

**Динаміка різання. Динамічна характеристика процесу різання. Усталеність процесу різання та основні причини втрати усталеності обробної системи**

**1. Характеристики процесу різання**

Характеристики процесів різання залежать від властивостей динамічної системи верстата, застосовуваних режимів різання, зокрема від геометрії і властивостей матеріалу різального інструменту, оброблюваного матеріалу, властивостей і способу підведення змащувально-охолоджуючої рідини. Сила різання залежить від багатьох факторів. Вона нелінійно залежить від швидкості різання, подачі, товщини зрізу.

Формула для розрахунку головної складової сили різання при точінні в сталому режимі має вигляд:

$$F_z = C_p t^x S^y V^{-n} \quad (7.1)$$

де  $C_p$  – постійна, відповідна певним умовам різання, матеріалами оброблюваної деталі і інструменту, визначеної геометрії інструменту;  $t$  – глибина різання;  $s$  – подача на один оборот;  $V$  – швидкість різання;  $x$ ,  $y$  і  $n$  – відповідні показники ступеня.

**Статична характеристика процесу різання** (коефіцієнт різання) дозволяє оцінити незмінну величину сили різання в залежності від геометрії зрізуваного шару та інструменту при постійних параметрах режиму різання та оброблюваного матеріалу:

$$K_p = \frac{F}{a} = Kb \quad (7.2)$$

При певному головному куті  $\varphi$  в плані різця (рис. 7.1) ширина  $b$  і товщина  $a$  зрізу пропорційні величинам  $t$  і  $S$  відповідно, тому формула для розрахунку сили різання може бути представлена в залежності від них:

$$a = S \cdot \sin\varphi, \quad b = t / \sin\varphi$$

де  $F$  – сила різання, Н;  $a$  – товщина зрізу, мм;  $K$  – питома сила різання, Н/мм<sup>2</sup>;  $b$  – ширина зрізу, мм.

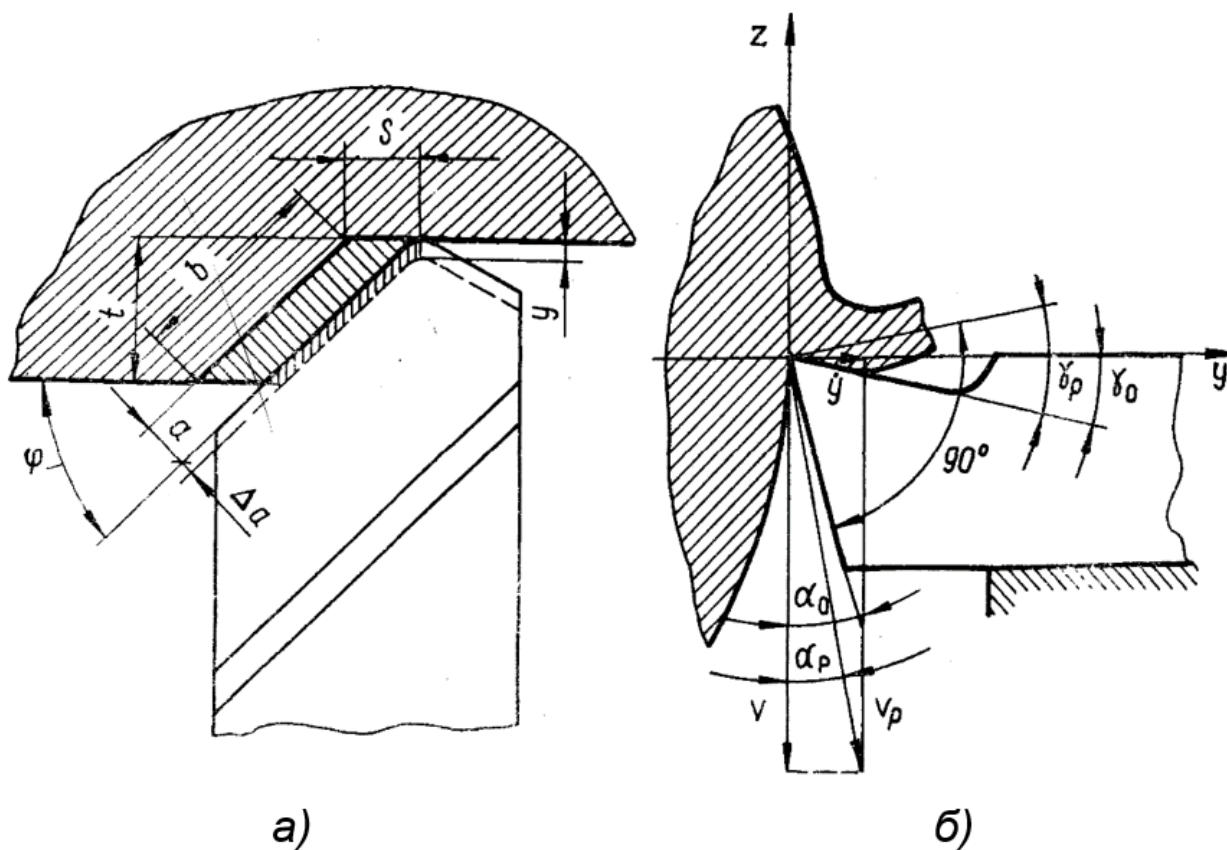


Рис. 7.1. Переріз зрізу та схема зміни кутів різання

**Динамічні характеристики процесу різання** дозволяють оцінити змінну величину сили різання, що виникає при відносних коливаннях різального інструмента відносно заготовки по нормалі до оброблюваної поверхні

Загальну зміну сили різання  $dF$  отримують підсумовуванням складових, викликаних різними факторами:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial a} da + \frac{\partial F}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial F}{\partial \alpha} d\alpha + \dots$$

Значення часткових похідних функції  $F$  по кожній змінній визначаються експериментально.

Так як зміни сили різання визначаються в основному змінами товщини зрізу, то для спрощення розрахунків часто наближено приймають залежність:

$$dF \approx \frac{\partial F}{\partial a} da = K_p da$$

Між збуренням системи, викликаним зміною товщини зрізу і іншими факторами, і відповідною зміною сили різання існує зсув у часі. Зміна сили різання запізнюється по відношенню до зміни товщини зрізу внаслідок необхідності витрат часу на проходження інструментом деякого шляху щодо оброблюваного матеріалу для утворення в ньому деформацій і напружень, що врівноважують сили, викликані збуренням.

Встановлено, що в разі стрибкоподібного збільшення товщини зрізу на величину  $a$  сила різання збільшується не відразу а поступово, приблизно за експоненціальним законом з постійною часу  $T_p$  стружкоутворення, що характеризує інерційність процесу (рис. 7.2, а).

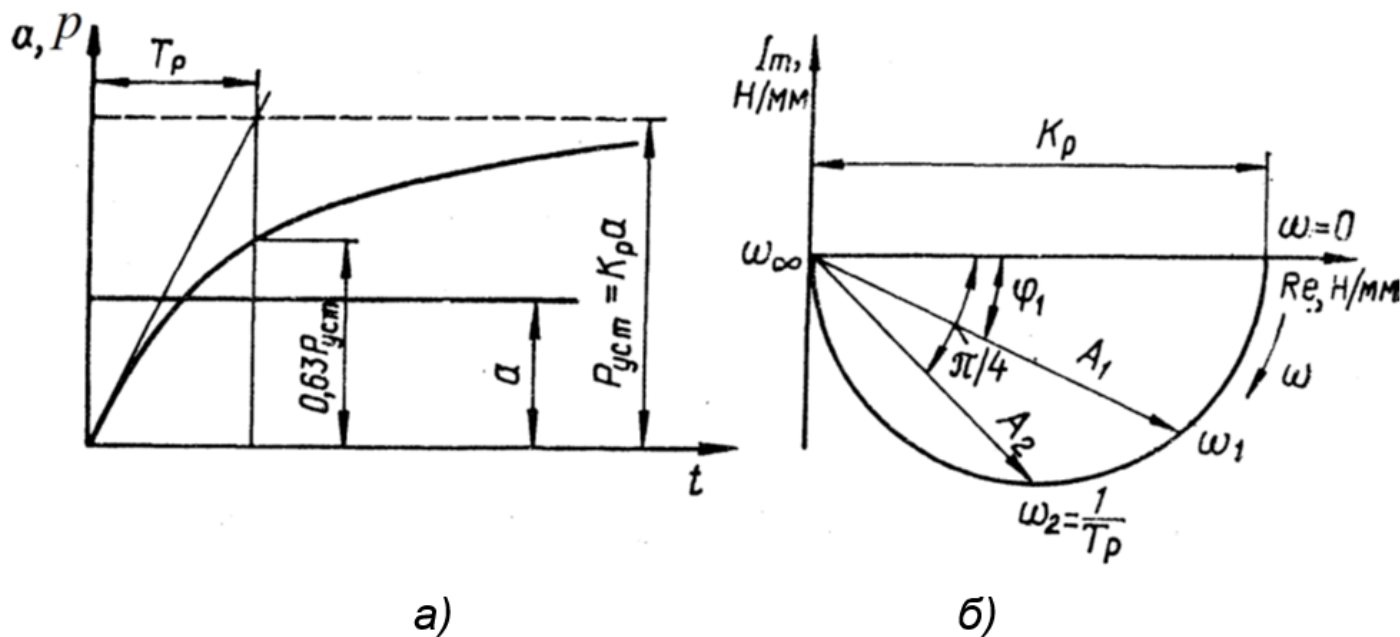


Рис. 7.2. Динамічні характеристики процесу різання

Протягом часу  $T_p$  сила різання досягає лише  $0,63$  усталеного значення, тобто  $F = 0,63 K_p a$ .

Динамічна характеристика різання має при цьому наступний найпростіший вираз:

$$W_p = \frac{F(p)}{a(p)} = \frac{K_p}{1 + T_p p} \quad (7.3)$$

Після заміни в рівнянні  $p$  на  $j\omega$  та перетворень динамічна характеристика різання в частотній формі:

$$W(\omega j) = \frac{K_p}{1 + T_p^2 \omega^2} - j \frac{K_p T_p \omega}{1 + T_p^2 \omega^2} \quad (7.4)$$

АФЧХ процесу різання приведена на рис. 7.2, б. Наприклад, при  $\omega_1$  модуль характеристики  $A_1$  дорівнює відношенню амплітуд сили різання і товщини зрізу, а  $\varphi_1$  – кут зсуву фаз між ними.

Постійна часу  $T_p$  стружкоутворення може бути визначена на підставі експериментальних даних по осцилограмі зміни сили  $F$  в часі або за значенням сумарного шляху різця  $l_{\Sigma zy}$  відносно оброблюваного матеріалу, с;

$$T_p = l_{\Sigma zy} / V$$

де  $V$  – швидкість різання, мм / с.

## 2. Втрата усталеності за рахунок нелінійної характеристики сили різання

Для найпростішого випадку| одноступеневий обробної системи при точінні – коливальна система має одну степінь вільності по координаті  $q$  – в напрямку дії сили різання  $F$ , прикладеної до центра мас заготовки та пов'язаних з нею елементів системи (рис. 7.3).

Сила різання при постійних параметрах різання (крім  $V$ ) може бути представлена рівнянням:

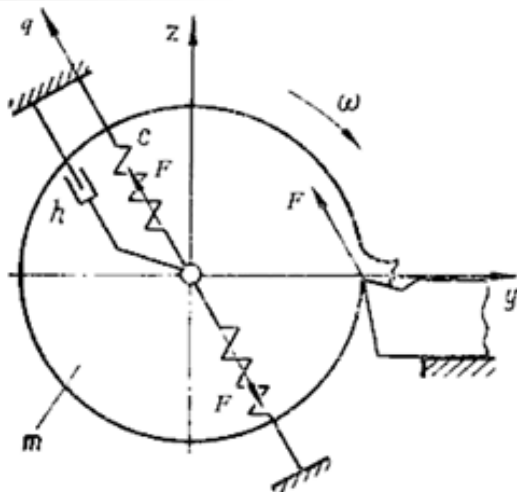
$$F = AV^{-z}, \quad (7.5)$$

де  $A$  – постійна,  $-z$  – показник степеню.

Рівняння руху системи представленої на рис. 7.1 матиме вигляд:

$$mq'' + hq' + cq = F(q) \quad (7.6)$$

$$\text{або } mq'' + hq' + cq - F(q) = 0 \quad (7.7)$$



де маса  $m$  системи з коефіцієнтом жорсткості  $c$  і коефіцієнтом демпфування  $h$ ,  $q$  – координата переміщення відносно усталеного стану системи при відсутності коливань,  $F(q)$  – відхилення сили різання від усталеного значення при наявності швидкості  $q'$  коливань по координаті  $q$ , пропорційної відхиленню швидкості різання.

Рис. 7.3. Спрощена схема системи з одним ступенем вільності

Відхилення швидкості різання:  $F(q') = dF = (dF/dV)dV = -HdV$ ,

де  $H = |dF/dV| = z \cdot A \cdot V^{-(z+1)}$  – крутизна характеристики сили різання по швидкості  $V$ , отримана диференціюванням рівняння (7.5).

Тоді рівняння (7.7) можна представити у вигляді:

$$mq'' + (h - H)q' + cq - F(q) = 0 \quad (7.8)$$

де  $(h-H)q'$  – характеристика непружного опору.

Тобто згідно з алгебраїчним критерієм ( $h - H > 0$ ) система усталена, якщо крутизна характеристики сили різання по швидкості  $H$  менше коефіцієнта демпфування  $h$ :  $H < h$ . Межа усталеності  $H = h$ , інакше ( $H > h$ ) система втрачає усталеність (рис. 7.4).

### 3. Втрата усталеності за рахунок інерційності процесу різання

Для розглянутої вище одномасової обробної системи при точінні, яка складається з коливальної системи з одним ступенем вільності по координаті  $q$  – в напрямку дії сили різання  $F$ , прикладеної до центра з передаточною функцією

$$W_{\text{пс}} = \frac{K_{\text{ст}}}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} \quad (7.7)$$

та процесу різання, і якщо враховувати тільки статичну характеристику процесу різання буде мати передаточну функцію для розімкнутої системи:

$$W_{\text{роз}} = W_{\text{пс}} K_p = \frac{K_{\text{ст}} K_p}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} \quad (7.9)$$



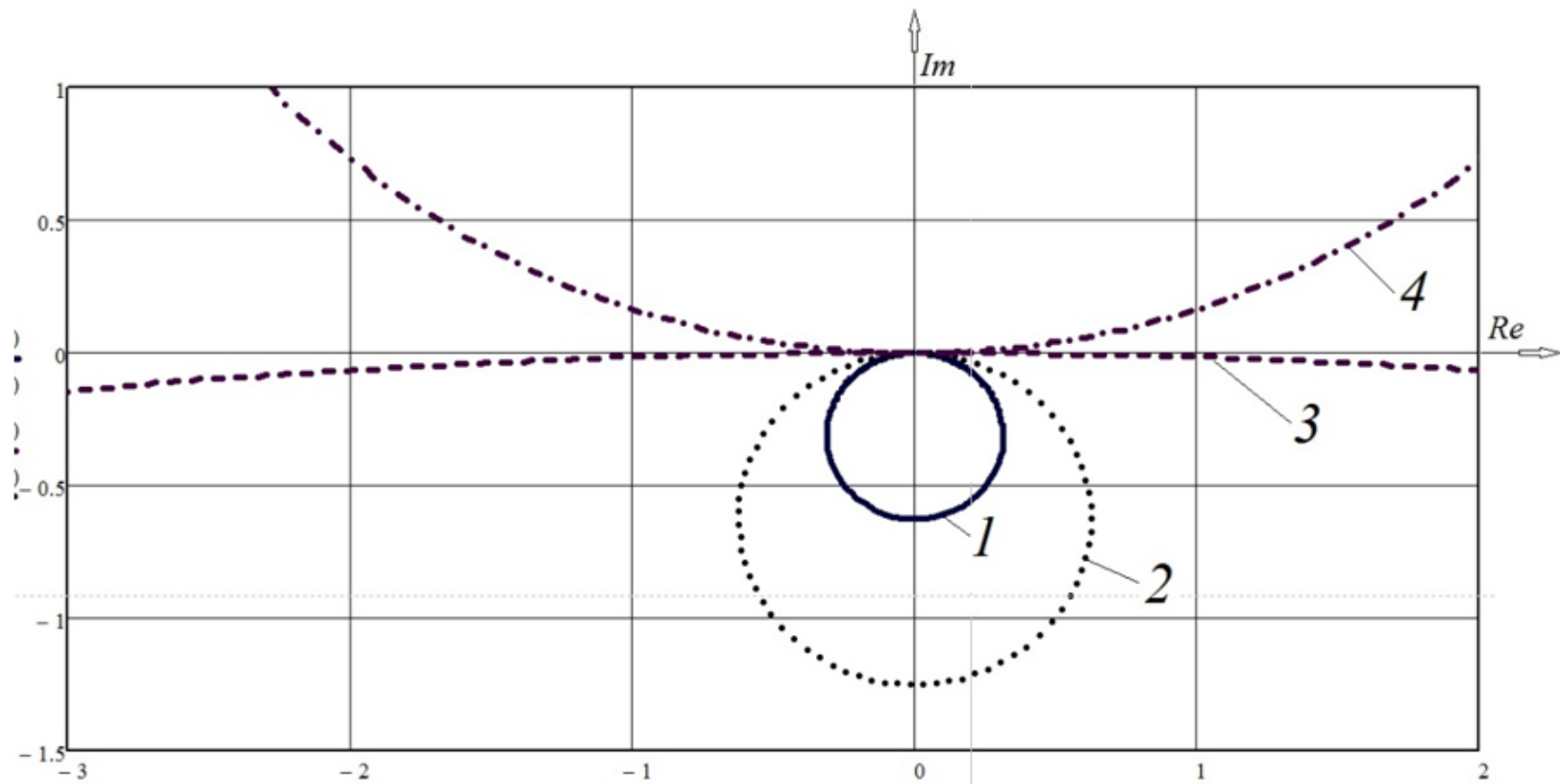


Рис. 7.4. АФЧХ обробної системи з врахуванням статичної характеристики різання:  
 $m = 31,5 \text{ кг}$ ,  $\xi = 0,008$  ( $\lambda = 0,05$ ),  $c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н/мм}$ ,  $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$ ,  $\omega = 1040 \text{ с}^{-1}$   
 1 –  $H = 0$  ( $h = 513$ ) – система усталена, 2 –  $h - H = h' = 335$  – система усталена,  
 3 –  $H \approx h$ : ( $h - H = h/100 = 5,13$ ) – система усталена на межі усталеності,  
 4 –  $H = 1,1h$  ( $h - H = -h/10 = -51,3$ ) – система неусталена.

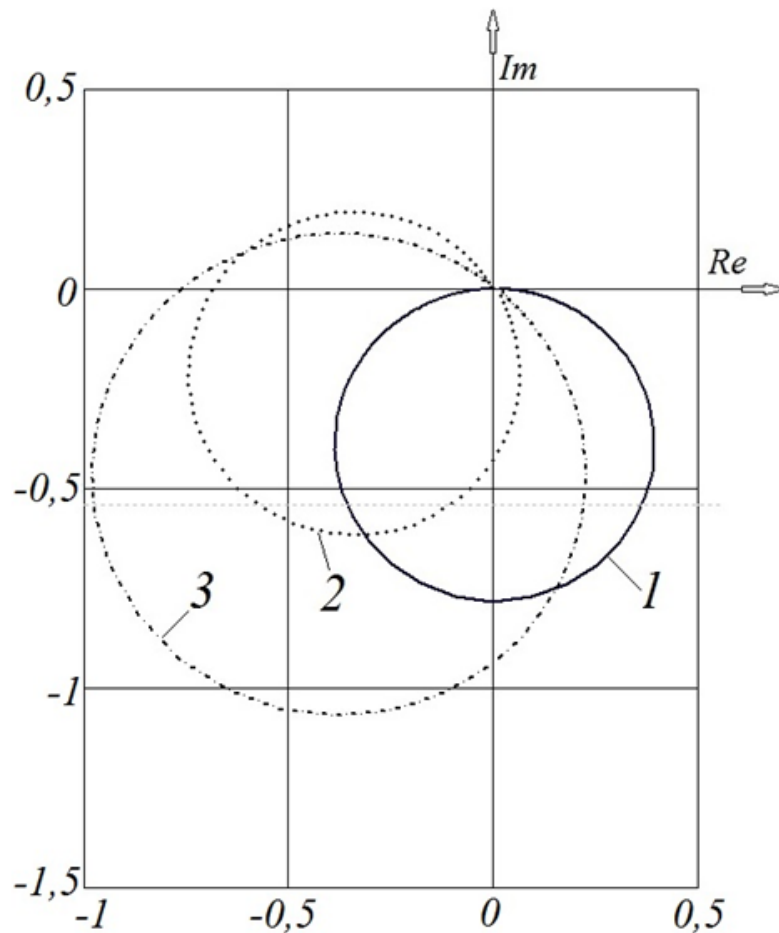


Рис. 7.5. АФЧХ розімкнутої передаточної функції системи з врахуванням статичної (графік 1) та динамічної (графік 2, 3) характеристики різання

Графік 1 цієї розімкнутої системи показано на рис. 7.5., він відрізняється від графіка  $W_{\text{пс}}$  тільки масштабом зображення, його амплітуди збільшені в  $K_p$  разів, а фазові кути залишилися незмінними.

Згідно з критерієм усталеності Найквіста, якщо АФЧХ розімкнутої передаточної функції системи не охоплює точку  $-1$  на дійсній осі – система усталена, що і видно на рисунку.

Якщо враховувати динамічну характеристику процесу різання з передаточною функцією  $W_p = \frac{K_p}{T_p p + 1}$  тоді передаточна функція розімкнутої системи матиме вигляд:

$$W'_{роз} = W_{пс} W_p = \frac{K_{ст} K_p}{(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)(T_p p + 1)} \quad (7.10)$$

Або після заміни  $p$  на  $j\omega$ :

$$W'_{роз} = W_{пс} W_p = \frac{K_{ст} K_p}{(-T^2 \omega^2 + j2\xi T \omega + 1)(jT_p \omega + 1)} \quad (7.11)$$

У цьому випадку при перемножуванні комплексних виразів передаточних функцій їх амплітуди множаться, а фази складаються і тоді сумарні амплітуди отримують додатковий поворот на комплексній площині з наближенням графіку (крива 2 на рис. 7.5 та суцільна крива на рис. 7.5\*) до точки -1 на дійсній осі – система усталена незалежно від кута можливого повороту графіку. При зростанні коефіцієнту різання – збільшення питомої сили різання або ширини зрізу обробна система може втратити усталеність (крива 3 на рис. 7.5 – запас усталеності зменшився і при повороті графіку точка (-1, 0) у досяжності) – тобто виникнуть значні коливання, що приведуть до незадовільної якості обробки, швидкому зношуванню інструменту або поламки елементів обробної системи.

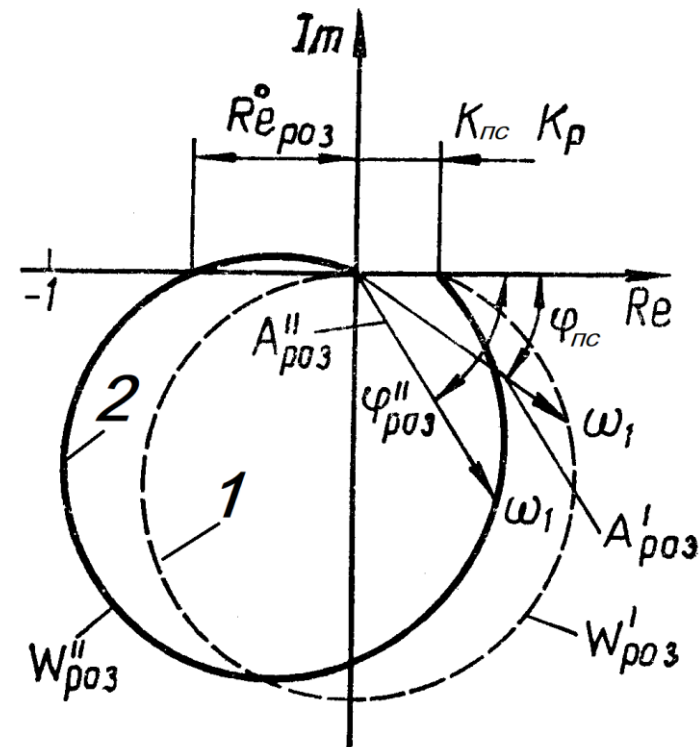


Рис. 7.5\*. АФЧХ розімкнутої передаточної функції системи з врахуванням статичної (графік 1) та динамічної (графік 2) характеристики різання

### 3. Втрата усталеності за рахунок координатного зв'язку

За рахунок координатного зв'язку навіть без врахування динаміки різання обробна система може бути неусталеною.

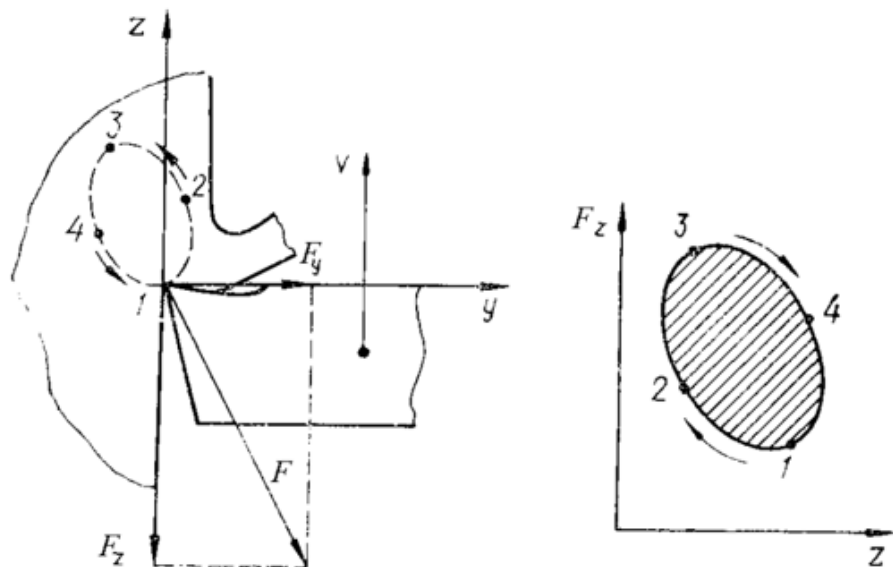


Рис. 7.6. Траєкторія руху різця відносно деталі (а) та діаграма роботи сили різання

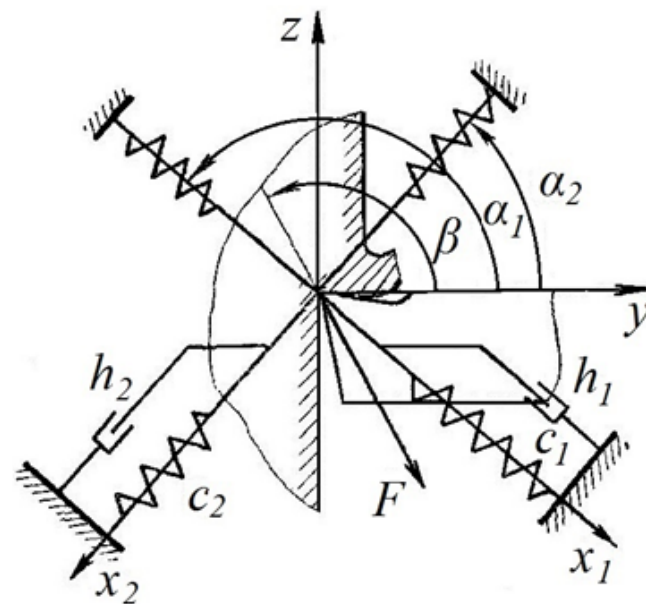


Рис. 7.7. Розрахункова схема пружної системи супорта з двома степенями вільності

Для підсистеми інструмента (супорт-різцетримач) токарного верстата з двома ступенями вільності передаточна функція матиме вигляд:

$$W_{\text{ПС}} = W_1 + W_2 \quad (7.12)$$

де

$$W_1 = \frac{\cos \alpha_1 \cos (\alpha_1 - \beta)}{c_1 (T_{12}^2 p^2 + T_{11} p + 1)} \quad (7.13)$$

$$W_2 = \frac{-\cos \alpha_2 \cos (\alpha_2 - \beta)}{c_2 (T_{22}^2 p^2 + T_{21} p + 1)}$$

Після заміни оператора  $p$  на  $\omega j$  у виразах для  $W_1$  і  $W_2$  та перетворень:

$$W_1 = \frac{\cos \alpha_1 \cos (\alpha_1 - \beta)}{c_1} \cdot \left[ \frac{1 - T_{12}^2 \omega^2}{(1 - T_{12}^2 \omega^2)^2 + (T_{11} \omega)^2} + j \frac{T_{11} \omega}{(1 - T_{12}^2 \omega^2)^2 + (T_{11} \omega)^2} \right] \quad (7.14)$$

$$W_2 = \frac{-\cos \alpha_2 \cos (\alpha_2 - \beta)}{c_2} \cdot \left[ \frac{1 - T_{22}^2 \omega^2}{(1 - T_{22}^2 \omega^2)^2 + (T_{21} \omega)^2} + j \frac{T_{21} \omega}{(1 - T_{22}^2 \omega^2)^2 + (T_{21} \omega)^2} \right] \quad (7.15)$$

Усталеність замкнутої динамічної системи, утвореної з пружної системи верстата (у розглянутому випадку – підсистеми супорта) і процесу різання можна оцінити за характеристикою розімкнутої системи.

Якщо враховувати тільки статичну характеристику різання коефіцієнтом  $K_p$  тоді після заміни

$$a_1 = \frac{\cos\alpha_1 \cos(\alpha_1 - \beta)}{c_1} \quad \text{та} \quad a_2 = \frac{-\cos\alpha_2 \cos(\alpha_2 - \beta)}{c_2}$$

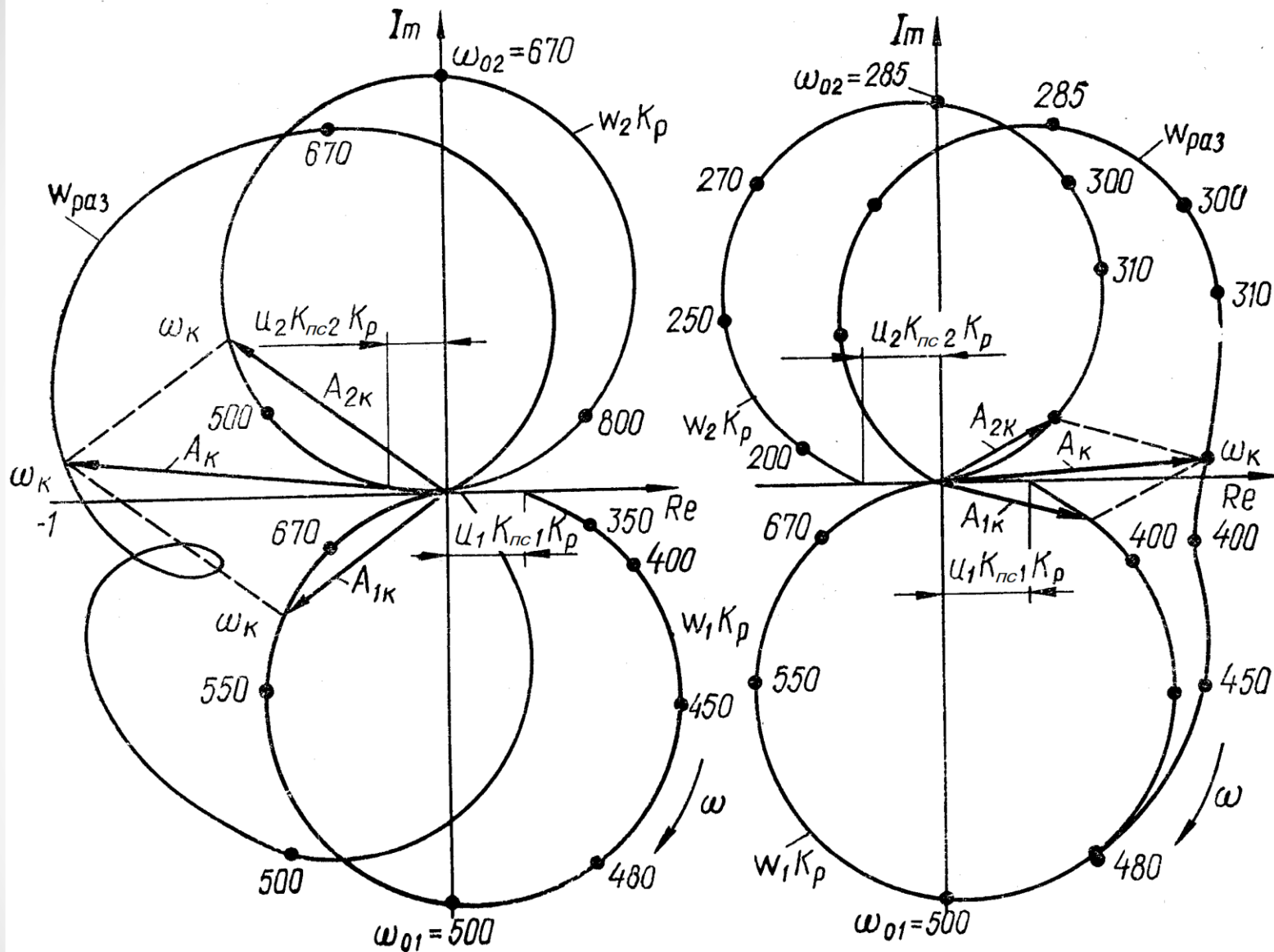
передаточна функція розімкнутої системи матиме вигляд:

⊕

$$W_{\text{роз}} = K_p \cdot \left[ a_1 \cdot \left[ \frac{1 - T_{12}^2 \omega^2}{(1 - T_{12}^2 \omega^2)^2 + (T_{11} \omega)^2} \right] + a_2 \cdot \left[ \frac{1 - T_{22}^2 \omega^2}{(1 - T_{22}^2 \omega^2)^2 + (T_{21} \omega)^2} \right] \right] +$$

(7.16)

$$j \cdot K_p \cdot \left[ a_1 \cdot \left[ \frac{T_{11} \omega}{(1 - T_{12}^2 \omega^2)^2 + (T_{11} \omega)^2} \right] + a_2 \cdot \left[ \frac{T_{21} \omega}{(1 - T_{22}^2 \omega^2)^2 + (T_{21} \omega)^2} \right] \right]$$



а)

б)

Рис. 7.8. АФЧХ передаточної функції пружної системи з двома ступенями вільності

#### 4. Втрата усталеності за рахунок хвилястості оброблюваної поверхні

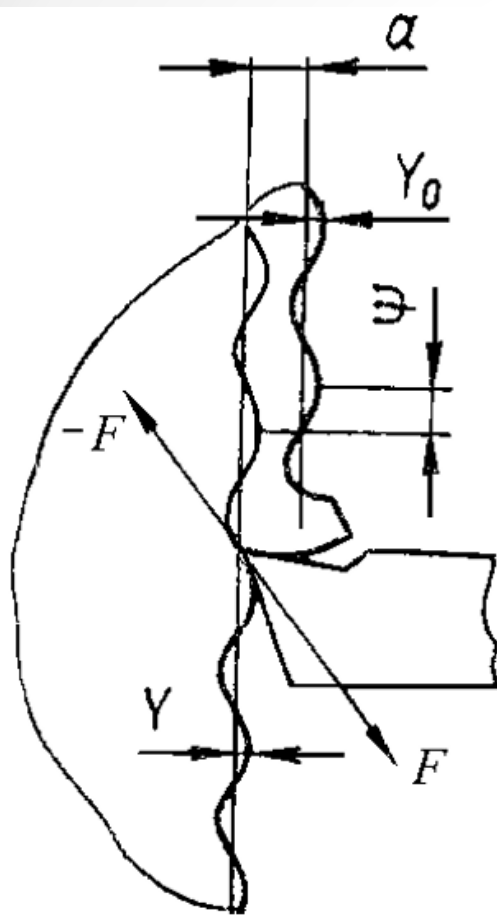


Рис. 7.9. Схема обробки по сліду

При аналізі усталеності процесу різання у попередніх прикладах передбачалося, що обробляється гладка поверхня. Якщо ж вона хвиляста внаслідок коливань системи при попередньому проході різця по гладкій поверхні, то при наступному проході цього ж різця, тобто при так званій обробці «по сліду», різець зніматиме шар змінної товщини, що викличе відповідні зміни сили різання з частотою хвилястості, яка дорівнює власній частоті коливань системи (рис. 7.9). В результаті аналізу такої коливальної системи для найменш прийнятного варіанту межа усталеності відповідає дотику АФЧХ розімкнутої передаточної функції обробної системи до вертикальної прямої, що проходить через точку з координатою  $-0,5$  на дійсній осі комплексної площини (рис. 7.5).