Завдання на контрольну роботу з дисципліни

“Оптимальне і адаптивне управління”

Завдання 1. Застосування рівняння Ейлера для пошуку оптимальної траєкторії варіаційними методами

Використовуючи рівняння Ейлера, знайти оптимальну траєкторію *x(t)*, для якої виконується умова оптимальності

$$J = \int_{t_o}^{t_k} F(x)dt \rightarrow \min$$

та яка задовольняє крайовим умовам:

$X(t_0)=X_0$;

$X(t_k)=X_k$.

Вираз та значення коефіцієнтів підінтегральної функції *F(x)*, а також значення крайових умов наведені в табл. 1.

Завдання 2. Застосування рівняння Ейлера-Лагранжа для пошуку оптимального керування в задачах на умовний екстремум

Використовуючи рівняння Ейлера-Лагранжа, скласти систему рівнянь (отримати вирази рівнянь системи без її розв’язання) для знаходження оптимального керування *u(t)*, що переводить об’єкт керування

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1 x_1 + a_2 x_2 + b_1 u; \\ \dot{x}_2 = a_3 x_1 + a_4 x_2 + b_2 u \end{cases}$$

з певного початкового стану в певний кінцевий стан при умові мінімуму функціоналу

$$J = \int_{t_0}^{t_k} \left(\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \beta u^2\right) dt \rightarrow \min .$$

Значення коефіцієнтів наведені в табл. 2.

Таблиця 1

№ варіанту	$F(x)$	a	b	t_0	t_k	$x_1(t_0)$	$x_1(t_k)$
1.	$ax^2+b(\dot{x})^2$	1	2	1	10	2	10
2.		2	1	0	5	4	1
3.		3	3	5	10	10	5
4.		5	1	1	8	5	10
5.		5	6	2	4	8	20
6.		3	2	1	5	10	15
7.		6	8	0	4	8	0
8.	$ax+b(\dot{x})^2$	1	2	1	10	2	5
9.		2	1	0	5	4	1
10.		3	5	5	10	10	5
11.		5	1	1	8	5	10
12.		5	6	2	4	8	20
13.		3	2	1	5	10	15
14.		6	8	0	4	8	0
15.	$ax^2+bx\cdot\dot{x}+(\dot{x})^2$	3	2	1	10	2	8
16.		2	1	0	5	4	1
17.		4	3	5	10	10	5
18.		5	1	1	8	5	10
19.		5	6	2	4	8	20
20.		3	2	1	5	10	15
21.		6	8	0	4	8	0
22.	$x^2+ax\cdot\dot{x}+b(\dot{x})^2$	1	2	1	10	2	20
23.		2	3	1	5	4	1
24.		3	4	5	10	10	5
25.		5	1	1	8	5	10
26.		5	6	2	4	8	20
27.		3	2	1	5	10	15
28.		6	8	0	4	8	0
29.	$x^2+a\dot{x}+b(\dot{x})^2$	1	2	1	10	2	15
30.		2	1	2	5	4	1
31.		5	1	5	10	10	5
32.		5	6	1	8	5	10
33.		3	2	2	4	8	20
34.		6	8	1	5	10	15
35.	$x^2+ax^2\cdot\dot{x}+b(\dot{x})^2$	1	2	1	10	2	12
36.		2	1	3	5	4	1
37.		5	1	5	10	10	5
38.		5	6	1	8	5	10
39.		3	2	2	4	8	20
40.		6	8	1	5	10	15

Таблиця 2

№ варіанту	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	α_1	α_2	β
1.	2	1	-1	4	0	1	1	5	8
2.	1	2	-3	1	0	4	3	1	1
3.	1	1	-4	5	2	4	1	1	5
4.	-3	1	4	2	0	1	1	4	1
5.	3	1	-1	-5	2	3	2	3	1
6.	-3	4	1	-5	0	2	4	1	5
7.	3	1	-1	5	0	1	1	6	8
8.	1	3	-2	1	0	5	2	1	1
9.	1	1	-6	3	3	5	1	1	7
10.	-2	1	7	4	0	1	1	6	1
11.	2	1	-1	-6	2	8	3	4	1
12.	-7	4	1	-4	0	2	5	1	6
13.	3	1	-1	2	0	1	1	4	7
14.	1	2	-5	1	0	4	5	1	1
15.	1	1	-3	7	2	4	1	1	5
16.	-1	1	4	2	0	1	1	9	1
17.	3	1	-1	-8	2	3	3	4	1
18.	-2	3	1	-8	0	2	4	1	7
19.	2	1	-1	5	0	1	1	7	10
20.	1	2	-7	1	0	5	4	1	1
21.	1	1	-9	5	2	6	1	1	8
22.	-2	1	3	2	0	1	1	9	1
23.	5	1	-1	-2	2	6	2	8	1
24.	-5	4	1	-4	0	3	2	1	5
25.	7	1	-1	2	0	1	1	6	9
26.	1	2	-5	1	0	2	4	1	1
27.	1	1	-3	5	2	7	1	1	9
28.	-3	1	5	3	0	1	1	6	1
29.	2	1	-1	-7	2	8	4	3	1
30.	-5	4	1	-8	0	3	2	1	8
31.	5	1	-1	3	0	1	1	7	4
32.	1	2	-5	1	0	2	4	1	1
33.	1	1	-5	3	5	2	1	1	5
34.	-3	1	3	8	0	1	1	6	1
35.	2	1	-1	-3	2	3	4	5	1
36.	-3	5	1	-7	0	6	4	1	7
37.	4	1	-1	3	0	1	1	2	5
38.	1	2	-5	1	0	9	8	1	1
39.	1	1	-6	2	2	7	1	1	3
40.	-3	1	8	6	0	1	1	9	1

Завдання 3. Пошук оптимального керування методом динамічного програмування

Для об’єкта керування, заданого у відхиленнях вихідних величин від кінцевих значень

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1 x_1 + a_2 x_2 + b_1 u_1 + b_2 u_2; \\ \dot{x}_2 = a_3 x_1 + a_4 x_2 + b_3 u_1 + b_4 u_2 \end{cases}$$

знайти вираз оптимального керування (у вигляді функцій, що пов’язують сигнали керування u_i з невідомою функцією Беллмана), яке переводить об’єкт із певного початкового стану в кінцевий стан при умові мінімуму функціоналу:

$$J = \int_{t_0}^{t_k} \left(\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \beta_1 u_1^2 + \beta_2 u_2^2 \right) dt \to \min .$$

В ряді випадків на сигнали керування накладено обмеження виду:

$$\begin{aligned} |u_1| &\le u_{1\max}; \\ |u_2| &\le u_{2\max}. \end{aligned}$$

Значення всіх коефіцієнтів наведені в табл. 3.

Для знаходження виразу оптимального керування необхідно:

– записати рівняння Беллмана;

– з умови мінімуму функції в лівій частині рівняння знайти (не використовуючи готові формули) вирази для компонентів вектору керування, що пов’язують u_i з функцією Беллмана $\mu(x)$, врахувавши при цьому наявність чи відсутність обмежень на компоненти вектору керування u_i.

Таблиця 3

№ варіанту	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4	α_1	α_2	β_1	β_2	$u_{1\max}$	$u_{2\max}$
1.	-2	3	-3	-5	2	3	0	4	1	4	1	5	–	–
2.	1	-2	0	-3	3	4	0	2	4	1	1	3	–	–
3.	-3	1	-2	1	1	-2	3	1	1	3	1	1	–	–
4.	-4	1	1	-7	2	1	1	-5	3	1	2	4	–	–
5.	-5	1	-1	2	3	-2	4	5	6	3	1	2	–	–
6.	-2	1	2	-3	1	0	0	2	1	1	4	5	5	7
7.	1	-4	0	-1	1	1	1	0	1	3	1	4	3	4
8.	-1	2	1	-5	3	0	1	4	3	1	5	1	4	10
9.	-2	3	1	-4	3	0	0	1	4	2	1	1	2	3
10.	-1	1	4	-1	2	0	0	4	3	1	1	5	5	8
11.	-3	4	-3	-6	2	5	0	2	1	8	1	4	–	–
12.	1	-4	0	-5	3	4	0	3	5	1	1	7	–	–
13.	-4	1	-6	1	1	-3	3	1	1	2	1	1	–	–
14.	-4	1	1	-9	4	1	1	-5	7	1	2	5	–	–
15.	-7	1	-1	3	2	-2	4	5	9	2	1	2	–	–
16.	-2	1	2	-10	1	0	0	12	1	1	6	5	2	8
17.	1	-8	0	-1	1	1	1	0	1	4	1	4	7	4
18.	-1	3	1	-2	3	0	1	5	4	1	6	1	4	12
19.	-2	4	1	-5	7	0	0	1	8	2	1	1	12	4
20.	-1	1	3	-1	5	0	0	4	2	1	1	4	5	9
21.	-4	2	-7	-5	3	2	0	4	1	5	1	2	–	–
22.	1	-5	0	-12	3	14	0	2	8	1	1	6	–	–
23.	-5	1	-6	1	1	-3	3	1	1	2	1	1	–	–
24.	-6	1	1	-4	3	1	1	-9	8	1	2	7	–	–
25.	-6	1	-1	7	3	-2	8	10	8	3	1	4	–	–
26.	-2	1	12	-7	1	0	0	4	1	1	2	3	6	3
27.	1	-2	0	-1	1	1	1	0	1	6	1	7	9	4
28.	-1	5	1	-3	6	0	1	3	5	1	6	1	5	11
29.	-2	6	1	-5	8	0	0	1	12	7	1	1	12	9
30.	-1	1	6	-1	5	0	0	8	3	1	1	4	5	7
31.	-9	4	-2	-5	2	12	0	3	1	6	1	5	–	–
32.	1	-2	0	-8	5	4	0	12	3	1	1	4	–	–
33.	-4	1	-9	1	1	-2	6	1	1	4	1	1	–	–
34.	-2	1	1	-9	4	1	1	-6	2	1	2	5	–	–
35.	-6	1	-1	4	9	-2	4	8	6	8	1	3	–	–
36.	-2	1	2	-8	1	0	0	3	1	1	5	6	5	9
37.	1	-5	0	-1	1	1	1	0	1	6	1	4	9	4
38.	-1	7	1	-5	8	0	1	4	5	1	6	1	4	7
39.	-2	9	1	-5	4	0	0	1	8	2	1	1	2	6
40.	-1	1	5	-1	2	0	0	6	4	1	1	6	5	9

Завдання 4. Синтез термінальних систем керування

Для об’єкта керування, заданого у відхиленнях вихідних величин від кінцевих значень

$$\dot{x}_1 = -a_{11}x_1 + a_{12}x_2;$$

$$\dot{x}_2 = -a_{21}x_1 - a_{22}x_2 + bu,$$

визначити чисто термінальний алгоритм керування, за допомогою якого необхідно перевести об’єкт з початкового стану

$$x_1(t=0) = x_{10};\ x_2(t=0) = x_{20}$$

в кінцевий

$$x_1(t=T) = x_{1k};\ x_2(t=T) = x_{2k}$$

за термін часу T.

Для виконання розрахунку, не користуючись готовими формулами, виконати наступні дії [2, 3]:

– отримати диференціальне рівняння об’єкту керування 2-го порядку;
– виконати перерахунок крайових умов;
– знайти задовільне рівняння траєкторії (скласти та розв’язати систему рівнянь для знаходження коефіцієнтів рівняння траєкторії);
– знайти функцію керування.

Варіанти завдання взяти з таблиці 4.

Навести графіки функцій $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$, скориставшись програмним забезпеченням лабораторної роботи №1 [3] або пакетом MathCAD.

Таблиця 4

№ варіанту	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	b	$x_1(0)$	$x_2(0)$	$x_1(T)$	$x_2(T)$	T
1.	0	1	2	2	1	0	0	10	0	5
2.	1	2	1	3	2	-2	0	4	1	10
3.	2	3	3	1	1	5	1	20	0	2
4.	2	5	0	1	3	0	2	-10	2	4
5.	1	7	2	0	1	-5	0	5	1	5
6.	0	1	1	2	2	0	2	10	0	10
7.	0	1	3	1	2	-10	0	0	-2	12
8.	0	1	2	3	3	2	0	-3	1	10
9.	2	2	1	0	1	0	-3	-10	2	8
10.	1	3	0	3	1	1	2	5	0	5
11.	3	4	1	0	1	0	0	10	1	10
12.	0	1	0	1	2	0	1	-10	-2	15
13.	1	2	2	2	1	1	0	5	1	2
14.	1	3	0	1	2	0	1	10	1	4
15.	1	1	2	1	2	2	0	-10	-1	5
16.	1	2	3	4	2	1	2	10	5	10
17.	2	3	2	4	2	3	3	12	5	12
18.	1	3	4	4	2	-2	3	14	5	14
19.	2	4	5	2	2	-4	3	15	5	16
20.	1	4	5	2	2	-6	3	16	8	10
21.	2	4	5	2	2	5	3	17	8	12
22.	2	3	6	1	2	5	5	18	8	14
23.	2	5	3	2	2	5	5	19	8	16
24.	2	5	4	2	2	0	4	20	8	18
25.	1	6	4	1	2	1	2	21	10	10
26.	2	4	4	2	2	2	2	22	8	12
27.	2	5	4	2	2	3	2	23	6	14
28.	2	3	6	1	2	4	2	24	10	16
29.	2	5	3	2	2	5	2	25	8	18
30.	2	5	4	2	2	6	2	26	6	20
31.	1	6	4	4	2	7	2	27	8	10
32.	1	5	4	4	2	8	4	28	10	15
33.	1	6	4	3	2	9	4	29	12	20
34.	1	6	4	2	2	10	4	30	10	10
35.	2	6	4	4	2	11	4	31	8	15
36.	2	5	4	2	2	12	4	32	12	20
37.	2	6	4	3	2	13	4	33	10	10
38.	2	6	4	6	2	14	4	34	8	15
39.	2	5	4	3	2	15	4	35	10	20
40.	2	6	4	5	2	16	4	36	12	10

Література

1. Тютюнник А.Г. Оптимальні і адаптивні системи автоматичного керування. – Житомир: ЖІТІ, 1998. – 512 с.
2. Тютюнник А.Г. Оптимальні і адаптивні системи автоматичного керування. Практикум. – Житомир: ЖІТІ, 2002. – 420 с.
3. Тютюнник А.Г., Підтиченко О.В. Методичні вказівки для виконання лабораторних робіт з курсів «Оптимальне та адаптивне управління» (для спеціальності 7.05020101) та «Системи оптимального та адаптивного керування» (для спеціальності 7.05020201) для всіх форм навчання. – Житомир: ЖДТУ, 2012. – 41 с.
4. Батенко А.П. Системы терминального управления. – М.: Радио и связь, 1984, – 160 с.