Лекція 10. ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРЕМИ ГАУСА ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ В НАЙПРОСТІШИХ СИСТЕМАХ.

Теорема Гауса для електростатичного поля в вакуумі:

потік вектора напруженості електричного поля крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, що розташовані всередині замкнутої поверхні:

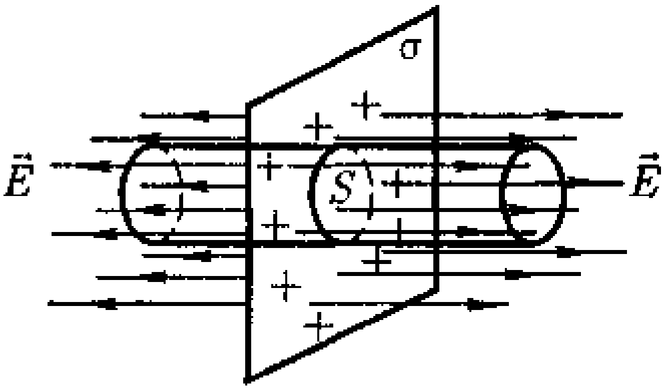
$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} Q_i .$$

Застосуємо теорему Гауса для розрахунку поля заряджених **нескінчених площин та зарядженої сфери.**

Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини.

Нескінченна площина (рис.) заряджена з постійною поверхневою щільністю зарядів σ. Поверхнева щільність зарядів - заряд поділений на величину площі поверхні (одиниця виміру Кл /м^2).

Для розрахунку інтегралу в формулі Гаусу необхідно зобразити картину поля. З рис. видно, що лінії напруженості перпендикулярні розглянутої зарядженої площині (заряджена позитивно) і спрямовані від неї в обидві сторони.



В якості замкнутої поверхні оберемо циліндр. Побудуємо циліндр, підстави якого паралельні зарядженої площини, а вісь, що його створює, перпендикулярна до неї.

Так як бічна поверхня циліндра паралельна лініям напруженості (cos (**dS, E**) = 0), то потік вектора напруженості крізь бічну поверхню циліндра дорівнює нулю. (Самостійно зобразити на рис. вектор **dS**, що розташований на бічній поверхні циліндру та застосувати для розрахунків основний вираз для потоку вектору напруженості поля. Це наведено в попередній лекції).

Таким чином, повний потік крізь циліндр дорівнює сумі лише сумі потоків крізь дві його підстави (площі підстав рівні та напрям вектор **dS** збігається з напрямом вектору **E=const**), тобто за формулою визначення величини потоку сам потік дорівнює: $\Phi = 2 \cdot S \cdot E$.

Де S – площа підстави циліндру.

Заряд, укладений всередині побудованої циліндричної поверхні, дорівнює

$$Q = S \cdot \sigma.$$

Тоді згідно з теоремою Гауса маємо:

$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

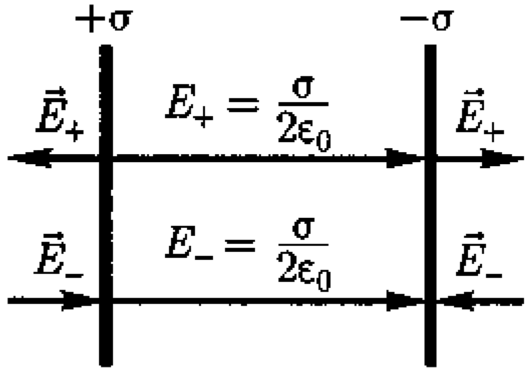
Або ж для напруженості поля отримуємо:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Таким чином, ми отримали відому в шкільному курсі фізики формулу для розрахунку поля нескінченної площини, яка давалася раніше без математичної підтримки (Ви б цю формулу не отримали б без знання теореми Гауса).

Поле двох нескінченних паралельних різнойменно заряджених площин.

Нехай площині заряджені рівномірно різнойменними зарядами з поверхневими щильностями σ^+ та σ^- (Рис.).



Поле двох таких площин знайдемо як суперпозицію полів, створюваних кожної з площин окремо. Поле, що створюється одною площиною, відомо з попереднього прикладу.

На малюнку верхні стрілки відповідають полю від позитивно зарядженої площини, нижні - від негативно зарядженої. Ліворуч і праворуч від площин поля віднімаються (лінії напруженості спрямовані назустріч один одному), тому тут напруженість поля E = 0.

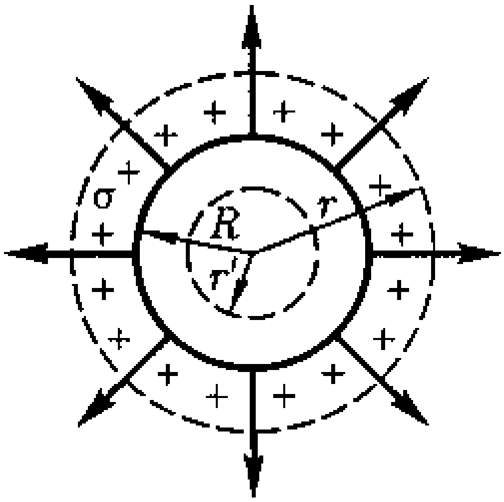
В області між площинами $E = E_+ + E_-$ (E_+ та E_- визначаються за формулою для розрахунку поля від однієї площини). Тому результуюча напруженість між площинами дорівнює сумі полів від однієї площини, тобто просто подвоюється:

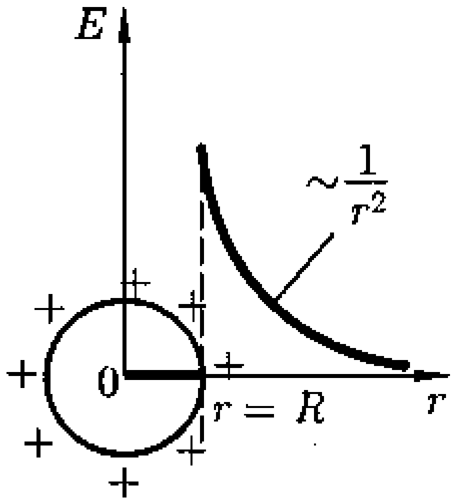
$$E = \sigma / \varepsilon_0.$$

Таким чином, результуюча напруженість поля в області між площинами описується формулою, що отримано, а поза об'єму, обмеженого площинами, дорівнює нулю.

Поле рівномірно зарядженої сферичної поверхні.

Сферична поверхня радіусом R із загальним зарядом Q заряджена рівномірно з поверхневою щільністю. Завдяки рівномірному розподілу заряду по поверхні поле, створюване їм, має сферичну симетрією. Тому лінії напруженості поля спрямовані радіально, тобто вздовж радіуса (рис.).





Побудуємо гіпотетичну сферу радіусом r, що має загальний центр із зарядженою сферою. Якщо r> R, то всередину нашої уявної сфери, що охоплює всю поверхню, потрапляє весь заряд Q, що створює поле, і, по теоремі Гауса отримаємо:

$$4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot E = Q/\varepsilon_0.$$

(Розібратися чому при розрахунку інтеграла в правій частині формули Гауса з'являється множник: $4 \cdot \pi \cdot r^2$. Підказка: згадати: як розрахувати площу поверхні сфери).

Таким чином отримуємо, що напруженість поля поза рівномірно зарядженої сфери описується формулою:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (r \geqslant R).$$

З формули видно, що при r> R поле зменшується з відстанню r за таким же законом, як у точкового заряду. Графік залежності E (r) наведено на рис.

Якщо уявно провести сферу всередині кулі r <R, то замкнута поверхня не містить усередині зарядів (Q = 0). Якщо записати теорему Гаусу для цього випадку, то ліва частина формули для теореми стане рівною нулю. Цьому стверджені можна задовольнити, тільки поклавши в правій його частині E =

0. Це доводить, що всередині рівномірно зарядженої сферичної поверхні електростатичне поле відсутнє (Е = 0).

З виконаного аналізу та для наведених зображені полів випливає, що поле рівномірно зарядженої площини та між двома площинами однорідне **(Е = const**). Поле, що створюється сферою - неоднорідне (**Е = var**).

Подібним чином отримують формули для розрахунку полів в інших геометрично симетричних і простих системах. Формули для розрахунку полів при розв'язуванні практичних питань треба брати в спеціальній літературі та довідниках, а не отримувати самостійно.

Подумати над питаннями:

1. Як експериментально перевірити отримані формули для розрахунку полів?
2. Який прилад вимірює напруженість електричного поля?
3. Як довести придатність теореми Гаусу до розрахунку електричних полів.

Сподіваюся, що всі пам'ятають та розуміють різницю між записом Е=const та Е=const **. Що позначає в технічній літературі «жирний» символ, а що не простий ????**

Основним положенням електростатики присвячено відповідні розділи завдання в пропонованому методичному посібнику.

Детально теоретичний матеріал за темою електростатика наведено в рекомендованій літературі (Трофімова).

ПАМЯТАЙТЕ: Цей розділ досить складний в математичному відношенні. Якщо в цих математичних викладках у вас виникнуть труднощі, то **Всі наявні труднощі** розберемо при особистих зустрічах.

ЗАУВАЖЕННЯ: На освітньому порталі вказано мій старий E-mail.

Мій дійсний E-mail : **moskvinpavel56@gmail.com**

Маю можливість відповідати на ваші питання через E-mail канал зв'язку.