ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

ЛЕКЦІЯ 6
Види деформацій стрижня. Поняття про деформований стан матеріалу. Закон Гука

Викладач: доц. кафедри МІтаАТ
к.т.н. Степчин Я.А.

Реальні тіла можуть деформуватися, тобто змінювати свою форму й розміри. Деформації тіл відбуваються внаслідок навантажування їх зовнішніми силами або зміни температури. При деформуванні тіла його точки, а також подумки проведені лінії або перерізи переміщуються в площині або в просторі відносно свого вихідного положення.

Деформації бувають **пружні** - такі, що зникають після припинення дії сил, які спричинили їх, та пластичні, або залишкові, - ті, що не зникають.

В опорі матеріалів вивчають такі основні **види деформацій** стрижня, як найбільш поширеного та простого об'єкта дослідження: **розтяг, стискання, зсув (зріз), кручення та згинання.**

1. Розтяг або стискання

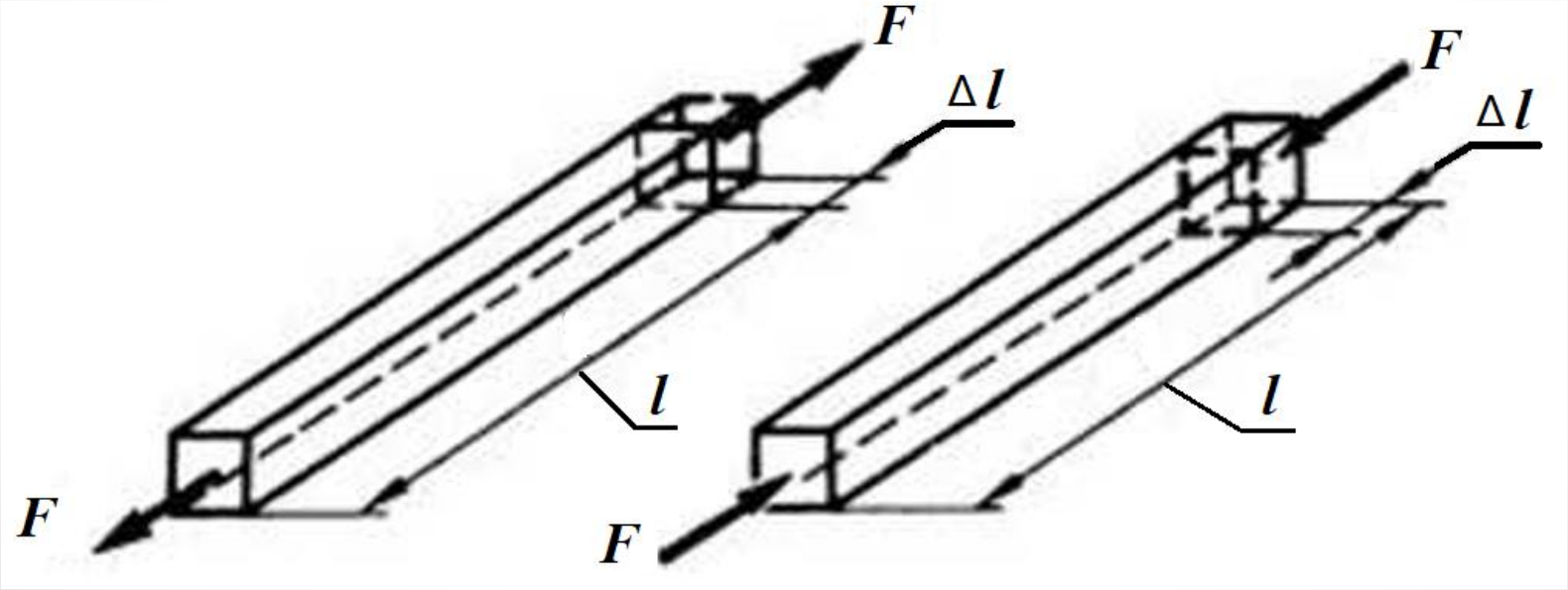


Рис. 1

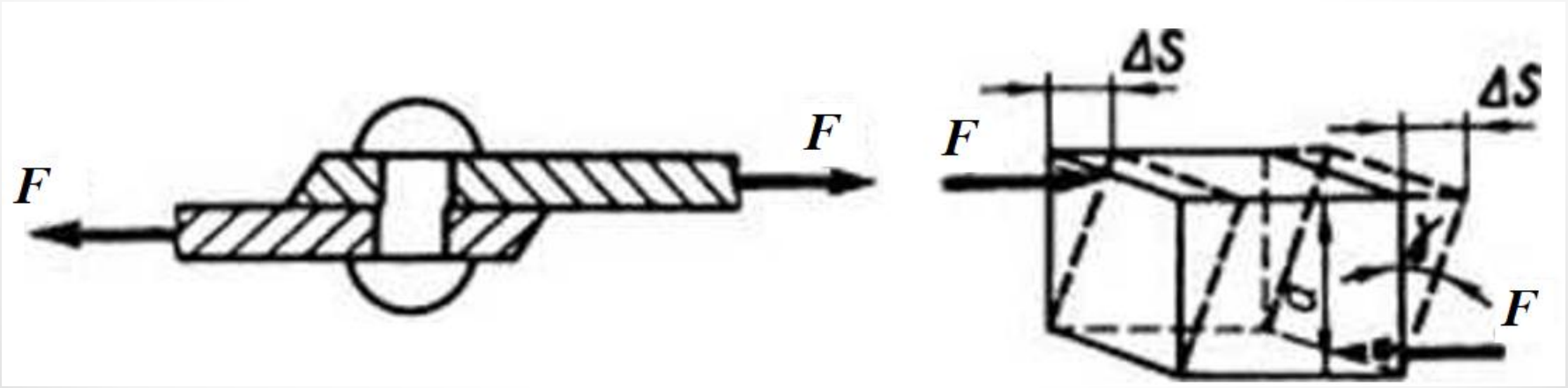
Зміну Δl початкової довжини l стрижня (рис. 1) називають абсолютним подовженням при розтягу або абсолютним укороченням при стисканні. Відношення абсолютного подовження (укорочення) Δl до початкової довжини l стрижня називають середнім відносним подовженням на довжині l і, як правило, позначають $\varepsilon_{ср}$:

$$\varepsilon_{ср} = \Delta l / l$$

2. Зсув (зріз)

Зсув або **зріз** виникає тоді, коли зовнішні сили зміщують два паралельних плоских перерізи стрижня один відносно одного при незмінній відстані між ними (рис. 2). Зміщення ΔS називається абсолютним зсувом. Відношення абсолютного зсуву до відстані a між площинами, що зміщуються (тангенс кута γ), називають відносним зсувом:

$$\gamma = \Delta S / a$$



а) б)

Рис. 2

3. Кручення

Кручення виникає при дії на стрижень зовнішніх сил, які утворюють момент відносно осі стрижня (рис. 3). Деформація кручення супроводжується поворотом поперечних перерізів стрижня один відносно одного навколо його осі. Кут повороту одного перерізу стрижня відносно іншого, що перебуває на відстані l, - кут закручування на довжині l. Відношення кута закручування φ до довжини l називають відносним кутом закручування θ:

$$\Theta = \varphi / l$$

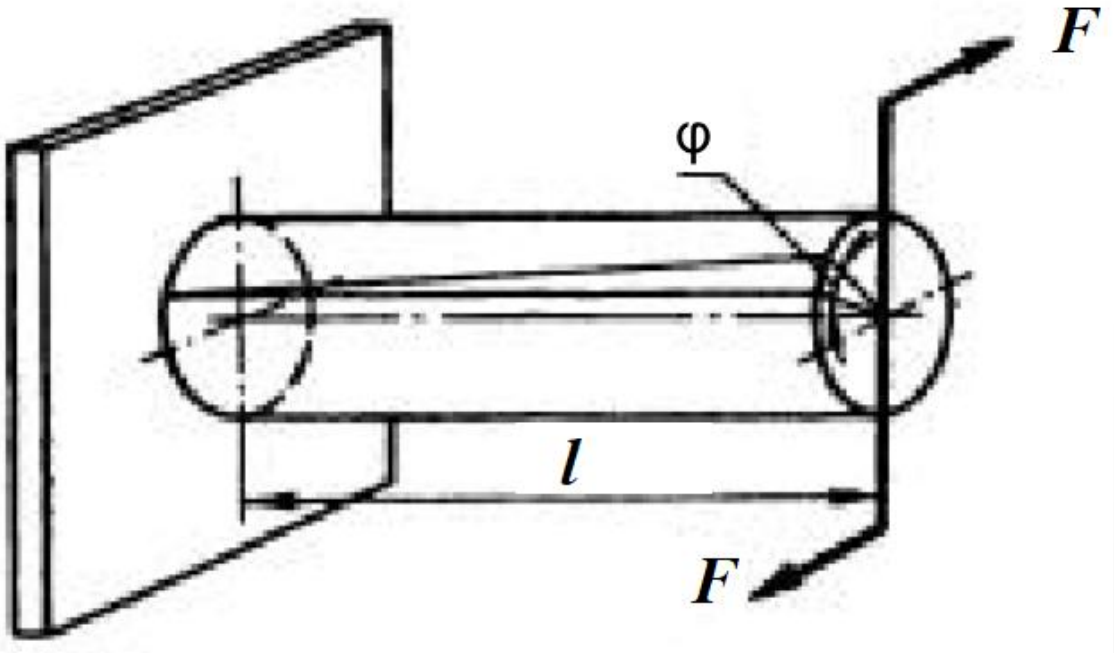


Рис. 3

4. Згинання

Деформація згинання (рис. 4) полягає у викривленні осі прямого стрижня або в зміні кривини кривого стрижня. Переміщення будь-якої точки осі стрижня, що відбувається при цьому, виражається вектором, початок якого суміщено з початковим положенням точки, а кінець - з положенням тієї самої точки у деформованому стрижні. У прямих стрижнях переміщення точок, які напрямлені перпендикулярно до початкового положення осі, називають прогинами й позначають по різному – наприклад ω. При згинанні відбувається також поворот перерізів стрижня навколо осей, що лежать у площинах перерізів. Кути повороту перерізів відносно їхніх початкових положень позначають θ.

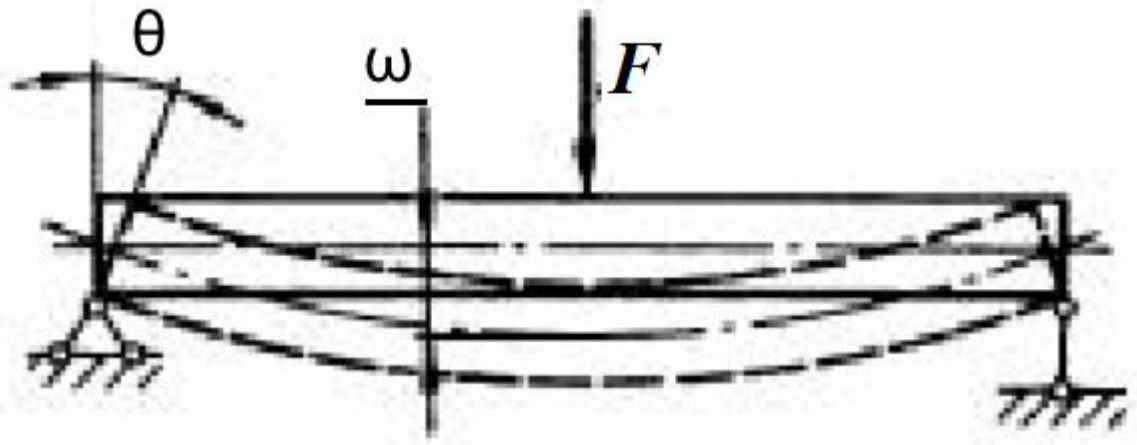


Рис. 4

Унаслідок одночасної дії на тіло сил, що викликають різні види основних деформацій, виникає більш складна деформація.

Загалом деформований стан у точці тіла (аналогічно до внутрішніх зусиль) повністю визначається шістьма компонентами деформації — трьома відносними лінійними деформаціями ε_x, ε_y, ε_z та трьома відносними кутовими лінійними деформаціями γ_{xy},γ_{xz}, γ_{yz}.

5. Закон Гука

Гук вперше експериментально встановив, що до певної величини сили деформації пружного тіла пропорційні силі. В застосуванні до розтягу або стиску цей закон виражає лінійну залежність між подовженням стрижня і поздовжньою силою:

$$\Delta l = Nl/(EA)$$

де Δl - абсолютна деформація стрижня; l – довжина стрижня;
A - площа його поперечного перерізу; N - поздовжня сила;
E - стала матеріалу, що встановлюється експериментально, має розмірність Па (паскаль) і називається **модулем нормальної пружності** (модулем пружності I роду) або модулем Юнга.
Використовуючи поняття відносної лінійної деформації ε = Δl/l , формула закону Гука матиме вигляд:

$$\varepsilon = \sigma / E \quad \text{або} \quad \sigma = E\varepsilon$$

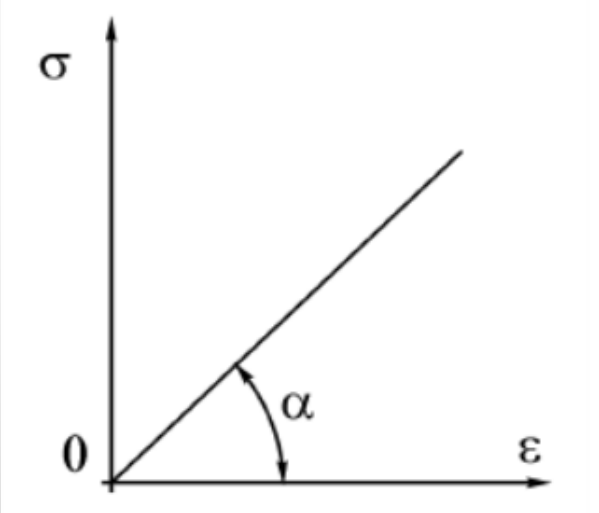


Рис. 5

Закон Гука справедливий лише до певної величини нормального напруження – границі пропорційності конкретного матеріалу (рис. 5).
В межах дії закону Гука відносне поперечне вкорочення стрижня ε’ пов’язане з його відносним видовженням ε лінійною залежністю:

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon$$

де μ - коефіцієнт пропорційності, що називається **коефіцієнтом Пуассона**, є абсолютною величиною відношення поперечного вкорочення до поздовжнього видовження стрижня:

$$\mu = |\varepsilon'| / |\varepsilon|$$

Теорія напружено-деформованого стану тіла. Напруження в точці

Напруження є наслідком взаємодії частинок тіла при його навантажуванні. Зовнішні сили намагаються змінити взаємне розміщення частинок, а напруження, що виникають при цьому, перешкоджають зміщенню частинок, обмежуючи його здебільшого деякою малою величиною.

Відповідно до гіпотези про суцільність матеріалу слід вважати, що кожну частинку тіла в скільки завгодно малому околі в усіх напрямах оточують безліч інших частинок. Розміщена в даній точці частинка по різному взаємодіє з кожною із цих сусідніх частинок.

Досліджуючи напружений стан тіла в даній точці *A,* поблизу неї, як правило, виділяють елемент об'єму у вигляді нескінченно малого паралелепіпеда (рис. 6, *а)*

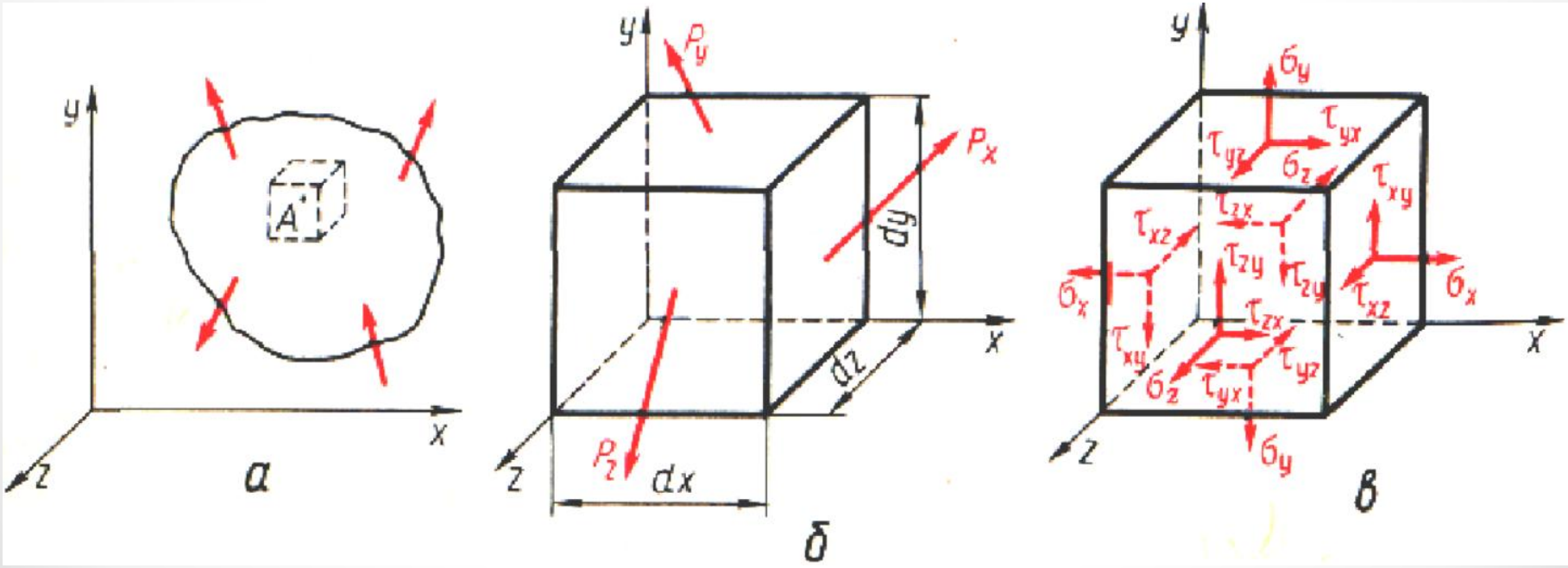


Рис. 6.

Повні напруження на гранях елемента зображують у вигляді нормальних та дотичних складових – проекцій повних напружень на координатні осі.

На гранях елементарного паралелепіпеда, виділеного в околі точки навантаженого тіла, діють дев’ять компонент напружень (у вигляді квадратної матриці).

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}$$

Закон парності дотичних напружень: **дотичні напруження на двох будь-яких, але взаємно перпендикулярних площадках, які напрямлені перпендикулярно до лінії перетину площадок, однакові за модулем і намагаються повернути елемент у різні боки. Тобто:**

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \qquad \tau_{yz} = \tau_{zy} \qquad \tau_{zx} = \tau_{xz}.$$

Завдяки властивості парності дотичних напружень кількість незалежних компонент напружень у кожній точці тіла зменшується з дев’яти до шести.

В кожні точці тіла існують, принаймні, три взаємно перпендикулярні площадки, в яких дотичні напруження дорівнюють нулю. Ці площадки називають **головними,** а нормальні напруження в них – **головними нормальними напруженнями або головними напруженнями.**

Вони позначаються **σ** з цифровими індексами, щоб виконувалася вимога:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Напружений стан, в якому тільки одне головне напруження не є нульовим, а два інших дорівнюють нулю, називається **одновісним або лінійним** (рис. 7, *а).* Якщо два головних напруження не є нульовими, а одне дорівнює нулю, то такий напружений стан називається **двовісним або плоским** (рис. 7, *б).* Якщо всі три головних напруження не дорівнюють нулю, маємо ***тривісний* або *об'ємний, напружений стан*** (рис. 7, *в).*

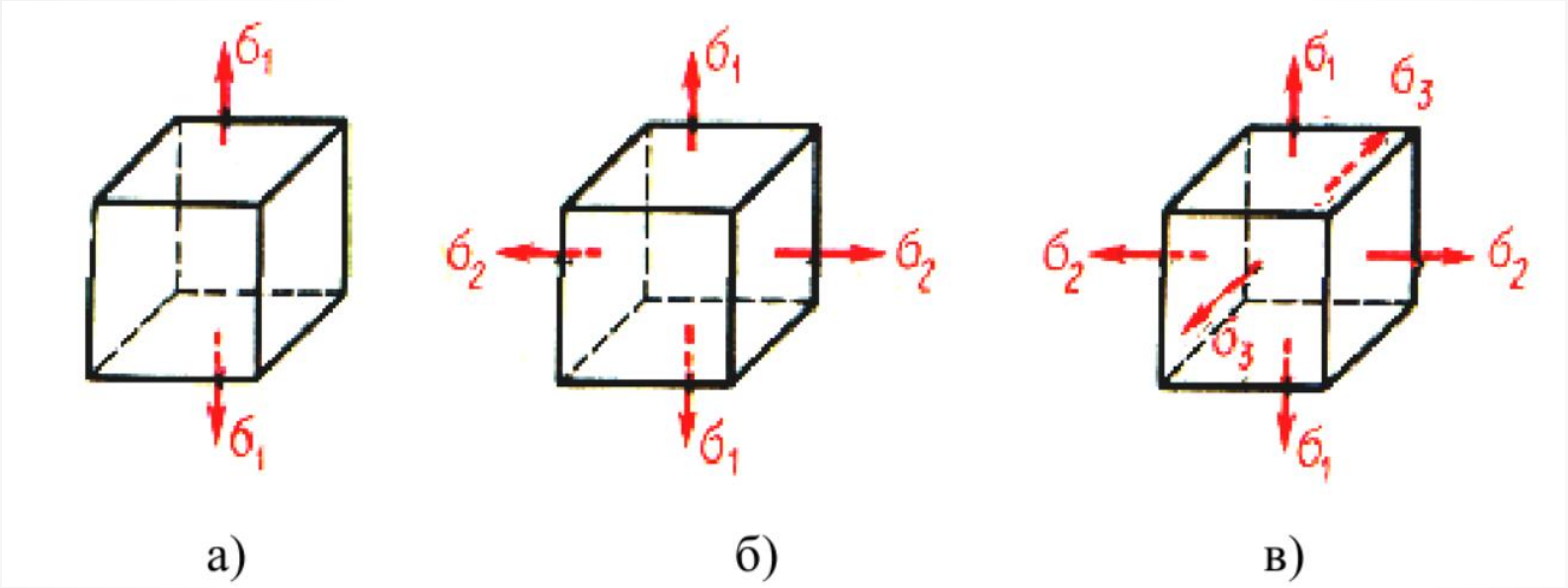


Рис. 7

Також розрізняють **однорідний та неоднорідний напружені стани**. В однорідному напруження однакові в кожній точці будь-якого перерізу і всіх паралельних йому перерізів. Тоді розміри виділених елементів не мають значення, оскільки напруження однакові в усіх точках однієї (будь-якої) грані, а отже, рівномірно розподілені по ній.

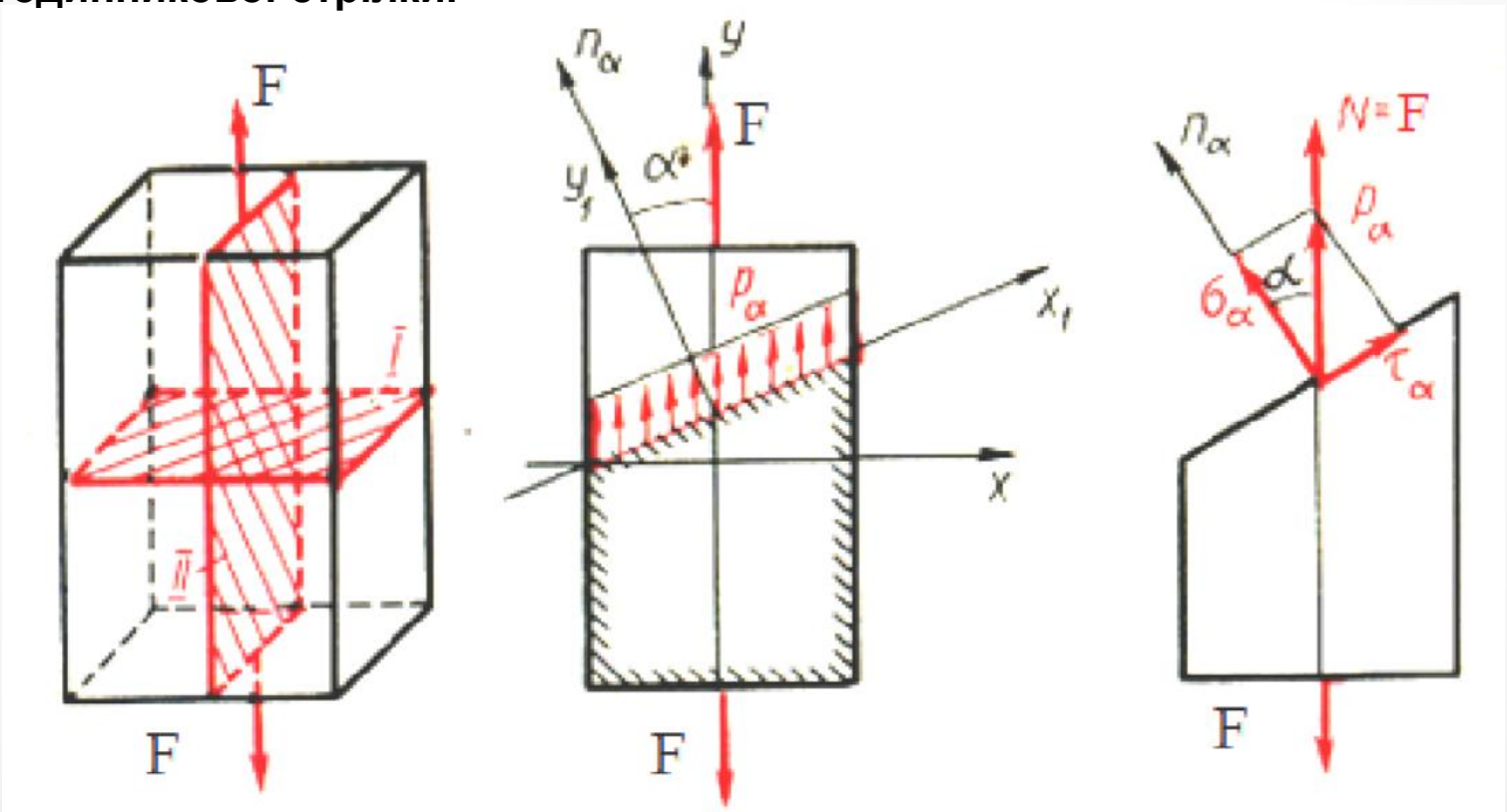
У неоднорідному напруженому стані елемент слід вважати нескінченно малим.

Отже, незалежно від того, однорідний чи неоднорідний напружений стан буде в усьому тілі, виділені елементи розглядаються як такі, що перебувають в однорідному напруженому стані.

Лінійний напружений стан

Елементи, що перебувають в лінійному напруженому стані, можна виділити біля певних точок стрижня, що працює на згин або складний опір, але головним чином на розтяг або стиск.

Розглянемо призматичний стержень, що зазнає простий розтяг (рис. 8). Зовнішня нормаль **n** до проведеної площадки складає з віссю стержня (а відповідно, і з лінією дії прикладеної сили) кут α. **Кут α вважається позитивним, якщо він відраховується проти годинникової стрілки.**



а) б) в)

Рис. 8. Лінійний напружений стан

Плоский напружений стан

Визначимо напруження на похилих площадках елемента (рис. 9), грані якого є головними площадками. По ним діють позитивні напруження σ1 і σ 2, третє головне напруження σ3=0.

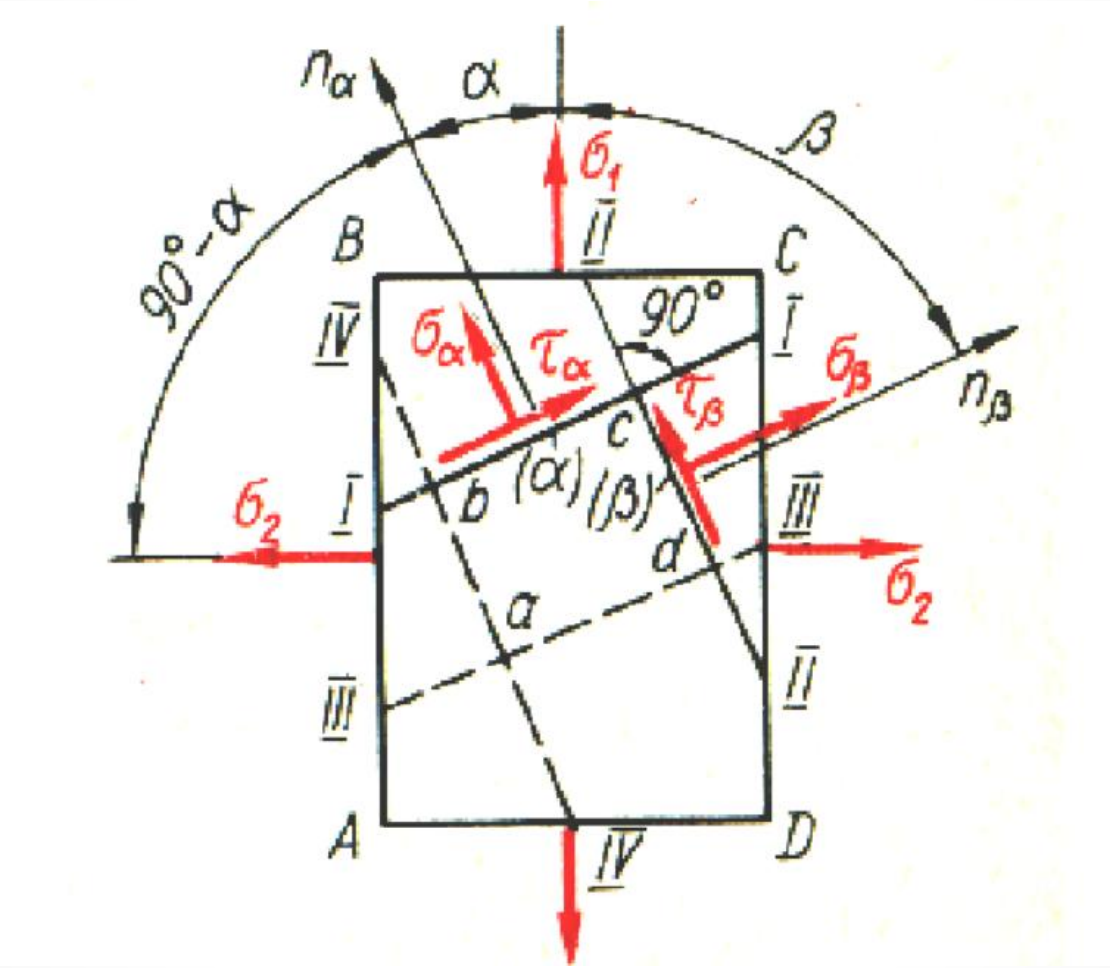


Рис. 9. Напруження на похилих площадках при плоскому напруженому стані