

Лабораторна робота №3.

Завдання 1. Обчислити інтеграл за формулою Ньютона-Лейбніца.

Завдання 2. Обчислити інтеграл, використовуючи відповідну заміну змінної.

Завдання 3. Обчислити інтеграл за формулою інтегрування частинами.

Завдання 4. Обчислити невластний інтеграл або встановити його розбіжність.

Варіант 1

$$1.1. \int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} \frac{4dx}{x^2+5} \quad 2.1. \int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2} dx. \quad 3.1. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (x-7)\cos 2x dx. \quad 4.1. a) \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{16x^4+1}, \quad б) \int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx.$$

Варіант 2

$$1.2. \int_{-3}^0 \frac{3dx}{\sqrt{25+5x}} \quad 2.2. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{12x^5 dx}{\sqrt{x^6+1}}. \quad 3.2. \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \arccos \frac{x}{3} dx. \quad 4.2. a) \int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\pi(1+4x^2)} dx, \quad б) \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2-6x+9}}.$$

Варіант 3

$$1.3. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{7dx}{4\sin^2 3x} \quad 2.3. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^3+2}. \quad 3.3. \int_1^2 (3x+5)e^{3x} dx. \quad 4.3. a) \int_0^{+\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4+1}}, \quad б) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{e^x}{x^2} dx.$$

Варіант 4

$$1.4. \int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}} \quad 2.4. \int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx. \quad 3.4. \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} (x-4)\cos 2x dx. \quad 4.4. a) \int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}, \quad б) \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-x)^5}}.$$

Варіант 5

$$1.5. \int_{-\pi}^{\pi} 3\sin \frac{x}{2} dx \quad 2.5. \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos x} dx. \quad 3.5. \int_0^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} 2x dx. \quad 4.5. a) \int_{-\infty}^0 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}, \quad б) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^2 x}} dx.$$

Варіант 6

$$1.6. \int_3^8 6\sqrt{x+1} dx \quad 2.6. \int_0^1 \frac{3x dx}{x^2+1}. \quad 3.6. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (x+2)\sin \frac{x}{2} dx. \quad 4.6. a) \int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}}, \quad б) \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{dx}{20x^2-9x+1}.$$

Варіант 7

$$1.7. \int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{6}} 12\operatorname{ctg} 3x dx \quad 2.7. \int_0^{-3} \frac{4x dx}{\sqrt{25+3x^2}}. \quad 3.7. \int_6^7 \ln(x-5) dx. \quad 4.7. a) \int_0^{+\infty} x e^{-3x} dx, \quad б) \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{(1-x)\ln^2(1-x)}.$$

Варіант 8

$$1.8. \int_0^1 \frac{2dx}{\sqrt{4-3x}} \quad 2.8. \int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4+4}}. \quad 3.8. \int_0^2 (4x-9)3^x dx. \quad 4.8. a) \int_4^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{x^2-4x+1}}, \quad б) \int_0^{\frac{2}{3}} \frac{\sqrt[3]{\ln(2-3x)}}{2-3x} dx.$$

Варіант 9

$$1.9. \int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2 - 9} \quad 2.9. \int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx. \quad 3.9. \int_0^{\pi} (3x + 4) \cos \frac{x}{2} dx. \quad 4.9. \text{ а) } \int_{-\infty}^{-1} \frac{7dx}{x^2 - 4x}, \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{x dx}{1 - x^2}.$$

Варіант 10

$$1.10. \int_1^e \left(3 + \frac{2}{x}\right) dx \quad 2.10. \int_0^1 \frac{x^3}{x^8 + 1} dx. \quad 3.10. \int_1^e x^3 \ln x dx. \quad 4.10. \text{ а) } \int_{-1}^{+\infty} \frac{x dx}{x^2 + 4x + 5}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos 3x}{\sqrt[6]{(1 - \sin 3x)^5}} dx.$$

Варіант 11

$$1.11. \int_1^2 \frac{3dx}{2\sqrt{x^2 + 16}} \quad 2.11. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{1 - \cos x}. \quad 3.11. \int_{-1}^2 (2x - 5)e^{-x} dx. \quad 4.11. \text{ а) } \int_0^{+\infty} \frac{5 \operatorname{arctg} 2x}{3(1 + 4x^2)} dx, \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1 - x^4}}.$$

Варіант 12

$$1.12. \int_0^{\frac{5}{2}} \frac{7 dx}{\sqrt{8 - x^2}} \quad 2.12. \int_2^5 \frac{(x - 2) dx}{\sqrt{5 + 4x - x^2}}. \quad 3.12. \int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{9}} 6 \operatorname{arctg} 3x dx. \quad 4.12. \text{ а) } \int_{\frac{1}{3}}^{+\infty} \frac{dx}{(1 + 9x^2) \operatorname{arctg}^2 3x}, \quad \text{б) } \int_{\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1 + 3x}}.$$

Варіант 13

$$1.13. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{3 \cos^2 5x} \quad 2.13. \int_0^1 x^3 \sqrt{4 + 5x^4} dx. \quad 3.13. \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{2}} (x + 3) \sin 2x dx. \quad 4.13. \text{ а) } \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{4x^2 + 4x + 5}, \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}.$$

Варіант 14

$$1.14. \int_3^5 \frac{5 dx}{3 - x^2} \quad 2.14. \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \cos x dx. \quad 3.14. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} 4x \operatorname{arctg} x dx. \quad 4.14. \text{ а) } \int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx.$$

Варіант 15

$$1.15. \int_{-\pi}^{\pi} \left(2x + \cos \frac{x}{3}\right) dx \quad 2.15. \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx. \quad 3.15. \int_1^3 (5x + 2) \ln x dx. \quad 4.15. \text{ а) } \int_0^{+\infty} \frac{3 - x^2}{x^2 + 4} dx, \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1 - x^5}}.$$

Варіант 16

$$1.16. \int_0^7 \sqrt[3]{x + 1} dx \quad 2.16. \int_0^{1/2} \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^2}}. \quad 3.16. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (3x + 4) \cos x dx. \quad 4.16. \text{ а) } \int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3 + 8)^4}}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{(2x - 1)^2}.$$

Варіант 17

$$1.17. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} (3x - 2 \operatorname{tg} x) dx \quad 2.17. \int_0^1 3x^2 e^{x^3} dx \quad 3.17. \int_0^1 \arccos x dx \quad 4.17. \text{ а) } \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt[4]{(16+x^2)^5}}, \quad \text{б) } \int_0^1 x \ln x dx.$$

Варіант 18

$$1.18. \int_{-2}^2 \frac{4 dx}{11+x^2} \quad 2.18. \int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad 3.18. \int_0^1 (2x-3)e^x dx \quad 4.18. \text{ а) } \int_{-\infty}^{-3} \frac{x dx}{(x^2+1)^2}, \quad \text{б) } \int_{-\frac{3}{4}}^0 \frac{dx}{\sqrt{4x+3}}.$$

Варіант 19

$$1.19. \int_{-1}^0 (4 + \sqrt[3]{x^2}) dx \quad 2.19. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{1+x^6} \quad 3.19. \int_{\frac{1}{2}}^1 (6x+7)e^{2x} dx \quad 4.19. \text{ а) } \int_1^{+\infty} \frac{3 dx}{x(1+\ln^2 x)}, \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}.$$

Варіант 20

$$1.20. \int_1^3 \left(4 + \frac{2}{x^2}\right) dx \quad 2.20. \int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx \quad 3.20. \int_1^4 \sqrt{x} \ln x dx \quad 4.20. \text{ а) } \int_0^{+\infty} x \sin x dx, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{9x^2 - 9x + 2}.$$

Варіант 21

$$1.21. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 dx}{5 \cos^2 x} \quad 2.21. \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}} \quad 3.21. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (3x-2) \sin x dx \quad 4.21. \text{ а) } \int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{x^2 - 4x}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x dx}{\sqrt{\cos x}}.$$

Варіант 22

$$1.22. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{3x-2}} \quad 2.22. \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} x \sqrt{x^2+1} dx \quad 3.22. \int_1^3 (2x+5)e^x dx \quad 4.22. \text{ а) } \int_{1/3}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg}^3 x}, \quad \text{б) } \int_0^3 \frac{x dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}.$$

Варіант 23

$$1.23. \int_0^1 (3x^2 - 2^x) dx \quad 2.23. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{4-3x^2}} \quad 3.23. \int_2^4 x \ln(x-1) dx \quad 4.23. \text{ а) } \int_{-\infty}^0 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}, \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}.$$

Варіант 24

$$1.24. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} \quad 2.24. \int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{12 \operatorname{ctg} 3x}{\sin^2 3x} dx \quad 3.24. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (x-1) \cos x dx \quad 4.24. \text{ а) } \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+2x)}, \quad \text{б) } \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{64-x^6}}.$$

Варіант 25

$$1.25. \int_0^1 (3e^x - 2\sqrt{7x}) dx \quad 2.25. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^3 x dx . \quad 3.25. \int_0^{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} x dx . \quad 4.25. \text{ а) } \int_0^{+\infty} x e^{-2x} dx , \quad \text{б) } \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{1-2x}} .$$

Варіант 26

$$1.26. \int_1^2 (4x+9)^3 dx \quad 2.26. \int_1^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}} . \quad 3.26. \int_{-7}^1 \ln(x+8) dx . \quad 4.26. \text{ а) } \int_0^{+\infty} x \cos x dx , \quad \text{б) } \int_2^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2-4}} .$$

Варіант 27

$$1.27. \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{8}} (4x - 3 \operatorname{tg} 2x) dx \quad 2.27. \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx . \quad 3.27. \int_1^2 \ln(2x-1) dx . \quad 4.27. \text{ а) } \int_0^{+\infty} \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1} , \quad \text{б) } \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{\sqrt{3x-x^2-2}} .$$

Варіант 28

$$1.28. \int_0^{\frac{\pi}{6}} (4x + 3 \cos 5x) dx \quad 2.28. \int_{-1}^0 \frac{2x^2 dx}{4x^3 - 9} . \quad 3.28. \int_{1/2}^1 \operatorname{arccos} x dx . \quad 4.28. \text{ а) } \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{16x^4 + 1} , \quad \text{б) } \int_0^4 \frac{3x dx}{\sqrt[4]{(16-x^2)^3}} .$$

Варіант 29

$$1.29. \int_1^2 \frac{6 dx}{x^2 - 9} \quad 2.29. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^3 x dx . \quad 3.29. \int_0^3 (x-5) 2^x dx . \quad 4.29. \text{ а) } \int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x - 1)^2} , \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-4x}} .$$

Варіант 30

$$1.30. \int_1^2 \left(3x + \frac{4}{x^3} \right) dx \quad 2.30. \int_0^{\sqrt{\pi}} \frac{x dx}{\cos^2(x^2)} . \quad 3.30. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (x-4) \sin x dx . \quad 4.30. \text{ а) } \int_3^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 3x + 2} , \quad \text{б) } \int_1^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3 - 1}} .$$