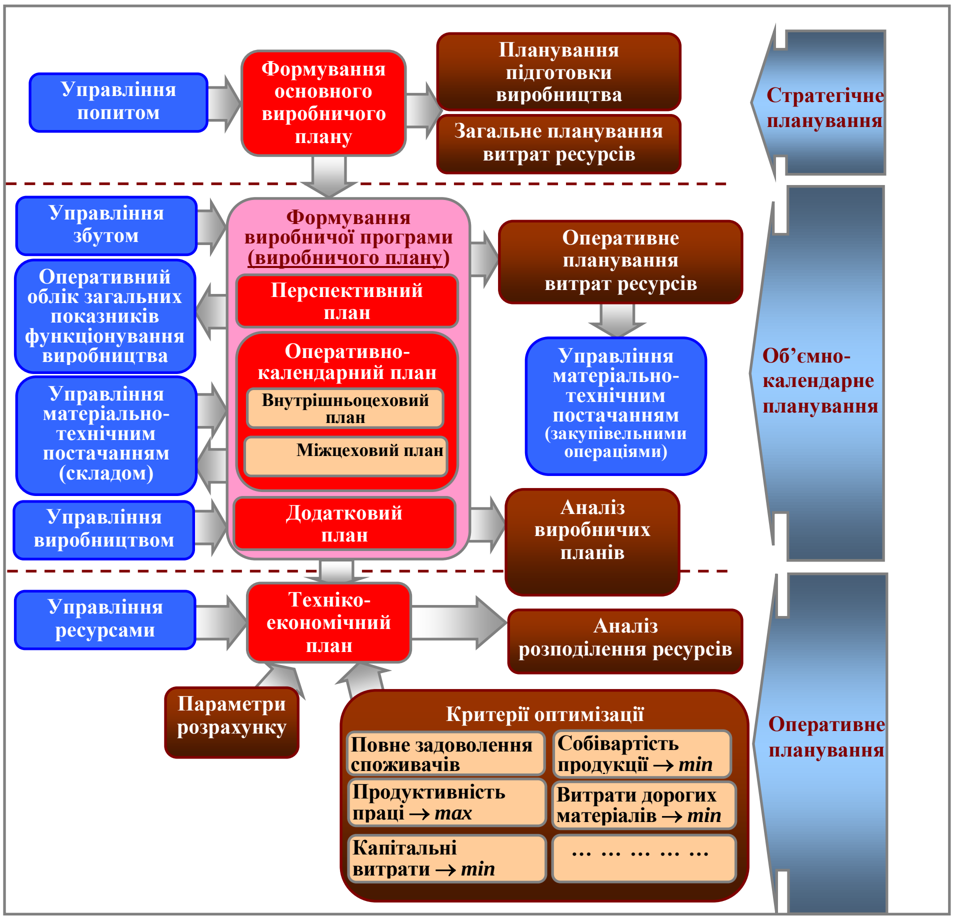

Рис. 3.1. Узагальнена схема загальнозаводського планування

На **III** етапі – **етапі оперативного планування**, здійснюється організація оперативно-диспетчерського управління виробництвом. Оперативне планування ґрунтується на деталізації інформації виконавців щодо раніше розрахованого календарного плану випуску продукції в межах заданого планового інтервалу. Результатом вирішення цих задачі є просторове та часове упорядкування комплексу запланованих робіт. Просторове упорядкування виражається у визначенні кожному виконавцю пооопераційного плану робіт, а часове – встановлення черговості надходження або терміну виконання робіт.

У ГВС оперативний плановий інтервал, як правило, не перевищує зміни (доби), а виконавцем є ТО.

Існують різні **наукові методи виробничого планування**, а саме.

1. нормативний метод – передбачає обов'язкову наявність на підприємстві уніфікованої системи норм і нормативів;

2. балансовий метод – регламентує відношення між виникаючими виробничими потребами в ресурсах і пошуком джерел їх покриття;

3. розрахунково-аналітичний метод – застосовується для розрахунку і подальшого моніторингу основних показників плану;

4. економіко-математичний метод – застосовується при розробках основних економічних моделей плану, що дає можливість вибрати найбільш оптимальний варіант. Задачі, що розглядаються в даному посібнику, вирішуються із використанням даного методу;

5. графоаналітичний метод – застосовується для аналізу досягнутих результатів з обов'язковим вираженням отриманих даних в графічному вигляді;

6. програмно-цільовий метод – відповідає за оформлення виробничого плану у вигляді цільової програми, яка ґрунтується на реалізації комплексних завдань, що об'єднані єдиною метою і мають відповідний тимчасової регламент.

3.2. Господарсько-виробничі задачі при плануванні, моделюванні та верифікації процесів у гнучких виробничих системах

Результатом виробничого планування є план.

План – це документ, що охоплює весь комплекс виробничої, господарської та фінансової діяльності за встановлений період.

В залежності від змісту господарської діяльності на підприємстві здійснюється планування виробництва, планування збуту, планування матеріально-технічного постачання, фінансове планування, планування технології, вибір обладнання тощо.

Задачі, що необхідно вирішувати при плануванні виробництва, є найбільш трудомісткими задачами загальнозаводського планування і відображають усю складність організаційних, економічних та виробничих процесів, що виникають та функціонують у ГВС. Характерною при цьому є необхідність оптимізаційного планування, яке полягає у визначенні деякого найкращого рішення із кінцевої множини можливих варіантів при певних обмеженнях, що передбачає визначення та формування так званого **оптимального плану**, в якому може бути відображено, наприклад, кількісне співвідношення між окремими видами продукції у загальному обсязі її випуску. На основі такого оптимального плану приймається відповідне обґрунтоване рішення про доцільність випуску тих видів продукції, питома вага яких в загальному її обсязі випуску, відповідно до оптимального плану є досить висока.

Оптимальним планом називають план, у якому на підставі економіко-математичного методу виробничого планування розраховано та обґрунтовано співвідношення між складовими господарської діяльності підприємства (наприклад, кількісне співвідношення між окремими видами продукції у загальному обсязі її випуску) таким чином, що його виконання забезпечить досягнення глобальної мети (наприклад, мінімізацію виробничих витрат, максимізацію прибутку тощо).

Очевидно, що правильне розв’язання задач планування виробництва впливає на ефективність функціонування підприємства в цілому. Тому при загальнозаводському плануванні особлива увага повинна приділятися підвищенню якості та зменшенню трудомісткість прийняття рішень, які виникають при розв'язанні таких задач. Зазначене спонукає до використання сучасних засобів гнучкої автоматизації із використанням новітніх інформаційних технологій, покликаних підвищити якість та зменшити трудомісткість процесів розв'язання цих задач.

При вирішенні задач планування виробництва розв'язують множину типових задач, які умовно можна розділити на дві групи.

Першу групу утворюють так звані **задачі управління збутом продукції**, які розв'язуються на рівні адміністративного управління (див. рис. 1.1.3) ГВС. Такими задачами є:

- різноманітні **транспортні задачі**, що передбачають, наприклад, визначення оптимального маршруту перевезення продукції від постачальників до замовників, або постачання сировини між структурними одиницями підприємства з метою мінімізації транспортних витрат, або аналіз розміщення структурних підрозділів підприємства;
- **задачі формування оптимальної виробничо-торгівельної програми** з випуску власної продукції та придбання готової у іншого виробника з метою максимізації прибутку тощо.

Очевидно, що робота всіх організацій-виробників в сучасних економічних умовах будується на принципово нових підходах, що найбільш суттєво проявляється у сфері збуту готової продукції. В умовах жорсткої конкуренції головним завданням системи управління збутом є завоювання і збереження організацією кращої частки ринку і утримання переваги над конкурентами в обраному сегменті.

Незважаючи на те, що збут – це завершальний етап діяльності виробника, саме він повинен визначати всю стратегію зберігання та руху товару і виробництва в цілому, а етап планування збуту – передувати виробничій стадії. Основним принципом збуту є ефективна реалізація продукції та послуг на певних ринках у запланованих обсягах. Вся сукупність дій з управління збутом утворює збутову політику організації чи підприємства, яка передбачає використання ряду стратегій, в тому числі і формування асортименту виготовлення продукції.

Тому досить важливою є ***друга група*** задач, що вирішуються при плануванні виробництва. Це задачі **управління матеріально-технічним постачанням та розподілом ресурсів** для виготовлення продукції, що розв'язуються на рівні управління підрозділами підприємства (цехами, лініями, дільницями). Такими задачами є різноманітні задачі, що пов'язані із визначенням:

- **оптимального випуску продукції**;
- **управління товарно-матеріальними запасами** підприємства, що полягають у знаходженні оптимальної комбінації різних видів продукції для її зберігання на складах;
- **оптимального розподілення ресурсів** підприємства при плануванні виробництва тощо.

Основною характерною рисою всіх вище перелічених задач є те, що всі вони є задачами оптимізації, вирішення яких передбачає отримання в певному значенні деякого найкращого результату за певними критеріями оптимальності. Тобто визначення оптимального плану, який в залежності від умови задачі відображає, наприклад, кількісне співвідношення між окремими видами продукції у загальному обсязі її випуску (для задач управління матеріально-технічними постачанням та розподілом ресурсів); оптимальний маршрут перевезення продукції від постачальників до замовників (для задач управління збутом продукції) тощо.

Критерій оптимальності в оптимізаційних задачах – це словесне або математичне формулювання найкращого результату, який називають цільовою функцією.
Цільова функція описує математичну залежність результату від стану системи.

Одним із методів, що дозволяють вирішувати оптимізаційні задачі, є методи лінійного програмування, що тісно пов’язані із практичними проблемами оптимального планування виробництва.

3.3. Формалізація та методика розв’язування задач планування виробництва

3.3.1. Загальна постановка та формалізований опис задач планування виробництва

Задачі, які виникають при проектуванні, моделюванні та верифікації процесів у ГВС, є типовими задачами, що відображають конкретні виробничо-господарські ситуації, які в тому чи іншому вигляді інтерпретуються як однокритеріальні задачі про оптимальне використання обмежених ресурсів.

Такі задачі розв’язуються методами лінійного програмування (ЛП) – найбільш розробленого і широко застосовуваного розділу математики, що вивчає методи вирішення екстремальних задач, які характеризуються лінійною залежністю між змінними і лінійним критерієм оптимальності.

Термін "*лінійне програмування*" виник як результат неточного перекладу англійського "*linear programming*". Одне із значень слова "*programming*" – складання планів, планування. Отже, правильним перекладом англійського "*linear programming*" було б не "*лінійне програмування*", а "*лінійне планування*", що більш точно відображає сутність вирішуваних задач. Однак, терміни лінійне програмування, математичне програмування і т.д. в нашій літературі стали загальноприйнятими.

Вирішення задач ЛП полягає у відшуканні екстремальних значень цільової функції серед множини її можливих значень при лінійних обмеженнях.

Формалізований опис будь-якої задачі ЛП передбачає формування її економіко-математичної моделі, яка містить:

- **цільову функцію** (1.2.1), оптимальне значення якої (максимум чи мінімум) потрібно знайти;
- **обмеження** (1.2.2) у вигляді системи лінійних рівнянь або нерівностей;
- **умову невід’ємності** змінних (1.2.3).

Узагальнена модель задач планування виробництва, описаних в п. 3.2., записується наступним чином.

1. **Цільова функція задачі, або критерій ефективності,** під яким розуміють відповідно до умов задачі, наприклад, максимальний прибуток від виробництва будь-яких видів продукції, мінімальну вартість перевезень, максимальну продуктивність виробничої ділянки тощо, представляється функцією $\boldsymbol{F(x)}$, що прямує до деякого оптимального значення, яке відповідно до умов задачі може дорівнювати максимальному або мінімальному значенню:

$$F(x) = (\sum_{i=1}^{n} c_i x_i) \to \max\ (\min), \tag{3.1}$$

де c_i – коефіцієнти цільової функції;

x_i – змінні цільової функції (варійовані параметри), $i=\overline{1,n}$, сукупність яких утворює вектор $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

2. **Обмеження** на деякі наявні ресурси, що необхідні для здійснення виробничо-господарської операції, відповідно до умов задачі, представляються системою рівнянь або нерівностей:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \{\le,\ =,\ \ge\} b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \{\le,\ =,\ \ge\} b_2; \\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ . \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \{\le,\ =,\ \ge\} b_m, \end{cases} \tag{3.2}$$

де a_{ij} – коефіцієнти витрат наявних ресурсів, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,m}$;

n – загальна кількість змінних цільової функції;

m – загальна кількість наявних ресурсів;

b_m – коефіцієнти, що вказують величину наявних ресурсів;

$\{\le,\ =,\ \ge\}$ – множина, з якої вибирається лише один елемент.

3. Умова невід'ємності змінних цільової функції представляється наступним чином:

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \dots,\ x_n \ge 0. \tag{3.3}$$

Задача полягає в знаходженні оптимального значення функції (3.1) при дотриманні обмежень (3.2) і (3.3).

Систему обмежень (3.2) називають функціональними обмеженнями задачі, а обмеження (3.3) – прямими обмеженнями.

Вектор $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, що задовольняє обмеженням (3.1) і (3.2), називається допустимим рішенням (**планом**) задачі лінійного програмування.

План, при якому функція (3.1) досягає свого максимального (мінімального) значення, називається **оптимальним планом** $X^0 = \left\{x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0\right\}$.

3.3.2. Методи вирішення задач планування виробництва

Методи вирішення задач ЛП, до яких відносяться задачі планування виробництва, належать до обчислювальної математики. Проте фахівцям у галузі автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій корисно знати про їх властивості.

Найбільш часто застосовуваними методами вирішення задач оптимізації є методи:

– графічного (або геометричного) розв'язування;
– простого перебору;
– направленого перебору;
– симплексний.

Графічний метод вирішення задач ЛП використовується переважно з метою наочного представлення сутності задачі (рис. 3.2.) і передбачає послідовне виконання ряду кроків.

Послідовність розв'язування задач ЛП на основі їх (задач) геометричної інтерпретації наступний.

1. Формулюють умову задачі.
2. На площині $\{x_1, x_2\}$ будують прямі, рівняння яких отримують в результаті заміни в обмеженнях знаків нерівностей на знаки точних рівностей.
3. Знаходять півплощини, які відповідають кожному з обмежень задачі.
4. Знаходять область допустимих рішень.
5. Будують пряму $c_1x_1 + c_2x_2 = h$, де h – будь-яке додатне число, бажано таке, щоб проведена пряма проходила через багатокутник рішень.
6. Переміщують знайдену пряму паралельно самій собі в напрямку збільшення (при пошуку максимуму) або зменшення (при пошуку мінімуму) цільової функції. В результаті, або знайдеться точка, в якій цільова функція приймає максимальне (мінімальне) значення, або буде встановлена необмеженість функції на множині рішень.
7. Визначають координати точки максимуму (мінімуму) функції і обчислюють значення функції в цій точці.

Приклад 3.1. Використання графічного методу для вирішення задач.

Умова задачі. Компанія спеціалізується на випуску хокейних ключок і наборів шахів. Кожна ключка приносить компанії прибуток в розмірі $ 2, а кожен шаховий набір – в розмірі $ 4. На виготовлення однієї ключки потрібно 4 години роботи на ділянці А і 2години роботи на ділянці В. Шаховий набір виготовляється з витратами 6 годин на ділянці А, 6 годин на ділянці В і 1 година на ділянці С. Доступна виробнича потужність ділянки А становить 120 нормо-годин на день, ділянки В – 72 нормо-години і ділянки С – 10 нормо-годин.

Визначити кількість ключок і шахових наборів яку повинна випускати компанія щодня, щоб отримувати максимальний прибуток.

Умову задачі зручно представити у табличній формі (див. табл. 3.1).

Таблиця 3.1

Вихідні дані прикладу 3.1

Виробничі ділянки	**Витрати часу на виготовлення одиниці продукції, нормо-годин**		**Доступний фонд часу, нормо-годин**
	хокейні ключки	набори шахів	
А	4	6	120
В	2	6	72
С	-	1	10
Прибуток на одиницю продукції, $	2	4	

Розв'язування.

1. Формулювання задачі.

За даною умовою задачі змінні:
x_1 – кількість хокейних ключок, що виготовляються щодня;
x_2 – кількість шахових наборів, що виготовляються щодня.
Цільова функція – прибуток від виробничої діяльності компанії:

$$F(x) = (2x_1 + 4x_2) \to \max .$$

Обмеження витрат робочого часу на виготовлення продукції на виробничих ділянках А, В, С відповідно:

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 \le 120; \\ 2x_1 + 6x_2 \le 72; \\ x_2 \le 10. \end{cases}$$

Умова невід'ємності змінних $x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

2. Побудова прямих, які відповідають кожному із функціональних обмежень витрат робочого часу на виготовлення продукції на виробничих ділянках А, В, С відповідно (рис. 3.2). Прямі на рис. 3.2 позначені:
   - (1) для обмеження витрат робочого часу ділянки А;
   - (2) для обмеження витрат робочого часу ділянки В;
   - (3) для обмеження витрат робочого часу ділянки С відповідно.
3. Знаходження півплощин, які відповідають кожному з обмежень задачі. Штрихами на прямих (1), (2), (3) позначені напівплощини, що визначаються обмеженнями задачі.
4. Область допустимих рішень включає в себе точки, для яких виконуються всі обмеження задачі. В даному випадку область являє собою п'ятикутник (на рис. 3.2 позначено ABCDO і виділено темним кольором).

5. Пряма $2x_1 + 4x_2$, що відповідає цільовій функції $F(x)$, на рис. 3.2 представлена пунктирною лінією.
6. Пряму переміщують паралельно самій собі вверх (напрямок вказано стрілкою), оскільки саме в цьому напрямку значення цільової функції збільшується. Останньою точкою багатокутника рішень, з якою перетнеться пряма, перш, ніж вийде за його межі, є точка С. Це і є точка, що відповідає оптимальному рішенню задачі.
7. Обчислення координат точки С. Вона є точкою перетину прямих (1) і (2). Розв'язавши спільно рівняння цих прямих, знаходять: $x_1^* = 24$, $x_2^* = 4$. Підставляючи знайдені величини в цільову функцію, можна знайти її значення в оптимальній точці С:

$$F(x) = (2x_1 + 4x_2) = 2 \cdot 24 + 4 \cdot 4 = 64.$$

Таким чином, для максимізації прибутку компанії слід щодня випускати 24 ключки і 4 наборів шахів. Реалізація такого плану забезпечить щоденний прибуток у розмірі $ 64.

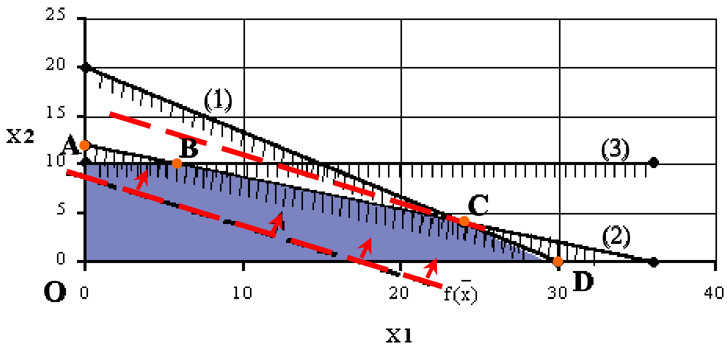

Рис. 3.2. Графічний розв'язок задачі ЛП за прикладом 3.1

Методи **простого** та **направленого перебору** застосовують переважно при вирішенні класичних задач оптимізації.

Окремо виділяється **симплексний метод**, або, як його іще називають, метод послідовного покращення плану. Це один із спеціалізованих методів, що націлений на вирішення задач ЛП. Цей метод дозволяє переходити від одного допустимого базисного рішення до іншого, причому так, що значення цільової функції безперервно зростають. В результаті оптимальне рішення знаходять за кінцеве число кроків.

Базисним рішенням системи m лінійних рівнянь з n змінними $(m < n)$ називається всяке її рішення, в якому всі неосновні змінні мають нульові значення.

Основними змінними називаються будь-які m змінних системи m лінійних рівнянь з n змінними $(m < n)$, якщо визначник матриці коефіцієнтів при них відмінний від нуля.

Неосновними (або вільними) **змінними** називаються всі інші mn-их змінних.

Процес застосування симплексного методу передбачає реалізацію трьох його основних елементів:

1) спосіб визначення будь-якого початкового допустимого базисного розв'язку задачі;

2) правило переходу до кращого розв'язку;

3) критерій перевірки оптимальності знайденого рішення.

Симплексний метод включає в себе ряд етапів і може бути сформульований у вигляді чіткого алгоритму, що дозволяє успішно його програмувати та автоматизовано реалізовувати.

Узагальнена блок-схема алгоритму симплекс-методу, що ілюструє його роботу, приведена на рис. 3.3. Його реалізація передбачає виконання наступних 8 кроків.

1. Формування цільової функції та системи обмежень. Наприклад, для задачі знаходження максимуму її формалізована постановка буде наступною:

$$F(x) = (\sum_{i=1}^{n} c_i x_i) \to \max,$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2; \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le b_m; \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \ x_2 \ge 0, \ \ldots, \ x_n \ge 0.$$

2. Приведення задачі до канонічної форми (переведення функціональних обмежень в систему рівнянь) шляхом введення додаткових змінних

$y_1 = x_{n+1}, y_2 = x_{n+2}, ..., y_m = x_{n+m},$

де n – кількість змінних в задачі; m – кількість рівнянь:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + y_1 = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n + y_2 = b_2; \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n + y_m = b_m. \end{cases}$$

Всі додаткові змінні повинні відповідати умовам:

1) невід'ємності своїх значень, тобто

$y_1 = x_{n+1} \ge 0; y_2 = x_{n+2} \ge 0; ...; y_m = x_{n+m} \ge 0;$

2) відповідності свого знаку і знаку вільних членів функціональних обмежень.

3. Отримання початкового базисного розв'язку $X^* = \{x_1^*, ..., x_n^*\}$ шляхом побудови вихідної базисної симплекс-таблиці (табл. 1.2.2), в лівому стовпчику якої записуються основні (базисні) змінні, в першому рядку таблиці перераховуються всі змінні задачі. Крайній правий стовпець містить вільні члени системи обмежень b_1, b_2, ..., b_m. В останньому рядку таблиці, що називається оціночним, записуються коефіцієнти цільової функції $\boldsymbol{F(x)}$, а також значення цільової функції (зі зворотним знаком) при **поточному базисному рішенні** ($\boldsymbol{L} = -\boldsymbol{F(x)}$). У робочу область таблиці (починаючи з другого стовпця x_1 і другого рядка x_{n+1}) занесені коефіцієнти $\boldsymbol{a_{ij}}$ при змінних системи обмежень.

Таблиця 3.2

Загальний вигляд вихідної базисної симплекс-таблиці

Базис	**Змінні**							**b$_i$**
	x_1	x_2	...	x_n	x_{n+1}	...	x_{n+m}	
x_{n+1}	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	0	b_1
x_{n+2}	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	...	0	b_2
...	...	...	...	...	...	...	...	...
x_{n+m}	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	1	b_m
$\boldsymbol{c_j}$	c_1	c_2	...	c_n	0	0	0	$\boldsymbol{L}$

4. Перевірка умови $\boldsymbol{c_j \le 0}$, тобто наявності в останньому рядку симплекс-таблиці (табл. 3.2) від'ємних елементів. У випадку виконання вказаної умови, тобто наявності від'ємних елементів, задача вважається розв'язаною. В іншому випадку, тобто при $\boldsymbol{c_j > 0}$, продовжують розв'язувати задачу, виконуючи наступні кроки алгоритму за рис. 3.2.
5. Визначення так званого дозволяючого стовпчика, яким є стовпчик із найбільшим додатнім елементом $\boldsymbol{c_j}$:

$$\boldsymbol{c_r = \max\left\{c_j \mid j = \overline{1, n+m}\right\}},$$

де $\boldsymbol{r}$ – номер дозволяючого стовпчика.
6. Перевірка наявності від'ємних елементів у дозволяючому стовпчику. При виконанні умови $\boldsymbol{a_{ir} \le 0}$ задача не має розв'язків. В іншому випадку, тобто при $\boldsymbol{a_{ir} > 0}$, продовжують розв'язувати задачу, виконуючи наступні кроки алгоритму за рис. 3.2.
7. Виведення із базисного розв'язку змінної $\boldsymbol{x_j}$, що відповідає наступній умові:

$$\boldsymbol{D_S = \min\left\{\frac{b_i}{a_{ir}} \mid i = \overline{1, m}\right\}}, \text{ для } \boldsymbol{a_{ir} > 0},$$

де $\boldsymbol{D_S}$ – частка від ділення $\boldsymbol{\frac{b_i}{a_{ir}}}$;

$\boldsymbol{S}$ – номер дозволяючого рядка. Дозволяючим рядком є рядок, для якого $\boldsymbol{\frac{b_i}{a_{ir}} = \min}$;

$\boldsymbol{b_i}$ – елемент останнього рядка симплекс-таблиці;

$\boldsymbol{a_{ir}}$ – елементи дозволяючого стовпчика симплекс-таблиці.

Тобто змінна $\boldsymbol{x_j}$ виводиться із рядка, для якого результат ділення $\boldsymbol{\frac{b_i}{a_{ir}}}$ є найменшим.

Елемент, що знаходиться на перетині дозволяючого стовпчика та дозволяючого рядка, називають **дозволяючим елементом**. Наприклад, в табл. 3.3 дозволяючий стовпчик та дозволяючий рядок виділені темним кольором, дозволяючим елементом при цьому є $\boldsymbol{a}_{22}$.

Таблиця я 3.3

Вихідна симплекс-таблиця із виділеними дозволяючим рядком та дозволяючим стовпчиком

Базис	**Змінні**							**b**$_i$
	x_1	x_2	…	x_n	x_{n+1}	…	x_{n+m}	
x_{n+1}	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	1	0	0	b_1
x_{n+2}	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	0	…	0	b_2
…	…	…	…	…	…	…	…	…
x_{n+m}	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}	0	0	1	b_m
$\boldsymbol{c_j}$	c_1	c_2	…	c_n	0	0	0	$\boldsymbol{L}$

8. Перехід до нового базисного розв’язку, що полягає у перерахунку елементів симплекс-таблиці:

1) **елементів дозволяючого рядка** за формулами:

$$a'_{sj}=\frac{a_{sj}}{a_{sr}};\ b'_s=\frac{b_s}{a_{sr}},$$

де $\boldsymbol{s}$ – номер дозволяючого рядка;

$\boldsymbol{r}$ – номер дозволяючого стовпця;

a'_{sj}, b'_s – нові значення перерахованих елементів;

$\boldsymbol{a}_{sj}$, $\boldsymbol{b}_s$ – попередні значення перерахованих елементів;

$\boldsymbol{a}_{sr}$ – попереднє значення дозволяючого елемента.

2) **елементів дозволяючого стовпця**, які приймаються рівними нулю за виключенням дозволяючого елемента:

$$a'_{ir}=0;\ c'_r=0;$$

3) **інших елементів**, що не належать до елементів дозволяючого рядка та дозволяючого стовпця, за правилом прямокутника. За цим правилом подумки виділяють прямокутник, в якому елемент, що підлягає перерахунку, та дозволяючий елемент утворюють одну із діагоналей:

$$a'_{ij}=a_{ij}-\frac{a_{ir}a_{sj}}{a_{sr}};\ b'_i=b_i-\frac{a_{ir}b_s}{a_{sr}};\ c'_j=c_j-\frac{a_{sj}c_r}{a_{sr}};\ L'=L-\frac{c_r b_s}{a_{sr}},$$

де a'_{ij}, b'_i, c'_j, L' – нові значення перерахованих елементів;

a_{ij}, b_i, c_j, L – попередні значення перерахованих елементів.

Після закінчення перерахунку повертаються до кроку 4.

Кроки 4 – 8 повторюють до тих пір, поки елементи останнього рядка симплекс-таблиці не набудуть від’ємного значення, тобто поки не виконається умова $\boldsymbol{c_j \le 0}$.

Приведений алгоритм підкреслює значну трудомісткість вирішення задач планування виробництва. Крім того, враховуючи те, що кількість змінних та обмежень у задачах планування виробництва може бути досить великою, очевидною є необхідність застосування ЕОМ та відповідних програмних продуктів для автоматизації їх вирішення, що передбачає наявність інформаційної та автоматизованої підтримки процесів планування.

Можливим є *автоматизоване розв'язування задач планування* виробництва. При цьому зміст таких задач зводиться до пошуку оптимального плану з використанням математичних моделей і обчислювальних методів, які реалізуються за допомогою ЕОМ і спеціальних програм-оптимізаторів.

Однією з таких програм-оптимізаторів є вбудована у Microsoft Excel оптимізаційна програма "**Пошук рішення**".

Методика використання програми "**Пошук рішення**" представлена в рекомендованому навчально-методичному посібнику "Планування, моделювання та верифікація процесів в ГВС" авторів Черепанська І. Ю., Кирилович В. А., Сазанов А. Ю., Самотокін Б. Б. на С. 68-74.

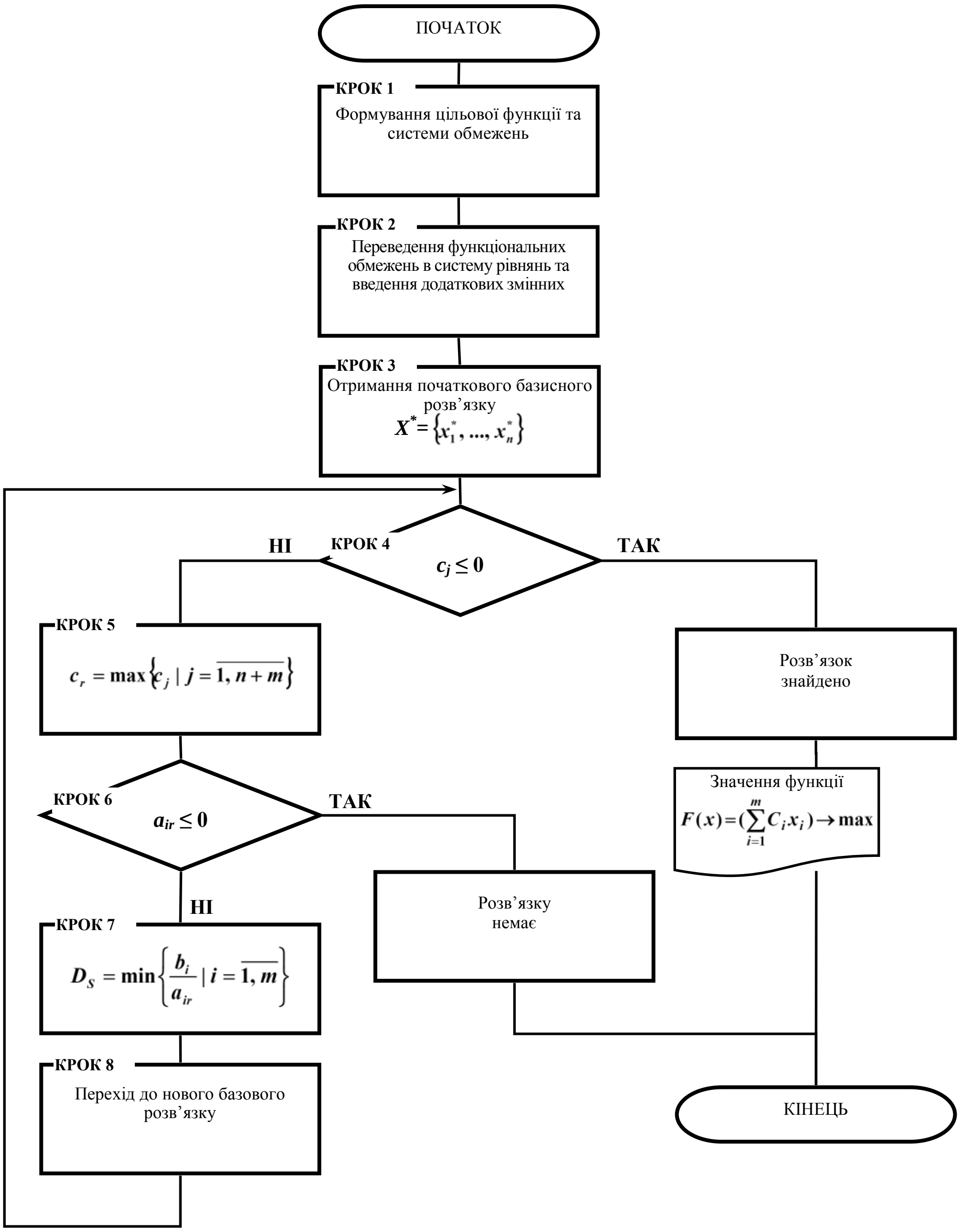

Рис. 3.3. Узагальнена блок-схема алгоритму симплекс-методу