Гідравліка, гідро та пневмоприводи

Лекція 14

ГІДРОСТАТИКА. ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАДАЧ

Викладач: доцент кафедри МІтаАТ
к.т.н. Степчин Я.А.

1. Епюри гідростатичного тиску

При вирішенні практичних задач на міцність необхідно будувати епюру гідростатичного тиску, що являє собою графічне зображення розподілу гідростатичного тиску по довжині контуру тіла зануреного в рідину.

Епюра – графік зміни тиску побудований безпосередньо по профілю стінки, на яку цей тиск діє. Будуючи епюри обов'язково виконуються умови:

- епюра будується в масштабі;
- епюра повинна показувати напрямок дії тиску;

2

Побудова епюри абсолютного (повного) та надлишкового гідростатичного тиску, що діє на вертикальну плоску стінку АВ, на яку діє напір рідини з глибиною H представлено на рис. 1.

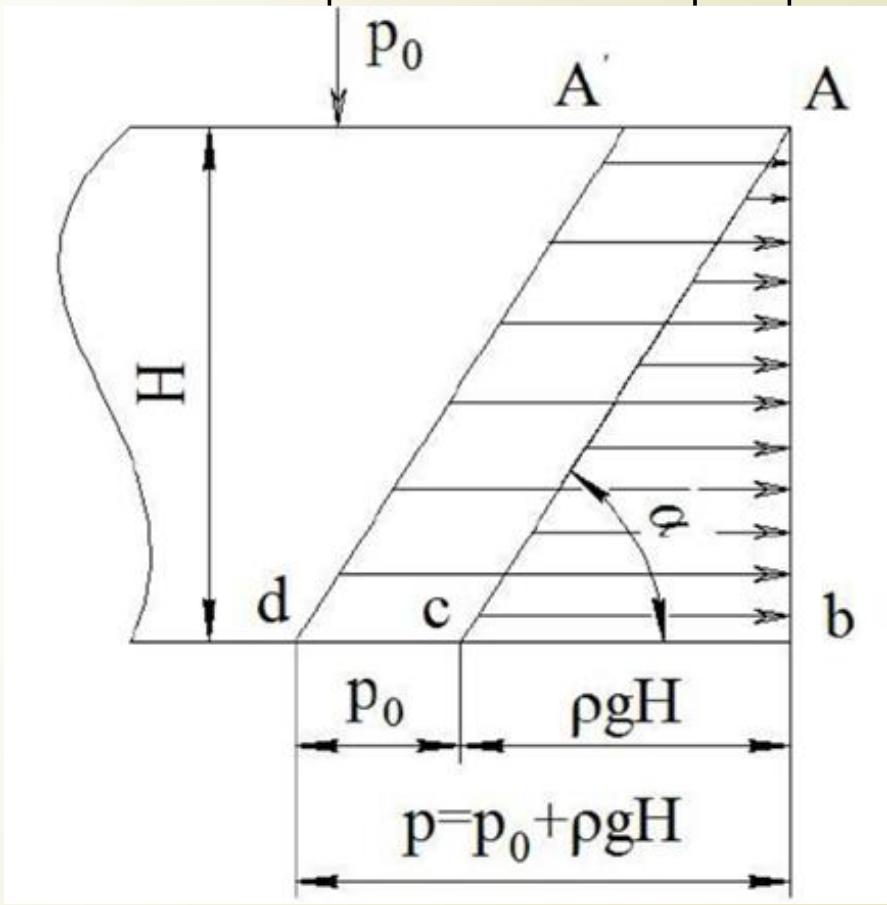
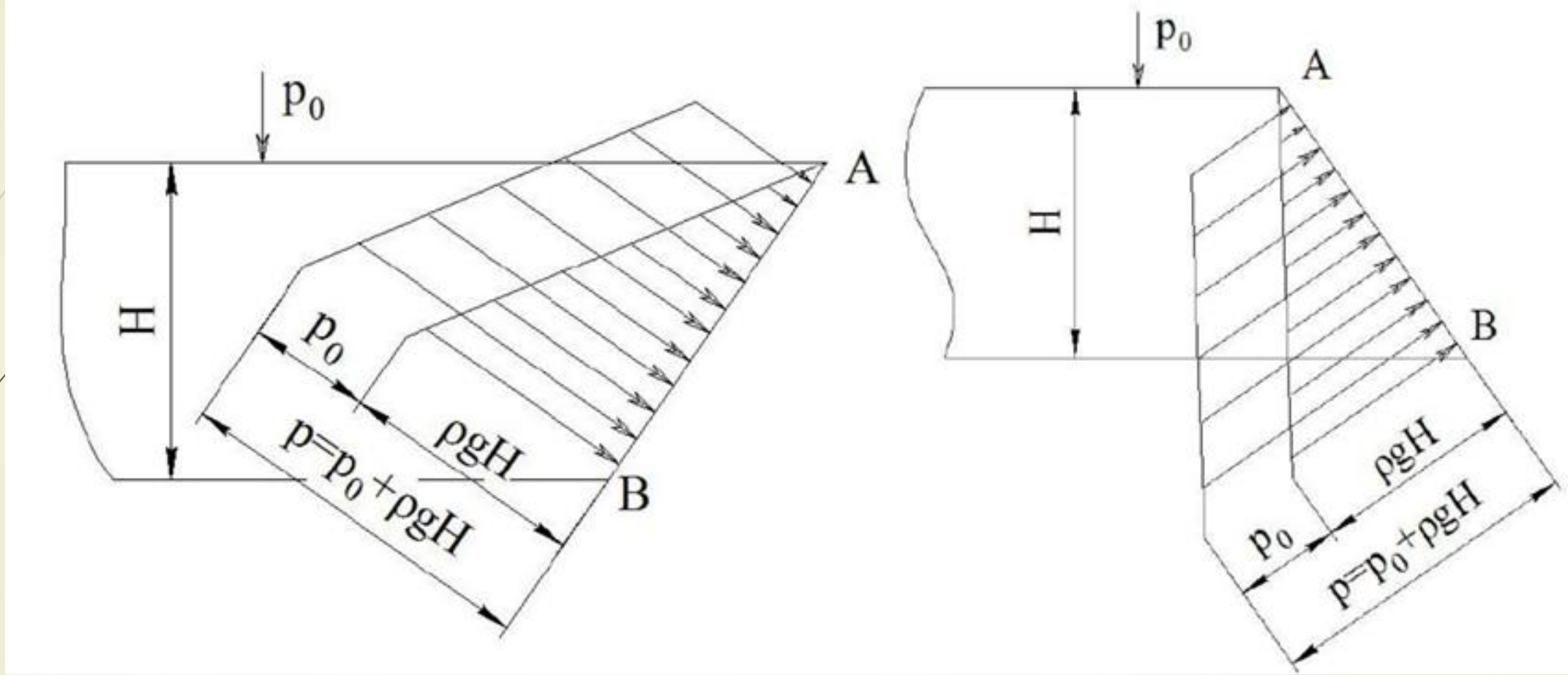


Рис. 1. Схема побудови епюри абсолютного та надлишкового тиску на вертикальну стінку

Якщо плоска стінка АВ нахилена до горизонту під деяким кутом то епюри гідростатичного тиску, будуть направлені нормально до нахиленої стінки (рис. 2.).



а) б)

Рис. 2. Схеми побудови епюри абсолютного та надлишкового тиску на похилу стінку

Більш складний випадок, коли на вертикальну стінку АВ, що є роздільною стінкою резервуару (рис. 3), діє тиск рідини з обох боків, при цьому з лівої сторони рідина має глибину H_1, а з правої H_2.

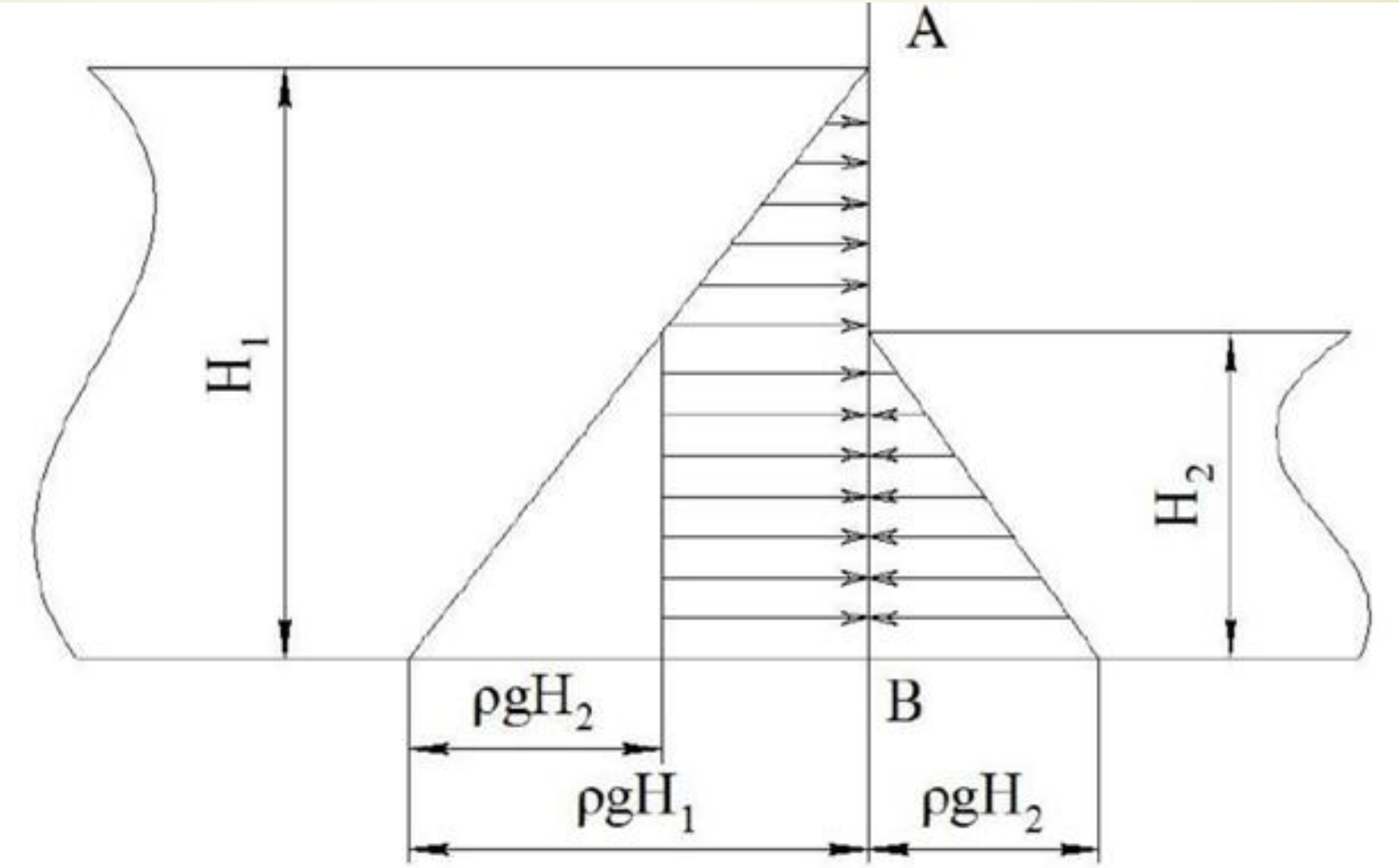


Рис. 3. Епюри надлишкового тиску на вертикальну стінку при умові дії рідини з двох сторін

Приклади вирішення задач

Приклад 1. Побудувати епюру надлишкового гідростатичного тиску води на стінку, що представлена на рис. 4, якщо $H_1 = 2$ м, $H_2 = 2$ м, $H_3 = 3$ м, $r_1 = H_1$, $r_2 = H_2$

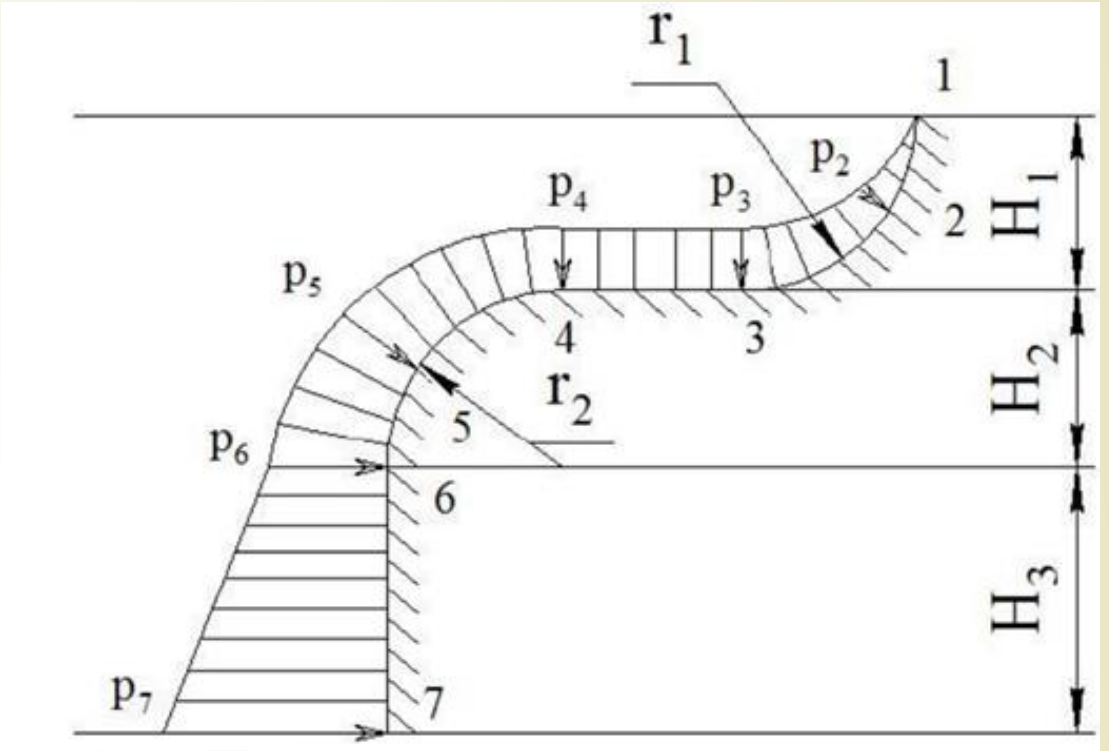


Рис. 4

Розв'язок. Величина надлишкового тиску води в характерних точках визначається за формулою:

$$p_2 = \rho g h = \rho g H_1 / 2 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2 / 2 = 9810 \text{ Па.}$$

$$p_3 = \rho g H_1 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2 = 19{,}62 \text{ кПа.}$$

Так як в точках 3 та 4 глибина однакова, то:

$$p_3 = p_4 = 19{,}62 \text{ кПа}$$

$$p_5 = \rho g\left(H_1 + H_2 / 2\right) = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot (2 + 2 / 2) = 29{,}4 \text{ кПа}$$

$$p_6 = \rho g\left(H_1 + H_2\right) = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot (2 + 2) = 39{,}4 \text{ кПа}$$

$$p_7 = \rho g\left(H_1 + H_2 + H_3\right) = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot (2 + 2 + 3) = 68{,}7 \text{ кПа}$$

Приклад 2. Визначити силу надлишкового тиску на заслінку висотою a =16 см та шириною b =14 см, яка закриває отвір в стінки резервуару з бензином (рис. 5) густиною 800 кг/м³. Висота шару бензину до початку заслінки h = 13 м. Побудувати епюру надлишкового гідростатичного тиску.

Розв'язок. Для побудови епюри необхідно визначити тиск у верхнього 1 та нижнього 2 країв заслінки.

$$p_1 = \rho g h = 800 \cdot 9{,}81 \cdot 13 = 102024 \ \text{Па}$$

$$p_2 = \rho g (h + a) = 800 \cdot 9{,}81 \cdot (13 + 0{,}16) = 103280 \ \text{Па}.$$

Середнє значення надлишкового тиску:

$$p_{сер} = \frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{102024 + 103280}{2} = 102652 \ \text{Па}.$$

Сила тиску:

$$F = S \cdot p_{сер}$$

де S - площа заслінки.

$$F = 0{,}14 \cdot 0{,}16 \cdot 102652 = 2299 \ \text{Н}.$$

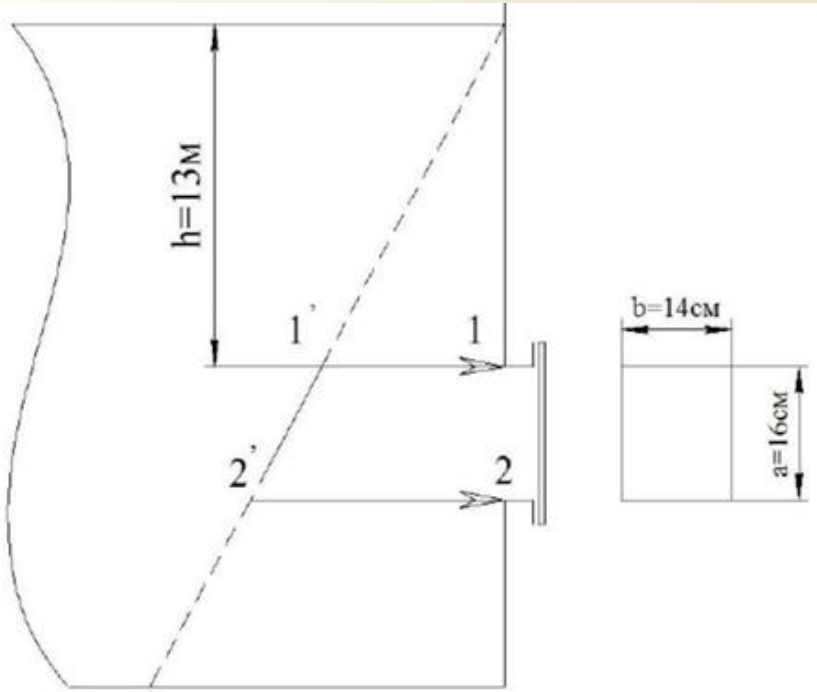


Рис. 5

2. Закон Паскаля

Якщо в закритій ємності в області точки А встановлено поршень (рис. 6), який створює тиск p, Па на деяку частину поверхні рідини. Величина гідростатичного тиску в будь-якій частині рідини згідно основного рівняння гідростатики:

$$p = p_0 + \rho g h$$

Член ρgh залежить лише від ваги стовпа рідини висотою h, тому при зміні тиску p0 в точці А під поршнем, зміниться тиск p в будь-якій точці всередині рідини.

Отже, можна сформулювати закон Паскаля таким чином: всяка зміна тиску в будь-якій точці нерухомої рідини, яка не порушує її рівновагу, передається у всі точки даного об'єму рідини без зміни.

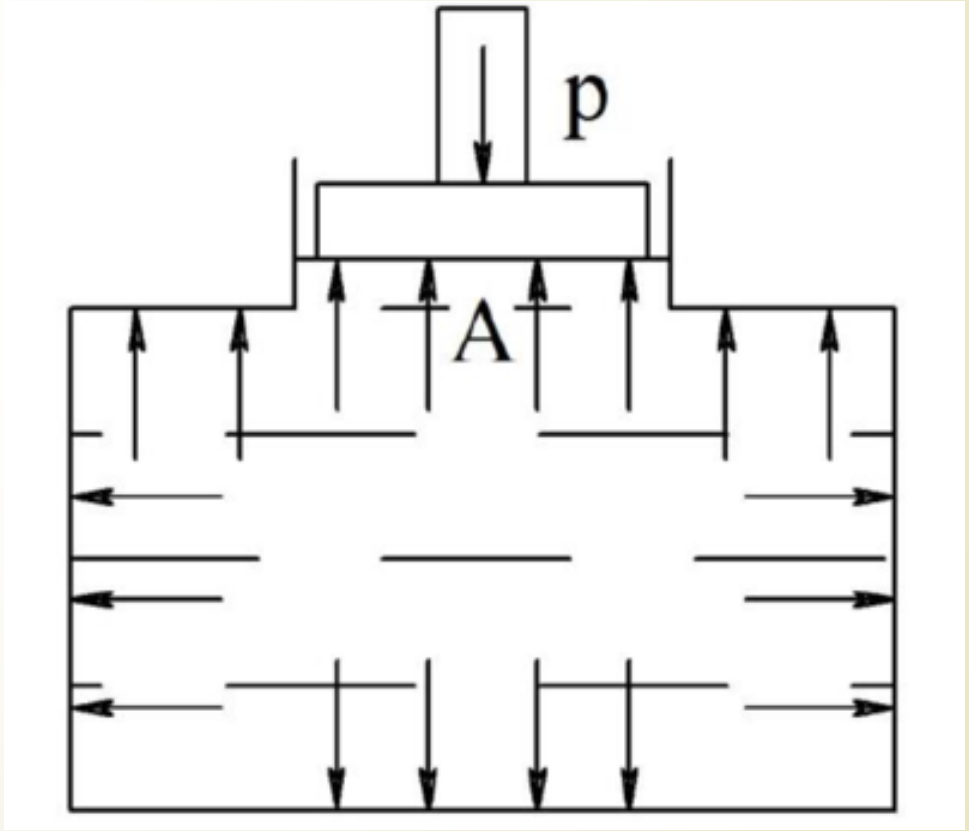


Рис. 6. Зміна дії тиску в закритій ємності

Принцип дії об'ємних гідроприводів заснований на високому об'ємному модулі пружності і законі Паскаля.

Якщо розглянути два сосуди з'єднані трубопроводами (рис. 7) і закриті поршнями циліндри Ц1 та Ц2, один з яких (ємність 1) є насосом, а другий (ємність 2) гідравлічним мотором.

При переміщенні першого поршня в циліндрі 1 рідина буде витіснятись в циліндр 2, приводячи його поршень в рух.

Сила F_1, створюватиме тиск $p_1 = F_1/S_1$. Відповідно до закону Паскаля, тиск p_1 миттєво передається у всі точки простору всередині рідини. В результаті на поршень $Ц_2$ з більшою площею також буде діяти тиск p_1 з силою

$$-F_2 = P_1S_2 = F_1S_2 / S_1.$$

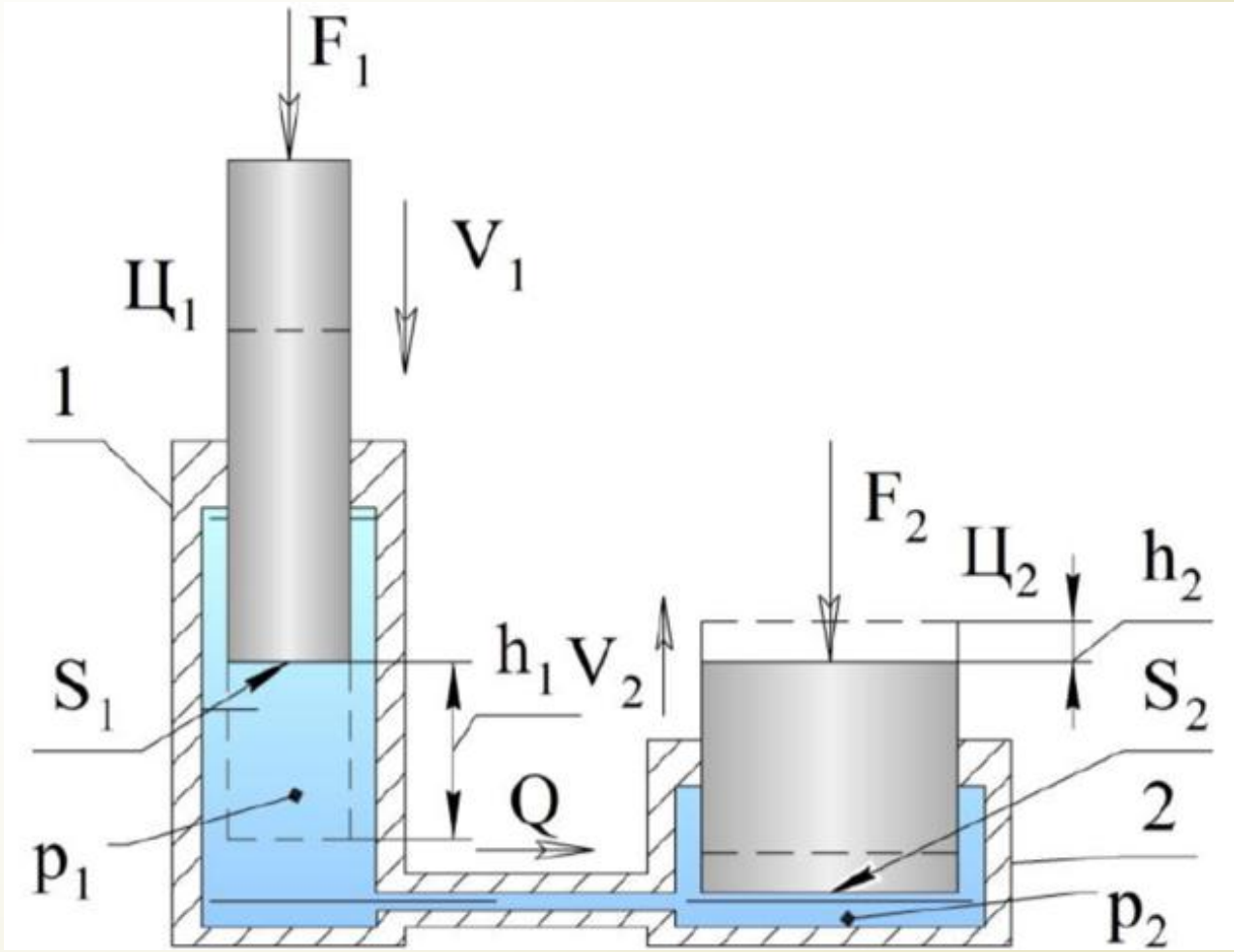


Рис. 7. Ілюстрація дії закону Паскаля

Якщо ємності 1 та 2 абсолютно герметичні, а рідина така, що не стискається, тоді переміщення поршнів будуть пов'язані рівністю:

$$h_1 S_1 = h_2 S_2$$

де h_1 , S_1 , h_2 , S_2 - відповідно переміщення та площі поршнів.

Переміщення поршня знаходиться зворотно пропорційно площі його поверхні. На основі даної закономірності можуть бути виведені значення для кожної з величин:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \quad h_2 = h_1 \frac{S_1}{S_2} = h_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

або:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{pS_1}{pS_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \quad F_2 = F_1 \frac{S_1}{S_2} = F_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}.$$

Добуток сили F1, що діє на поршень, на швидкість його переміщення

$$V_1 = \frac{h_1}{t},$$

де t - час переміщення, дасть вираз потужності або рівняння передачі енергії в об'ємному гідроприводі:

$$N = F_1 V_1 = p \frac{\pi d^2}{4} V_1 = pQ$$

Приклади вирішення задач

Приклад 1. За допомогою гідродомкрата необхідно підняти автомобіль масою 1500 кг за умови, що площа першого поршня $S_1 = 40$ см², а другого $S2 = 1200$ см². Яка при цьому повинна бути сила F1, щоб подолати силу, створену автомобілем F_2 (рис. 8).

Розв'язок.

Сила, яку створює автомобіль:

$F2 = m \cdot g = 1500 \bullet 9{,}81 = 14715$ Н.

Сила, яку необхідно створити на першому циліндрі А1, щоб підняти автомобіль:

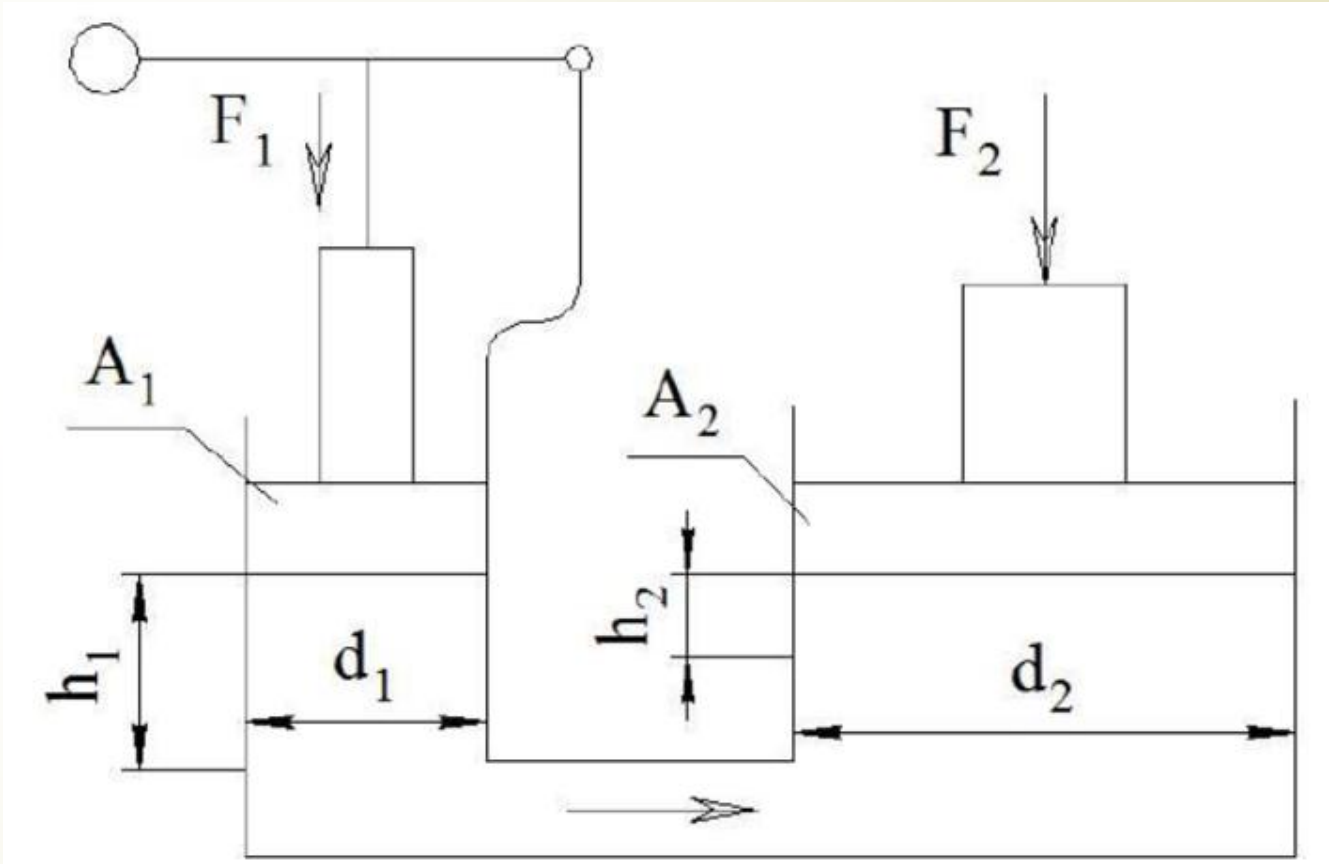


Рис. 8

$$F_1 = \frac{S_1 \cdot F_2}{S_2} = \frac{0{,}004\ м^2 \cdot 14715\ Н}{0.12\ м^2} = 490{,}5\ \text{Н}.$$

Сила F_1 = 490 Н надто велика, щоб її можна було створити за допомогою рукоятки.

Знайдемо, яку площу повинен мати поршень A_2, якщо до поршня A_1 прикласти силу P_1 = 100 Н:

$$F_1 = \frac{S_1 \cdot F_2}{S_2} \rightarrow A_2 = \frac{S_1 \cdot F_2}{F_1} = \frac{0{,}004\ м^2 \cdot 14715}{100} = 0{,}58\ \text{м}^2$$

Переміщення другого поршня, якщо переміщення першого h_1 становить 15 см:

$$h_2 = \frac{h_1 \cdot S_1}{S_2} = \frac{15 \cdot 40}{1200} = 0{,}5\ \text{см}.$$

Площу першого поршня, якщо площа другого поршня S_2 = 1200 см², а переміщення h_1=30 см, другого h_2 = 0,3 см.

$$S_1 = \frac{h_2 \cdot S_2}{h_1} = \frac{0{,}3 \cdot 1200}{30} = 12\ \text{см}^2$$

Приклад 2. Рідина густиною ρ = 900 кг/м³ надходить в ліву порожнину циліндра через дросель (рис. 9) з коефіцієнтом витрати μ = 0,62 і d = 4 мм, з надлишковим тиском 13 МПа, тиск в зливній лінії 0,4 МПа. Поршень гідроциліндра діаметром 180 мм, під дією різниці тисків в лівій і правій порожнинах циліндра рухається зліва направо зі швидкістю 2,5 см/с. Визначити значення сили F, що долає шток гідроциліндра d = 90 мм при його русі проти навантаження зі швидкістю 2,5 см/с.

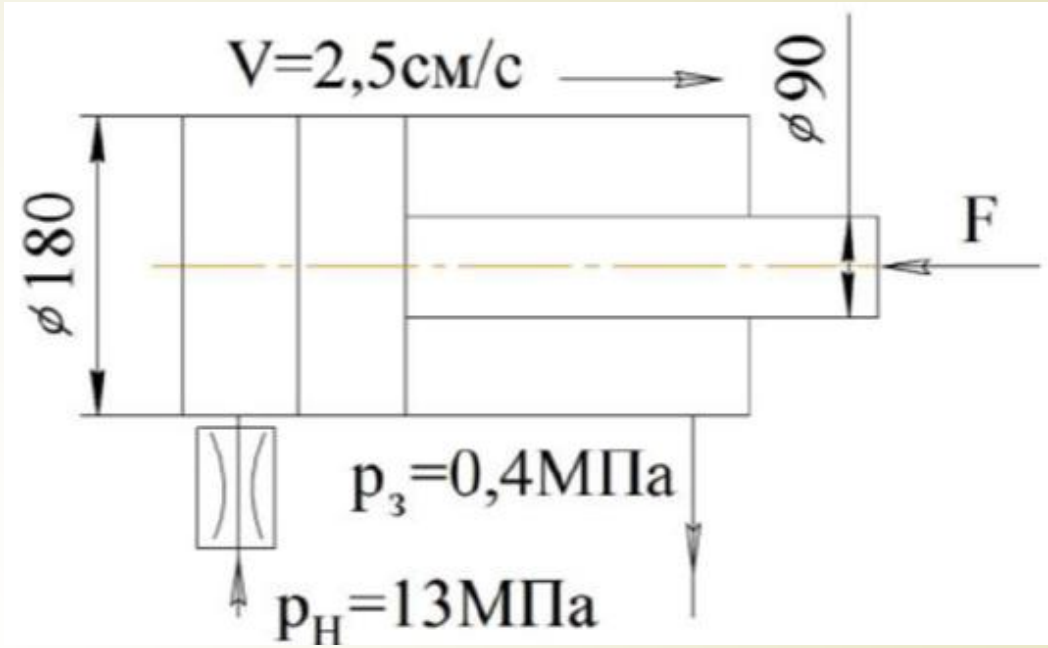


Рис. 9

Розв'язок

Витрата гідроциліндра:

$$Q = S \cdot v = \frac{\pi \cdot 0{,}004^2}{4} \cdot 0{,}025 = 6{,}25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Перепад тисків на дроселі визначається з залежності:

$$\Delta p = p_H - p_{гц} = \frac{\rho \cdot Q^2}{2\left(\mu \cdot S_{др}\right)^2} = \frac{900 \cdot \left(6{,}25 \cdot 10^{-4}\right)^2}{2\left(0{,}62 \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}004^2}{4}\right)^2} = 2895805 \text{ Па},$$

Тиск в гідроциліндрі складе:

$$p_{гц} = p_H - \frac{\rho \cdot Q^2}{2\left(\mu \cdot S_{др}\right)^2} = 13 \cdot 10^6 - 2895805 = 10104195 \text{ Па}.$$

Знаючи тиск в гідроциліндрі, визначимо силу в поршневій та штоковій порожнині:

$$F_{пор} = S_{пор} \cdot p_{гц} = 0{,}025 \cdot 10104195 = 252604 \text{ Н},$$

$$F_{шт} = \left(S_{пор} - S_{шт}\right) \cdot p_{сл} = \left(0{,}025 - 0{,}00636\right) \cdot 0{,}4 \cdot 10^6 = 7456 \text{ Н}.$$

Тоді, шукана сила, що долає шток гідроциліндра:

$$F = F_{пор} - F_{шт} = 252604 - 7456 = 245148 \text{ Н}.$$

Сила тиску на плоскі поверхні

Приклад 3. Канал з водою прямокутного перерізу шириною b = 3,5 м перекритий щитом (рис. 10), який переміщується в паралельних пазах розташованих на бічних сторонах каналу. Визначити рівнодійну силу гідростатичного тиску на щит F та зусилля підйому R, якщо коефіцієнт тертя щита об пази f = 0,35, вага щита G = 2500 Н, рівень води зліва від щита h_1 = 4 м, рівень води справа від щита h_2 = 1,2 м.

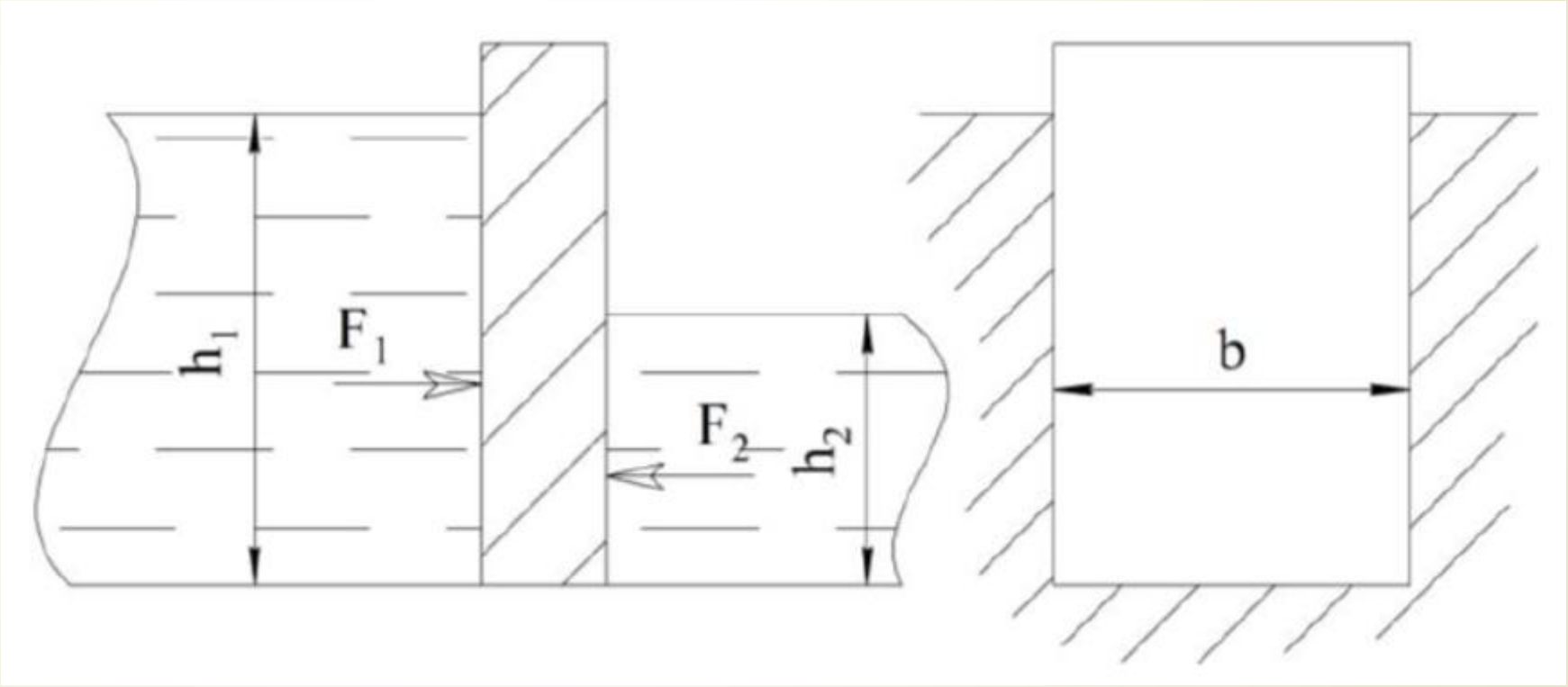


Рис. 10.

Розв'язок.

За другою властивістю гідростатичного тиску сила, що діє на поверхню довільної форми, завжди направлена по внутрішній нормалі до неї. Звідси, рівнодійну силу тиску на щит можна визначити як суму сил, які діють на щит зліва F_1 і справа F_2:

$$F = F_1 - F_2$$

На вільну поверхню рідини в каналі діє атмосферний тиск, тоді враховуємо лише дію надлишкового тиску.

Сила гідростатичного тиску може бути визначена

$$F_1 = S_1 \cdot \rho g h_{цв} = h_1 \cdot b \cdot \rho g \frac{h_1}{2} = \rho g h_1^2 \frac{b}{2} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 3{,}5 \cdot \frac{4^2}{2} = 274{,}68 \text{ кН}$$

$$F_2 = S_2 \cdot \rho g h_{цв} = h_2 \cdot b \cdot \rho g \frac{h_2}{2} = \rho g h_2^2 \frac{b}{2} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 3{,}5 \cdot \frac{1{,}2^2}{2} = 24{,}72 \text{ кН}$$

$$F = F_1 - F_2 = 274{,}68 - 24{,}72 = 249{,}96 \text{ кН}$$

Тоді, зусилля підйому

$$R = G + f \cdot F = 2500 + 0{,}35 \cdot 249960 = 89938{,}5 \, H \approx 90 \text{ кН}.$$

Визначення товщини стінок гідроліній та гідроциліндрів

Розглянемо трубу заповнену рідиною під тиском p з внутрішнім діаметром d, довжиною l та товщиною стінки δ (рис. 11).

Силу, з якою тиск p діє на внутрішню поверхню труби знайдемо з залежності:

$$F_x = pdl$$

В результаті дії тиску в середині трубопроводу виникають розриваючі напруження σ, що діють із силою F_n в поздовжньому перерізі труби.

$$F_n = \delta / \sigma .$$

Прирівнявши сили: $F_x = 2F_n$,
отримаємо, при σ = [σ]

$$pdl = 2\delta / [\sigma]$$

де [σ] – граничне напруження на розрив матеріалу трубопроводу.
Тоді, товщина стінки труби:

$$\delta = \frac{Pd}{2[\sigma]},$$

p - тиск;
d - діаметр циліндра;
[σ] - напруження на розрив.

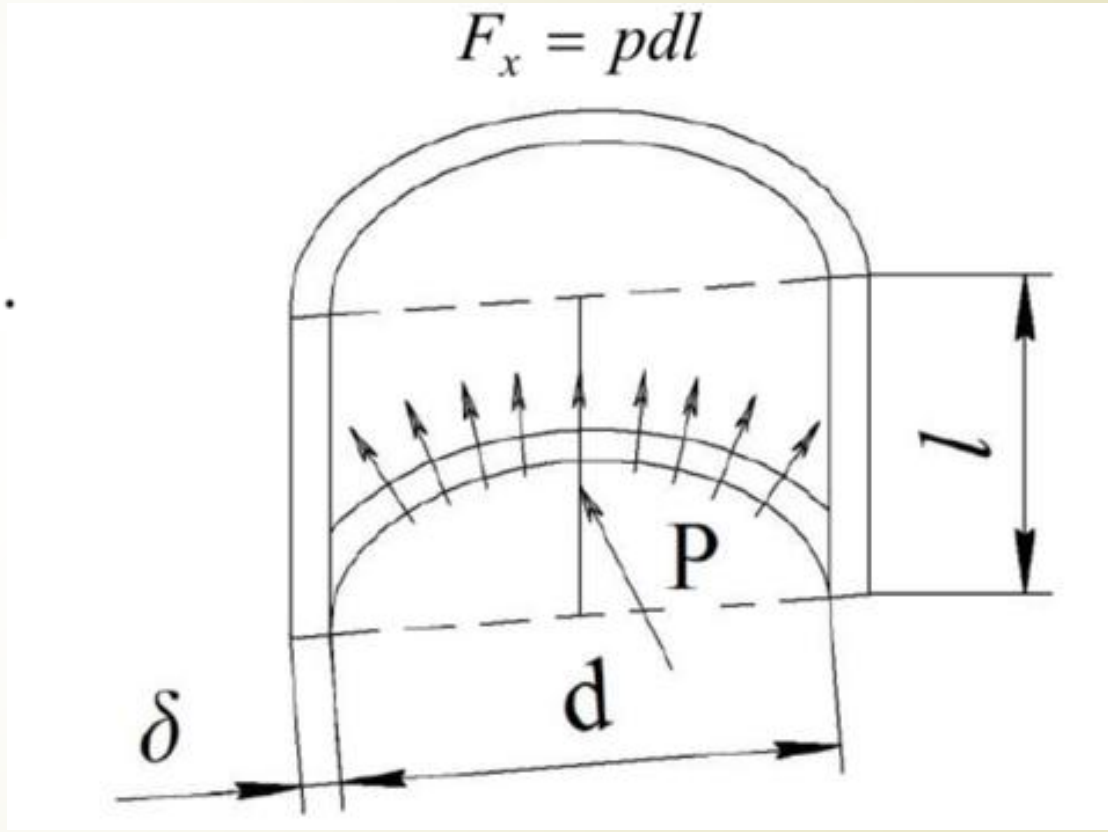


Рис. 11. Поздовжній переріз трубопроводу

Приклади вирішення задач

Приклад 1. Визначити товщину стінки трубопроводу за умови, що тиск рідини в гідросистемі 10 МПа, діаметр трубопроводу 40 мм, допустиме напруження на розтяг труби [σ] = 400...500 МПа, коефіцієнт запасу міцності прийняти n =3.

Обчислюємо товщину стінки гідролінії:

$$\delta = \frac{P_{ном}\, d}{2[\sigma]} K = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 0{,}04 \cdot 3}{2 \cdot [450 \cdot 10^6]} = 0{,}00133 \ м = 1{,}3 \ мм.$$

Приймається стандартне значення δ = 1,4 мм

Приклад 2. Визначити товщину листів сталевого резервуару (рис. 12), що заповнений газом при надлишковому тиску р =1500 кПа. Діаметр ємності D = 2 м.

Товщина стінок ємності визначається з залежності:

$$\delta = \frac{P \cdot r}{\varphi[\sigma]} + e$$

де r - радіус циліндричної частини ємності;
ф - коефіцієнт, що враховує послаблення перерізу стінки, через використання заклепок, ф = 0,75;
е - запас на іржу, е = 1 мм.
[σ] - напруження на розрив, [σ] = 100 МПа.

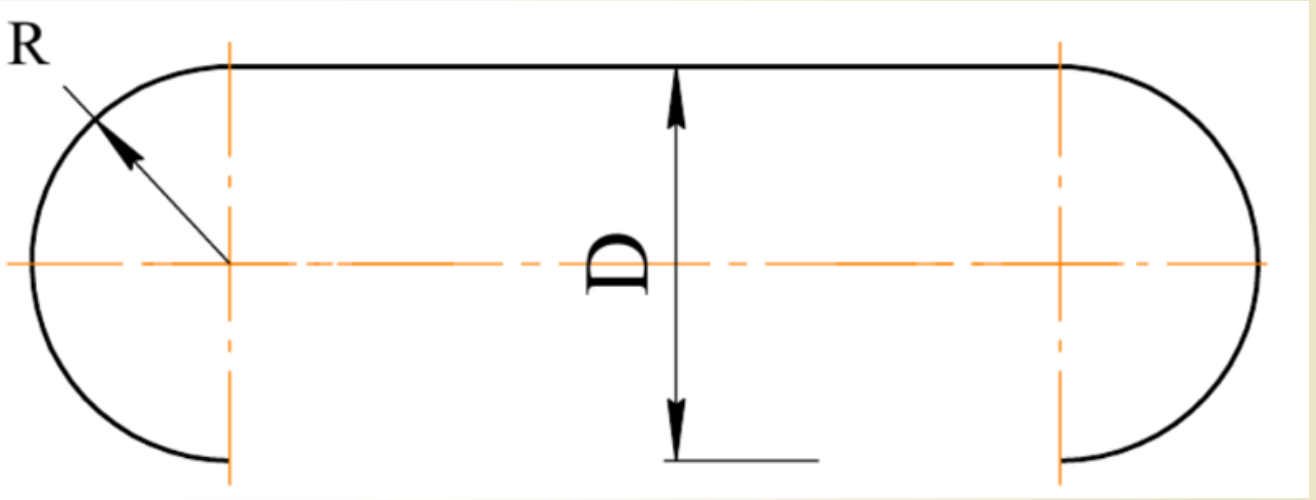


Рис. 12

Товщина стінки циліндричних частин:

$$\delta_{ц} = \frac{P \cdot r}{\varphi[\sigma]} + e = \frac{15 \cdot 10^5 \cdot 1}{1 \cdot 10^8 \cdot 0{,}75} + 0{,}001 = 0{,}021 \text{ м.}$$

Товщина стінки сферичних частин:

$$\delta_{сф} = \frac{P \cdot r}{2\varphi[\sigma]} + e = \frac{15 \cdot 10^5 \cdot 1}{2 \cdot 10^8 \cdot 0{,}75} + 0{,}001 = 0{,}012 \text{ м.}$$

Приклад 3. По сталевому трубопроводу діаметром d = 0,6 м подається вода під тиском p = 5 МПа. Визначити напруження в стінці трубопроводу, якщо її товщина δ = 15 мм.

Сумарна сила тиску, що розриває трубопровід в поздовжньому перерізі, дорівнює гідростатичному тиску, помноженому на площу вертикальної проекції криволінійної стінки:

$$F = pdl$$

Тоді напруження, що виникають в матеріалі трубопроводу:

$$\sigma = \frac{F}{2S} = \frac{p \cdot d \cdot l}{2\delta \cdot l} = \frac{p \cdot d}{2\delta} = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 0{,}6}{2 \cdot 0{,}015} = 100 \cdot 10^6 \, Па = 100 \text{ МПа}.$$