УМОВИ ПОВНОЇ КЕРОВАНОСТІ Й СПОСТЕРЕЖНОСТІ

Поняття керованості й спостережності специфічні для методу простору станів. При класичному описанні динамічних систем у термінах вхід – вихід проблема керованості й спостережності не виникає.

При використанні методу простору станів не втрачається цілісна картина об'єкта. При записі рівняння стану передбачається, що в об'єкті можуть відбуватись інші процеси й існувати перемінні, не доступні для спостереження чи ті, що не піддаються управлінню.

Розглянемо проблему керованості й спостережності на якісному прикладі, запропонованому Дж. Медич. Нехай динамічна система описується вектором стану Q , вектором входів X і вектором виходів Y . Схема системи подана на рис. 13, де Y - вектор, компонентами якого є перші k компоненти вектора стану, q_1 q_2, q_3....q_k. Зі структури системи ясно, що значення інших компонентів вектора стану (q_{k+1}, q_{k+2},...q_m) не можна визначити на основі наявних відомостей про вихідний вектор Y , тому що ці змінні не впливають на q_1, q_2....q_k і не включені до складу вектора, Y , який спостерігають. Отже, система не є тією, що спостерігається. Але якщо X впливає на всі перемінні стани Q , система є керованою.

Аналогічно система, показана на рис. 13, буде тією, що спостерігається, але не керованою, тому що сигнал X впливає тільки на перемінні q_1, q_2....q_k, а на змінні q_{k+1}, q_{k+2},...q_m ззовні впливати не можна.

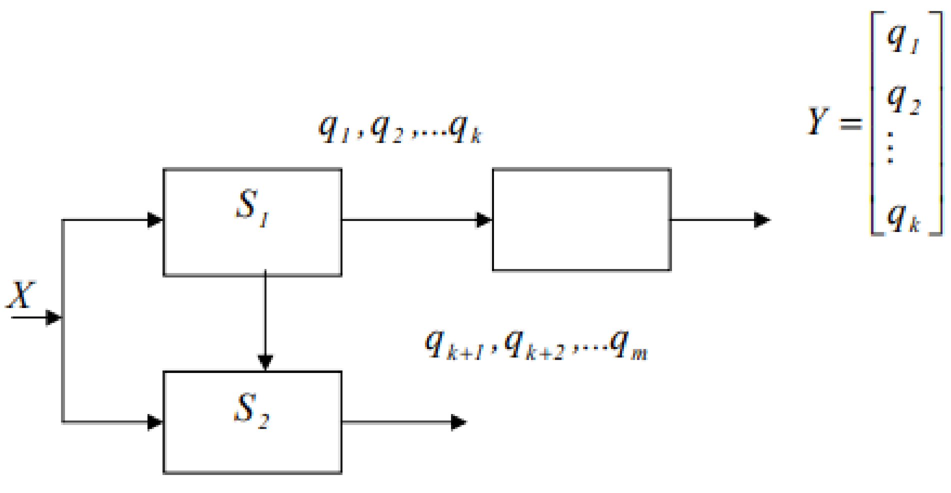

Рис. 13 – Схема системи, що не спостерігається, але керована

Враховуючи викладене, всі системи можна розділити на такі чотири категорії: ***що спостерігаються і керовані; що спостерігаються але некеровані; що не спостерігаються, але керовані; що не спостерігаються і некеровані.***

Поняття керованості й спостережності мають принципове значення при дослідженні систем будь-якої природи. Неврахування некерованості і неспостережності може привести до помилкових висновків. Умови керованості й спостережності можна зв'язати з видом матриць, що описують систему.

Для приклада розглянемо, при яких умовах може виникнути неспостережність чи некерованість у найпростішому випадку, коли матриця А діагональна. Нехай система має вигляд, показаний на рис. 14, де Q і Y - вектори розмірності 2, X - вектор розмірності 3.

$$Y = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_k \end{bmatrix} \qquad Q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_m \end{bmatrix}$$

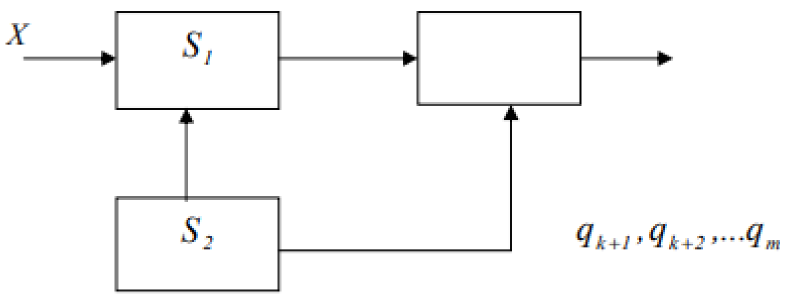

Рис. 14 – Схема системи, що спостерігається, але некерована

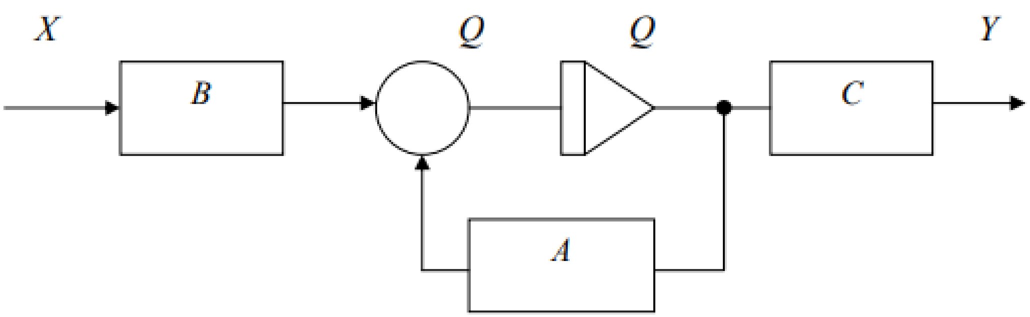

Рис. 15 – Схема системи

Управління системи в матричному вигляді записується так:

$$\dot{Q} = A_{(2x2)}Q + B_{(2x3)}X;$$
$$Y = C_{(2x2)}Q + D_{(2x3)}X,$$

де

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}; \qquad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix}; \qquad C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}; \qquad D = 0.$$

Якщо один з рядків у матриці B (наприклад, перший) складається повністю з нульових елементів, тоді відповідна координата (перша) буде некерованою, тому що жодна з трьох керуючих дій не чинить керуючого впливу на q_1.

Аналогічно, якщо один з двох стовпців матриці C складається з нульових елементів, то відповідна координата вектора стану не вчинить впливу ні на один із двох сигналів, що спостерігаються, - y_1 і y_2 . Її поведінка ніяк не буде проявлятися зовні, координата неспостережна.

Таким чином, для системи найпростішого вигляду з діагональною матрицею A можна було б зв'язати умови керованості й спостережності з виглядом матриць B і C: керованість означає відсутність нульового рядка у B , спостережність – відсутність нульового стовпця у C.

У загальному випадку матриця A недіагональна, а самі перемінні стану можуть впливати один на другий. Тому навіть якщо немає безпосереднього впливу управління на дану координату стану q , такий вплив може виникнути більш складним чином: управління X впливає на якусь іншу координату, а вже ця координата через матрицю A впливає на дану координату. У такому випадку роль матриці B відіграє добуток матриць AB. Якщо й у цьому випадку впливу X на координату q_i немає, тоді може виявитися, що такий вплив здійснюється ще більш опосередкованим чином – через матрицю $A(AB) = A^2B$ та ін.

Тоді умову повної керованості можна записати так: система є цілком керованою, якщо ранг матриці $[B, AB, A^2B, ..., A^{m-1}, B]$ дорівнює m.

Рангом матриці називають максимальний розмір її мінорів, відмінних від нуля. Мінор k-того порядку матриці розмірністю $(m \cdot l)$ виходить викреслюванням будь-яких $(m - k)$ рядків і $(l - k)$ стовпців матриці.

Аналогічна й умова спостережності системи. Система цілком спостережна, якщо ранг матриці [C^T , A^TC^T , AT^2C^T ….] дорівнює m (тут індекс Т означає транспортування).