Лекція 9. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦІЇ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ. ПОТІК ВЕКТОРА НАПРУЖЕНОСТІ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ. ТЕОРЕМА ГАУСА ДЛЯ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ.

Принцип суперпозиції полів.

Головне завдання - навчиться розраховувати електричні поля, які утворені багатьма зарядами. Це дозволяє зробити принцип суперпозиції полів.

Розглянемо систему нерухомих точкових зарядів Q_1, Q_2,…, Q_n.. Експериментально встановлено, що сила взаємодії двох точкових зарядів не змінюється в присутності інших зарядів. Тоді результуюча сила **F**, що діє з боку поля на пробний заряд Q_o, дорівнює векторній сумі сил $\mathbf{F_i}$, доданих до неї з боку кожного із зарядів Q_i (принцип суперпозиції сил в механіці Ньютона):

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i.$$

Згідно з визначенням напруженості електричного поля маємо:

$$\boldsymbol{F} = Q_0\boldsymbol{E},\ \boldsymbol{F}_i = Q_0\boldsymbol{E}_i,$$

де **E** - напруженість результуючого поля, а $\boldsymbol{E}_i$ - напруженість поля, створюваного зарядом Q_i.

Підставляючи останні вирази для взаємозв'язку напруженості поля з силою в формулу принципу суперпозиції сил, отримуємо:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i.$$

Представлена формула виражає принцип суперпозиції (накладення) електростатичних полів, згідно з яким напруженість **E** результуючого поля, створюваного системою зарядів, дорівнює векторній (геометричній) сумі напруженостей полів, створюваних в даній точці кожним із зарядів окремо.

Принцип суперпозиції дозволяє розрахувати електростатичні поля будь-якої системи нерухомих зарядів, оскільки якщо заряд не точкові, то їх можна завжди подумки розділити на малі частини, вважаючи кожну з

них точковим зарядом. Тоді сумарне поле, створюване всіма розподіленими точковими зарядами, може бути отримано як:

$$\vec{E} = \int_Q d\vec{E}.$$

коли інтегрування проводиться по всьому елементарним зарядам, наявними в системі.
Представлений інтеграл взяти в загальному вигляді неможливо. Тому для розрахунків електричних полів йдуть по шляху ускладнення фізичних уявлень, а не математики. Найбільш плідним є наступний підхід для розрахунку полів, який заснований на теоремі Гауса. Щоб розібратися з цією теоремою необхідно розглянути нову фізичну величину - **потік вектора напруженості електричного поля**.

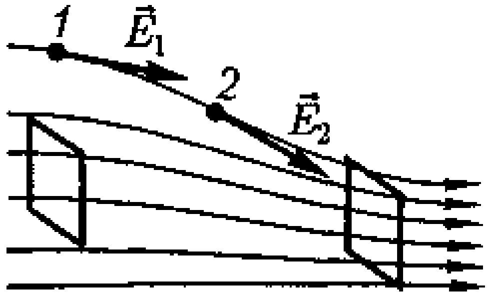
Починається найбільш важка, в математичному відношенні, частина курсу - теорія фізичний полів.

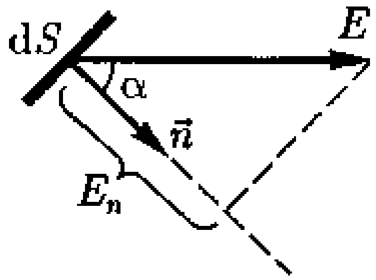
Поток вектора напряженности электрического поля

За визначенням потоку вектора ***E*** маємо:

$$d\Phi = (\vec{E} \cdot d\vec{S}); \qquad \Phi = \int_S d\Phi.$$

(самостійно розібратися, що означають круглі дужки в наведеному рівнянні)
Величина Φ - є потік вектора напруженості електричного поля ***E*** крізь площадку dS. Тут **dS** = dS **n** - вектор, модуль якого дорівнює dS, а напрямок збігається з напрямком нормалі ***n*** до площадки. Величина **dS** носить назву вектор площадка. Потік вектору – величина скалярна.
Одиниця потоку вектора напруженості електростатичного поля – вольт на метр (В • м).
Геометрична інтерпретація потоку Ф надана на рис. Цей параметр характеризує густину силових ліній, що проходять через площадку **dS.** На рис. також наведена взаємна орієнтація всіх векторів, що необхідні для знаходження потоку вектору **E**





Якщо обчислюється потік Ф через замкнуту поверхню, то для такої операції вводиться особливе математичне позначення (інтеграл обведений колом). Тоді для довільної замкнутої поверхні S потік вектора E крізь цю поверхню позначається як:

$$\Phi_E = \oint_S E_n \mathrm{d}S = \oint_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S},$$

де S - площа замкнутої поверхні.
Потік вектора E є алгебраїчною величиною, тобто має знаки плюс або мінус. Чому - розібратися самостійно.

Підказка: необхідно розкрити операцію, яка відповідає круглим дужкам у визначенні потоку вектора E та проаналізувати отриманий вираз.

Питання: чому підінтегральний вираз має символи вектор, а величина покоту Ф є скалярною величиною. Яка математична операція відповідальна за такий стан виразів?

Теорема Гауса для електростатичного поля в вакуумі

Обчислення напруженості поля системи електричних зарядів за допомогою принципу суперпозиції електростатичних полів можна значно спростити, використовуючи отриману німецькім вченим К. Гауса теорему, яка визначає потік вектора напруженості електричного поля крізь довільну замкнуту поверхню.

Якщо порахувати інтеграл через сферичну поверхню яка охоплює точковий заряд Q, що знаходиться в її центрі, то можна отримати (як отримати цей вираз - при особистій зустрічі):

$$\Phi_E = \oint_S E_n \mathrm{d}S = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}.$$

К. Гаус довів, що цей результат справедливий для замкнутої поверхні будь-якої форми. Він також довів, якщо всередині поверхні знаходиться не один заряд, а декілько, то справедлива формула:

$$\oint_S \vec{E}\mathrm{d}\vec{S} = \oint_S E_n \mathrm{d}S = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} Q_i.$$

Отже формулювання теореми Гаусса для електричного поля:

Потік вектора напруженості електричного поля крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, що розташовані всередині замкнутої поверхні.

На основі теореми Гауса отримано всі формули для розрахунків електричних полів в різноманітних, але простих за геометрією системах. Приклади застосування теореми Гауса для отримання таких формул буде надано в наступній лекції.

Принципові питання, на які студент повинен знати відповіді:

1. Що означає коло на символі інтегралу?
2. Що означає на символ S під інтегралом?
3. Що це за змінна S с символом вектор? Як вона називається? Як розраховується і куди вектор спрямований?
4. Які заряди необхідно підсумовувати в формулі теореми Гауса?

Основним положенням електростатики присвячено відповідні розділи завдання в пропонованому методичному посібнику.

Детально теоретичний матеріал за темою електростатика наведено в рекомендованій літературі (Трофімова).